

Zadatak 001 (Ana, gimnazija)

Ukupni je otpor triju serijski spojenih otpornika 36Ω . Otpori otpornika odnose se kao $R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 3 : 5$. Koliki je otpor $R_3 = ?$

Rješenje 001

Ukupni je otpor n serijskih spojenih vodiča:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

$$R = 36 \Omega, \quad R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 3 : 5, \quad R_3 = ?$$

1. inačica

Budući da je:

$$R_1 + R_2 + R_3 = 36,$$

$$R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 3 : 5,$$

$$R_1 = 1x, \quad R_2 = 3x, \quad R_3 = 5x,$$

$$x + 3x + 5x = 36 \Rightarrow 9x = 36 \quad / : 9 \Rightarrow x = 4.$$

Traženi otpor iznosi:

$$R_3 = 5 \cdot 4 = 20 \Omega.$$

2. inačica

Iz produženog razmjera dobije se:

$$R_1 : R_2 : R_3 = 1 : 3 : 5 \Rightarrow \begin{cases} R_1 : R_3 = 1 : 5 \\ R_2 : R_3 = 3 : 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 = \frac{1}{5} \cdot R_3 \\ R_2 = \frac{3}{5} \cdot R_3 \end{cases},$$

budući da je zbroj tri serijski spojena otpornika 36Ω , vrijedi

$$\begin{aligned} R_1 + R_2 + R_3 = 36 &\Rightarrow \frac{1}{5} \cdot R_3 + \frac{3}{5} \cdot R_3 + R_3 = 36 \Rightarrow \frac{1}{5} \cdot R_3 + \frac{3}{5} \cdot R_3 + R_3 = 36 \quad / : 5 \Rightarrow \\ &\Rightarrow R_3 + 3R_2 + 5R_3 = 180 \Rightarrow 9R_3 = 180 \Rightarrow R_3 = 20 \Omega. \end{aligned}$$

Vježba 001

Ukupni je otpor triju serijski spojenih otpornika 60Ω . Otpori otpornika odnose se kao $R_1 : R_2 : R_3 = 2 : 3 : 5$. Koliki je otpor $R_2 = ?$

Rezultat: 18Ω .

Zadatak 002 (Maja, gimnazija)

U nekoj žici otpora 20Ω razvijena je toplina 900 J u vremenu 5 s . Naboj elektrona je 0.16 aC . Koliki je broj elektrona koji su za to vrijeme prošli presjekom žice?

Rješenje 002

$$R = 20 \Omega, \quad W = 900 \text{ J}, \quad t = 5 \text{ s}, \quad e = 0.16 \text{ aC} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad N = ?$$

Jakost struje definira se:

$$I = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q = I \cdot t \quad (1)$$

Električna energija jednaka je:

$$W = I^2 \cdot R \cdot t \Rightarrow I^2 = \frac{W}{R \cdot t} \Rightarrow I = \sqrt{\frac{W}{R \cdot t}}. \quad (2)$$

Iz (1) i (2) dobije se:

$$Q = I \cdot t = \sqrt{\frac{W}{R \cdot t}} \cdot t = \sqrt{\frac{W \cdot t^2}{R \cdot t}} = \sqrt{\frac{W \cdot t}{R}}. \quad (3)$$

Tada je ukupan naboj jednak:

$$N = \frac{Q}{e} = [\text{zbog(3)}] = \frac{1}{e} \cdot \sqrt{\frac{W \cdot t}{R}} = \frac{1}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \cdot \sqrt{\frac{900 \text{ J} \cdot 5 \text{ s}}{20 \Omega}} = 9.375 \cdot 10^{19}.$$

Vježba 002

U nekoj žici otpora 10Ω razvijena je toplina 600 J u vremenu 3 s . Naboj elektrona je 0.16 aC . Koliki je broj elektrona koji su za to vrijeme prošli presjekom žice?

Rezultat: $8.385 \cdot 10^{19}$.

Zadatak 003 (Vlado, gimnazija)

Kada se izvjestan broj jednakih otpornika spoji u seriju dobije se 100 puta veći otpor nego kad ih se spoji u paralelu. Koliko ima otpornika?

Rješenje 003

$$R_1 = R_2 = R_3 = \dots = R_n = R, \quad R_S / R_P = 100, \quad n = ?$$

Ukupni je otpor n serijskih spojenih vodiča:

$$R_S = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ukupni je otpor n paralelno spojenih vodiča:

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Budući da su svi otpori jednaki bit će:

$$R_S = n \cdot R,$$

$$\frac{1}{R_P} = \frac{n}{R} \Rightarrow R_P = \frac{R}{n}.$$

Serijski otpor je 100 puta veći od paralelnog:

$$R_S = 100 \cdot R_P,$$

$$n \cdot R = 100 \cdot \frac{R}{n} \Rightarrow [\text{množimo s } \frac{n}{R}] \Rightarrow n^2 = 100 \Rightarrow [\text{vadimo korijen}] \Rightarrow n = 10.$$

Ukupno ima 10 otpornika.

Vježba 003

Kada se izvjestan broj jednakih otpornika spoji u seriju dobije se 81 puta veći otpor nego kad ih se spoji u paralelu. Koliko ima otpornika?

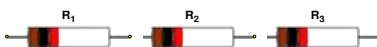
Rezultat: 9.

Zadatak 004 (Zlatko, gimnazija)

Tri jednaka otpornika prvo spojimo serijski, a zatim paralelno. Koliko je puta otpor serijske kombinacije veći od otpora paralelne kombinacije?

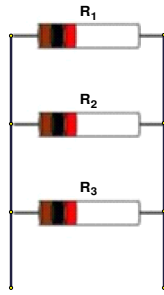
Rješenje 004

$$R_1 = R_2 = R_3 = R, \quad R_S / R_P = ?$$



Ukupni je otpor od 3 serijskih spojenih vodiča:

$$R_S = R_1 + R_2 + R_3.$$



Ukupni je otpor od 3 paralelno spojenih vodiča:

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

Budući da su otpornici jednaki vrijedi:

$$R_1 = R_2 = R_3 = R,$$

$$R_S = R + R + R = 3R,$$

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R} \Rightarrow R_P = \frac{R}{3}.$$

Omjer je jednak:

$$\frac{R_S}{R_P} = \frac{3R}{\frac{R}{3}} = \frac{9R}{R} = 9.$$

Vježba 004

Dva jednaka otpornika prvo spojimo serijski, a zatim paralelno. Koliko je puta otpor serijske kombinacije veći od otpora paralelne kombinacije?

Rezultat: 4.

Zadatak 005 (Ana, gimnazija)

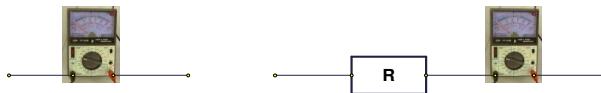
Mjerni instrument koji ima unutarnji otpor 30Ω pokazuje puni otklon kad njime teče struja 1 mA . Koliki predotpor treba s njime spojiti u seriju da bi mogao služiti kao voltmetar do 25 V ?

Rješenje 005

$$R_u = 30 \Omega, \quad I = 1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}, \quad U = 25 \text{ V}, \quad R = ?$$

Napon na mjernom instrumentu je:

$$U_1 = I \cdot R_u = 10^{-3} \text{ A} \cdot 30 \Omega = 0.03 \text{ V}.$$



Budući da želimo mjeriti napone do 25 V , povećanje mjernog područja iznosi:

$$n = \frac{U}{U_1} = \frac{25 \text{ V}}{0.03 \text{ V}} = 833.33.$$

Predotpor (šant) koji treba ugraditi u seriju s mjernim instrumentom ima vrijednost:

$$R = (n - 1) \cdot R_u = (833.33 - 1) \cdot 30 \Omega = 24969.9 \Omega.$$

Vježba 005

Mjerni instrument koji ima unutarnji otpor 30Ω pokazuje puni otklon kad njime teče struja 1 mA . Koliki predotpor treba s njime spojiti u seriju da bi mogao služiti kao voltmetar do 24 V ?

Rezultat: 23970Ω .

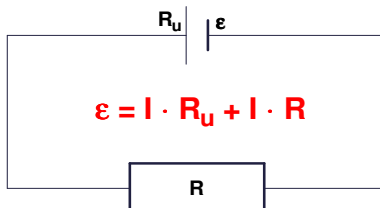
Zadatak 006 (Marko, gimnazija)

Na akumulator elektromotornog napona (elektromotorne sile) 6.0 V priključen je uređaj otpora 2.1 Ω i pri tome izmjerena jakost struje 2.8 A. Kolika bi bila jakost struje kada bi se umjesto navedenog uređaja priključio uređaj otpora 1.2 Ω ?

Rješenje 006

$$\varepsilon = 6.0 \text{ V}, \quad R = 2.1 \Omega, \quad I = 2.8 \text{ A}, \quad R_1 = 1.2 \Omega, \quad I_1 = ?$$

Kad je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutrašnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($U = I \cdot R$) u vanjskom krugu:



Oredimo unutarnji otpor akumulatora R_u :

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R \Rightarrow R_u = \frac{\varepsilon - I \cdot R}{I}.$$

Kada se priključi uređaj otpora R_1 vrijedi:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= I_1 \cdot R_u + I_1 \cdot R_1 \Rightarrow \varepsilon = I_1 \cdot (R_u + R_1) \Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon}{R_u + R_1} = \frac{\varepsilon}{\frac{\varepsilon - I \cdot R}{I} + R_1} = \\ &= \frac{\varepsilon \cdot I}{\varepsilon - I \cdot R + I \cdot R_1} = \frac{\varepsilon \cdot I}{\varepsilon + I \cdot (R_1 - R)} = \frac{6.0 \text{ V} \cdot 2.8 \text{ A}}{6.0 \text{ V} + 2.8 \text{ A} \cdot (1.2 \Omega - 2.1 \Omega)} = \frac{16.8 \text{ V} \cdot \text{A}}{6.0 \text{ V} - 2.52 \text{ V}} = 4.83 \text{ A}. \end{aligned}$$

Vježba 006

Na akumulator elektromotornog napona (elektromotorne sile) 8.0 V priključen je uređaj otpora 2.1 Ω i pri tome izmjerena jakost struje 2.8 A. Kolika bi bila jakost struje kada bi se umjesto navedenog uređaja priključio uređaj otpora 1.2 Ω ?

Rezultat: 4.09 A.

Zadatak 007 (Martin, gimnazija)

Bridovi kocke su vodiči otpora 1 Ω . Koliki je otpor između suprotnih vrhova kocke?

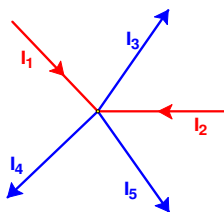
Rješenje 007

$$r = 1 \Omega, \quad R = ?$$

Uporabit ćemo I. Kirchhoffov zakon:

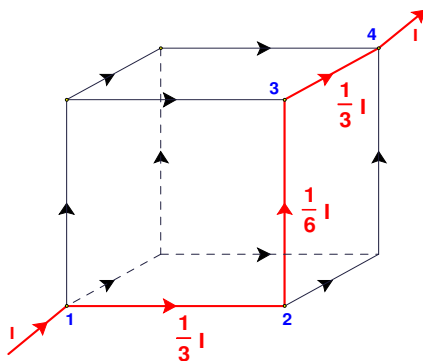
Algebarski zbroj struja u granama koje se sastaju u bilo kojoj čvornoj točki mreže jednak je nuli.

Strujama koje ulaze u čvornu točku pridružuje se, prema dogovoru, pozitivan predznak, a strujama koje iz nje izlaze, negativan.



$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

Promatramo jakost struje u pojedinim bridovima kocke.



Padovi napona su:

$$U_{14} = I \cdot R \quad , \quad U_{12} = \frac{1}{3} I \cdot r \quad , \quad U_{23} = \frac{1}{6} I \cdot r \quad , \quad U_{34} = \frac{1}{3} I \cdot r.$$

Napon na krajevima vodiča jednak je zbroju padova napona na pojedinim dijelovima vodiča:

$$U_{14} = U_{12} + U_{23} + U_{34} \quad (\text{ili neki drugi put})$$

$$I \cdot R = \frac{1}{3} I \cdot r + \frac{1}{6} I \cdot r + \frac{1}{3} I \cdot r \quad / : I \Rightarrow R = \frac{1}{3} r + \frac{1}{6} r + \frac{1}{3} r = \frac{5}{6} r = \frac{5}{6} \cdot 1 \Omega = \frac{5}{6} \Omega.$$

Vježba 007

Bridovi kocke su vodiči otpora 6Ω . Koliki je otpor između suprotnih vrhova kocke?

Rezultat: 5Ω .

Zadatak 008 (Petra, gimnazija)

Tri jednaka kondenzatora kapaciteta $30 \mu\text{F}$ spojena su u seriju i priključena na napon gradske mreže (220 V , 50 Hz). Koliki najmanji osigurač trebamo upotrijebiti, a da ne pregori?

Rješenje 008

$$C_1 = C_2 = C_3 = 30 \mu\text{F} = 30 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ F}, \quad U = 220 \text{ V}, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad I_0 = ?$$

Ukupni kapacitet od 3 serijski spojenih kondenzatora možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

Zato je

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{3}{C_1} \Rightarrow C = \frac{C_1}{3} = \frac{3 \cdot 10^{-5} \text{ F}}{3} = 10^{-5} \text{ F}.$$

Ohmov zakon za krug izmjenične struje glasi:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L \cdot \omega - \frac{1}{C \cdot \omega}\right)^2}},$$

gdje je:

- R radni otpor
- $R_L = L \cdot \omega$ induktivni otpor
- $R_C = \frac{1}{C \cdot \omega}$ kapacitivni otpor.

U zadatku je $R = R_L = 0$ pa slijedi

$$I = \frac{U}{\frac{1}{C \cdot \omega}} = U \cdot C \cdot \omega = U \cdot C \cdot 2\pi \cdot \nu.$$

Budući da za efektivnu vrijednost izmjenične struje vrijedi $I = 0.707 \cdot I_0$, gdje je I_0 najveća vrijednost struje, konačno dobije se:

$$0.707 \cdot I_0 = U \cdot C \cdot 2\pi \cdot \nu \Rightarrow I_0 = \frac{U \cdot C \cdot 2\pi \cdot \nu}{0.707} = \frac{220 \text{ V} \cdot 10^{-5} \text{ F} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \text{ Hz}}{0.707} \approx 1 \text{ A}.$$

Vježba 008

Tri jednaka kondenzatora kapaciteta $60 \mu\text{F}$ spojena su u seriju i priključena na napon gradske mreže (220 V, 50 Hz). Koliki najmanji osigurač trebamo upotrijebiti, a da ne pregori?

Rezultat: 2 A.

Zadatak 009 (Marvin, gimnazija)

Izvor struje priključimo jednom na otpornik otpora 0.64Ω , a drugi put na otpornik otpora 2.25Ω . U oba je slučaja snaga otpornika jednaka. Koliki je unutarnji otpor izvora?

Rješenje 009

$$R_1 = 0.64 \Omega, \quad R_2 = 2.25 \Omega, \quad R_u = ?$$

Budući da je u oba slučaja elektromotorna sila (izvor elektromotornog napona) jednaka, možemo pisati:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= I_1 \cdot (R_u + R_1) \\ \varepsilon_2 &= I_2 \cdot (R_u + R_2), \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_1 \cdot (R_u + R_1) = I_2 \cdot (R_u + R_2).$$

Iz uvjeta $P_1 = P_2$ (snaga otpornika jednaka) vrijedi:

$$I_1^2 \cdot R_1 = I_2^2 \cdot R_2.$$

Dobijemo sustav jednačbi:

$$\left. \begin{aligned} I_1 \cdot (R_u + R_1) &= I_2 \cdot (R_u + R_2) \\ I_1^2 \cdot R_1 &= I_2^2 \cdot R_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} I_1 \cdot (R_u + 0.64) &= I_2 \cdot (R_u + 2.25) \\ I_1^2 \cdot 0.64 &= I_2^2 \cdot 2.25 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} I_1 \cdot (R_u + 0.64) &= I_2 \cdot (R_u + 2.25) \\ \frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{2.25}{0.64} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} &= \sqrt{\frac{2.25}{0.64}} = \frac{1.5}{0.8} = \frac{15}{8} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{15}{8} \cdot I_2 \cdot (R_u + 0.64) = I_2 \cdot (R_u + 2.25) \quad / \cdot \frac{8}{I_2} \Rightarrow 15 \cdot (R_u + 0.64) = 8 \cdot (R_u + 2.25) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15 \cdot R_u + 9.6 = 8 \cdot R_u + 18 \Rightarrow 15 \cdot R_u - 8 \cdot R_u = 18 - 9.6 \Rightarrow 7 \cdot R_u = 8.4 \Rightarrow R_u = 1.2 \Omega.$$

Vježba 009

Izvor struje priključimo jednom na otpornik otpora $6.4 \cdot 10^{-1} \Omega$, a drugi put na otpornik otpora 2.25Ω . U oba je slučaja snaga otpornika jednaka. Koliki je unutarnji otpor izvora?

Rezultat: 1.2 Ω .

Zadatak 010 (Ana, gimnazija)

Iz komada žice konstantnog presjeka otpora 100Ω načinjen je prsten. U točkama koje dijele opseg prstena u omjeru 1 : 9 spojeni su vodiči kojima teče struja. Koliki je otpor između tih točaka?

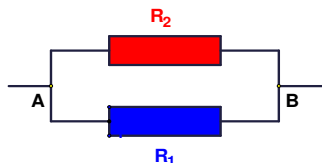
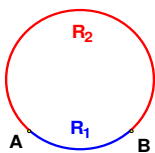
Rješenje 010

$$r = 100 \Omega, \quad R_1 : R_2 = 1 : 9, \quad R = ?$$

Otpor cijele žice konstantnog presjeka je $r = 100 \Omega$. Od žice je načinjen prsten i na njemu određene dvije točke koje dijele opseg prstena u omjeru 1 : 9. Označimo s R_1 i R_2 otpore kraćeg i duljeg dijela prstena.

Tada je:

$$\left. \begin{array}{l} R_1 + R_2 = r \\ R_1 : R_2 = 1 : 9 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R_1 + R_2 = 100 \\ R_2 = 9 \cdot R_1 \end{array} \right\} \Rightarrow R_1 + 9 \cdot R_1 = 100 \Rightarrow 10 \cdot R_1 = 100 \Rightarrow R_1 = 10 \Omega \Rightarrow R_2 = 90 \Omega.$$



Ukupan otpor što ga pružaju 2 vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \Omega \cdot 90 \Omega}{10 \Omega + 90 \Omega} = 9 \Omega.$$

Vježba 010

Iz komada žice konstantnog presjeka otpora 10Ω načinjen je prsten. U točkama koje dijele opseg prstena u omjeru $1 : 9$ spojeni su vodiči kojima teče struja. Koliki je otpor između tih točaka?

Rezultat: 0.9Ω .

Zadatak 011 (Mario, gimnazija)

Žarulja od 40 W povezana je usporedno sa žaruljom od 25 W i priključena na gradsku mrežu od 220 V . Koliki je ukupni otpor?

Rješenje 011

$$P_1 = 40 \text{ W}, \quad P_2 = 25 \text{ W}, \quad U = 220 \text{ V}, \quad R = ?$$

Označimo otpor prve žarulje sa R_1 , a druge sa R_2 . Budući da su povezane usporedno, ukupni otpor bit će:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Iz formule za snagu dobije se traženi otpor:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = \frac{U^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{U^2}{P_1} \\ P_2 = \frac{U^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{U^2}{P_2} \end{array} \right\} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\frac{U^2}{P_1} \cdot \frac{U^2}{P_2}}{\frac{U^2}{P_1} + \frac{U^2}{P_2}} = \frac{\frac{U^4}{P_1 \cdot P_2}}{\frac{U^2 \cdot P_2 + U^2 \cdot P_1}{P_1 \cdot P_2}} = \frac{U^4}{U^2 \cdot (P_1 + P_2)} = \frac{U^2}{P_1 + P_2} = \frac{(220 \text{ V})^2}{40 \text{ W} + 25 \text{ W}} = 745 \Omega.$$

Vježba 011

Žarulja od 30 W povezana je usporedno sa žaruljom od 20 W i priključena na gradsku mrežu od 220 V . Koliki je ukupni otpor?

Rezultat: 968Ω .

Zadatak 012 (Ivana, gimnazija)

Klizni otpornik od $6 \text{ k}\Omega$ priključen je na napon 220 V . Klizač je postavljen tako da dijeli otpor u omjeru $2 : 1$. Koliki će pad napona izmjeriti voltmetar unutarnjeg otpora $20 \text{ k}\Omega$ na kraćem dijelu otpornika?

Rješenje 012

$$R = 6 \text{ k}\Omega = 6000 \Omega, \quad U = 220 \text{ V}, \quad R_1 : R_2 = 2 : 1, \quad r = 20 \text{ k}\Omega = 20000 \Omega, \quad U_2 = ?$$

Budući da je klizač postavljen tako da dijeli otpor u omjeru $2 : 1$, dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} R = 6000 \Omega, \quad R_1 + R_2 = R \\ R_1 : R_2 = 2 : 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R_1 = 4000 \Omega \\ R_2 = 2000 \Omega \end{array} \right.$$

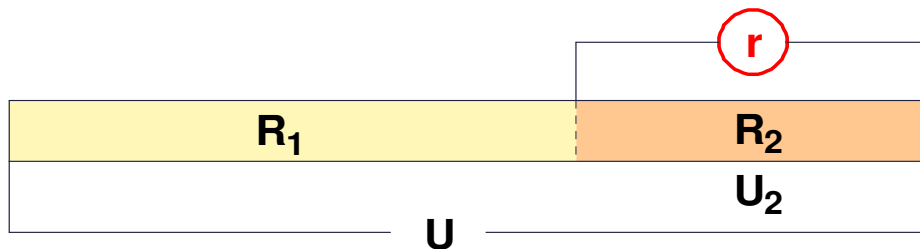
Ukupni otpor na kraćem dijelu otpornika je:

$$\frac{1}{R_{2r}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{r} \Rightarrow R_{2r} = \frac{r \cdot R_2}{r + R_2} \quad (\text{paralelni spoj}).$$

Uporabom Ohmovog zakona izračunamo jakost struje:

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2 r}$$

Pad napona na kraćem dijelu otpornika poprima vrijednost:



$$U_2 = I \cdot R_2 r = \frac{U}{R_1 + R_2 r} \cdot R_2 r = \frac{U}{R_1 + \frac{r \cdot R_2}{r + R_2}} \cdot \frac{r \cdot R_2}{r + R_2} =$$

$$= \frac{220 \text{ V}}{4000 \Omega + \frac{20000 \Omega \cdot 2000 \Omega}{20000 \Omega + 2000 \Omega}} \cdot \frac{20000 \Omega \cdot 2000 \Omega}{20000 \Omega + 2000 \Omega} = 69 \text{ V.}$$

Vježba 012

Klizni otpornik od 6 kΩ priključen je na napon 110 V. Klizač je postavljen tako da dijeli otpor u omjeru 2 : 1. Koliki će pad napona izmjeriti voltmetar unutaršnjeg otpora 20 kΩ na kraćem dijelu otpornika?

Rezultat: 34 V.

Zadatak 013 (Natalija, gimnazija)

Kondenzator kapaciteta 1000 μF nabija se konstantnom strujom od 10 mA. Koliko je vremena potrebno da se kondenzator nabije na napon od 40 V?

Rješenje 013

$$C = 1000 \mu\text{F} = 1000 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 10^{-3} \text{ F}, \quad I = 10 \text{ mA} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 10^{-2} \text{ A}, \quad U = 40 \text{ V}, \quad t = ?$$



$$\left. \begin{array}{l} C = \frac{Q}{U} \\ I = \frac{Q}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Q = C \cdot U \\ Q = I \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow I \cdot t = C \cdot U \Rightarrow t = \frac{C \cdot U}{I} \Rightarrow t = \frac{10^{-3} \text{ F} \cdot 40 \text{ V}}{10^{-2} \text{ A}} = 4 \text{ s.}$$

Vježba 013

Kondenzator kapaciteta 1000 μF nabija se konstantnom strujom od 10 mA. Koliko je vremena potrebno da se kondenzator nabije na napon od 80 V?

Rezultat: 8 s.

Zadatak 014 (Ana, gimnazija)

Kad na bateriju spojimo usporedno dva otpornika, svaki otpora 2 Ω, krugom teče struja jakosti 3 A. Ako otpornike spojimo serijski, krugom teče struja 1.2 A. Koliki je unutarnji otpor baterije?

Rješenje 014

$$R_1 = R_2 = 2 \Omega, \quad I_1 = 3 \text{ A}, \quad I_2 = 1.2 \text{ A}, \quad R_u = ?$$

Kada su otpornici spojeni usporedno (paralelno), vrijedi:

$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \Omega \cdot 2 \Omega}{2 \Omega + 2 \Omega} = 1 \Omega \Rightarrow \varepsilon = I_1 \cdot R_u + I_1 \cdot R_p.$$

Kada su otpornici spojeni serijski, vrijedi:

$$R_s = R_1 + R_2 = 2 \Omega + 2 \Omega = 4 \Omega \Rightarrow \varepsilon = I_2 \cdot R_u + I_2 \cdot R_s.$$

Unutarnji otpor baterije iznosi:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= I_1 \cdot R_u + I_1 \cdot R_p \\ \varepsilon &= I_2 \cdot R_u + I_2 \cdot R_s \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_1 \cdot R_u + I_1 \cdot R_p = I_2 \cdot R_u + I_2 \cdot R_s \Rightarrow I_1 \cdot R_u - I_2 \cdot R_u = I_2 \cdot R_s - I_1 \cdot R_p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_u \cdot (I_1 - I_2) = I_2 \cdot R_s - I_1 \cdot R_p \Rightarrow R_u = \frac{I_2 \cdot R_s - I_1 \cdot R_p}{I_1 - I_2} = \frac{1.2 \text{ A} \cdot 4 \Omega - 3 \text{ A} \cdot 1 \Omega}{3 \text{ A} - 1.2 \text{ A}} = \frac{4.8 \text{ A} \cdot \Omega - 3 \text{ A} \cdot \Omega}{1.8 \text{ A}} = 1 \Omega.$$

Vježba 014

Kad na bateriju spojimo usporedno dva otpornika, svaki otpora 2Ω , krugom teče struja jakosti 6 A . Ako otpornike spojimo serijski, krugom teče struja 2.4 A . Koliki je unutarnji otpor baterije?

Rezultat: 1Ω .

Zadatak 015 (Ana, gimnazija)

Izvor struje priključimo jednom na otpornik otpora 0.64Ω , a drugi put na otpornik otpora 2.25Ω . U oba je slučaja snaga na otpornicima jednaka. Koliki je unutarnji otpor?

Rješenje 015

$$R_1 = 0.64 \Omega, \quad R_2 = 2.25 \Omega, \quad P_1 = P_2, \quad R_u = ?$$

Budući da je u oba slučaja snaga na otpornicima jednaka, slijedi:



$$P_1 = P_2 \Rightarrow I_1^2 \cdot R_1 = I_2^2 \cdot R_2 \Rightarrow \frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \left(\frac{I_1}{I_2} \right)^2 = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = \sqrt{\frac{2.25 \Omega}{0.64 \Omega}} = \sqrt{\frac{2.25}{0.64}} = \frac{1.5}{0.8} = \frac{15}{8}.$$

Unutarnji otpor izvora iznosi:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= I_1 \cdot R_u + I_1 \cdot R_1 \\ \varepsilon &= I_2 \cdot R_u + I_2 \cdot R_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_1 \cdot R_u + I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_u + I_2 \cdot R_2 \Rightarrow I_1 \cdot R_u - I_2 \cdot R_u = I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_u \cdot (I_1 - I_2) = I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1 \Rightarrow R_u = \frac{I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1}{I_1 - I_2} = \frac{R_2 - \frac{I_1}{I_2} \cdot R_1}{\frac{I_1}{I_2} - 1} =$$

$$= \frac{2.25 \Omega - \frac{15}{8} \cdot 0.64 \Omega}{\frac{15}{8} - 1} = \frac{2.25 \Omega - 1.2 \Omega}{0.875} = 1.2 \Omega.$$

Vježba 015

Izvor struje priključimo jednom na otpornik otpora 1Ω , a drugi put na otpornik otpora 4Ω . U oba je slučaja snaga na otpornicima jednaka. Koliki je unutarnji otpor?

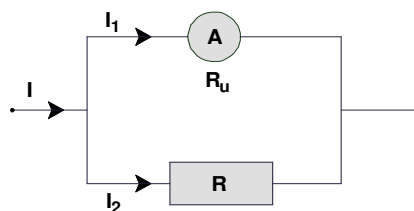
Rezultat: 2Ω .

Zadatak 016 (Mario, tehnička škola)

Miliampermetar unutarnjeg otpora 6Ω pokazuje kod punog otklona kazaljke struju jakosti 3 mA . Istim instrumentom želimo izmjeriti struju jakosti 100 mA . Koliki je otpor odgovarajućeg porednog otpora?

Rješenje 016

$$R_u = 6 \Omega, \quad I_1 = 3 \text{ mA} = 0.003 \text{ A}, \quad I = 100 \text{ mA} = 0.1 \text{ A}, \quad R = ?$$



Zbog prvog Kirchhoffovog zakona vrijedi:

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I_2 = I - I_1.$$

Budući da su miliampermetar i poredni otpornik paralelno vezani, imaju jednake padove napona:

$$I_1 \cdot R_u = I_2 \cdot R \Rightarrow R = \frac{I_1 \cdot R_u}{I_2} = \frac{I_1 \cdot R_u}{I - I_1} = \frac{0.003 \text{ A} \cdot 6 \Omega}{0.1 \text{ A} - 0.003 \text{ A}} = 0.186 \Omega.$$

Vježba 016

Miliampermetar unutarnjeg otpora 8Ω pokazuje kod punog odklona kazaljke struju jakosti 3 mA . Istim instrumentom želimo izmjeriti struju jakosti 100 mA . Koliki je otpor odgovarajućeg porednog otpora?

Rezultat: 0.247Ω .

Zadatak 017 (Ivan, gimnazija)

Koliko elektrona prođe kroz poprečni presjek vodiča površine 2 mm^2 za 80 s , ako je gustoća struje u vodiču 50 A/cm^2 ? (Naboj elektrona je $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 017

$$S = 2 \text{ mm}^2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2, \quad t = 80 \text{ s}, \quad J = 50 \text{ A/cm}^2 = 5 \cdot 10^5 \text{ A/m}^2, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad N = ?$$

Uporabit ćemo formule za:

$$I = \frac{Q}{t} \text{ jakost struje}, \quad J = \frac{I}{S} \text{ gustoću struje}, \quad Q = N \cdot e \text{ kvantizaciju naboja}$$

Računamo broj elektrona:

$$J = \frac{I}{S} \Rightarrow \left[I = \frac{Q}{t} \right] \Rightarrow J = \frac{Q}{S \cdot t} \Rightarrow [Q = N \cdot e] \Rightarrow J = \frac{N \cdot e}{S \cdot t} \Rightarrow S \cdot t \cdot J = N \cdot e \Rightarrow N = \frac{S \cdot t \cdot J}{e} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 80 \text{ s} \cdot 5 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 5 \cdot 10^{20} \text{ elektrona.}$$

Vježba 017

Koliko elektrona prođe kroz poprečni presjek vodiča površine 2 mm^2 za 80 s , ako je gustoća struje u vodiču 5 A/cm^2 ? (Naboj elektrona je $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rezultat: $5 \cdot 10^{19}$ elektrona.

Zadatak 018 (Marko, gimnazija)

Na dvije jednake i usporedno vezane baterije od 4.5 V priključen je otpornik otpora 10Ω , a struja je 0.375 A . Kolika je jakost struje ako je otpornik otpora 10Ω uključen samo na jednu bateriju?

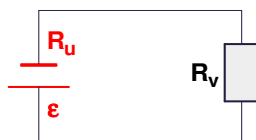
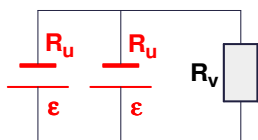
Rješenje 018

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon = 4.5 \text{ V}, \quad R_v = 10 \Omega, \quad I = 0.375 \text{ A}, \quad I_1 = ?$$

Ponovimo! Ako usporedno spajamo jednake izvore struje kojih ima n , tada je: $I = \frac{\varepsilon}{\frac{R_u}{n} + R_v}$.

Budući da su dvije baterije jednake i usporedno (paralelno) vezane, slijedi:

$$I = \frac{\varepsilon}{\frac{R_u}{2} + R_v} \Rightarrow I \cdot \left(\frac{R_u}{2} + R_v \right) = \varepsilon \Rightarrow I \cdot \frac{R_u}{2} + I \cdot R_v = \varepsilon \Rightarrow I \cdot \frac{R_u}{2} = \varepsilon - I \cdot R_v \Rightarrow R_u = 2 \cdot \left(\frac{\varepsilon}{I} - R_v \right).$$



Kada je otpornik uključen samo na jednu bateriju jakost struje iznosi:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_v + R_u} = \frac{\varepsilon}{R_v + 2 \cdot \left(\frac{\varepsilon}{I} - R_v \right)}$$

$$= \frac{\varepsilon}{R_v + 2 \cdot \frac{\varepsilon}{I} - 2 \cdot R_v} = \frac{\varepsilon}{2 \cdot \frac{\varepsilon}{I} - R_v} = \frac{4.5 \text{ V}}{2 \cdot \frac{4.5 \text{ V}}{0.375 \text{ A}} - 10 \Omega} = 0.3214 \text{ A}.$$

Vježba 018

Na dvije jednake i usporedno vezane baterije od 4.5 V priključen je otpornik otpora 20Ω , a struja je 0.375 A. Kolika je jakost struje ako je otpornik otpora 20Ω uključen samo na jednu bateriju?

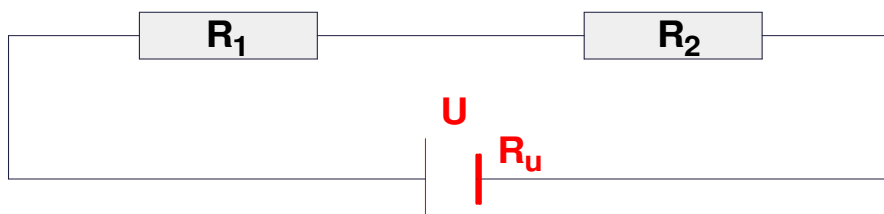
Rezultat: 1.125 A.

Zadatak 019 (Fric, gimnazija)

Otpornici od 15Ω i 5Ω spojeni su serijski i priključeni na izvor elektromotorne sile od 12 V i unutarnjeg otpora 1Ω . Kolika je snaga koju daje izvor?

Rješenje 019

$$R_1 = 15 \Omega, \quad R_2 = 5 \Omega, \quad U = 12 \text{ V}, \quad R_u = 1 \Omega, \quad P = ?$$



Budući da su otpornici spojeni serijski, vanjski otpor jednak je:

$$R_v = R_1 + R_2 = 15 \Omega + 5 \Omega = 20 \Omega.$$

Jakost struje dobije se iz Ohmovog zakona:

$$I = \frac{U}{R_u + R_v}.$$

Snaga koju daje izvor iznosi:

$$P = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R_u + R_v} = \frac{U^2}{R_u + R_v} = \frac{(12 \text{ V})^2}{1 \Omega + 20 \Omega} = \frac{144 \text{ V}^2}{21 \Omega} = 6.86 \text{ W}.$$

Vježba 019

Otpornici od 30Ω i 5Ω spojeni su serijski i priključeni na izvor elektromotorne sile od 12 V i unutarnjeg otpora 1Ω . Kolika je snaga koju daje izvor?

Rezultat: 4 W.

Zadatak 020 (Fric, gimnazija)

Lokomotiva se giba brzinom 36 km/h i razvija prosječnu vučnu silu od 50 kN. Nađi jakost struje koja prolazi motorom ako je na njemu napon 500 V.

Rješenje 020

$$v = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \quad F = 50 \text{ kN} = 5 \cdot 10^4 \text{ N}, \quad U = 500 \text{ V}, \quad I = ?$$



Uporabit ćemo izraze za snagu:

- $P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot \frac{s}{t} = F \cdot v$, snaga lokomotive zbog vučne sile i brzine
- $P = U \cdot I$, snaga kojom se u motoru električna energija pretvara u mehaničku energiju

Jakost struje iznosi:

$$U \cdot I = F \cdot v \Rightarrow I = \frac{F \cdot v}{U} = \frac{5 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{500 \text{ V}} = 1000 \text{ A} = 1 \text{ kA}.$$

Vježba 020

Lokomotiva se giba brzinom 36 km/h i razvija prosječnu vučnu silu od 150 kN. Nađi jakost struje koja prolazi motorom ako je na njemu napon 500 V.

Rezultat: 3000 A = 3 kA.