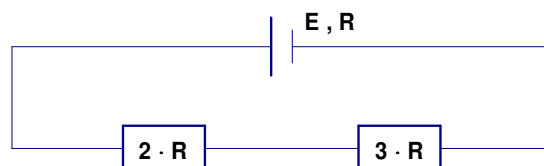


Zadatak 101 (Luka, gimnazija)

Dva otpornika, otpora $2 \cdot R$ i $3 \cdot R$, spojena su serijski s baterijom elektromotornoga napona $E = 30 \text{ V}$ i unutrašnjega otpora R kako je prikazano na slici. Koliko iznosi napon na otporniku $2 \cdot R$?

- A) 5 V B) 10 V C) 20 V D) 30 V

**Rješenje 101**

$$R_1 = 2 \cdot R, \quad R_2 = 3 \cdot R, \quad E = 30 \text{ V}, \quad R_u = R, \quad U_1 = ?$$

Ukupni je otpor od n serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R.$$

Kada je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutrašnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($I \cdot R_v$) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v).$$

Budući da su otpori R_1 i R_2 spojeni serijski, njihov ekvivalentni otpor R_e iznosi:

$$R_e = R_1 + R_2 \Rightarrow R_e = 2 \cdot R + 3 \cdot R \Rightarrow R_e = 5 \cdot R.$$

Struja u krugu ima vrijednost:

$$I = \frac{E}{R_u + R_e} \Rightarrow I = \frac{E}{R + 5 \cdot R} \Rightarrow I = \frac{E}{6 \cdot R}.$$

Napon U_1 na otporniku R_1 iznosi:

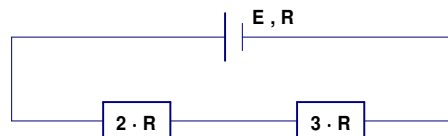
$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{E}{6 \cdot R}, \quad R_1 = 2 \cdot R \\ U_1 = I \cdot R_1 \end{array} \right\} \Rightarrow U_1 = \frac{E}{6 \cdot R} \cdot 2 \cdot R \Rightarrow U_1 = \frac{E}{6 \cdot R} \cdot 2 \cdot R \Rightarrow U_1 = \frac{E}{6} \cdot 2 = \frac{30 \text{ V}}{6} \cdot 2 = 10 \text{ V}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 101

Dva otpornika, otpora $2 \cdot R$ i $3 \cdot R$, spojena su serijski s baterijom elektromotornoga napona $E = 30 \text{ V}$ i unutrašnjega otpora R kako je prikazano na slici. Koliko iznosi napon na otporniku $3 \cdot R$?

- A) 10 V B) 15 V C) 25 V D) 30 V



Rezultat: B.

Zadatak 102 (Jelena, srednja škola)

Kroz električno glačalo s otporom 20Ω prolazi struja jakosti 5 A . Kolika toplina će nastati u glačalu za 30 sekundi?

Rješenje 102

$$R = 20 \Omega, \quad I = 5 \text{ A}, \quad t = 30 \text{ s}, \quad W = ?$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije u nekom trošilu za vrijeme t jednaka je

$$E = I^2 \cdot R \cdot t,$$

gdje je R otpor tog trošila, a I jakost struje.

Budući da slobodni elektroni pritom obavljaju rad na atomima u otporniku, izazivajući njihovo gibanje (titranje), kaže se da je to rad u strujnom krugu ili rad električne struje. Rad obično izražavamo znakom W pa se piše

$$W = I^2 \cdot R \cdot t.$$

Količina topline koja nastane u glačalu iznosi:

$$W = I^2 \cdot R \cdot t = (5 \text{ A})^2 \cdot 20 \text{ } \Omega \cdot 30 \text{ s} = 15000 \text{ J} = 15 \text{ kJ} = 1.5 \cdot 10^4 \text{ J}.$$



Vježba 102

Kroz električno glačalo s otporom $40 \text{ } \Omega$ prolazi struja jakosti 5 A . Kolika topline će nastati u glačalu za 15 sekundi?

Rezultat: 15 kJ.

Zadatak 103 (Ante, elektrotehnička škola)

Dva otpornika, s otporima $R_1 = 10 \text{ } \Omega$ i $R_2 = 40 \text{ } \Omega$, spojena su u seriju i priključena na izvor napona $U = 200 \text{ V}$.

- Koliki je ukupni električni otpor?
- Kolika je jakost struje kroz otpornike?
- Koliki je napon na krajevima prvog i drugog otpornika?
- Kolika se električna snaga troši na svakom pojedinom otporniku?
- Kolika se ukupna električna snaga troši pri prolazu kroz oba otpornika?

Rješenje 103

$$R_1 = 10 \text{ } \Omega, \quad R_2 = 40 \text{ } \Omega, \quad U = 200 \text{ V}, \quad R = ?, \quad I = ?, \quad U_1 = ?, \quad U_2 = ?, \quad P_1 = ?, \quad P_2 = ?, \quad P = ?$$

Ukupni otpor R što ga pruža n vodiča spojenih u seriju možemo naći iz izraza

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i.$$

Ukupni otpor jednak je zbroju otpora serijski vezanih otpornika.

Ako je otpor R vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R}.$$

Jakost struje u vodiču razmjerna je naponu između dviju točaka vodiča.

Pad napona U na nekom otporniku otpora R razmjernan je jakosti struje I i otporu.

$$U = I \cdot R.$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je:

$$P = U \cdot I, \quad P = I^2 \cdot R, \quad P = \frac{U^2}{R}.$$

a)

Ukupni otpor R dva serijski spojena otpornika otpora R_1 i R_2 iznosi:

$$R = R_1 + R_2 = 10 \text{ } \Omega + 40 \text{ } \Omega = 50 \text{ } \Omega.$$

b)

Budući da je napon na krajevima serije jednak naponu izvora U , a ukupni je otpor serije R , jakost struje I dobije se uporabom Ohmova zakona:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{200 \text{ V}}{50 \Omega} = 4 \text{ A}.$$

c)

Računamo pad napona U_1 na otporniku otpora R_1 kojim teče struja I . Pomoću Ohmova zakona dobije se pad napona U_1 na krajevima prvog otpornika otpora R_1 .

$$U_1 = I \cdot R_1 = 4 \text{ A} \cdot 10 \Omega = 40 \text{ V}.$$

Računamo pad napona U_2 na otporniku otpora R_2 kojim teče struja I . Pomoću Ohmova zakona dobije se pad napona U_2 na krajevima drugog otpornika otpora R_2 .

$$U_2 = I \cdot R_2 = 4 \text{ A} \cdot 40 \Omega = 160 \text{ V}.$$

Uočimo da je

$$\left. \begin{array}{l} U = 200 \text{ V} \\ U_1 = 40 \text{ V} \\ U_2 = 160 \text{ V} \end{array} \right\} \Rightarrow U = U_1 + U_2.$$

Pri serijskom spajanju vodiča kroz sve vodiče teče struja iste jakosti, a ukupni napon jednak je zbroju padova napona na pojedinim vodičima.

d)

Električnu snagu P_1 koju troši prvi otpornik otpora R_1 možemo izračunati na više načina:

- $P_1 = I \cdot U_1 = 4 \text{ A} \cdot 40 \text{ V} = 160 \text{ W}$
- $P_1 = I^2 \cdot R_1 = (4 \text{ A})^2 \cdot 10 \Omega = 160 \text{ W}$
- $P_1 = \frac{U_1^2}{R_1} = \frac{(40 \text{ V})^2}{10 \Omega} = 160 \text{ W}.$

Električnu snagu P_2 koju troši drugi otpornik otpora R_2 možemo izračunati na više načina:

- $P_2 = I \cdot U_2 = 4 \text{ A} \cdot 160 \text{ V} = 640 \text{ W}$
- $P_2 = I^2 \cdot R_2 = (4 \text{ A})^2 \cdot 40 \Omega = 640 \text{ W}$
- $P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{(160 \text{ V})^2}{40 \Omega} = 640 \text{ W}.$

e)

Ukupna električna snaga P (snaga koju troši serija od dva otpornika) iznosi:

- $P = I \cdot U = 4 \text{ A} \cdot 200 \text{ V} = 800 \text{ W}$
- $P = I^2 \cdot R = (4 \text{ A})^2 \cdot 50 \Omega = 800 \text{ W}$
- $P = \frac{U^2}{R} = \frac{(200 \text{ V})^2}{50 \Omega} = 800 \text{ W}.$

Uočimo da je

$$\left. \begin{array}{l} P = 800 \text{ W} \\ P_1 = 160 \text{ W} \\ P_2 = 640 \text{ W} \end{array} \right\} \Rightarrow P = P_1 + P_2.$$

Ukupna električna snaga jednaka je zbroju snaga pojedinih otpornika.

Vježba 103

Dva otpornika, s otporima $R_1 = 5 \Omega$ i $R_2 = 20 \Omega$, spojena su u seriju i priključena na izvor napona $U = 100 \text{ V}$. Kolika je jakost struje kroz otpornike?

Rezultat: 4 A.

Zadatak 104 (Ante, elektrotehnička škola)

Dva otpornika, s otporima $R_1 = 10 \Omega$ i $R_2 = 40 \Omega$, spojena su u paralelu i priključena na izvor napona. Napon na krajevima otpornika iznosi $U = 200 \text{ V}$.

- Koliki je ukupni električni otpor?
- Kolika je jakost struje kroz svaki pojedini otpornik, a kolika kroz cijeli strujni krug?
- Kolika je električna snaga svakog pojedinog otpornika? Kolika je ukupna električna snaga?

Rješenje 104

$$R_1 = 10 \Omega, \quad R_2 = 40 \Omega, \quad U = 200 \text{ V}, \quad R = ?, \quad I_1 = ?, \quad I_2 = ?, \quad I = ?, \quad P_1 = ?, \quad P_2 = ?, \quad P = ?$$

Ukupni otpor R što ga pruža n vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti paralelno vezanih otpornika.

Ako je otpor R vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R}.$$

Jakost struje u vodiču razmjerna je naponu između dviju točaka vodiča.

Pri paralelnom spajanju vodiča zbroj jakosti struja u svim granama jednak je jakosti struje prije i poslije grananja.

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = \sum_{i=1}^n I_i.$$

Pri paralelnom spajanju vodiča pad napona na krajevima svih vodiča koji su spojeni u paralelu jednak je

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n.$$

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3 = \dots = I_n \cdot R_n.$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je:

$$P = U \cdot I, \quad P = I^2 \cdot R, \quad P = \frac{U^2}{R}.$$

a)

Ukupni otpor R dva paralelno spojena otpornika otpora R_1 i R_2 iznosi:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \Omega \cdot 40 \Omega}{10 \Omega + 40 \Omega} = 8 \Omega.$$

b)

Jakost struje I_1 u prvom otporniku otpora R_1 dobije se uporabom Ohmova zakona:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{200 \text{ V}}{10 \Omega} = 20 \text{ A}.$$

Jakost struje I_2 u drugom otporniku otpora R_2 dobije se uporabom Ohmova zakona:

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{200 \text{ V}}{40 \Omega} = 5 \text{ A}.$$

Ukupna jakost struje I u strujnom krugu otpora R dobije se uporabom Ohmova zakona.

$$I = \frac{U}{R} = \frac{200 \text{ V}}{8 \Omega} = 25 \text{ A}.$$

Uočimo da je

$$\left. \begin{array}{l} I = 25 \text{ A} \\ I_1 = 20 \text{ A} \\ I_2 = 5 \text{ A} \end{array} \right\} \Rightarrow I = I_1 + I_2.$$

c)

Električnu snagu P_1 koju troši prvi otpornik otpora R_1 možemo izračunati na više načina:

- $P_1 = I_1 \cdot U = 20 \text{ A} \cdot 200 \text{ V} = 4000 \text{ W}$
- $P_1 = I_1^2 \cdot R_1 = (20 \text{ A})^2 \cdot 10 \Omega = 4000 \text{ W}$
- $P_1 = \frac{U^2}{R_1} = \frac{(200 \text{ V})^2}{10 \Omega} = 4000 \text{ W}.$

Električnu snagu P_2 koju troši drugi otpornik otpora R_2 možemo izračunati na više načina:

- $P_2 = I_2 \cdot U = 5 \text{ A} \cdot 200 \text{ V} = 1000 \text{ W}$
- $P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = (5 \text{ A})^2 \cdot 40 \Omega = 1000 \text{ W}$
- $P_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{(200)^2}{40 \Omega} = 1000 \text{ W}.$

Ukupnu električnu snagu P (snagu koju troši paralelni spoj dva otpornika) možemo izračunati na više načina:

- $P = I \cdot U = 25 \text{ A} \cdot 200 \text{ V} = 5000 \text{ W}$
- $P = I^2 \cdot R = (25 \text{ A})^2 \cdot 8 \Omega = 5000 \text{ W}$
- $P = \frac{U^2}{R} = \frac{(200 \text{ V})^2}{8 \Omega} = 5000 \text{ W}.$

Uočimo da je

$$\left. \begin{array}{l} P = 5000 \text{ W} \\ P_1 = 4000 \text{ W} \\ P_2 = 1000 \text{ W} \end{array} \right\} \Rightarrow P = P_1 + P_2.$$

Ukupna snaga jednaka je zbroju snaga pojedinih otpornika.

Vježba 104

Dva otpornika, s otporima $R_1 = 5 \Omega$ i $R_2 = 20 \Omega$, spojena su u paralelu i priključena na izvor napona. Napon na krajevima otpornika iznosi $U = 100 \text{ V}$. Kolika je jakost struje kroz cijeli strujni krug?

Rezultat: 25 A.

Zadatak 105 (Marin, elektrotehnička škola)

Kada se dva jednaka otpornika spoje u seriju i priključe na izvor struje snaga im je 20 W. Odredi snagu otpornika kada su spojeni paralelno (usporedno) i priključeni na isti izvor.

Rješenje 105

$$R_1 = R_2 = R, \quad P_S = 20 \text{ W}, \quad P_P = ?$$

Ukupni otpor R što ga pruža n vodiča spojenih u seriju možemo naći iz izraza

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i.$$

Ukupni otpor jednak je zbroju otpora serijski vezanih otpornika.

Ukupni otpor R što ga pruža n vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti paralelno vezanih otpornika.

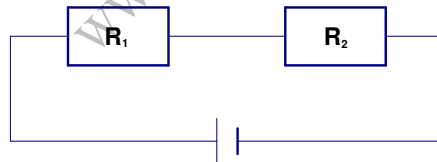
Ako je otpor R vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R}.$$

Jakost struje u vodiču razmjerna je naponu između dviju točaka vodiča.

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je:

$$P = U \cdot I.$$



Kada su otpornici spojeni serijski, imamo:

- ekvivalentni otpor

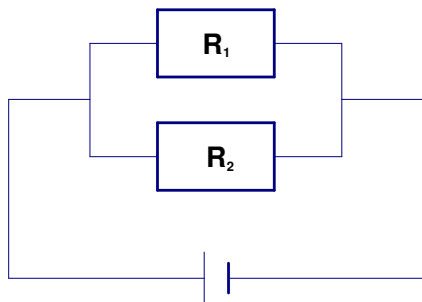
$$R_S = R_1 + R_2 \Rightarrow R_S = R + R \Rightarrow R_S = 2 \cdot R.$$

- jakost struje

$$I = \frac{U}{R_S} \Rightarrow I = \frac{U}{2 \cdot R}.$$

- snagu serijskog spoja

$$P_S = U \cdot I \Rightarrow P_S = U \cdot \frac{U}{2 \cdot R} \Rightarrow P_S = \frac{U^2}{2 \cdot R}.$$



Kada su otpornici spojeni usporedno (paralelno), imamo:

- ekvivalentni otpor

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_P} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_P} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_P = \frac{R}{2}$$

- jakost struje

$$I = \frac{U}{R_P} \Rightarrow I = \frac{U}{\frac{R}{2}} \Rightarrow I = \frac{2 \cdot U}{R}$$

- snagu paralelnog (usporednog) spoja

$$P_P = U \cdot I \Rightarrow P_P = U \cdot \frac{2 \cdot U}{R} \Rightarrow P_P = \frac{2 \cdot U^2}{R}$$

Iz sustava jednadžbi izračunamo snagu paralelnog spoja.

$$\left. \begin{array}{l} P_P = \frac{2 \cdot U^2}{R} \\ P_S = \frac{U^2}{2 \cdot R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{P_P}{P_S} = \frac{\frac{2 \cdot U^2}{R}}{\frac{U^2}{2 \cdot R}} \Rightarrow \frac{P_P}{P_S} = \frac{2 \cdot U^2}{R} \cdot \frac{2 \cdot R}{U^2} \Rightarrow \frac{P_P}{P_S} = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P_P}{P_S} = 4 \cdot P_S \Rightarrow P_P = 4 \cdot P_S = 4 \cdot 20 \text{ W} = 80 \text{ W}$$

Uoči da je snaga u paralelnom spoju 4 puta veća nego u serijskom spoju istih otpornika i istog izvora.

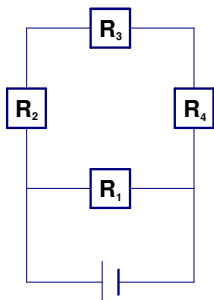
Vježba 105

Kada se dva jednaka otpornika spoje u seriju i priključe na izvor struje snaga im je 10 W. Odredi snagu otpornika kada su spojeni paralelno (usporedno) i priključeni na isti izvor.

Rezultat: 40 W.

Zadatak 106 (Ivan, strojarska škola)

U strujnom krugu koji je prikazan na slici nalaze se četiri jednaka otpornika, otpora $R = 10 \Omega$. Odredi jakost struje kroz cijeli strujni krug, ako je pad napona na izvoru jednak 9 V.



Rješenje 106

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R = 10 \Omega, \quad U = 9 \text{ V}, \quad I = ?$$

Ukupni otpor R što ga pruža n vodiča spojenih u seriju možemo naći iz izraza

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i.$$

Ukupni otpor jednak je zbroju otpora serijski vezanih otpornika.

Ukupni otpor R što ga pruža n vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

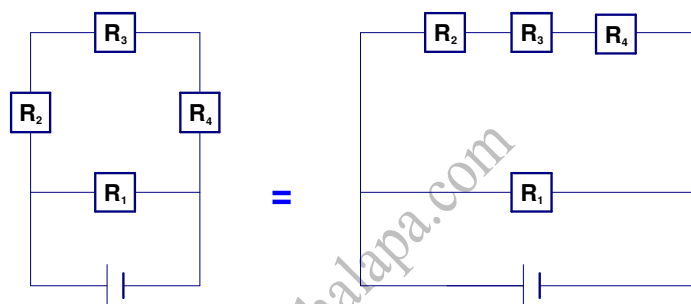
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti paralelno vezanih otpornika.

Ako je otpor R vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R}.$$

Jakost struje u vodiču razmjerna je naponu između dviju točaka vodiča.

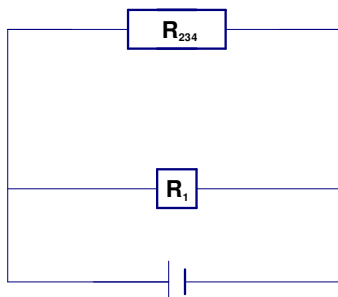


Uočimo da se spoj otpornika sastoji od dvije grane koje su paralelno spojene. Prvu granu čini serijski spoj otpornika otpora R_2 , R_3 i R_4 pa je ekvivalentni otpor

$$R_{234} = R_2 + R_3 + R_4 \Rightarrow R_{234} = R + R + R \Rightarrow R_{234} = 3 \cdot R.$$

Drugu granu čini otpornik otpora R_1

$$R_1 = R.$$



Ukupni otpor strujnog kruga iznosi:

$$\frac{1}{R_u} = \frac{1}{R_{234}} + \frac{1}{R_1} \Rightarrow \frac{1}{R_u} = \frac{1}{3 \cdot R} + \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{1}{R_u} = \frac{1+3}{3 \cdot R} \Rightarrow \frac{1}{R_u} = \frac{4}{3 \cdot R} \Rightarrow R_u = \frac{3}{4} \cdot R.$$

Jakost struje kroz cijeli strujni krug izračuna se po Ohmovom zakonu.

$$I = \frac{U}{R_u} \quad I = \frac{U}{\frac{3}{4} \cdot R} \Rightarrow I = \frac{4 \cdot U}{3 \cdot R} = \frac{4 \cdot 9 \text{ V}}{3 \cdot 10 \Omega} = 1.2 \text{ A}.$$

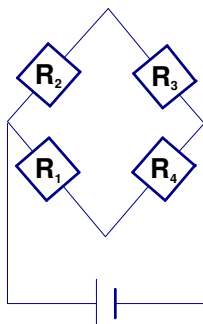
Vježba 106

U strujnom krugu koji je prikazan na slici nalaze se četiri jednaka otpornika, otpora $R = 20 \Omega$.
Odredi jakost struje kroz cijeli strujni krug, ako je pad napona na izvoru jednak 18 V .

Rezultat: 1.2 A .

Zadatak 107 (Ivan, strojarska škola)

U strujnom krugu koji je prikazan na slici nalaze se četiri jednaka otpornika, otpora $R = 10 \Omega$.
Odredi jakost struje kroz cijeli strujni krug, ako je pad napona na izvoru jednak 9 V .



Rješenje 107

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R = 10 \Omega, \quad U = 9 \text{ V}, \quad I = ?$$

Ukupni otpor R što ga pruža n vodiča spojenih u seriju možemo naći iz izraza

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i.$$

Ukupni otpor jednak je zbroju otpora serijski vezanih otpornika.

Ukupni otpor R što ga pruža n vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

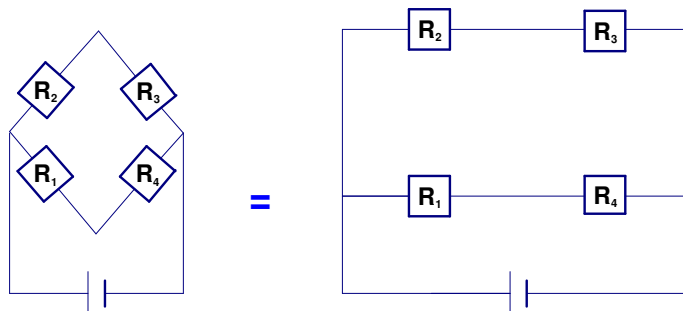
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}.$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti paralelno vezanih otpornika.

Ako je otpor R vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R}.$$

Jakost struje u vodiču razmjerna je naponu između dviju točaka vodiča.

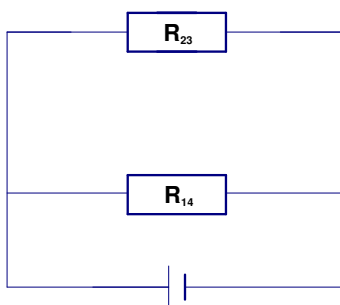


Uočimo da se spoj otpornika sastoji od dvije grane koje su paralelno spojene. Prvu granu čini serijski spoj otpornika otpora R_2 i R_3 pa je ekvivalentni otpor

$$R_{23} = R_2 + R_3 \Rightarrow R_{23} = R + R \Rightarrow R_{23} = 2 \cdot R.$$

Drugu granu čini serijski spoj otpornika otpora R_1 i R_4 pa je ekvivalentni otpor

$$R_{14} = R_1 + R_4 \Rightarrow R_{14} = R + R \Rightarrow R_{14} = 2 \cdot R.$$



Ukupni otpor strujnog kruga iznosi:

$$\frac{1}{R_u} = \frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_{14}} \Rightarrow \frac{1}{R_u} = \frac{1}{2 \cdot R} + \frac{1}{2 \cdot R} \Rightarrow \frac{1}{R_u} = \frac{2}{2 \cdot R} \Rightarrow \frac{1}{R_u} = \frac{2}{2 \cdot R} \Rightarrow \frac{1}{R_u} = \frac{1}{R} \Rightarrow R_u = R.$$

Jakost struje kroz cijeli strujni krug izračuna se po Ohmovom zakonu.

$$I = \frac{U}{R_u} \Rightarrow I = \frac{U}{R} \Rightarrow I = \frac{9 \text{ V}}{10 \Omega} = 0.9 \text{ A}.$$

Vježba 107

U strujnom krugu koji je prikazan na slici nalaze se četiri jednaka otpornika, otpora $R = 20 \Omega$. Odredi jakost struje kroz cijeli strujni krug, ako je pad napona na izvoru jednak 18 V.

Rezultat: 0.9 A.

Zadatak 108 (Iva, srednja škola)

Koliki mora biti otpor žice električnog kuhala s kojim se litra vode temperature 20°C može za 8 minuta dovesti do vrenja? Kuhalo je priključeno na 220 V, a specifični toplinski kapacitet vode iznosi $4.186 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, gustoća vode $1000 \text{ kg}/\text{m}^3$. Zanemariti otpor dovodnih žica.

- A) 69.4Ω B) 2.0Ω C) 50.1Ω D) 3.5Ω E) 10.3Ω

Rješenje 108

$$V = 1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3, \quad t_1 = 20^\circ\text{C}, \quad t = 8 \text{ min} = [8 \cdot 60] = 480 \text{ s}, \quad t_2 = 100^\circ\text{C}, \\ U = 220 \text{ V}, \quad c = 4.186 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) = 4186 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}), \quad \rho = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3, \quad R = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije u nekom trošilu za vrijeme t jednaka je

$$E = \frac{U^2}{R} \cdot t,$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, R otpor tog trošila

U zatvorenim (izoliranim) sustavu tijela zbroj energija je konstantan. Energija se može pretvarati iz jednog oblika u drugi (**zakon o očuvanju energije**).

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet tijela, a Δt promjena temperature tijela, t_2 konačna temperatura, t_1 početna temperatura. Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Veličini Q smatramo pozitivnom ako toplinu dovodimo sustavu, a negativnom ako je odvodimo od sustava.

Za zagrijavanje vode utrošena je električna energija:

$$E = \frac{U^2}{R} \cdot t.$$

Unutarnja energija vode povećala se za:

$$\left. \begin{aligned} Q &= m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \\ m &= \rho \cdot V \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q = \rho \cdot V \cdot c \cdot (t_2 - t_1).$$

Budući da se sva električna energija pretvorila u toplinsku energiju, slijedi:

$$E = Q \Rightarrow \frac{U^2}{R} \cdot t = \rho \cdot V \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow \frac{U^2}{R} \cdot t = \rho \cdot V \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \cdot \frac{R}{\rho \cdot V \cdot c \cdot (t_2 - t_1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \frac{U^2 \cdot t}{\rho \cdot V \cdot c \cdot (t_2 - t_1)} = \frac{(220 \text{ V})^2 \cdot 480 \text{ s}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 20) \text{ K}} = 69.4 \Omega.$$



Odgovor je pod A.

Vježba 108

Koliki mora biti otpor žice električnog kuhala s kojim se dvije litre vode temperature 20 °C može za 16 minuta dovesti do vrenja? Kuhalo je priključeno na 220 V, a specifični toplinski kapacitet vode iznosi 4.186 kJ/(kg · K), gustoća vode 1000 kg/m³. Zanemariti otpor dovodnih žica.

- A) 69.4 Ω B) 2.0 Ω C) 50.1 Ω D) 3.5 Ω E) 10.3 Ω

Rezultat: A.

Zadatak 109 (Ljiljana, srednja škola)

Dva otpornika, otpora 10 Ω i 14 Ω, spojeni su paralelno i priključeni na izvor struje. U prvom otporniku razvilo se 10 kJ topline. Odredite toplinu koja se oslobodi na drugom otporniku.

Rješenje 109

$$R_1 = 10 \Omega, \quad R_2 = 14 \Omega, \quad E_1 = 10 \text{ kJ} = 10^4 \text{ J}, \quad E_2 = ?$$

Pad napona na krajevima svih vodiča koji su spojeni u paralelu jednak je

$$U = I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3 = \dots = I_n \cdot R_n.$$

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije u nekom trošilu za vrijeme t jednaka je

$$E = \frac{U^2}{R} \cdot t,$$

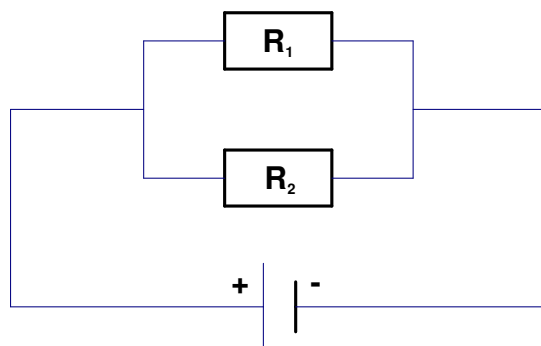
gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, R otpor tog trošila.

Električna energija koja se pretvara u toplinu na prvom otporniku jednaka je

$$E_1 = \frac{U^2}{R_1} \cdot t.$$

Budući da su otpornici spojeni u paralelu, padovi napona na njihovim krajevima jednaki su pa je električna energija koja se pretvara u toplinu, za isto vrijeme t, na drugom otporniku dana formulom

$$E_2 = \frac{U^2}{R_2} \cdot t.$$



Iz sustava jednadžbi dobije se E_2 .

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{U^2}{R_1} \cdot t \\ E_2 &= \frac{U^2}{R_2} \cdot t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{U^2}{R_1} \cdot t \cdot R_1 \\ E_2 &= \frac{U^2}{R_2} \cdot t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} E_1 \cdot R_1 &= U^2 \cdot t \\ E_2 &= \frac{U^2}{R_2} \cdot t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \\
 \Rightarrow E_2 &= \frac{E_1 \cdot R_1}{R_2} = \frac{10^4 \text{ J} \cdot 10 \Omega}{14 \Omega} = 7142.86 \text{ J}.
 \end{aligned}$$

Vježba 109

Dva otpornika, otpora 20Ω i 28Ω , spojeni su paralelno i priključeni na izvor struje. U prvom otporniku razvilo se 10 kJ topline. Odredite toplinu koja se oslobodi na drugom otporniku.

Rezultat: 7142.86 J .

Zadatak 110 (Pepeljuga ☺, srednja škola)

Na grlu žarulje s volframovom niti piše $220 \text{ V} / 150 \text{ W}$. Koliki je otpor niti te žarulje pri sobnoj temperaturi ($20 \text{ }^\circ\text{C}$) ako je temperatura užarene niti $2500 \text{ }^\circ\text{C}$? (temperaturni koeficijent otpora pri $0 \text{ }^\circ\text{C}$ za volfram $\alpha = 4.2 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$)

Rješenje 110

$$U = 220 \text{ V}, \quad P = 150 \text{ W}, \quad t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t_2 = 2500 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \alpha = 4.2 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \quad R_1 = ?$$

Električni otpor vodiča mijenja se s temperaturom prema zakonu

$$R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t),$$

gdje je R_0 otpor pri $0 \text{ }^\circ\text{C}$, R_t otpor pri temperaturi t i α temperaturni (termički) koeficijent otpora pri $0 \text{ }^\circ\text{C}$ za vodič.

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = \frac{U^2}{R}.$$

Iz izraza za snagu naći ćemo otpor R_2 žarulje na temperaturi t_2 .

$$P = \frac{U^2}{R_2} \Rightarrow P = \frac{U^2}{R_2} \cdot \frac{R_2}{P} \Rightarrow R_2 = \frac{U^2}{P}.$$

Električni otpor R_1 žarulje na temperaturi $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ dan je formulom

$$R_1 = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1).$$

Električni otpor R_2 žarulje na temperaturi $t_2 = 2500 \text{ }^\circ\text{C}$ dan je formulom

$$R_2 = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2).$$

Iz sustava jednačbi dobije se otpor R_1 .

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \\ R_2 &= R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednačbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1)}{R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1)}{R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{1 + \alpha \cdot t_1}{1 + \alpha \cdot t_2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{1 + \alpha \cdot t_1}{1 + \alpha \cdot t_2} \cdot R_2 \Rightarrow R_1 = R_2 \cdot \frac{1 + \alpha \cdot t_1}{1 + \alpha \cdot t_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[R_2 = \frac{U^2}{P} \right] \Rightarrow R_1 = \frac{U^2}{P} \cdot \frac{1 + \alpha \cdot t_1}{1 + \alpha \cdot t_2} = \frac{(220 \text{ V})^2}{150 \text{ W}} \cdot \frac{1 + 4.2 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \cdot 20 \text{ K}}{1 + 4.2 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} \cdot 2500 \text{ K}} = 30 \Omega.$$



Vježba 110

Na grlu žarulje s volframovom niti piše 220 V / 300 W. Koliki je otpor niti te žarulje pri sobnoj temperaturi (20 °C) ako je temperatura užarene niti 2500 °C?

Rezultat: 15 Ω.

Zadatak 111 (Nikolina, srednja škola)

Grijaće tijelo načinjeno od otporne žice za električnu peć konstruirano je za 500 W i 220 V. Treba izračunati otpor spirale i struju koja njome teče.

Rješenje 111

$$P = 500 \text{ W}, \quad U = 220 \text{ V}, \quad R = ?, \quad I = ?$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = U \cdot I, \quad P = \frac{U^2}{R}.$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon:

$$I = \frac{U}{R}.$$



Struju izračunamo iz formule za snagu:

$$P = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{500 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 2.27 \text{ A}.$$

Otpor izračunamo iz druge formule za snagu:

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow P = \frac{U^2}{R} \cdot \frac{R}{P} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} = \frac{(220 \text{ V})^2}{500 \text{ W}} = 96.8 \Omega.$$

Otpor možemo izračunati i iz Ohmovog zakona.

$$R = \frac{U}{I} = \frac{220 \text{ V}}{2.27 \text{ A}} = 96.9 \Omega.$$

(Razlika u rezultatu javlja se zbog zaokruživanja brojeva)

Vježba 111

Grijače tijelo načinjeno od otporne žice za električnu peć konstruirano je za 250 W i 220 V. Treba izračunati struju koja njome teče.

Rezultat: 1.14 A.

Zadatak 112 (Nikolina, srednja škola)

Grijač predviđen za 220 V ima snagu 750 W. Koliko će se posto smanjiti snaga grijača ako napon padne na 210 V? Pretpostavite da se pri tome ne promijeni otpor grijača.

Rješenje 112

$$U_1 = 220 \text{ V}, \quad P_1 = 750 \text{ W}, \quad U_2 = 210 \text{ V}, \quad R_1 = R_2 = R, \quad \frac{P_1 - P_2}{P_1} = ?$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = \frac{U^2}{R}.$$

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = \frac{U_1^2}{R_1} \\ P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P_1 = \frac{U_1^2}{R} \\ P_2 = \frac{U_2^2}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{U_2^2}{R}}{\frac{U_1^2}{R}} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2^2}{U_1^2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2^2}{U_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{U_2}{U_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{U_2}{U_1} \right)^2 \cdot P_1 \Rightarrow P_2 = \left(\frac{U_2}{U_1} \right)^2 \cdot P_1.$$

Računamo postotak:

$$\frac{P_1 - P_2}{P_1} = \frac{P_1 - \left(\frac{U_2}{U_1} \right)^2 \cdot P_1}{P_1} = \frac{P_1 \cdot \left(1 - \left(\frac{U_2}{U_1} \right)^2 \right)}{P_1} = \frac{P_1 \cdot \left(1 - \left(\frac{U_2}{U_1} \right)^2 \right)}{P_1} = 1 - \left(\frac{U_2}{U_1} \right)^2 =$$

$$= 1 - \left(\frac{210 \text{ V}}{220 \text{ V}} \right)^2 = 0.0888 = \frac{8.88}{100} = 8.88\%.$$

Vježba 112

Grijač predviđen za 220 V ima snagu 850 W. Koliko će se posto smanjiti snaga grijača ako napon padne na 210 V? Pretpostavite da se pri tome ne promijeni otpor grijača.

Rezultat: 8.88%.

Zadatak 113 (Nina, gimnazija)

Kad je vanjski otpor u strujnom krugu 1 Ω, napon na stezaljkama baterije je 1.5 V. Kad se vanjski otpor udvostruči, napon na stezaljkama baterije je 2 V. Koliki je unutarnji otpor izvora i elektromotorni napon?

Rješenje 113

$$R_1 = 1 \Omega, \quad U_1 = 1.5 \text{ V}, \quad R_2 = 2 \cdot R_1 = 2 \Omega, \quad U_2 = 2 \text{ V}, \quad R_u = ?, \quad \varepsilon = ?$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R}.$$

Kada je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona ($U = I \cdot R_v$) u vanjskom krugu i pad napona na unutarnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$).

$$\varepsilon = U + I \cdot R_u \Rightarrow \varepsilon = I \cdot R_v + I \cdot R_u \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_v + R_u).$$

Kad je vanjski otpor u strujnom krugu R_1 , napon na stezaljkama baterije je U_1 pa vrijedi

$$\varepsilon = U_1 + I_1 \cdot R_u \Rightarrow \varepsilon = U_1 + \frac{U_1}{R_1} \cdot R_u.$$

Kad je vanjski otpor u strujnom krugu R_2 , napon na stezaljkama baterije je U_2 pa vrijedi

$$\varepsilon = U_2 + I_2 \cdot R_u \Rightarrow \varepsilon = U_2 + \frac{U_2}{R_2} \cdot R_u.$$

Unutarnji otpor R_u dobije se iz sustava jednažbi:

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = U_1 + \frac{U_1}{R_1} \cdot R_u \\ \varepsilon = U_2 + \frac{U_2}{R_2} \cdot R_u \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow U_1 + \frac{U_1}{R_1} \cdot R_u = U_2 + \frac{U_2}{R_2} \cdot R_u \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{U_1}{R_1} \cdot R_u - \frac{U_2}{R_2} \cdot R_u = U_2 - U_1 \Rightarrow R_u \cdot \left(\frac{U_1}{R_1} - \frac{U_2}{R_2} \right) = U_2 - U_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_u \cdot \left(\frac{U_1}{R_1} - \frac{U_2}{R_2} \right) = U_2 - U_1 \cdot \frac{1}{\frac{U_1}{R_1} - \frac{U_2}{R_2}} \Rightarrow R_u = \frac{U_2 - U_1}{\frac{U_1}{R_1} - \frac{U_2}{R_2}} = \frac{2 \text{ V} - 1.5 \text{ V}}{\frac{1.5 \text{ V}}{1 \Omega} - \frac{2 \text{ V}}{2 \Omega}} = 1 \Omega.$$

Elektromotorni napon ε iznosi:

$$\varepsilon = U_1 + I_1 \cdot R_u \Rightarrow \varepsilon = U_1 + \frac{U_1}{R_1} \cdot R_u = 1.5 \text{ V} + \frac{1.5 \text{ V}}{1 \Omega} \cdot 1 \Omega = 3 \text{ V}.$$

Ili

$$\varepsilon = U_2 + I_2 \cdot R_u \Rightarrow \varepsilon = U_2 + \frac{U_2}{R_2} \cdot R_u = 2 \text{ V} + \frac{2 \text{ V}}{2 \Omega} \cdot 1 \Omega = 3 \text{ V}.$$

Vježba 113

Kad je vanjski otpor u strujnom krugu 1Ω , napon na stezaljkama baterije je 3 V . Kad se vanjski otpor udvostruči, napon na stezaljkama baterije je 4 V . Koliki je unutarnji otpor izvora?

Rezultat: 1Ω .

Zadatak 114 (Goran, gimnazija)

Koliki otpor ima žica izrađena od nikroma temperaturnog koeficijenta $\alpha = 0.0005 \text{ } 1/^\circ\text{C}$ na $0 \text{ }^\circ\text{C}$ ako njezin otpor na $16 \text{ }^\circ\text{C}$ iznosi 100Ω ?

Rješenje 114

$$\alpha = 0.0005 \text{ } 1/^\circ\text{C}, \quad t = 16 \text{ }^\circ\text{C}, \quad R_t = 100 \Omega, \quad R_0 = ?$$

Električni otpor vodiča mijenja se s temperaturom prema zakonu

$$R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t),$$

gdje je R_0 otpor pri $0 \text{ }^\circ\text{C}$, R_t otpor pri temperaturi t i α temperaturni koeficijent otpora.

Otpor žice na temperaturi $0 \text{ }^\circ\text{C}$ iznosi:

$$R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \Rightarrow R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \cdot \frac{1}{1 + \alpha \cdot t} \Rightarrow R_0 = \frac{R_t}{1 + \alpha \cdot t} = \frac{100 \Omega}{1 + 0.0005 \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 16 \text{ }^\circ\text{C}} = 99.21 \Omega.$$

Vježba 114

Koliki otpor ima žica izrađena od nikroma temperaturnog koeficijenta $\alpha = 0.0005 \text{ 1/}^\circ\text{C}$ na 0°C ako njezin otpor na 16°C iznosi 200Ω ?

Rezultat: 198.41Ω .

Zadatak 115 (Goran, gimnazija)

Otpornik od ugljena može služiti za mjerenje temperature. Zimi pri temperaturi 4°C otpor ugljenog štapića iznosi 217.3Ω . Kolika je temperatura ljeti kad otpor tog istog štapića iznosi 214.2Ω ? Temperaturni koeficijent ugljena je negativan i iznosi $\alpha = -0.0005 \text{ 1/}^\circ\text{C}$.

Rješenje 115

$$t_1 = 4^\circ\text{C}, \quad R_1 = 217.3 \Omega, \quad R_2 = 214.2 \Omega, \quad t_2 = ?$$

Električni otpor vodiča mijenja se s temperaturom prema zakonu

$$R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t),$$

gdje je R_0 otpor pri 0°C , R_t otpor pri temperaturi t i α temperaturni koeficijent otpora. Računamo temperaturu ljeti t_2 .

1. inačica

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \\ R_2 &= R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{iz prve jednadžbe} \\ \text{izračunamo } R_0 \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{aligned} R_1 &= R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \cdot \frac{1}{1 + \alpha \cdot t_1} \\ R_2 &= R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$
$$\left. \begin{aligned} R_0 &= \frac{R_1}{1 + \alpha \cdot t_1} \\ R_2 &= R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow R_2 = \frac{R_1}{1 + \alpha \cdot t_1} \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow R_2 = \frac{R_1}{1 + \alpha \cdot t_1} \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \cdot \frac{1 + \alpha \cdot t_1}{R_1} \Rightarrow R_2 \cdot \frac{1 + \alpha \cdot t_1}{R_1} = 1 + \alpha \cdot t_2 \Rightarrow 1 + \alpha \cdot t_2 = R_2 \cdot \frac{1 + \alpha \cdot t_1}{R_1} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1 + \alpha \cdot t_2 = \frac{R_2}{R_1} \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \Rightarrow \alpha \cdot t_2 = \frac{R_2}{R_1} \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) - 1 \Rightarrow \alpha \cdot t_2 = \frac{R_2}{R_1} \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) - 1 \cdot \frac{1}{\alpha} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t_2 = \frac{1}{\alpha} \cdot \left[\frac{R_2}{R_1} \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) - 1 \right] = \frac{1}{-0.0005 \frac{1}{^\circ\text{C}}} \cdot \left[\frac{214.2 \Omega}{217.3 \Omega} \cdot \left(1 - 0.0005 \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 4^\circ\text{C} \right) - 1 \right] = 32.47^\circ\text{C}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \\ R_2 &= R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)}{R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1)} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)}{R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1)} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{1 + \alpha \cdot t_2}{1 + \alpha \cdot t_1} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{1 + \alpha \cdot t_2}{1 + \alpha \cdot t_1} \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \Rightarrow 1 + \alpha \cdot t_2 = \frac{R_2}{R_1} \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \alpha \cdot t_2 = \frac{R_2}{R_1} \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) - 1 \Rightarrow \alpha \cdot t_2 = \frac{R_2}{R_1} \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) - 1 \cdot \frac{1}{\alpha} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t_2 = \frac{1}{\alpha} \cdot \left[\frac{R_2}{R_1} \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) - 1 \right] = \frac{1}{-0.0005 \frac{1}{^\circ\text{C}}} \cdot \left[\frac{214.2 \Omega}{217.3 \Omega} \cdot \left(1 - 0.0005 \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 4^\circ\text{C} \right) - 1 \right] = 32.47^\circ\text{C}.$$

Vježba 115

Otpornik od ugljena može služiti za mjerenje temperature. Zimi pri temperaturi $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ otpor ugljenog štapića iznosi $434.6\ \Omega$. Kolika je temperatura ljeti kad otpor tog istog štapića iznosi $428.4\ \Omega$? Temperaturni koeficijent ugljena je negativan i iznosi $\alpha = -0.0005\ 1/^{\circ}\text{C}$.

Rezultat: $32.47\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Zadatak 116 (Goran, gimnazija)

Žica od aluminija ima presjek $S = 5 \cdot 10^{-7}\ \text{m}^2$. Jakost električnog polja u žici je $0.64\ \text{V/m}$. Otpornost aluminija je $\rho = 2.63 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$. Kolika je jakost struje kroz žicu?

Rješenje 116

$$S = 5 \cdot 10^{-7}\ \text{m}^2, \quad E = 0.64\ \text{V/m}, \quad \rho = 2.63 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}, \quad I = ?$$

U homogenom električnom polju rad električne sile pri pomicanju naboja Q na udaljenost d u smjeru polja je

$$W = F \cdot d \Rightarrow [F = Q \cdot E] \Rightarrow W = Q \cdot E \cdot d.$$

Napon između dvije točke električnog polja jednak je radu što ga treba utrošiti pri prenošenju naboja Q iz jedne točke u drugu.

$$W = Q \cdot U.$$

Iz sustava jednadžbi dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} W = Q \cdot E \cdot d \\ W = Q \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow Q \cdot E \cdot d = Q \cdot U \Rightarrow Q \cdot E \cdot d = Q \cdot U \cdot \frac{1}{Q} \Rightarrow U = E \cdot d.$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R.$$

Električni otpor R vodiča ovisi o duljini l vodiča, njegovu presjeku S i električnoj otpornosti ρ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Računamo jakost struje.

$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{U}{R} \\ U = E \cdot l, \quad R = \rho \cdot \frac{l}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow I = \frac{E \cdot l}{\rho \cdot \frac{l}{S}} \Rightarrow I = \frac{E \cdot l \cdot S}{\rho \cdot l} \Rightarrow I = \frac{E \cdot S}{\rho}$$

$$\Rightarrow I = \frac{E \cdot S}{\rho} = \frac{0.64 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 5 \cdot 10^{-7}\ \text{m}^2}{2.63 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}} = 12.17\ \text{A}.$$

Vježba 116

Žica od aluminija ima presjek $S = 1 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2$. Jakost električnog polja u žici je $0.32\ \text{V/m}$. Otpornost aluminija je $\rho = 2.63 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot \text{m}$. Kolika je jakost struje kroz žicu?

Rezultat: $12.17\ \text{A}$.

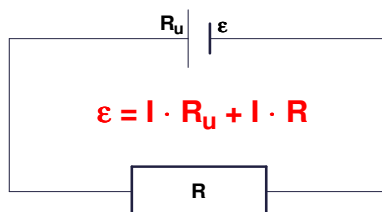
Zadatak 117 (Sara, gimnazija)

Izvor istosmjerne struje unutarnjeg otpora $1.5\ \Omega$ spojen je s promjenjivim otpornikom čiji se otpor može mijenjati od $R_1 = 3\ \Omega$ do $R_2 = 7.5\ \Omega$. Koliko se puta pri tome promijeni snaga oslobođena na promjenjivom otporniku?

Rješenje 117

$$r = 1.5\ \Omega, \quad R_1 = 3\ \Omega, \quad R_2 = 7.5\ \Omega, \quad \frac{P_2}{P_1} = ?$$

Kad je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($U = I \cdot R$) u vanjskom krugu:



$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v) \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_u + R_v}$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = I^2 \cdot R,$$

gdje je I jakost struje koja prolazi trošilom, R otpor tog trošila.

Računamo koliko se puta promijeni snaga oslobođena na promjenjivom otporniku.

$$\left. \begin{array}{l} P_2 = I_2^2 \cdot R_2 \\ P_1 = I_1^2 \cdot R_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_2^2 \cdot R_2}{I_1^2 \cdot R_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{I_2}{I_1} \right)^2 \cdot \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{\varepsilon}{r + R_2} \right)^2 \cdot \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{\varepsilon}{r + R_2} \right)^2 \cdot \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{1}{\frac{r + R_2}{\varepsilon}} \right)^2 \cdot \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{r + R_1}{r + R_2} \right)^2 \cdot \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{1.5 \Omega + 3 \Omega}{1.5 \Omega + 7.5 \Omega} \right)^2 \cdot \frac{7.5 \Omega}{3 \Omega} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 0.625.$$

Vježba 117

Izvor istosmjerne struje unutarnjeg otpora 3Ω spojen je s promjenjivim otpornikom čiji se otpor može mijenjati od $R_1 = 6 \Omega$ do $R_2 = 15 \Omega$. Koliko se puta pri tome promijeni snaga oslobođena na promjenjivom otporniku?

Rezultat: 0.625.

Zadatak 118 (Iva, gimnazija)

Elektrolitski kondenzator nabije se baterijom 9 V .

- Koliki je minimalni kapacitet potreban da bi se u kondenzatoru uskladištila energija od 4.05 mJ ?
- Koliki je pritom maksimalni naboj na kondenzatoru?

Rješenje 118

$$U = 9 \text{ V}, \quad E = 4.05 \text{ mJ} = 4.05 \cdot 10^{-3} \text{ J}, \quad C = ?, \quad Q = ?$$

Sposobnost kondenzatora da uskladišti naboj izražava se njegovim kapacitetom. Električni kapacitet C definira se omjerom naboja Q na jednom od obloga kondenzatora i napona U između obloga.

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = C \cdot U.$$

Energija nabijenog kondenzatora jednaka je

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2.$$

a)

Kapacitet kondenzatora iznosi:

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \Rightarrow E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \cdot \frac{2}{U^2} \Rightarrow C = \frac{2 \cdot E}{U^2} = \frac{2 \cdot 4.05 \cdot 10^{-3} \text{ J}}{(9 \text{ V})^2} =$$

$$= 10^{-4} \text{ F} = 10^{-4} \cdot 10^6 \mu\text{F} = 10^2 \mu\text{F} = 100 \mu\text{F}.$$

b)

Naboj na kondenzatoru je

$$Q = C \cdot U = 10^{-4} \text{ F} \cdot 9 \text{ V} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ C} = 9 \cdot 10^{-4} \cdot 10^6 \mu\text{C} = 9 \cdot 10^2 \mu\text{C} = 900 \mu\text{C}.$$

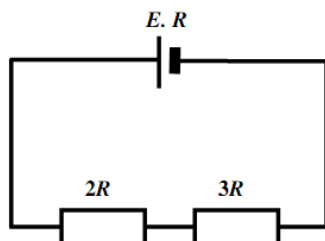
Vježba 118

Elektrolitski kondenzator nabije se baterijom 18 V. Koliki je minimalni kapacitet potreban da bi se u kondenzatoru uskladištela energija od 8.1 mJ?

Rezultat: 50 μF .

Zadatak 119 (Tony, srednja škola)

Dva otpornika, otpora 2R i 3R, spojena su serijski s baterijom elektromotornog napona 30 V i unutarnjeg otpora R kako je prikazano na slici.



Napon na otporniku 2R iznosi _____.

Rješenje 119

$$r_1 = 2 \cdot R, \quad r_2 = 3 \cdot R, \quad \varepsilon = 30 \text{ V}, \quad r_u = R, \quad U_1 = ?$$

Kad je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($I \cdot R_v$) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v) \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_u + R_v}.$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R.$$

Ukupni je otpor od n serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Budući da su otpornici r_1 i r_2 spojeni serijski, ukupni vanjski otpor r_v strujnog kruga iznosi:

$$r_v = r_1 + r_2 \Rightarrow r_v = 2 \cdot R + 3 \cdot R \Rightarrow r_v = 5 \cdot R.$$

Tada je struja I u strujnom krugu jednaka:

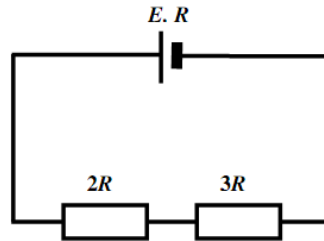
$$I = \frac{\varepsilon}{r_u + r_v} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R + 5 \cdot R} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{6 \cdot R}.$$

Pad napona na otporniku r_1 je:

$$U_1 = I \cdot r_1 \Rightarrow U_1 = \frac{\varepsilon}{6 \cdot R} \cdot 2 \cdot R \Rightarrow U_1 = \frac{30 \text{ V}}{6 \cdot R} \cdot 2 \cdot R \Rightarrow U_1 = 10 \text{ V}.$$

Vježba 119

Dva otpornika, otpora $2R$ i $3R$, spojena su serijski s baterijom elektromotornog napona 30 V i unutarnjeg otpora R kako je prikazano na slici.

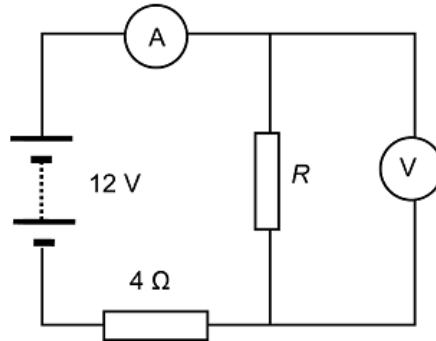


Napon na otporniku $3R$ iznosi _____.

Rezultat: 15 V .

Zadatak 120 (Mimi, medicinska škola)

U strujnome krugu prikazanome na slici ampermetar pokazuje 2 A . Unutrašnji otpor baterije je zanemariv.



Koliki napon pokazuje voltmetar uz uvjet da su instrumenti idealni?

- A. 4 V B. 6 V C. 8 V D. 12 V

Rješenje 120

$$I = 2\text{ A}, \quad R_u = 4\ \Omega, \quad \varepsilon = 12\text{ V}, \quad R_1 = 4\ \Omega, \quad R = ?, \quad U = ?$$

Kad je izvor elektromotornog napona ε priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutarnjem otporu R_u izvora ($I \cdot R_u$) i pad napona ($I \cdot R_v$) u vanjskom krugu.

$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v) \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_u + R_v}.$$

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R.$$

Ukupni je otpor od n serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Budući da su otpornici R_1 i R spojeni serijski, ukupni vanjski otpor R_v strujnog kruga iznosi:

$$R_v = R_1 + R \Rightarrow R_v = 4 + R.$$

Tada je otpor R jednak:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_u + R_v} \Rightarrow 2 = \frac{12}{4 + 4 + R} \Rightarrow 2 = \frac{12}{4 + R} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{12}{4 + R} \Rightarrow 2 \cdot (4 + R) = 12 \Rightarrow 2 \cdot (4 + R) = 12 \quad / : 2 \Rightarrow 4 + R = 6 \Rightarrow R = 6 - 4 \Rightarrow R = 2\ \Omega.$$

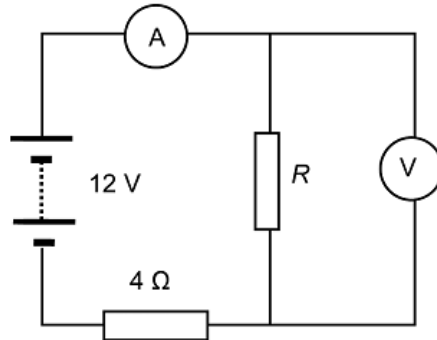
Napon koji pokazuje voltmetar uz uvjet da su instrumenti idealni iznosi:

$$U = I \cdot R = 2 \text{ A} \cdot 2 \text{ } \Omega = 4 \text{ V}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 120

U strujnome krugu prikazanome na slici ampermetar pokazuje 4 A. Unutrašnji otpor baterije je zanemariv.



Koliki napon pokazuje voltmetar uz uvjet da su instrumenti idealni?

- A. 4 V B. 6 V C. 8 V D. 12 V

Rezultat: C.

www.halapa.com