

### Zadatak 241 (Višnja, srednja škola)

Koliki je otpor ugljene niti pri temperaturi 1600 °C ako pri 0 °C ima duljinu 50 cm i presjek 0.2 mm<sup>2</sup>? (električna otpornost ugljena  $\rho = 0.415 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ , termički koeficijent otpora ugljena  $\alpha = -0.3 \cdot 10^{-3} K^{-1}$ )

#### Rješenje 241

$$t = 1600 \text{ °C}, \quad l = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad S = 0.2 \text{ mm}^2 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2, \quad \rho = 0.415 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m, \\ \alpha = -0.3 \cdot 10^{-3} K^{-1}, \quad R = ?$$

Električni otpor vodiča mijenja se s temperaturom prema zakonu

$$R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t),$$

gdje je  $R_0$  otpor pri 0 °C,  $R_t$  otpor pri temperaturi  $t$  i  $\alpha$  temperaturni koeficijent otpora.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T (K) = \Delta t (^\circ C).$$

Električni otpor  $R$  vodiča ovisi o duljini  $l$  vodiča, njegovu presjeku  $S$  i električnoj otpornosti  $\rho$ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

$$\left. \begin{array}{l} R_0 = \rho \cdot \frac{l}{S} \\ R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \end{array} \right\} \Rightarrow R = \rho \cdot \frac{l}{S} \cdot (1 + \alpha \cdot t) = \\ = 0.415 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m \cdot \frac{0.5 \text{ m}}{2 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2} \cdot \left( 1 - 0.3 \cdot 10^{-3} \frac{1}{K} \cdot 1600 \text{ °C} \right) = 0.54 \Omega.$$

#### Vježba 241

Koliki je otpor ugljene niti pri temperaturi 1600 °C ako pri 0 °C ima duljinu 100 cm i presjek 0.4 mm<sup>2</sup>? (električna otpornost ugljena  $\rho = 0.415 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ , termički koeficijent otpora ugljena  $\alpha = -0.3 \cdot 10^{-3} K^{-1}$ )

**Rezultat:** 0.54  $\Omega$ .

### Zadatak 242 (Anamarija, srednja škola)

Dva bakrena vodiča imaju jednake duljine. Omjer polumjera poprečnih presjeka je  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{5}$ .

Tada je omjer pripadnih otpora:

$$A. \frac{R_1}{R_2} = 0.2 \quad B. \frac{R_1}{R_2} = 5 \quad C. \frac{R_1}{R_2} = 25 \quad D. \frac{R_1}{R_2} = 0.04 \quad E. \frac{R_1}{R_2} = 0.4$$

#### Rješenje 242

$$l_1 = l_2 = l, \quad \rho - \text{električna otpornost bakra}, \quad r_1 : r_2 = 1 : 5, \quad R_1 : R_2 = ?$$

Električni otpor  $R$  vodiča ovisi o duljini  $l$  vodiča, njegovu presjeku  $S$  i električnoj otpornosti  $\rho$ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Ploština kruga polumjera  $r$  iznosi:

$$S = r^2 \cdot \pi.$$

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned} R_1 &= \rho \cdot \frac{l_1}{S_1} \\ R_2 &= \rho \cdot \frac{l_2}{S_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} R_1 &= \rho \cdot \frac{l}{S_1} \\ R_2 &= \rho \cdot \frac{l}{S_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho \cdot \frac{l}{S_1}}{\rho \cdot \frac{l}{S_2}} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho \cdot \frac{l}{S_1}}{\rho \cdot \frac{l}{S_2}} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{1}{S_1}}{\frac{1}{S_2}} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{S_2}{S_1} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{r_2^2 \cdot \pi}{r_1^2 \cdot \pi} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{r_2^2 \cdot \pi}{r_1^2 \cdot \pi} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \left( \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \Rightarrow \\
& \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{uvjet} \\ \frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{5}{1} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \left( \frac{5}{1} \right)^2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{25}{1} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 25.
\end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 242

Dva bakrena vodiča imaju jednake duljine. Omjer polumjera poprečnih presjeka je  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{0.2}$ .

Tada je omjer pripadnih otpora:

A.  $\frac{R_1}{R_2} = 0.2$       B.  $\frac{R_1}{R_2} = 5$       C.  $\frac{R_1}{R_2} = 25$       D.  $\frac{R_1}{R_2} = 0.04$       E.  $\frac{R_1}{R_2} = 0.4$

**Rezultat:** D.

### Zadatak 243 (Anamarija, srednja škola)

Dva vodiča od bakrene žice jednake su duljine, a različitih poprečnih presjeka. Ako sa  $r_1$  označimo polumjer jednog vodiča i sa  $R_1$  njegov otpor, a sa  $r_2$  i  $R_2$  te parametre za drugi vodič, onda vrijedi jednakost:

A.  $R_1 : R_2 = r_2^2 : r_1^2$       B.  $R_1 : R_2 = r_2 : r_1$       C.  $R_1 : R_2 = r_1 : r_2$   
D.  $R_1 : R_2 = r_1^2 : r_2^2$       E.  $R_1 : R_2 = \sqrt{r_1} : \sqrt{r_2}$

### Rješenje 243

$l_1 = l_2 = l$ ,  $\rho$  – električna otpornost bakra,  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $R_1 : R_2 = ?$

Električni otpor  $R$  vodiča ovisi o duljini  $l$  vodiča, njegovu presjeku  $S$  i električnoj otpornosti  $\rho$ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

Ploština kruga polumjera  $r$  iznosi:

$$S = r^2 \cdot \pi.$$

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned} R_1 &= \rho \cdot \frac{l_1}{S_1} \\ R_2 &= \rho \cdot \frac{l_2}{S_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} R_1 &= \rho \cdot \frac{l}{S_1} \\ R_2 &= \rho \cdot \frac{l}{S_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho \cdot \frac{l}{S_1}}{\rho \cdot \frac{l}{S_2}} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho \cdot \frac{l}{S_1}}{\rho \cdot \frac{l}{S_2}} \Rightarrow
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{1}{S_1}}{\frac{1}{S_2}} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{S_2}{S_1} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{r_2^2 \cdot \pi}{r_1^2 \cdot \pi} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow R_1 : R_2 = r_2^2 : r_1^2.$$

Odgovor je pod A.

### Vježba 243

Dva vodiča od bakrene žice jednake su duljine, a različitih poprečnih presjeka. Ako sa  $r_1$  označimo polumjer jednog vodiča i sa  $R_1$  njegov otpor, a sa  $r_2$  i  $R_2$  te parametre za drugi vodič, onda vrijedi jednakost:

A.  $R_2 : R_1 = r_2^2 : r_1^2$       B.  $R_2 : R_1 = r_2 : r_1$       C.  $R_2 : R_1 = r_1 : r_2$   
D.  $R_2 : R_1 = r_1^2 : r_2^2$       E.  $R_2 : R_1 = \sqrt{r_1} : \sqrt{r_2}$

**Rezultat:** D.

### Zadatak 244 (Damir, tehnička škola)

Grijač na gradskoj mreži napona 220 V ima snagu 100 W. Kada taj grijač priključimo na akumulator od 12 V snaga grijača je približno:

A. 30 W      B. 55 W      C. 5.5 W      D. 0.3 W

### Rješenje 244

$$U_1 = 220 \text{ V}, \quad P_1 = 100 \text{ W}, \quad U_2 = 12 \text{ V}, \quad P_2 = ?$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = \frac{U^2}{R},$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, R otpor tog trošila.  
Neka je R otpor grijača.

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = \frac{U_1^2}{R} \\ P_2 = \frac{U_2^2}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P_1 = \frac{U_1^2}{R} \cdot \frac{R}{P_1} \\ P_2 = \frac{U_2^2}{R} \cdot \frac{R}{P_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R = \frac{U_1^2}{P_1} \\ R = \frac{U_2^2}{P_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{U_1^2}{P_1} = \frac{U_2^2}{P_2} \Rightarrow \frac{U_1^2}{P_1} = \frac{U_2^2}{P_2} \cdot \frac{P_1 \cdot P_2}{U_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{U_2^2}{U_1^2} \cdot P_1 \Rightarrow P_2 = \left( \frac{U_2}{U_1} \right)^2 \cdot P_1 = \left( \frac{12 \text{ V}}{220 \text{ V}} \right)^2 \cdot 100 \text{ W} = 0.3 \text{ W}.$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = \frac{U_1^2}{R} \\ P_2 = \frac{U_2^2}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{U_2^2}{R}}{\frac{U_1^2}{R}} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2^2}{U_1^2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2^2}{U_1^2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{U_2}{U_1} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 \cdot P_1 \Rightarrow P_2 = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 \cdot P_1 = \left(\frac{12 \text{ V}}{220 \text{ V}}\right)^2 \cdot 100 \text{ W} = 0.3 \text{ W}.$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 244

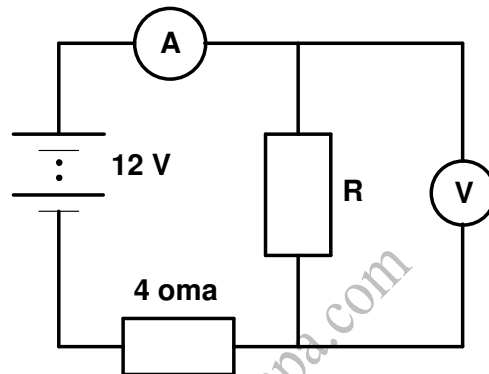
Grijač na mreži napona 440 V ima snagu 100 W. Kada taj grijač priključimo na akumulator od 24 V snaga grijača je približno:

- A. 30 W      B. 55 W      C. 5.5 W      D. 0.3 W

**Rezultat:** D.

### Zadatak 245 (Max, srednja škola)

U strujnome krugu prikazanome na slici voltmetar pokazuje 4 V. Unutarnji otpor baterije je zanemariv.



Koliku jakost struje pokazuje ampermetar uz uvjet da su instrumenti idealni?

- A. 1 A      B. 2 A      C. 3 A      D. 4 A

### Rješenje 245

$$U = 12 \text{ V}, \quad r = 4 \Omega, \quad U_2 = 4 \text{ V}, \quad I = ?$$

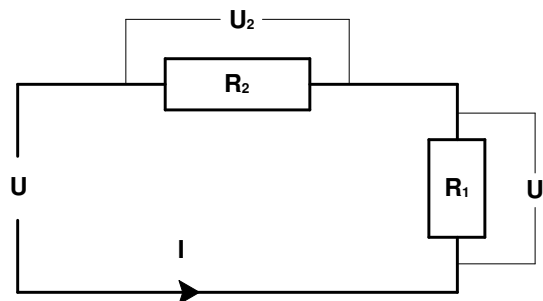
**Ohmov zakon** je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

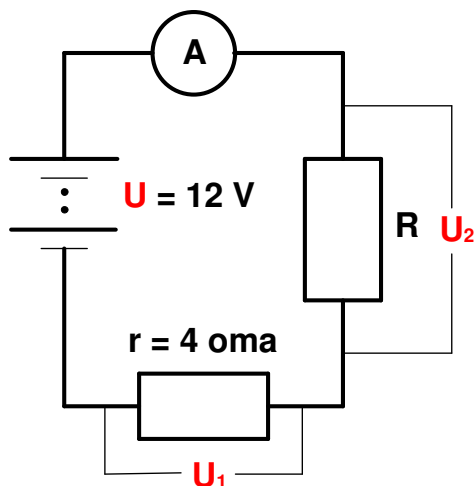
$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R - \text{pad napona},$$

gdje je I jakost struje kroz strujni krug u amperima (A), U napon izvora u voltima (V), R ukupan otpor strujnog kruga u omima ( $\Omega$ ).

Pri serijskom spajanju vodiča kroz sve vodiče teče struja iste jakosti, a ukupni napon jednak je zbroju padova napona na pojedinim vodičima.



$$U = U_1 + U_2 \Rightarrow U = I \cdot R_1 + I \cdot R_2.$$



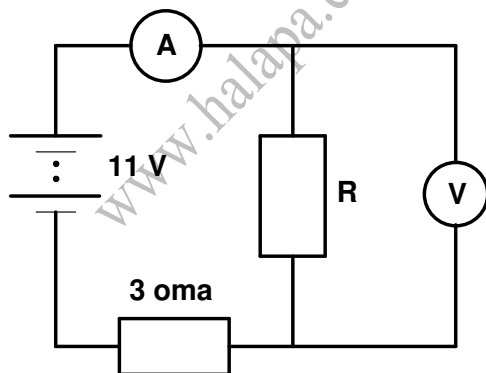
$$U = U_1 + U_2 \Rightarrow U_1 + U_2 = U \Rightarrow I \cdot r + U_2 = U \Rightarrow I \cdot r = U - U_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I \cdot r = U - U_2 \quad / \cdot \frac{1}{r} \Rightarrow I = \frac{U - U_2}{r} = \frac{12 \text{ V} - 4 \text{ V}}{4 \Omega} = 2 \text{ A}.$$

Odgovor je pod B.

### Vježba 245

U strujnome krugu prikazanome na slici voltmeter pokazuje 2 V. Unutarnji otpor baterije je zanemariv.



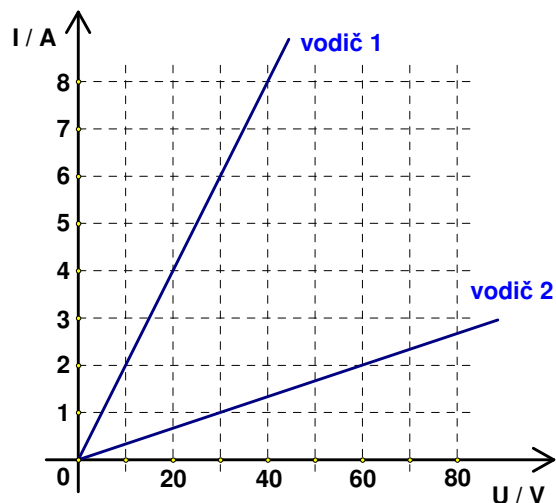
Koliku jakost struje pokazuje ampermetar uz uvjet da su instrumenti idealni?

- A. 1 A      B. 2 A      C. 3 A      D. 4 A

**Rezultat:** C.

### Zadatak 246 (Luka, gimnazija)

Na grafu je prikazana ovisnost jakosti struje I o naponu U za dva vodiča.



Koliko bi iznosio ukupni otpor serijskoga spoja tih dvaju vodiča?

- A.  $0.23 \Omega$     B.  $4.3 \Omega$     C.  $25 \Omega$     D.  $35 \Omega$

**Rješenje 246**

$U, I, R = ?$

**Ohmov zakon** je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow R = \frac{U}{I}$$

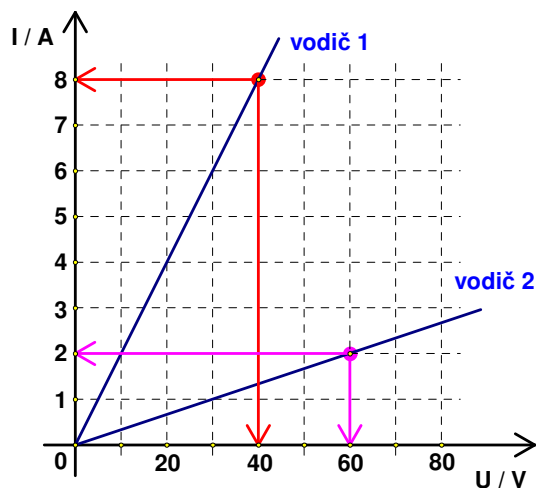
gdje je  $I$  jakost struje kroz strujni krug u amperima (A),  $U$  napon izvora u voltima (V),  $R$  ukupan otpor strujnog kruga u omima ( $\Omega$ ).

Ukupni je otpor od  $n$  serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

Ukupni je otpor od 2 serijski spojena vodiča

$$R = R_1 + R_2$$



Sa slike očitamo neke vrijednosti napona i pripadne struje:

- za vodič 1 pri naponu 40 V jakost struje je 8 A

$$\left. \begin{array}{l} U_1 = 40 \text{ v} \\ I_1 = 8 \text{ A} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ R_1 = \frac{U_1}{I_1} \right] \Rightarrow R_1 = \frac{40 \text{ V}}{8 \text{ A}} = 5 \Omega$$

- za vodič 2 pri naponu 60 V jakost struje je 2 A.

$$\left. \begin{array}{l} U_2 = 60 \text{ V} \\ I_2 = 2 \text{ A} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ R_2 = \frac{U_2}{I_2} \right] \Rightarrow R_2 = \frac{60 \text{ V}}{2 \text{ A}} = 30 \Omega.$$

Ukupni otpor R serijskoga spoja tih dvaju vodiča iznosi:

$$R = R_1 + R_2 = 5 \Omega + 30 \Omega = 35 \Omega.$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 246

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 247 (Marijan, tehnička škola)

Ampermetar ima mjerno područje 1 A i unutarnji otpor 0.1 Ω. Njime treba mjeriti struje iznosa do 3 A. Koliki je dodatni otpor potrebno spojiti s ampermetrom u strujnom krugu kako bi to bilo moguće?

### Rješenje 247

$$I_1 = 1 \text{ A}, \quad r = 0.1 \Omega, \quad I = 3 \text{ A}, \quad R = ?$$

Napon mjerimo voltmetrom. Njega spajamo paralelno trošilu ili izvoru.

**Ohmov zakon** je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R - \text{pad napona},$$

gdje je I jakost struje kroz strujni krug u amperima (A), U napon izvora u voltima (V), R ukupan otpor strujnog kruga u omima (Ω).

Čvorom nazivamo svaku točku u strujnom krugu gdje se struja može granati u barem tri vodiča. Struja koja ulazi u čvor jednaka je zbroju struja koje iz njega izlaze.

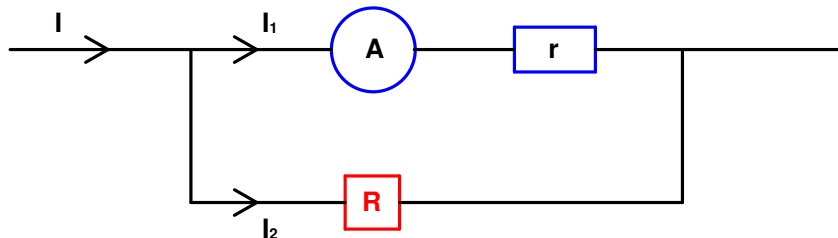
$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n.$$

Pri usporednom spajanju vodiča zbroj jakosti struja u svim granama jednak je jakosti struje prije i poslije grananja.

Pad napona na krajevima svih vodiča koji su spojeni u paralelu jednak je.

$$U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n, \quad I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3 = \dots = I_n \cdot R_n.$$

Svi paralelno spojeni otpori imaju jednak napon.



Kroz dodatni otpor R teče struja  $I_2$ .

$$I_1 + I_2 = I \Rightarrow I_2 = I - I_1 = 3 \text{ A} - 1 \text{ A} = 2 \text{ A}.$$

Dodatni otpor R mora se spojiti usporedno (paralelno) s ampermetrom. Pad napona:

- na ampermetru unutarnjeg otpora r iznosi

$$U_a = I_1 \cdot r$$

- na otporniku otpora R iznosi

$$U_R = I_2 \cdot R.$$

Zbog paralelnog spoja padovi napona su međusobno jednaki.

$$U_R = U_a \Rightarrow I_2 \cdot R = I_1 \cdot r \Rightarrow I_2 \cdot R = I_1 \cdot r \cdot \frac{1}{I_2} \Rightarrow R = \frac{I_1 \cdot r}{I_2} = \frac{1 \text{ A} \cdot 0.1 \Omega}{2 \text{ A}} = 0.05 \Omega.$$

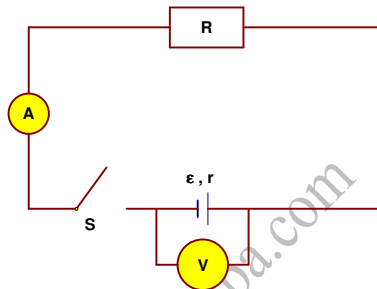
### Vježba 247

Ampermetar ima mjerno područje 2 A i unutarnji otpor 0.1 Ω. Njime treba mjeriti struje iznosa do 4 A. Koliki je dodatni otpor potrebno spojiti s ampermetrom u strujnom krugu kako bi to bilo moguće?

**Rezultat:** 0.05 Ω.

### Zadatak 248 (Dominik, tehnička škola)

Otpornik otpora  $R = 100 \Omega$  preko sklopke S spojen je na izvor elektromotornog napona  $\varepsilon$  i unutarnjeg otpora  $r$ , kao što je prikazano na crtežu. Ako je sklopka S otvorena, voltmetar pokazuje 4.5 V. Ako je sklopka zatvorena, ampermetar pokazuje 0.04 A. Pretpostavite da su ampermetar i voltmetar idealni. Koliki je unutarnji otpor baterije?



### Rješenje 248

$$R = 100 \Omega, \quad \varepsilon = 4.5 \text{ V}, \quad I = 0.04 \text{ A}, \quad r = ?$$

Kada je izvor elektromotornog napona  $\varepsilon$  priključen u strujni krug, njegov se napon raspodjeljuje na pad napona na unutrašnjem otporu  $R_u$  izvora ( $I \cdot R_u$ ) i pad napona ( $I \cdot R_v$ ) u vanjskom krugu.

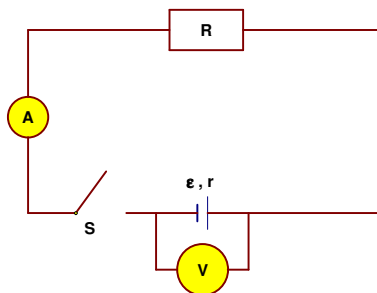
$$\varepsilon = I \cdot R_u + I \cdot R_v \Rightarrow \varepsilon = I \cdot (R_u + R_v).$$

$$\varepsilon = I \cdot (R + r) \Rightarrow I \cdot (R + r) = \varepsilon \Rightarrow I \cdot (R + r) = \varepsilon \cdot \frac{1}{I} \Rightarrow R + r = \frac{\varepsilon}{I} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \frac{\varepsilon}{I} - R = \frac{4.5 \text{ V}}{0.04 \text{ A}} - 100 \Omega = 12.5 \Omega.$$

### Vježba 248

Otpornik otpora  $R = 100 \Omega$  preko sklopke S spojen je na izvor elektromotornog napona  $\varepsilon$  i unutarnjeg otpora  $r$ , kao što je prikazano na crtežu. Ako je sklopka S otvorena, voltmetar pokazuje 9 V. Ako je sklopka zatvorena, ampermetar pokazuje 0.08 A. Pretpostavite da su ampermetar i voltmetar idealni. Koliki je unutarnji otpor baterije?

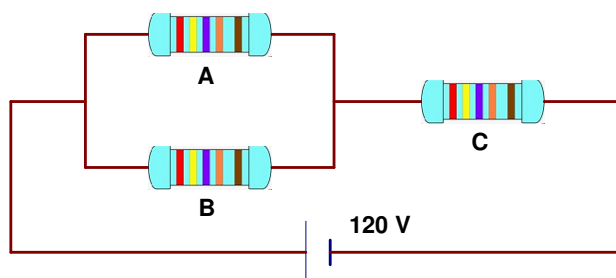


**Rezultat:** 12.5 Ω.



### Zadatak 249 (Ivan, tehnička škola)

U krug istosmjerne struje napona 120 V uključena su tri jednaka otpornika, otpornik A, otpornik B i otpornik C, kao što je prikazano na crtežu. Odredite napon na krajevima svakoga otpornika.



### Rješenje 249

$$U = 120 \text{ V}, \quad R_a = R_b = R_c = R, \quad U_a = ?, \quad U_b = ?, \quad U_c = ?$$

Ohmov zakon je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow U = I \cdot R - \text{pad napona},$$

gdje je I jakost struje kroz strujni krug u amperima (A), U napon izvora u voltima (V), R ukupan otpor strujnog kruga u omima ( $\Omega$ ).

Ukupni otpor R što ga pruža n vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti paralelno vezanih otpornika.

Ukupni otpor R što ga pružaju 2 vodiča spojena u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Pad napona na krajevima svih vodiča koji su spojeni u paralelu jednak je.

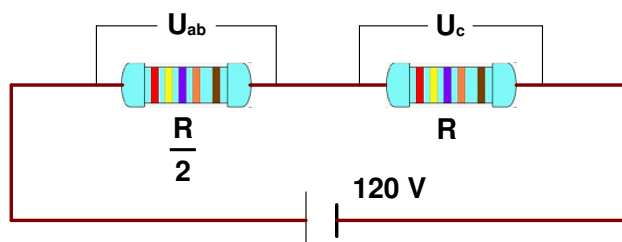
$$U_1 = U_2 = U_3, \quad I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3.$$

Pri serijskom spoju vodiča kroz sve vodiče teče struja iste jakosti, a ukupni napon jednak je zbroju padova napona na pojedinim vodičima:

$$U = U_1 + U_2 + U_3, \quad U = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3.$$

Otpornici A i B spojeni su usporedno (paralelno) pa je njihov ekvivalentni otpor jednak

$$R_{ab} = \frac{R \cdot R}{R + R} \Rightarrow R_{ab} = \frac{R^2}{2 \cdot R} \Rightarrow R_{ab} = \frac{R^2}{2 \cdot R} \Rightarrow R_{ab} = \frac{R}{2}.$$



Za padove napona vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} U_{ab} = I \cdot \frac{R}{2} \\ U_c = I \cdot R \\ U_{ab} + U_c = 120 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} U_{ab} = I \cdot \frac{R}{2} \cdot 2 \\ U_c = I \cdot R \\ U_{ab} + U_c = 120 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot U_{ab} = I \cdot R \\ U_c = I \cdot R \\ U_{ab} + U_c = 120 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot U_{ab} = U_c \\ U_{ab} + U_c = 120 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U_{ab} + 2 \cdot U_{ab} = 120 \Rightarrow 3 \cdot U_{ab} = 120 \Rightarrow 3 \cdot U_{ab} = 120 \text{ } /: 3 \Rightarrow U_{ab} = 40 \text{ V.}$$

Otpornici A i B spojeni su usporedno pa je

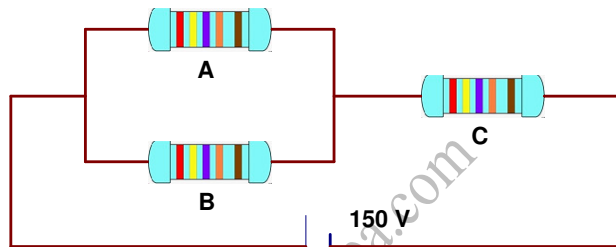
$$U_a = U_b = 40 \text{ V.}$$

Napon na krajevima otpornika C iznosi:

$$U_c = 2 \cdot U_{ab} = 2 \cdot 40 \text{ V} = 80 \text{ V} \quad \text{ili} \quad U_{ab} + U_c = 120 \Rightarrow U_c = 120 - U_{ab} = 120 - 40 = 80 \text{ V.}$$

### Vježba 249

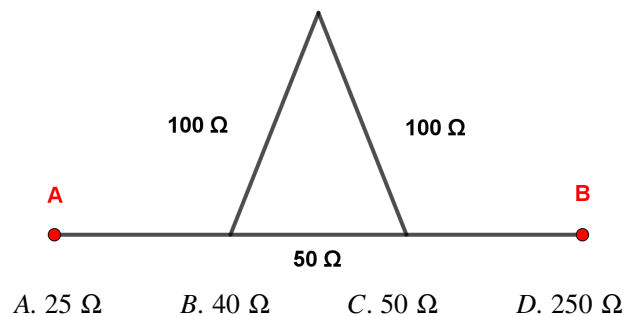
U krug istosmjernje struje napona 150 V uključena su tri jednaka otpornika, otpornik A, otpornik B i otpornik C, kao što je prikazano na crtežu. Odredite napon na krajevima svakoga otpornika.



**Rezultat:** 50 V, 50 V, 100 V.

### Zadatak 250 (Petra, medicinska škola)

Koliki je otpor  $R_{ab}$  žičanoga okvira oblikovanoga kao što je prikazano na crtežu?



### Rješenje 250

$$R_1 = R_2 = 100 \Omega, \quad R_3 = 50 \Omega, \quad R_{ab} = ?$$

Ukupni je otpor od n serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ukupni je otpor od 2 serijski spojena vodiča

$$R = R_1 + R_2.$$

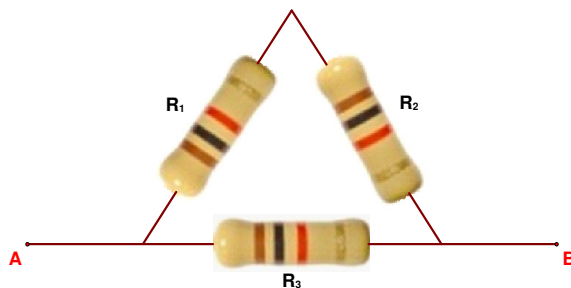
Ukupni otpor R što ga pruža n vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti paralelno vezanih otpornika.

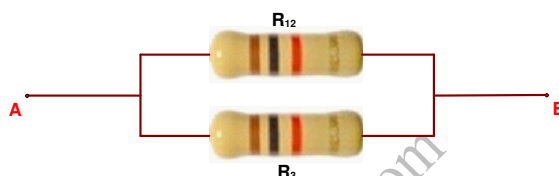
Ukupni otpor  $R$  što ga pružaju 2 vodiča spojena u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$



Otpornici  $R_1$  i  $R_2$  spojeni su serijski pa se mogu nadomjestiti otpornikom otpora

$$R_{12} = R_1 + R_2$$



Sada izračunamo otpor paralelnog spoja  $R_{12}$  i  $R_3$ .

$$R_{ab} = \frac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3} \Rightarrow R_{ab} = \frac{(R_1 + R_2) \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{(100 \Omega + 100 \Omega) \cdot 50 \Omega}{100 \Omega + 100 \Omega + 50 \Omega} = 40 \Omega$$

Odgovor je pod B.

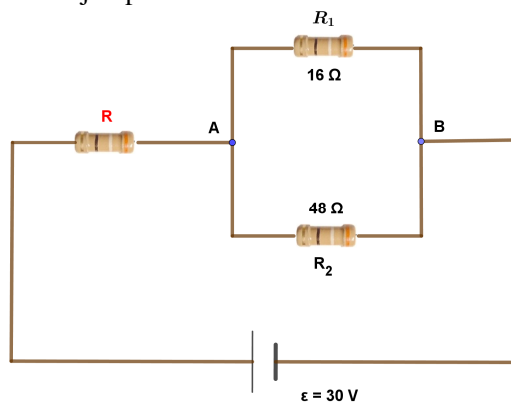
### Vježba 250

Odmor!

**Rezultat:** ...

### Zadatak 251 (Maturant, gimnazija)

U strujnome krugu prikazanome na crtežu napon između točaka A i B iznosi 5 V. Koliko iznosi otpor  $R$ ? Zanimarite unutarnji otpor izvora.



### Rješenje 251

$$U_{ab} = 5 \text{ V}, \quad R_1 = 16 \Omega, \quad R_2 = 48 \Omega, \quad \varepsilon = 30 \text{ V}, \quad R = ?$$

Ukupni je otpor od n serijski spojenih vodiča

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n.$$

Ukupni je otpor od 2 serijski spojena vodiča

$$R = R_1 + R_2.$$

Ukupni otpor R što ga pruža n vodiča spojenih u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Recipročna vrijednost ukupnog otpora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti paralelno vezanih otpornika.

Ukupni otpor R što ga pružaju 2 vodiča spojena u paralelu možemo naći iz izraza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

**Ohmov zakon** je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow R = \frac{U}{I} \Rightarrow U = I \cdot R - \text{pad napona},$$

gdje je I jakost struje kroz strujni krug u amperima (A), U napon izvora u voltima (V), R ukupan otpor strujnog kruga u omima ( $\Omega$ ).

Pad napona na krajevima svih vodiča koji su spojeni u paralelu jednak je.

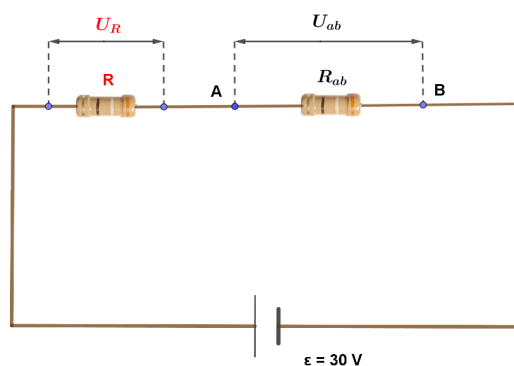
$$U_1 = U_2 = U_3 \quad , \quad I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3.$$

Pri serijskom spoju vodiča kroz sve vodiče teče struja iste jakosti, a ukupni napon jednak je zbroju padova napona na pojedinim vodičima:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 \quad , \quad U = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3.$$

Otpori  $R_1$  i  $R_2$  čine paralelni spoj pa ekvivalentni otpor iznosi:

$$R_{ab} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{16 \Omega \cdot 48 \Omega}{16 \Omega + 48 \Omega} = 12 \Omega.$$



Struja kroz otpornike  $R$  i  $R_{ab}$  je jednaka jer su spojeni serijski.

$$I = I_{ab} \Rightarrow I = \frac{U_{ab}}{R_{ab}} = \frac{5 \text{ V}}{12 \Omega} = \frac{5}{12} \text{ A}.$$

Za padove napona vrijedi:

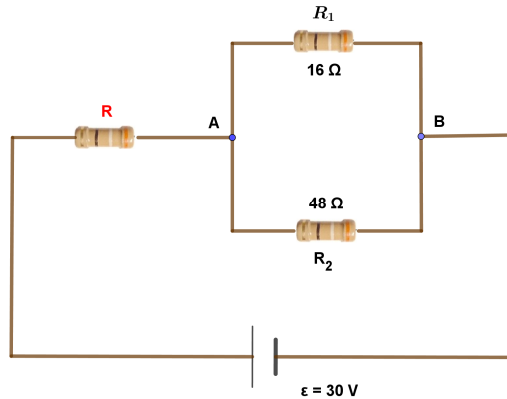
$$\epsilon = U_R + U_{ab} \Rightarrow U_R + U_{ab} = \epsilon \Rightarrow U_R = \epsilon - U_{ab} = 30 \text{ V} - 5 \text{ V} = 25 \text{ V}.$$

Otpor  $R$  iznosi:

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{25 \text{ V}}{\frac{5}{12} \text{ A}} = 60 \Omega.$$

### Vježba 251

U strujnome krugu prikazanome na crtežu napon između točaka A i B iznosi 10 V. Koliko iznosi otpor R? Zanemarite unutarnji otpor izvora.



**Rezultat:** 24 Ω.

### Zadatak 252 (Maturant, strukovna škola)

Kroz dva paralelno spojena otpornika struje se odnose kao  $I_1 : I_2 = 1 : 4$ . Kolike su struje ako je ukupna struja kroz izvor jednaka 10 A?

#### Rješenje 252

$$I_1 : I_2 = 1 : 4, \quad I = 10 \text{ A}, \quad I_1 = ?, \quad I_2 = ?$$

Omjer je količnik dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \text{ ili } \frac{a}{b} = k,$$

gdje je:

- a – prvi član omjera,
- b – drugi član omjera,
- k – vrijednost (kvocijent) omjera.

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \text{ i } c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} I_1 : I_2 = 1 : 4 \\ I_1 + I_2 = I \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_2 = 4 \cdot I_1 \\ I_1 + I_2 = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow I_1 + 4 \cdot I_1 = 10 \Rightarrow 5 \cdot I_1 = 10 \Rightarrow I_1 = 2 \text{ A}.$$

Računamo  $I_2$ .

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = 2 \text{ A} \\ I_2 = 4 \cdot I_1 \end{array} \right\} \Rightarrow I_2 = 4 \cdot 2 \text{ A} = 8 \text{ A}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} I_1 : I_2 = 1 : 4 \\ I_1 + I_2 = I \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 = 1 \cdot k, I = 4 \cdot k, k \text{ koeficijent proporcionalnosti} \\ I_1 + I_2 = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow 1 \cdot k + 4 \cdot k = 10 \Rightarrow 5 \cdot k = 10 \Rightarrow 5 \cdot k = 10 / : 5 \Rightarrow k = 2.$$

Računamo  $I_1$  i  $I_2$ .

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = 1 \cdot k \\ I_2 = 4 \cdot k \end{array} \right\} \Rightarrow [k = 2] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 = 1 \cdot 2 \\ I_2 = 4 \cdot 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_1 = 2 \text{ A} \\ I_2 = 8 \text{ A} \end{array} \right\}.$$

### Vježba 252

Kroz dva paralelno spojena otpornika struje se odnose kao  $I_1 : I_2 = 1 : 4$ . Kolike su struje ako je ukupna struja kroz izvor jednaka 15 A?

**Rezultat:** 3 A, 12 A.

### Zadatak 253 (Maturantica, medicinska škola)

Bakrena žica otpora  $R$  oblika cilindra ima poprečni presjek  $S$  i duljinu  $l$ . Koliki je otpor druge bakrene žice jednakoga volumena i duljine  $2 \cdot l$ ?

A.  $\frac{R}{2}$       B.  $R$       C.  $2 \cdot R$       D.  $4 \cdot R$

### Rješenje 253

$$R_1 = R, \quad S_1 = S, \quad l_1 = l, \quad V_1 = V_2, \quad l_2 = 2 \cdot l, \quad R_2 = ?$$

Električni otpor  $R$  vodiča ovisi o duljini  $l$  vodiča, njegovu presjeku  $S$  i električnoj otpornosti  $\rho$ :

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

### Obujam valjka

Uspravni i kosi valjak površine osnovke (baze)  $S$  i visine  $v$  imaju jednake obujmove. Taj obujam iznosi:

$$V = S \cdot v.$$

Dvije bakrene žice imaju jednake volumene.

$$V_2 = V_1 \Rightarrow S_2 \cdot l_2 = S_1 \cdot l_1 \Rightarrow S_2 \cdot 2 \cdot l = S \cdot l \Rightarrow S_2 \cdot 2 \cdot l = S \cdot l / \cdot \frac{1}{2 \cdot l} \Rightarrow S_2 = \frac{S}{2}.$$

Sada je:

$$\left. \begin{array}{l} R_1 = \rho \cdot \frac{l_1}{S_1} \\ R_2 = \rho \cdot \frac{l_2}{S_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho \cdot \frac{l_2}{S_2}}{\rho \cdot \frac{l_1}{S_1}} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho \cdot \frac{l_2}{S_2}}{\rho \cdot \frac{l_1}{S_1}} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\frac{l_2}{S_2}}{\frac{l_1}{S_1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{l_2 \cdot S_1}{S_2 \cdot l_1} \Rightarrow \frac{R_2}{R} = \frac{2 \cdot l \cdot S}{S \cdot l} \Rightarrow \frac{R_2}{R} = \frac{4 \cdot l \cdot S}{S \cdot l} \Rightarrow \frac{R_2}{R} = \frac{4 \cdot l \cdot S}{S \cdot l} \Rightarrow \frac{R_2}{R} = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R} = 4 / \cdot R \Rightarrow R_2 = 4 \cdot R.$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 253

Bakrena žica otpora  $R$  oblika cilindra ima poprečni presjek  $S$  i duljinu  $l$ . Koliki je otpor druge bakrene žice jednakoga volumena i poprečnoga presjeka  $2 \cdot S$ ?

A.  $2 \cdot R$       B.  $\frac{R}{2}$       C.  $\frac{R}{4}$       D.  $\frac{R}{8}$

**Rezultat:** C.

**Zadatak 254 (Zoran, tehnička škola)**

Grijač na gradskoj mreži napona 220 V ima snagu 100 W. Kada ge priključimo na akumulator od 12 V snaga grijača je približno:

A. 30 W      B. 55 W      C. 5.5 W      D. 0.3 W

**Rješenje 254**

$U_1 = 220 \text{ V}, \quad P_1 = 100 \text{ W}, \quad U_2 = 12 \text{ V}, \quad P_2 = ?$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = \frac{U^2}{R},$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, R otpor tog trošila.

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \frac{U_1^2}{R} \\ P_2 &= \frac{U_2^2}{R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{U_2^2}{R}}{\frac{U_1^2}{R}} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2^2}{U_1^2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2^2}{U_1^2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{U_2}{U_1} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{U_2}{U_1} \right)^2 \cdot P_1 \Rightarrow P_2 = P_1 \cdot \left( \frac{U_2}{U_1} \right)^2 = 100 \text{ W} \cdot \left( \frac{12 \text{ V}}{220 \text{ V}} \right)^2 = 0.3 \text{ W}.$$

Odgovor je pod D.

**Vježba 254**

Grijač na gradskoj mreži napona 220 V ima snagu 1 kW. Kada ge priključimo na akumulator od 12 V snaga grijača je približno:

A. 3.5 W      B. 2.55 W      C. 2.98 W      D. 2.63 W

**Rezultat:** C.

**Zadatak 255 (Zoran, tehnička škola)**

Baterija je spojena s otpornikom R. Kada kroz bateriju prolazi naboj od 2000 C na otporniku se oslobodi 2500 J energije, a na unutarnjem otporu baterije 1500 J. Elektromotorni napon baterije je:

A. 2 V      B. 1.25 V      C. 0.75 V      D. 0.50 V

**Rješenje 255**

$R, \quad Q = 2000 \text{ C}, \quad W_1 = 2500 \text{ J}, \quad W_2 = 1500 \text{ J}, \quad \varepsilon = ?$

Elektromotorni napon  $\varepsilon$  je jednak radu W po jedinici naboja Q potrebnom da se naboj ponovno vrati u istu točku strujnog kruga.

$$\varepsilon = \frac{W}{Q}.$$

$$\varepsilon = \frac{W}{Q} \Rightarrow \varepsilon = \frac{W_1 + W_2}{Q} = \frac{2500 \text{ J} + 1500 \text{ J}}{2000 \text{ C}} = 2 \text{ V}.$$

Odgovor je pod A.

**Vježba 255**

Baterija je spojena s otpornikom R. Kada kroz bateriju prolazi naboj od 2000 C na otporniku se oslobodi 2200 J energije, a na unutarnjem otporu baterije 1800 J. Elektromotorni napon baterije je:

- A. 2 V      B. 1.25 V      C. 0.75 V      D. 0.50 V

**Rezultat:** A.

**Zadatak 256 (101, tehnička škola)**

Dvije električne žarulje usporedno (paralelno) su spojene u strujnom krugu. Otpor prve je 360 Ω, a druge 240 Ω. Koja ima veću snagu?

**Rješenje 256**

$$R_1 = 360 \Omega, \quad R_2 = 240 \Omega, \quad P_2 : P_1 = ?$$

Snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije je

$$P = \frac{U^2}{R},$$

gdje je U napon između krajeva promatranog trošila, R otpor tog trošila.

**Pad napona na krajevima svih vodiča koji su spojeni usporedno (paralelno) jednak je.**

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = \frac{U^2}{R_1} \\ P_2 = \frac{U^2}{R_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{U^2}{R_2}}{\frac{U^2}{R_1}} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{U^2}{R_2}}{\frac{U^2}{R_1}} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{360 \Omega}{240 \Omega} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 1.5 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 1.5 \cdot P_1 \Rightarrow P_2 = 1.5 \cdot P_1.$$

Žarulja s manjim otporom ima 1.5 puta veću snagu.

**Vježba 256**

Dvije električne žarulje usporedno (paralelno) su spojene u strujnom krugu. Otpor prve je 180 Ω, a druge 120 Ω. Koja ima veću snagu?

**Rezultat:** Druga, 1.5 puta veću snagu.

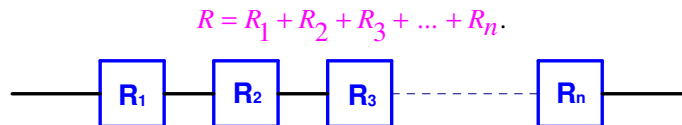
**Zadatak 257 (Tomislav, tehnička škola)**

Četiri jednaka otpornika mogu se spojiti na razne načine. Koje sve otpore možemo dobiti njihovim kombinacijama?

**Rješenje 257**

$$r, \quad R = ?$$

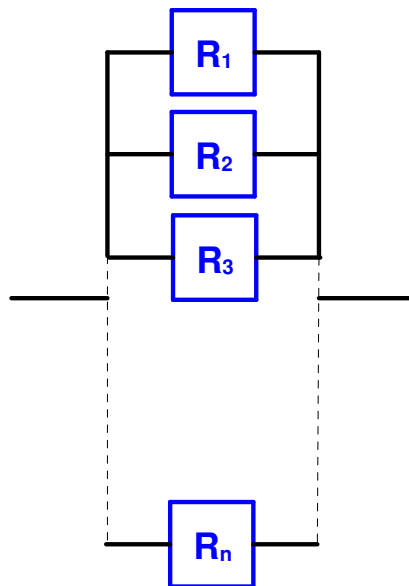
Ukupni je otpor od n **serijskih** spojenih vodiča



Ukupni je otpor od n **paralelno** spojenih vodiča

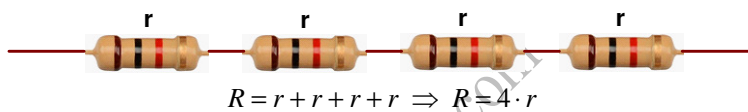
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$



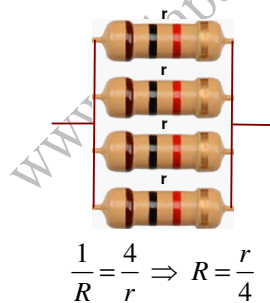


Moguće je dobiti osam **različitih** ekvivalentnih otpora.

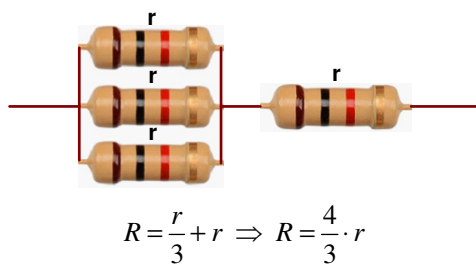
Prva kombinacija



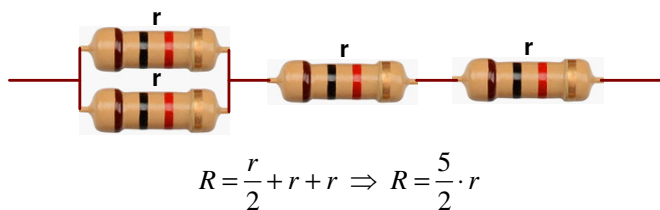
Druga kombinacija



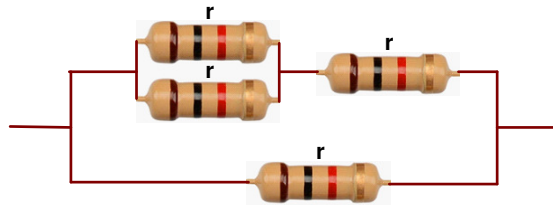
Treća kombinacija



Četvrta kombinacija

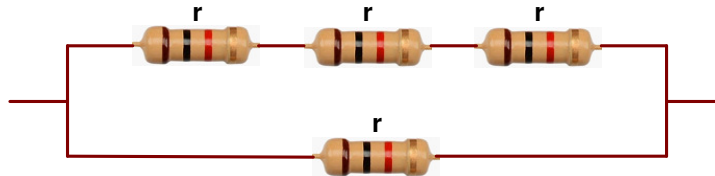


Peta kombinacija



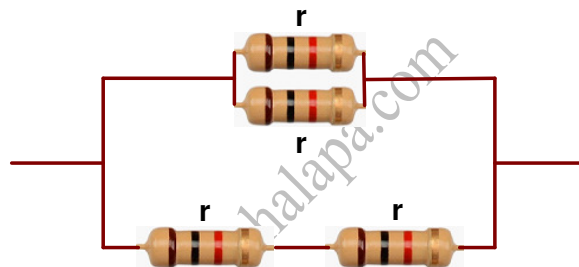
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\frac{r}{2} + r} + \frac{1}{r} \Rightarrow R = \frac{3}{5} \cdot r$$

Šesta kombinacija



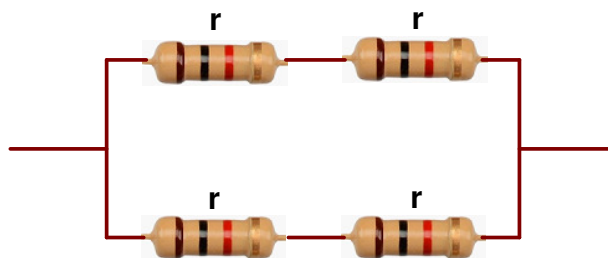
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r+r+r} + \frac{1}{r} \Rightarrow R = \frac{3}{4} \cdot r$$

Sedma kombinacija



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r+r} \Rightarrow R = \frac{2}{5} \cdot r$$

Osmo kombinacija



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r+r} + \frac{1}{r+r} \Rightarrow R = r$$

**Vježba 257**

Odmor!

**Rezultat:** ...