

### Zadatak 021 (Mira, gimnazija)

Dvama ravnim, paralelnim vodičima međusobno udaljenim 15 cm teku struje 2.5 A i 1.5 A u istom smjeru. Na kojoj udaljenosti od prvog vodiča je magnetska indukcija jednaka nuli?

#### Rješenje 021

$$r = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m}, \quad I_1 = 2.5 \text{ A}, \quad I_2 = 1.5 \text{ A}, \quad x = ?$$



Magnetska indukcija iščezava između vodiča ako je:  $\vec{B}_1 = -\vec{B}_2$ . Budući da su magnetske indukcije oba vodiča u točki iščezavanja po iznosu jednake, slijedi:

$$\begin{aligned} B_1 = B_2 &\Rightarrow \mu_0 \cdot \frac{I_1}{2\pi \cdot x} = \mu_0 \cdot \frac{I_2}{2\pi \cdot (r-x)} \cdot \frac{2\pi}{\mu_0} \Rightarrow \frac{I_1}{x} = \frac{I_2}{r-x} \Rightarrow x \cdot I_2 = (r-x) \cdot I_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \cdot I_2 = r \cdot I_1 - x \cdot I_1 \Rightarrow x \cdot I_2 + x \cdot I_1 = r \cdot I_1 \Rightarrow x \cdot (I_1 + I_2) = r \cdot I_1 \Rightarrow x = \frac{r \cdot I_1}{I_1 + I_2} = \\ &\Rightarrow x = \frac{0.15 \text{ m} \cdot 2.5 \text{ A}}{2.5 \text{ A} + 1.5 \text{ A}} = 0.09375 \text{ m} = 9.375 \text{ cm} \approx 9.38 \text{ cm}. \end{aligned}$$

#### Vježba 021

Dvama ravnim, paralelnim vodičima međusobno udaljenim 30 cm teku struje 2.5 A i 1.5 A u istom smjeru. Na kojoj udaljenosti od prvog vodiča je magnetska indukcija jednaka nuli?

**Rezultat:** 18.75 cm.

### Zadatak 022 (Željko, gimnazija)

Zavojnica promjera 5 cm smještena je u homogeno magnetsko polje koje je usporedno s osi zavojnice. Magnetska se indukcija jednoliko mijenja brzinom  $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 10^{-2} \frac{\text{T}}{\text{s}}$ . Zavojnica ima 1000 zavoja namotanih samo u jednom sloju. Krajevi zavojnice spojeni su s kondenzatorom kapaciteta 10  $\mu\text{F}$ . Odredite naboj na kondenzatoru.

#### Rješenje 022

$$d = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad \frac{\Delta B}{\Delta t} = 10^{-2} \frac{\text{T}}{\text{s}}, \quad N = 1000, \quad C = 10 \mu\text{F} = 10^{-5} \text{ F}, \quad Q = ?$$

Naboj na kondenzatoru iznosi:

$$Q = C \cdot U_i.$$

Napon koji se inducira u zavojnici s N zavoja razmjeran je brzini promjene magnetskog toka:

$$U_i = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Znak minus označava da inducirani napon daje induciranu struju takva smjera da njezino magnetsko polje nastoji poništiti promjenu magnetskog toka koja ju je proizvela.

Tok homogenoga magnetskog polja kroz ravnu površinu S kad silnice prolaze okomito na površinu S jednak je:

$$\Phi = B \cdot S.$$

Inducirani napon u zavojnici ima vrijednost:

$$U_i = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

Znak minus u tom izrazu možemo izostaviti jer nas zanima samo veličina napona, a ne njegov smjer.

Tok polja je  $\Phi = B \cdot S$ , gdje se površina S kojom prolazi tok ne mijenja. Prema tome je:

$$\Delta \Phi = \Delta B \cdot S,$$

odnosno

$$U_i = N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = N \cdot S \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

Odatle je količina naboja:

$$Q = C \cdot U_i = C \cdot N \cdot S \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} = C \cdot N \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} = 10^{-5} \text{ F} \cdot 1000 \cdot \frac{(0.05 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 10^{-2} \frac{\text{T}}{\text{s}} = 1.96 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

### Vježba 022

Zavojnica promjera 5 cm smještena je u homogeno magnetsko polje koje je usporedno s osi zavojnice. Magnetska se indukcija jednoliko mijenja brzinom  $\frac{\Delta B}{\Delta t} = 10^{-2} \frac{\text{T}}{\text{s}}$ . Zavojnica ima 2000 zavoja namotanih samo u jednom sloju. Krajevi zavojnice spojeni su s kondenzatorom kapaciteta 10  $\mu\text{F}$ . Odredite naboj na kondenzatoru.

**Rezultat:**  $3.93 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ .

### Zadatak 023 (Marko, elektrotehnička škola)

Zatvoreni vodič otpora 3  $\Omega$  nalazi se u magnetskom polju. Promjenom jakosti magnetskog polja povećao se magnetski tok kroz vodič od 0.0002 Wb na 0.0005 Wb. Koliki je naboj prošao poprečnim presjekom vodiča?

### Rješenje 023

$$R = 3 \Omega, \quad \Phi_1 = 0.0002 \text{ Wb}, \quad \Phi_2 = 0.0005 \text{ Wb}, \quad \Delta Q = ?$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta Q = I \cdot \Delta t = \frac{U_i}{R} \cdot \Delta t = \left[ U_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right] = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{R} = \frac{0.0005 \text{ Wb} - 0.0002 \text{ Wb}}{3 \Omega} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

### Vježba 023

Zatvoreni vodič otpora 4  $\Omega$  nalazi se u magnetskom polju. Promjenom jakosti magnetskog polja povećao se magnetski tok kroz vodič od 0.0002 Wb na 0.0006 Wb. Koliki je naboj prošao poprečnim presjekom vodiča?

**Rezultat:**  $1 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ .

### Zadatak 024 (Marko, elektrotehnička škola)

Vodič duljine 2 m presavijemo napola i krajeve spojimo zajedno. Zatim vodič rastegnemo u kvadrat tako da ravnina kvadrata bude okomita na horizontalnu komponentu Zemljina magnetskog polja jakosti 16 A/m. Koja će se količina naboja inducirati u vodiču za vrijeme dok vodič rastežemo ako je njegov otpor 1  $\Omega$ ?

### Rješenje 024

$$d = 2 \text{ m}, \quad H = 16 \text{ A/m}, \quad R = 1 \Omega, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}, \quad \Delta Q = ?$$



$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta Q = I \cdot \Delta t = \frac{U_i}{R} \cdot \Delta t = \left[ U_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right] = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{B \cdot \Delta S}{R} = \frac{B \cdot a^2}{R} = \frac{\mu_0 \cdot H \cdot a^2}{R} =$$

$$= \left[ \begin{matrix} 4 \cdot a = d \\ a = \frac{d}{4} \end{matrix} \right] = \frac{\mu_0 \cdot H \cdot \left(\frac{d}{4}\right)^2}{R} = \frac{\mu_0 \cdot H \cdot d^2}{16 \cdot R} = \frac{\mu_0 \cdot H \cdot d^2}{16 \cdot R} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot 16 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot (2 \text{ m})^2}{16 \cdot 1 \Omega} = 5.03 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

### Vježba 024

Vodič duljine 2 m presavijemo napola i krajeve spojimo zajedno. Zatim vodič rastegnemo u kvadrat tako da ravnina kvadrata bude okomita na horizontalnu komponentu Zemljina magnetskog polja jakosti 16 A/m. Koja će se količina naboja inducirati u vodiču za vrijeme dok vodič rastežemo ako je njegov otpor 2  $\Omega$ ?

**Rezultat:**  $2.51 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ .

**Zadatak 025 (Marko, elektrotehnička škola)**

Ravan vodič duljine 1 m, mase 0.00784 kg, smješten je u zraku okomito na horizontalno magnetsko polje jakosti  $6.34 \cdot 10^3 \text{ A/m}$ . Nađi jakost struje koju moramo propustiti kroz vodič da on u magnetskom polju miruje.

**Rješenje 025**

$$l = 1 \text{ m}, \quad m = 0.00784 \text{ kg}, \quad \alpha = 90^\circ, \quad H = 6.34 \cdot 10^3 \text{ A/m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ \mu_0 = 12.56 \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}, \quad I = ?$$

Budući da vodič u magnetskom polju miruje, sila kojom magnetsko polje djeluje na vodič mora po iznosu biti jednaka težini vodiča:

$$\left. \begin{array}{l} B \cdot I \cdot l \cdot \sin \alpha = m \cdot g \\ B = \mu_0 \cdot H \end{array} \right\} \Rightarrow I = \frac{m \cdot g}{\mu_0 \cdot H \cdot l \cdot \sin \alpha} = \frac{0.00784 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{12.56 \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot 6.34 \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 1 \text{ m} \cdot \sin 90^\circ} = 9.66 \text{ A}.$$

**Vježba 025**

Ravan vodič duljine 1 m, mase 0.01568 kg, smješten je u zraku okomito na horizontalno magnetsko polje jakosti  $6.34 \cdot 10^3 \text{ A/m}$ . Nađi jakost struje koju moramo propustiti kroz vodič da on u magnetskom polju miruje.

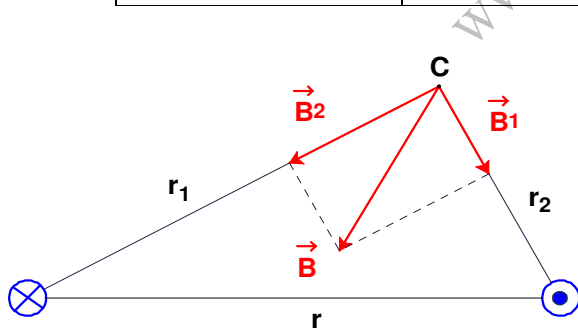
**Rezultat:** 19.32 A.

**Zadatak 026 (Strojar, strojarska škola)**

Dva dugačka usporedna ravna vodiča međusobno su udaljena 50 cm. U prvom vodiču teče struja 20 A, a u drugom 24 A. Kolika je magnetska indukcija u točki C koja je 40 cm udaljena od prvog vodiča, a 30 cm od drugog vodiča? Struje u vodičima suprotnog su smjera.

**Rješenje 026**

$I_1 = 20 \text{ A}$	$I_2 = 24 \text{ A}$	$r = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$
$r_1 = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$	$r_2 = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$	$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}, \quad B = ?$



Magnetska indukcija  $\vec{B}$  u točki C jednaka je vektorskoj sumi  $\vec{B}_1$  i  $\vec{B}_2$  koju daju struje  $I_1$  i  $I_2$ .

Vektori  $\vec{B}_1$  i  $\vec{B}_2$  jesu tangente na silnice, tj. kružnice polumjera  $|AC|$  i  $|BC|$ . Budući da je trokut ABC pravokutan (jer je  $0.3^2 + 0.4^2 = 0.5^2$ ), naći ćemo iznos magnetske indukcije B pomoću Pitagorina poučka:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{\frac{\mu_0^2 \cdot I_1^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot r_1^2} + \frac{\mu_0^2 \cdot I_2^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot r_2^2}} = \\ = \sqrt{\frac{\mu_0^2}{4 \cdot \pi^2} \cdot \left( \frac{I_1^2}{r_1^2} + \frac{I_2^2}{r_2^2} \right)} = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{I_1^2}{r_1^2} + \frac{I_2^2}{r_2^2}} = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\left( \frac{I_1}{r_1} \right)^2 + \left( \frac{I_2}{r_2} \right)^2} = \\ = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\left( \frac{20 \text{ A}}{0.4 \text{ m}} \right)^2 + \left( \frac{24 \text{ A}}{0.3 \text{ m}} \right)^2} = 1.89 \cdot 10^{-5} \text{ T}.$$

**Vježba 026**

Dva dugačka usporedna ravna vodiča međusobno su udaljena 50 cm. U prvom vodiču teče struja 24 A, a u drugom 27 A. Kolika je magnetska indukcija u točki C koja je 40 cm udaljena od prvog vodiča, a 30 cm od drugog vodiča? Struje u vodičima suprotnog su smjera.

**Rezultat:**  $2.16 \cdot 10^{-5} T$ .

**Zadatak 027 (Strojar, strojarska škola)**

Ioni argona naboja  $1.6 \cdot 10^{-19} C$  ubrzavaju se u električnom polju napona 800 V i zatim ulijeću u homogeno magnetsko polje magnetske indukcije 0.32 T okomito na njegove silnice. U magnetskom polju razdijele se u dva snopa koji se gibaju u vakuumu po kružnim lukovima polumjera 7.63 cm i 8.05 cm. Odredite mase iona izotopa argona.

**Rješenje 027**

$$Q = 1.6 \cdot 10^{-19} C, \quad U = 800 V, \quad B = 0.32 T, \quad r_1 = 7.63 \text{ cm} = 0.0763 \text{ m}, \\ r_2 = 8.05 \text{ cm} = 0.0805 \text{ m}, \quad m_1 = ?, \quad m_2 = ?$$

Budući da Lorentzova sila, koja djeluje na izotope argona u magnetskom polju, ima ulogu centripetalne sile, masu iona možemo naći iz odnosa:

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = B \cdot v \cdot Q \cdot \frac{r}{v^2} \Rightarrow m = \frac{B \cdot Q \cdot r}{v}$$

Brzinu  $v$  ioni postižu u električnom polju. Prema zakonu očuvanja energije rad sile električnog polja jednak je promjeni kinetičke energije iona. Ako je brzina iona u električnom polju porasla od 0 do  $v$ , možemo pisati:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = Q \cdot U \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot Q \cdot U}{m}$$

Masu iona izotopa tražimo pomoću izraza za centripetalnu silu i izraza za brzinu  $v$ :

$$\left. \begin{array}{l} m = \frac{B \cdot Q \cdot r}{v} \cdot v \\ v^2 = \frac{2 \cdot Q \cdot U}{m} \cdot m \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot v = B \cdot Q \cdot r \cdot v \\ m \cdot v^2 = 2 \cdot Q \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m^2 \cdot v^2 = B^2 \cdot Q^2 \cdot r^2 \\ m \cdot v^2 = 2 \cdot Q \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednakosti} \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{m^2 \cdot v^2}{m \cdot v^2} = \frac{B^2 \cdot Q^2 \cdot r^2}{2 \cdot Q \cdot U} \Rightarrow m = \frac{B^2 \cdot Q \cdot r^2}{2 \cdot U}$$

Mase iona izotopa su:

$$m_1 = \frac{B^2 \cdot Q \cdot r_1^2}{2 \cdot U} = \frac{(0.32 T)^2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} C \cdot (0.0763 m)^2}{2 \cdot 800 V} = 5.96 \cdot 10^{-26} \text{ kg}, \\ m_2 = \frac{B^2 \cdot Q \cdot r_2^2}{2 \cdot U} = \frac{(0.32 T)^2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} C \cdot (0.0805 m)^2}{2 \cdot 800 V} = 6.64 \cdot 10^{-26} \text{ kg}.$$

**Vježba 027**

Ioni argona naboja  $1.6 \cdot 10^{-19} C$  ubrzavaju se u električnom polju napona 1600 V i zatim ulijeću u homogeno magnetsko polje magnetske indukcije 0.32 T okomito na njegove silnice. U magnetskom polju razdijele se u dva snopa koji se gibaju u vakuumu po kružnim lukovima polumjera 7.63 cm i 8.05 cm. Odredite mase iona izotopa argona.

**Rezultat:**  $m_1 = 2.98 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$  ,  $m_2 = 3.32 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ .

**Zadatak 028 (Xena, gimnazija)**

Zavojnica duljine  $l = 50 \text{ cm}$  sa 3000 zavoja uključena je u krug izmjenične struje frekvencije 50 Hz. Površina poprečnog presjeka zavojnice iznosi  $S = 10 \text{ cm}^2$ . Odredi radni otpor zavojnice ako je fazni pomak između napona i jakosti struje  $60^\circ$ .

**Rješenje 028**

$$l = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad N = 3000, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad S = 10 \text{ cm}^2 = 0.001 \text{ m}^2, \quad \varphi = 60^\circ, \\ \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A}, \quad R = ?$$

Razlika faze  $\varphi$  između izmjeničnog napona i izmjenične struje dana je izrazom:

$$\text{tg } \varphi = \frac{R_L - R_C}{R}$$

Budući da je  $R_C = 0$ , slijedi:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R_L}{R} \Rightarrow R = \frac{R_L}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{L \cdot \omega}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu}{\operatorname{tg} \varphi}.$$

Induktivnost zavojnice duljine  $l$ , presjeka  $S$  sa  $N$  zavoja može se, u zraku, odrediti iz izraza:

$$L = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot S}{l}.$$

Radni otpor iznosi:

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu}{\operatorname{tg} \varphi} \\ L &= \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot S}{l} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R = \frac{\frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot S}{l} \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot S \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu}{l \cdot \operatorname{tg} \varphi} =$$

$$= \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot (3000)^2 \cdot 0.001 \text{ m}^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}}}{0.5 \text{ m} \cdot \operatorname{tg} 60^\circ} = 4.1 \Omega.$$

### Vježba 028

Zavojnica duljine  $l = 100 \text{ cm}$  sa 3000 zavoja uključena je u krug izmjenične struje frekvencije 50 Hz. Površina poprečnog presjeka zavojnice iznosi  $S = 10 \text{ cm}^2$ . Odredi radni otpor zavojnice ako je fazni pomak između napona i jakosti struje  $45^\circ$ .

**Rezultat:**  $3.6 \Omega$ .

### Zadatak 029 (Anamarija, hotelijerska škola)

Vodič duljine 15 cm nalazi se u magnetskom polju magnetske indukcije 2 T. Krajevi vodiča međusobno su spojeni tankim pokretljivim žicama koje su izvan magnetskog polja. Otpor cijelog kruga je  $0.5 \Omega$ . Koliku snagu moramo utrošiti da bismo pomicali vodič okomito na magnetske silnice brzinom 10 m/s?

#### Rješenje 029

$$l = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m}, \quad B = 2 \text{ T}, \quad R = 0.5 \Omega, \quad \varphi = 90^\circ, \quad v = 10 \text{ m/s}, \quad P = ?$$

U vodiču koji se giba u magnetskom polju brzinom  $v$  javlja se inducirani napon:

$$U_i = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \varphi.$$

Snaga kojom se električna energija prolaskom inducirane struje strujnim krugom otpora  $R$  pretvara u unutrašnju energiju iznosi:

$$P = \frac{U_i^2}{R}.$$

Prema zakonu o očuvanju energije jednaka se snaga mora utrošiti i na gibanje vodiča u magnetskom polju pa je tražena snaga:

$$P = \frac{U_i^2}{R} = \frac{(B \cdot l \cdot v \cdot \sin \varphi)^2}{R} = \frac{\left(2 \text{ T} \cdot 0.15 \text{ m} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 90^\circ\right)^2}{0.5 \Omega} = \frac{\left(2 \text{ T} \cdot 0.15 \text{ m} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1\right)^2}{0.5 \Omega} = 18 \text{ W}.$$

### Vježba 029

Vodič duljine 15 cm nalazi se u magnetskom polju magnetske indukcije 2 T. Krajevi vodiča međusobno su spojeni tankim pokretljivim žicama koje su izvan magnetskog polja. Otpor cijelog kruga je  $1 \Omega$ . Koliku snagu moramo utrošiti da bismo pomicali vodič okomito na magnetske silnice brzinom 10 m/s?

**Rezultat:**  $9 \text{ W}$ .

### Zadatak 030 (Anamarija, hotelijerska škola)

Izmjenična struja ima jakost  $i = 4 \text{ A} \cdot \sin 376.8 \text{ s}^{-1} \cdot t$  te prolazi električnom peći otpora  $R = 500 \Omega$ . Kolika je frekvencija i kolike su najveća i efektivna vrijednost jakosti struje i napona?

### Rješenje 030

$$i = 4 \text{ A} \cdot \sin 376.8 \text{ s}^{-1} \cdot t, \quad R = 500 \Omega, \quad v = ?, \quad I_0 = ?, \quad I = ?, \quad U = ?, \quad U_0 = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{najveća vrijednost izmjenične struje i frekvencija} \\ i = I_0 \cdot \sin \omega \cdot t, \quad i = 4 \text{ A} \cdot \sin 376.8 \text{ s}^{-1} \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_0 = 4 \text{ A} \\ \omega = 376.8 \text{ s}^{-1} \\ \omega = 2 \cdot \pi \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_0 = 4 \text{ A} \\ 2 \cdot \pi \cdot v = 376.8 \text{ s}^{-1} \quad /: 2 \cdot \pi \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} I_0 = 4 \text{ A} \\ v = 60 \text{ Hz} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{efektivna vrijednost izmjenične struje} \\ I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = I_0 \cdot 0.707 \end{array} \right\} \Rightarrow I = 4 \text{ A} \cdot 0.707 = 2.83 \text{ A}.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{efektivna vrijednost izmjeničnog napona} \\ U = I \cdot R \end{array} \right\} \Rightarrow U = 2.83 \text{ A} \cdot 500 \Omega = 1415 \text{ V}.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{najveća vrijednost izmjeničnog napona} \\ U_0 = U \cdot \sqrt{2} \end{array} \right\} \Rightarrow U_0 = 1415 \text{ V} \cdot \sqrt{2} = 1415 \text{ V} \cdot 1.41 = 1995.15 \text{ V}.$$

### Vježba 030

Izmjenična struja ima jakost  $i = 8 \text{ A} \cdot \sin 376.8 \text{ s}^{-1} \cdot t$  te prolazi električnom peći otpora  $R = 500 \Omega$ . Kolike su najveća i efektivna vrijednost jakosti struje i napona?

**Rezultat:**  $I_0 = 8 \text{ A}$  ,  $I = 5.66 \text{ A}$  ,  $U = 2830 \text{ V}$  ,  $U_0 = 3990.30 \text{ V}$

### Zadatak 031 (Anamarija, hotelijerska škola)

Vodič duljine 40 cm i otpora  $2 \Omega$  nalazi se u homogenom magnetskom polju indukcije 1 T. Na krajevima vodiča priključen je stalan napon 1.5 V. Kolika struja teče vodičem ako se on giba okomito na silnice polja brzinom 10 m/s?

### Rješenje 031

$$l = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}, \quad R = 2 \Omega, \quad B = 1 \text{ T}, \quad U = 1.5 \text{ V}, \quad v = 10 \text{ m/s}, \quad I = ?$$

Inducirani napon dan je izrazom:

$$U_i = B \cdot l \cdot v.$$

Pomoću Ohmovog zakona dobije se jakost struje:

$$I = \frac{U + U_i}{R} = \frac{U + B \cdot l \cdot v}{R} = \frac{1.5 \text{ V} + 1 \text{ T} \cdot 0.4 \text{ m} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \Omega} = 2.75 \text{ A}.$$

### Vježba 031

Vodič duljine 40 cm i otpora  $1 \Omega$  nalazi se u homogenom magnetskom polju indukcije 1 T. Na krajevima vodiča priključen je stalan napon 1.5 V. Kolika struja teče vodičem ako se on giba okomito na silnice polja brzinom 10 m/s?

**Rezultat:** 5.5 A.

### Zadatak 032 (Maja, medicinska škola)

Dvije zavojnice imaju omjer broja zavoja jednak omjeru njihovih duljina. Kako se odnose jakosti struja u njima ako je unutar zavojnica jednaka gustoća magnetskog toka?

### Rješenje 032

$$N_1 : N_2 = l_1 : l_2, \quad I_1 : I_2 = ?$$

Omjer broja zavoja jednak je omjeru duljina zavojnica:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{l_2}{l_1} \Rightarrow \frac{N_1 \cdot l_2}{N_2 \cdot l_1} = 1.$$

Budući da je unutar zavojnica jednaka gustoća magnetskog toka, vrijedi:

$$B_1 = B_2 \Rightarrow \mu_0 \cdot H_1 = \mu_0 \cdot H_2 \quad /: \mu_0 \Rightarrow H_1 = H_2 \Rightarrow \frac{N_1 \cdot I_1}{l_1} = \frac{N_2 \cdot I_2}{l_2} \quad /: \frac{l_1}{I_2 \cdot N_1} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2 \cdot l_1}{N_1 \cdot l_2} = 1.$$

### Vježba 032

Dvije zavojnice imaju omjer duljina jednak omjeru broja zavoja. Kako se odnose jakosti struja u njima ako je unutar zavojnica jednaka gustoća magnetskog toka?

**Rezultat:** 1.

### Zadatak 033 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Odredite kapacitet kondenzatora koji ima jednak otpor kao i zavojnica induktiviteta 1.5 H i omskog otpora 10 Ω, za izmjeničnu struju frekvencije 50 Hz.

### Rješenje 033

$$L = 1.5 \text{ H}, \quad R = 10 \text{ } \Omega, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad C = ?$$

Budući da je otpor kondenzatora po pretpostavci jednak otporu koji ima zavojnica induktiviteta L i omskog otpora R, vrijedi:

$$R_C = \sqrt{R^2 + R_L^2} \Rightarrow \frac{1}{C \cdot \omega} = \sqrt{R^2 + (L \cdot \omega)^2} \Rightarrow C \cdot \omega = \frac{1}{\sqrt{R^2 + (L \cdot \omega)^2}} \quad /: \frac{1}{\omega} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega \cdot \sqrt{R^2 + (L \cdot \omega)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot \sqrt{R^2 + (L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu)^2}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot \sqrt{(10 \text{ } \Omega)^2 + \left(1.5 \text{ H} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s}\right)^2}} = 6.76 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 6.76 \text{ } \mu\text{F}.$$

### Vježba 033

Odredite kapacitet kondenzatora koji ima jednak otpor kao i zavojnica induktiviteta 1.5 H i omskog otpora 50 Ω, za izmjeničnu struju frekvencije 50 Hz.

**Rezultat:** 6.72 μF.

### Zadatak 034 (Medicinka, medicinska škola)

Frekvencija je gradske mreže u Europi 50 Hz, a u Americi 60 Hz. Za koliko je posto induktivni otpor neke zavojnice induktivnosti L veći u Americi nego u Europi?

### Rješenje 034

$$\nu_1 = 50 \text{ Hz}, \quad \nu_2 = 60 \text{ Hz}, \quad p = ?$$

Relativna promjena induktivnog otpora zavojnice iznosi:

$$p = \frac{R_{L_2} - R_{L_1}}{R_{L_1}} \Rightarrow p = \frac{R_{L_2}}{R_{L_1}} - \frac{R_{L_1}}{R_{L_1}} \Rightarrow p = \frac{R_{L_2}}{R_{L_1}} - 1 \Rightarrow p = \frac{L \cdot \omega_2}{L \cdot \omega_1} - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{\omega_2}{\omega_1} - 1 \Rightarrow p = \frac{2 \cdot \pi \cdot \nu_2}{2 \cdot \pi \cdot \nu_1} - 1 \Rightarrow p = \frac{\nu_2}{\nu_1} - 1 = \frac{60 \text{ Hz}}{50 \text{ Hz}} - 1 = 0.20 = 20\%.$$

### Vježba 034

Frekvencija je gradske mreže u Europi 50 Hz, a u Americi 60 Hz. Za koliko je induktivni otpor neke zavojnice induktivnosti L veći u Americi nego u Europi?

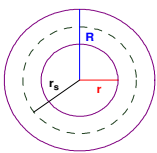
**Rezultat:**  $\Delta R_L = R_{L_2} - R_{L_1} = L \cdot \omega_2 - L \cdot \omega_1 = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu_2 - L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu_1 = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot (\nu_2 - \nu_1) = 63 \cdot L.$

### Zadatak 035 (Ferovac, gimnazija)

Zavojnica od 500 zavoja namotana je na prsten od dinamo-čelika. Vanjski promjer zavojnice je 24 cm, a unutarnji 20 cm. Kroz zavojnicu teče struja jakosti 2 A. Odredite jakost magnetskog polja.

### Rješenje 035

$$N = 500, \quad 2 \cdot R = 24 \text{ cm} \Rightarrow R = 12 \text{ cm} = 0.12 \text{ m}, \quad 2 \cdot r = 20 \text{ cm} \Rightarrow r = 10 \text{ cm} = 0.10 \text{ m}, \\ I = 2 \text{ A}, \quad H = ?$$



Da bismo našli jakost magnetskog polja u sredini zavojnice uzet ćemo njezin srednji polumjer:

$$r_s = \frac{r + R}{2}.$$

Jakost magnetskog polja unutar prstenaste zavojnice iznosi:

$$H = \frac{N \cdot I}{l} \Rightarrow H = \frac{N \cdot I}{2 \cdot r_s \cdot \pi} \Rightarrow H = \frac{N \cdot I}{2 \cdot \frac{r + R}{2} \cdot \pi} \Rightarrow H = \frac{N \cdot I}{(r + R) \cdot \pi} = \frac{500 \cdot 2 \text{ A}}{(0.10 \text{ m} + 0.12 \text{ m}) \cdot \pi} = 1.45 \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

### Vježba 035

Zavojnica od 500 zavoja namotana je na prsten od dinamo-čelika. Vanjski promjer zavojnice je 24 cm, a unutarnji 20 cm. Kroz zavojnicu teče struja jakosti 3 A. Odredite jakost magnetskog polja.

**Rezultat:**  $2.17 \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}}.$

### Zadatak 036 (Ferovac, gimnazija)

Jednoslojna zavojnica promjera 5 cm stavljena je u homogeno magnetsko polje paralelno sa svojom osi. Magnetska indukcija mijenja se ravnomjerno brzinom  $\Delta B/\Delta t = 0.01 \text{ T/s}$ . Zavojnica ima 1000 zavoja. Na krajevima zavojnice priključen je kondenzator  $C = 10 \mu\text{F}$ . Koliki je njegov naboj?

### Rješenje 036

$$d = 5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}, \quad \Delta B/\Delta t = 0.01 \text{ T/s}, \quad N = 1000, \quad C = 10 \mu\text{F} = 10^{-5} \text{ F}, \quad Q = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{kapacitet kondenzatora } C = \frac{Q}{U} \\ \text{inducirani napon } U = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Q = C \cdot U \\ U = N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \end{array} \right\} \Rightarrow Q = C \cdot N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \Rightarrow [\Delta \Phi = \Delta B \cdot S] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = C \cdot N \cdot \frac{\Delta B \cdot S}{\Delta t} \Rightarrow \left[ S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \right] \Rightarrow Q = C \cdot N \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \\ = 10^{-5} \text{ F} \cdot 1000 \cdot 0.01 \frac{\text{T}}{\text{s}} \cdot \frac{(5 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 \cdot \pi}{4} = 1.963 \cdot 10^{-7} \text{ C} = 196.3 \text{ nC}.$$

### Vježba 036

Jednoslojna zavojnica promjera 5 cm stavljena je u homogeno magnetsko polje paralelno sa svojom osi. Magnetska indukcija mijenja se ravnomjerno brzinom  $\Delta B/\Delta t = 0.01 \text{ T/s}$ . Zavojnica ima 2000 zavoja. Na krajevima zavojnice priključen je kondenzator  $C = 10 \mu\text{F}$ . Koliki je njegov naboj?

**Rezultat:**  $3.927 \cdot 10^{-7} \text{ C}.$

### Zadatak 037 (Vedrana, gimnazija)

Zavojnicu induktiviteta 2 H i omskog otpora 50  $\Omega$  spojimo serijski s kondenzatorom kapaciteta  $10^{-6} \text{ F}$  na gradsku mrežu. Koliki će napon pokazivati voltmetar priključen na krajeve zavojnice? ( $U = 220 \text{ V}$ ,  $\nu = 50 \text{ Hz}$ )

### Rješenje 037

$$L = 2 \text{ H}, \quad R = 50 \Omega, \quad C = 10^{-6} \text{ F}, \quad U = 220 \text{ V}, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad U_L = ?$$

Otpor cijelog kruga izmjenične struje jednak je:

$$Z = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2} \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + \left( L \cdot \omega - \frac{1}{C \cdot \omega} \right)^2}.$$

Struja kroz cijeli spoj iznosi:



$$I = \frac{U}{Z}$$

Otpor zavojnice dan je izrazom:

$$Z_L = \sqrt{R^2 + R_L^2} \Rightarrow Z_L = \sqrt{R^2 + (L \cdot \omega)^2}$$

Napon na zavojnici nađemo prema Ohmovom zakonu:

$$\begin{aligned} U_L = I \cdot Z_L \Rightarrow U_L = \frac{U}{Z} \cdot Z_L \Rightarrow U_L = U \cdot \frac{\sqrt{R^2 + (L \cdot \omega)^2}}{\sqrt{R^2 + \left(L \cdot \omega - \frac{1}{C \cdot \omega}\right)^2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow U_L = U \cdot \frac{\sqrt{R^2 + (L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu)^2}}{\sqrt{R^2 + \left(L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu - \frac{1}{C \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu}\right)^2}} = \\ = 220 \text{ V} \cdot \frac{\sqrt{(50 \Omega)^2 + \left(2 \text{ H} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}}\right)^2}}{\sqrt{(50 \Omega)^2 + \left(2 \text{ H} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} - \frac{1}{10^{-6} \text{ F} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}}}\right)^2}} = 54.2 \text{ V}. \end{aligned}$$

### Vježba 037

Zavojnicu induktiviteta 2 H i omskog otpora 50 Ω spojimo serijski s kondenzatorom kapaciteta 10<sup>-6</sup> F na napon 110 V. Koliki će napon pokazivati voltmetar priključen na krajeve zavojnice? (U = 220 V, ν = 50 Hz)

**Rezultat:** 27.1 V.

### Zadatak 038 (Vedrana, gimnazija)

Zavojnica induktiviteta 40 mH i omskog otpora 20 Ω spojena je na gradsku mrežu 220 V. Kolika se snaga troši u zavojnici? (ν = 50 Hz)

### Rješenje 038

$$L = 40 \text{ mH} = 0.04 \text{ H}, \quad R = 20 \Omega, \quad U = 220 \text{ V}, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad P = ?$$

Snaga u krugu izmjenične struje je

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi,$$

gdje je φ fazni pomak između napona i jakosti struje

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

Budući da je kapacitivni otpor R<sub>C</sub> jednak nuli, impedancija (otpor cijelog kruga izmjenične struje) glasi:

$$\left. \begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2} \\ R_C &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + R_L^2}$$

Snaga koja se troši u zavojnici iznosi:

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi &= \frac{R}{Z}, \quad I = \frac{U}{Z} \\ P &= U \cdot I \cdot \cos \varphi \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = U \cdot \frac{U}{Z} \cdot \frac{R}{Z} \Rightarrow P = \frac{U^2 \cdot R}{Z^2} \Rightarrow \left[ Z = \sqrt{R^2 + R_L^2} \right] \Rightarrow P = \frac{U^2 \cdot R}{R^2 + R_L^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \frac{U^2 \cdot R}{R^2 + (L \cdot \omega)^2} \Rightarrow P = \frac{U^2 \cdot R}{R^2 + (L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu)^2} = \frac{(220 \text{ V})^2 \cdot 20 \Omega}{(20 \Omega)^2 + \left(0.04 \text{ H} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}}\right)^2} = 1735.04 \text{ W}.$$

### Vježba 038

Zavojnica induktiviteta 40 mH i omskog otpora 10 Ω spojena je na gradsku mrežu 220 V. Kolika se snaga troši u zavojnici? ( $\nu = 50 \text{ Hz}$ )

**Rezultat:** 1876.60 W.

### Zadatak 039 (Vedrana, gimnazija)

Kolika je brzina elektrona koji se giba jednoliko po pravcu kroz međusobno okomito magnetsko i električno polje?

#### Rješenje 039

$$\vec{B} \perp \vec{E}, \quad v = ?$$

Budući da se elektron giba jednoliko po pravcu (I. Newtonov poučak!), Lorentzova sila (magnetska sila) po iznosu jednaka je električnoj sili:

$$F_L = F \Rightarrow e \cdot v \cdot B = e \cdot E \Rightarrow e \cdot v \cdot B = e \cdot E \cdot \frac{1}{e \cdot B} \Rightarrow v = \frac{E}{B}.$$

### Vježba 039

Kolika je brzina čestice naboja Q koja se giba jednoliko po pravcu kroz međusobno okomito magnetsko i električno polje?

**Rezultat:**  $v = \frac{E}{B}$ .

### Zadatak 040 (Mario, medicinska škola)

Zavojnica koeficijenta samoindukcije 0.1 H i omskog otpora 51 Ω priključena je na izvor izmjeničnog napona efektivne vrijednosti 120 V i frekvencije 50 Hz. Kolika efektivna struja teče zavojnicom?

#### Rješenje 040

$$L = 0.1 \text{ H}, \quad R = 51 \Omega, \quad U = 120 \text{ V}, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad I = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} Z = \sqrt{R^2 + R_L^2} \\ I = \frac{U}{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + R_L^2}} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L \cdot \omega)^2}} \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu)^2}} =$$

$$= \frac{120 \text{ V}}{\sqrt{(51 \Omega)^2 + \left(0.1 \text{ H} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}}\right)^2}} = 2 \text{ A}.$$

### Vježba 040

Zavojnica koeficijenta samoindukcije 0.1 H i omskog otpora 51 Ω priključena je na izvor izmjeničnog napona efektivne vrijednosti 240 V i frekvencije 50 Hz. Kolika efektivna struja teče zavojnicom?

**Rezultat:** 4 A.