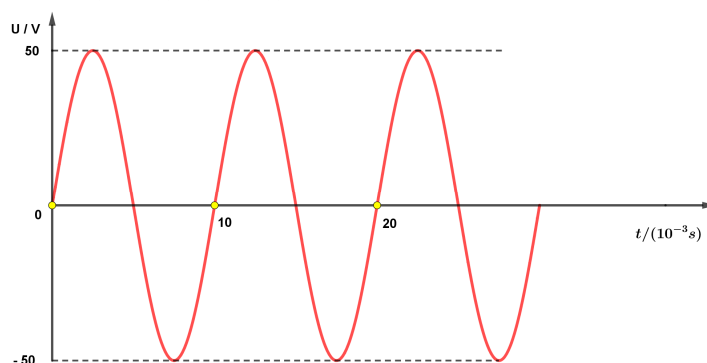


Zadatak 281 (Nata, gimnazija)

Kondenzator kapaciteta C serijski je spojen sa zavojnicom induktiviteta 0.5 H na izvor izmjeničnoga napona. Napon izvora ovisi o vremenu kao što je prikazano na crtežu. Koliki treba biti kapacitet C da bi impedancija strujnoga kruga bila minimalna?



Rješenje 281

$$L = 0.5\text{ H}, \quad C = ?$$

Kružna frekvencija ω računa se po formuli

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T},$$

gdje je T perioda (vrijeme jednog titraja).

Ukupni otpor u krugu izmjenične struje zovemo impedancija.

$$Z = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2},$$

R je radni ili omski otpor, $R_L = L \cdot \omega$ je induktivni otpor, $R_C = \frac{1}{C \cdot \omega}$ je kapacitivni otpor.

Impedancija

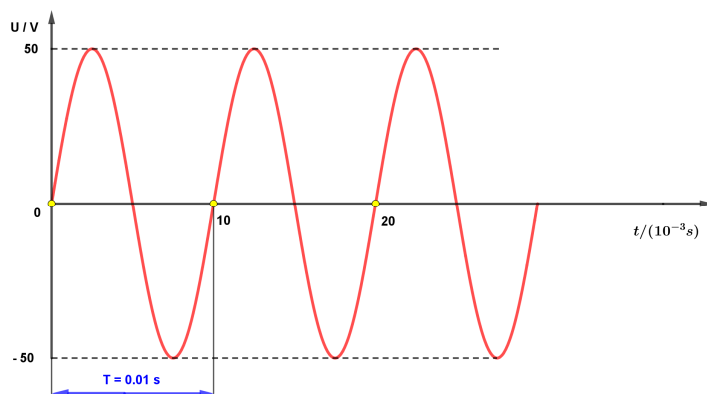
$$Z = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}$$

bit će najmanja, ako je

$$R_L - R_C = 0 \Rightarrow R_L = R_C.$$

Na crtežu vidi se da je perioda T :

$$T = 10 \cdot 10^{-3}\text{ s} = 10^{-2}\text{ s} = 0.01\text{ s}.$$



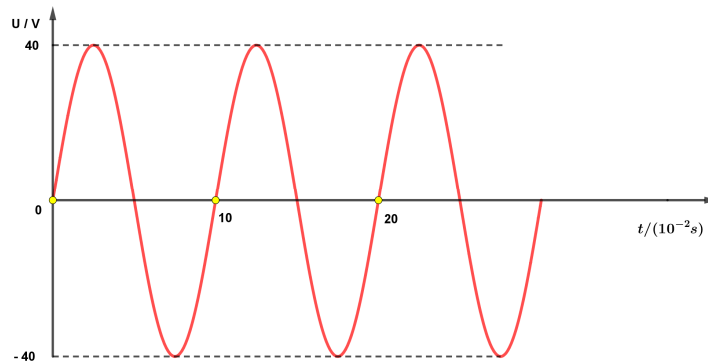
Tada kapacitet C iznosi:

$$R_L = R_C \Rightarrow L \cdot \omega = \frac{1}{C \cdot \omega} \Rightarrow L \cdot \omega = \frac{1}{C \cdot \omega} \cdot \frac{C}{L \cdot \omega} \Rightarrow C = \frac{1}{L \cdot \omega^2} \Rightarrow C = \frac{1}{L \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2} =$$

$$= \frac{1}{0.5 \text{ H} \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{0.01 \text{ s}}\right)^2} = 5.07 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 5.07 \mu\text{F}.$$

Vježba 281

Kondenzator kapaciteta C serijski je spojen sa zavojnicom induktiviteta 0.5 H na izvor izmjeničnoga napona. Napon izvora ovisi o vremenu kao što je prikazano na crtežu. Koliki treba biti kapacitet C da bi impedancija strujnoga kruga bila minimalna?



Rezultat: $5.07 \cdot 10^{-4} \text{ F}$.

Zadatak 282 (Maturant, tehnička škola)

Na gradsku mrežu napona 220 V i frekvencije 50 Hz priključen je grijač otpora 880 Ω. Napišite kako se struja kroz grijač mijenja u vremenu.

Rješenje 282

$$U_{ef} = 220 \text{ V}, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad R = 880 \Omega, \quad i = ?$$

Kružna frekvencija ω računa se po formuli

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu,$$

gdje je ν frekvencija (broj titraja u jedinici vremena, 1 sekundi).

Efektivna vrijednost izmjenične struje je

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_0 = I_{ef} \cdot \sqrt{2},$$

gdje je I_0 najveća vrijednost struje.

Ohmov zakon je temeljni zakon elektrotehnike.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon

$$I = \frac{U}{R},$$

gdje je I jakost struje kroz strujni krug u amperima (A), U napon izvora u voltima (V), R ukupan otpor strujnog kruga u omima (Ω).

Sinusoidalna izmjenična struja jest ona kojoj se jakost s vremenom mijenja prema zakonu

$$i = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t).$$

$$\left. \begin{array}{l} I_{ef} = \frac{U_{ef}}{R} \\ I_0 = I_{ef} \cdot \sqrt{2} \end{array} \right\} \Rightarrow I_0 = \frac{U_{ef}}{R} \cdot \sqrt{2} = \frac{220 \text{ V}}{880 \Omega} \cdot \sqrt{2} = 0.35 \text{ A}.$$

Kružna frekvencija iznosi:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu = 2 \cdot \pi \cdot 50 \frac{1}{s} = 314 \frac{\text{rad}}{s}.$$

Struja se mijenja po formuli:

$$i = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) = 0.35 \text{ A} \cdot \sin\left(314 \frac{1}{s} \cdot t\right).$$

Vježba 282

Na gradsku mrežu napona 220 V i frekvencije 50 Hz priključen je grijač otpora 440 Ω . Napišite kako se struja kroz grijač mijenja u vremenu.

Rezultat: $0.71 \text{ A} \cdot \sin\left(314 \frac{1}{s} \cdot t\right).$

Zadatak 283 (Maturant, tehnička škola)

Efektivna vrijednost napona gradske mreže je 220 V, a frekvencija 50 Hz. Koliko je puta tijekom 0.06 s trenutna vrijednost napona + 150 V?

Rješenje 283

$$U_{ef} = 220 \text{ V}, \quad \nu = 50 \text{ Hz}, \quad t = 0.06 \text{ s}, \quad U = + 150 \text{ V}, \quad n = ?$$

Efektivna vrijednost izmjeničnog napona je

$$U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_0 = U_{ef} \cdot \sqrt{2},$$

gdje je U_0 najveća vrijednost napona.

Frekvencija ν je fizikalna veličina koja iskazuje broj ponavljanja neke periodične pojave u jedinici vremena. Jednaka je obrnutoj (recipročnoj) vrijednosti trajanja jednog od ponavljajućih događaja, periode T:

$$\nu = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{\nu}.$$

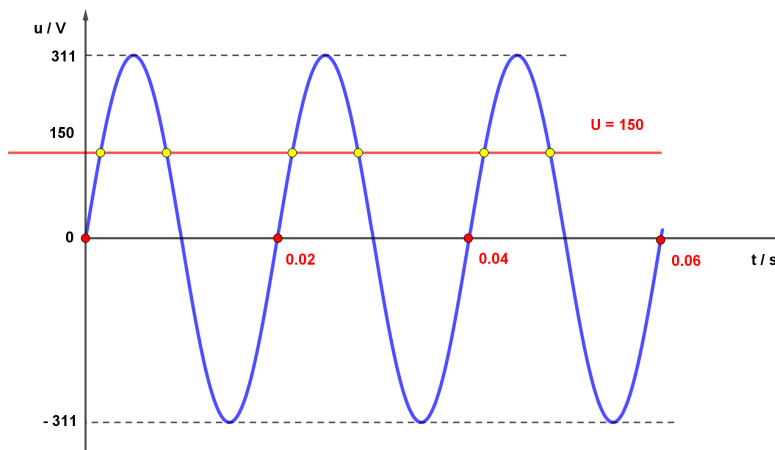
Odredimo periodu T struje.

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{50 \frac{1}{s}} = 0.02 \text{ s}.$$

Odredimo maksimalni napon U_0 .

$$U_0 = U_{ef} \cdot \sqrt{2} = 220 \text{ V} \cdot \sqrt{2} = 311 \text{ V}.$$

Skiciramo $u - t$ graf.



Konstruiramo pravac $U = 150$. On siječe sinusoidu 6 puta u intervalu 0.06 s. Dakle, $n = 6$.

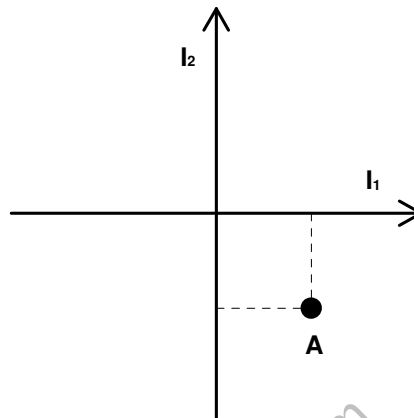
Vježba 283

Efektivna vrijednost napona gradske mreže je 220 V, a frekvencija 50 Hz. Koliko je puta tijekom 0.04 s trenutna vrijednost napona + 120 V?

Rezultat: 4 puta.

Zadatak 284 (Danijel, tehnička škola)

Kroz dva duga ravna vodiča koji se sijeku pod pravim kutom prolaze struje $I_1 = I_2 = 10$ A. Točka A udaljena je 2 cm od svakog vodiča kao što je prikazano na slici. Koliki je iznos magnetskog polja B u točki A? Vodiči i točka A nalaze se u istoj ravnini.



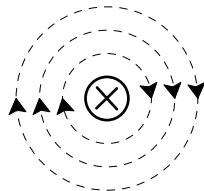
- A. 0 T B. $5 \cdot 10^{-5}$ T C. $1 \cdot 10^{-4}$ T D. $2 \cdot 10^{-4}$ T

Rješenje 284

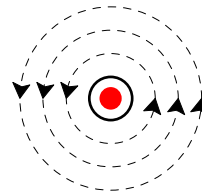
$$I_1 = I_2 = I = 10 \text{ A}, \quad r = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad \mathbf{B} = ?$$

Magnetsko polje ravnog vodiča kojim teče struja prikazujemo magnetskim silnicama koje imaju oblik koncentričnih kružnica sa središtem u osi vodiča, a leže u ravnini okomitoj na vodič. Smjer polja određen je smjerom tangenta na silnicu u svakoj točki polja. Smjer magnetskog polja određujemo pravilom desne ruke:

Obuhvatimo li žicu kojom prolazi struja dlanom desne ruke tako da palac pokazuje smjer struje, tada će savijeni prsti pokazivati smjer magnetskog polja.



Struja ima smjer od nas
i ulazi u ravninu crtnje.



Struja ima smjer prema nama
i izlazi iz ravnine crtnje

Za ravan je vodič kojim teče struja I magnetska indukcija u sredstvu relativne permeabilnosti μ_r dana izrazom

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r},$$

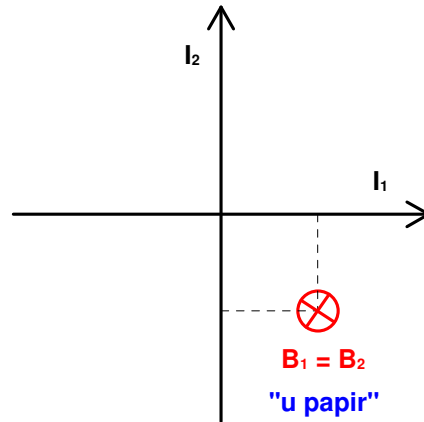
gdje je r udaljenost točke u kojoj mjerimo jakost polja do vodiča, μ_0 permeabilnost vakuumu koja iznosi

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}.$$

U vakuumu (ili zraku) vrijedi:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

Smjer magnetskog polja u točki A od oba vodiča je u ravninu crtnje.



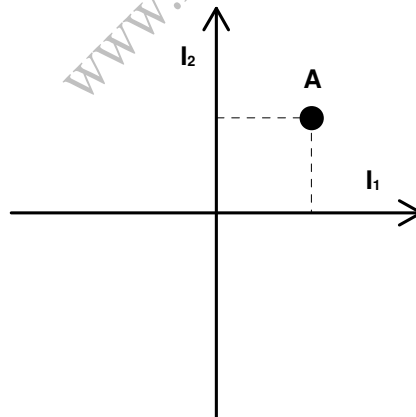
$$B = B_1 + B_2 \Rightarrow [B_1 = B_2] \Rightarrow B = 2 \cdot B_1 \Rightarrow B = 2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r} =$$

$$= 2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \cdot \frac{10 A}{2 \cdot \pi \cdot 0.02 m} = 2 \cdot 10^{-4} T.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 284

Kroz dva duga ravna vodiča koji se sijeku pod pravim kutom prolaze struje $I_1 = I_2 = 10 A$. Točka A udaljena je 2 cm od svakog vodiča kao što je prikazano na slici. Koliki je iznos magnetskog polja B u točki A? Vodiči i točka A nalaze se u istoj ravnini.

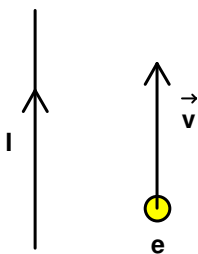


- A. 0 T B. $5 \cdot 10^{-5} T$ C. $1 \cdot 10^{-4} T$ D. $2 \cdot 10^{-4} T$

Rezultat: A.

Zadatak 285 (Vesna, medicinska škola)

Elektron se giba brzinom $5 \cdot 10^6 m/s$ paralelno s ravnim vodičem kroz koji prolazi električna struja jakosti 2 A. Smjer struje i smjer brzine elektrona prikazani su na slici. Koliko silom vodič djeluje na elektron, ako su oni udaljeni 3 cm? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} C$)



Rješenje 285

$$v = 5 \cdot 10^6 \text{ m/s}, \quad I = 2 \text{ A}, \quad r = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad F = ?$$

Lorentzova sila

Ako se u magnetnom polju giba čestica naboja Q brzinom v , onda polje djeluje na nju silom

$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera gibanja čestice. Ako su smjerovi magnetnog polja i gibanja čestice međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot Q \cdot v.$$

Za ravan je vodič kojim teče struja I magnetska indukcija u sredstvu relativne permeabilnosti μ_r dana izrazom

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r},$$

gdje je r udaljenost točke u kojoj mjerimo jakost polja do vodiča, μ_0 permeabilnost vakuuma koja iznosi

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}.$$

U vakuumu (ili zraku) vrijedi:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}.$$

$$\left. \begin{array}{l} B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r} \\ F = B \cdot Q \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow F = \mu_0 \cdot \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot e \cdot v =$$

$$= 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot \frac{2 \text{ A}}{2 \cdot \pi \cdot 0.03 \text{ m}} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 5 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1.07 \cdot 10^{-17} \text{ N}.$$

Vježba 285

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 286 (Maturant, obrtnička škola)

Na prsten od neferomagnetskog materijala unutarnjeg polumjera 10 cm, a vanjskog 14 cm namotano je 2400 zavoja kojima teče struja jakosti 3 A. Kolika je magnetska indukcija u tom prstenu?

A. 1.2 T B. 0.12 T C. 0.012 T D. 12 T

Rješenje 286

$$r = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad R = 14 \text{ cm} = 0.14 \text{ m}, \quad N = 2400, \quad I = 3 \text{ A}, \quad B = ?$$

Aritmetička sredina A brojeva a i b definirana je izrazom

$$A = \frac{a+b}{2}.$$

Opseg kružnice polumjera r iznosi:

$$O = 2 \cdot r \cdot \pi.$$

Neka je zavojnica vrlo dugačka i ima N navoja na duljini l. Magnetsko polje B unutar zavojnice u vakuumu može se izraziti jednadžbom:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l},$$

gdje je N broj navoja zavojnice, l duljina zavojnice, I jakost električne struje koja prolazi zavojnicom, μ_0 permeabilnost praznine (vakuuma).

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}.$$

Duljina zavojnice (srednji opseg zavojnice) iznosi:

$$l = \frac{2 \cdot r \cdot \pi + 2 \cdot R \cdot \pi}{2} \Rightarrow l = 2 \cdot \frac{r+R}{2} \cdot \pi \Rightarrow l = (r+R) \cdot \pi.$$

Magnetska indukcija je:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{l} \Rightarrow B = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{(r+R) \cdot \pi} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \cdot \frac{2400 \cdot 3 A}{(0.1 m + 0.14 m) \cdot \pi} = 0.012 T.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 286

Na prsten od neferomagnetskog materijala unutarnjeg polumjera 10 cm, a vanjskog 14 cm namotano je 1200 zavoja kojima teče struja jakosti 6 A. Kolika je magnetska indukcija u tom prstenu?

- A. 0.012 T B. 0.15 T C. 0.2 T D. 1.2 T

Rezultat: A.

Zadatak 287 (Tonka, strukovna škola)

Alfa – čestica mase $6.68 \cdot 10^{-27}$ kg i naboja $+2 \cdot e$ ima energiju 2 keV i ulijeće u magnetsko polje indukcije 0.2 T okomito na smjer silnica polja. Koliki je polumjer staze koju opisuju alfa – čestica u tome polju? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C)

Rješenje 287

$$m = 6.68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad q = 2 \cdot e = 2 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 3.204 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad E_k = 2 \text{ keV} = 2 \cdot 10^3 \text{ eV} = 2 \cdot 10^3 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3.204 \cdot 10^{-16} \text{ J}, \quad B = 0.2 \text{ T}, \quad \alpha = 90^\circ, \quad r = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}}.$$

Da bi se tijelo mase m gibalo po kružnici polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila koja ima smjer prema središtu kružnice

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r}.$$

Lorentzova sila

Ako se u magnetnom polju giba čestica naboja Q brzinom v, onda polje djeluje na nju silom

$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera gibanja čestice. Ako su smjerovi magnetnog polja i gibanja čestice međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot Q \cdot v.$$

Elektronvolt (eV) je jedinica za energiju. Energiju 1 eV dobije čestica nabijena istim električnim nabojem kao što ga ima elektron ($1.602 \cdot 10^{-19}$ C) kad prođe električnim poljem razlike potencijala 1 V:

$$eV = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Alfa – čestica gibat će se po kružnoj stazi jer Lorentzova sila F stalno djeluje prema središtu kružnice.

Zbog toga što je sila okomita na brzinu, ona će joj mijenjati samo smjer, a ne i vrijednost. Alfa – čestica će se jednoliko gibati po kružnici. To je, dakle, centripetalna sila, koja uzrokuje kruženje čestice.

$$F = F_{CP} \Rightarrow B \cdot q \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow B \cdot q \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r} / \cdot \frac{r}{B \cdot q \cdot v} \Rightarrow r = \frac{m \cdot v}{B \cdot q}$$

Računamo polumjer staze r.

$$\left. \begin{array}{l} v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} \\ r = \frac{m \cdot v}{B \cdot q} \end{array} \right\} \Rightarrow r = \frac{m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}}}{B \cdot q} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{m^2 \cdot \frac{2 \cdot E_k}{m}}}{B \cdot q} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{m^2 \cdot \frac{2 \cdot E_k}{m}}}{B \cdot q} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = \frac{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_k}}{B \cdot q} = \frac{\sqrt{2 \cdot 6.68 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 3.204 \cdot 10^{-16} \text{ J}}}{0.2 \text{ T} \cdot 3.204 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 0.032 \text{ m} = 3.2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Vježba 287

Alfa – čestica mase $6.68 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ i naboja $+2 \cdot e$ ima energiju 8 keV i ulijeće u magnetsko polje indukcije 0.4 T okomito na smjer silnica polja. Koliki je polumjer staze koju opisuju alfa – čestica u tome polju? (naboj elektrona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rezultat: $3.2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

Zadatak 288 (NiNa, maturantica)

Elektron i proton ulijeću jedan za drugim u homogeno magnetsko polje okomito na smjer polja indukcije 30 mT. Početne brzine elektrona i protona iznose 10^5 m/s . Elektron i proton izlaze iz polja nakon što svaki od njih opiše pola kružnice. Koliki je razmak između točaka u kojima su elektron i proton napustili polje? (masa elektrona $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, masa protona $m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, naboj elektrona (protona) $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 288

$$\alpha = 90^\circ, \quad B = 30 \text{ mT} = 0.03 \text{ T}, \quad v = 10^5 \text{ m/s}, \quad m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg},$$

$$m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad d = ?$$

Da bi se tijelo mase m gibalo po kružnici polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila koja ima smjer prema središtu kružnice

$$F_{CP} = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Lorentzova sila

Ako se u magnetnom polju giba čestica naboja Q brzinom v, onda polje djeluje na nju silom

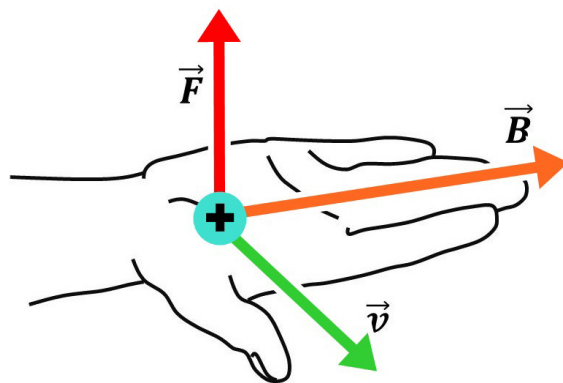
$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetnog polja i smjera gibanja čestice. Ako su smjerovi magnetnog polja i gibanja čestice međusobno okomiti, tada je:

$$F = B \cdot Q \cdot v.$$

Nabijena čestica gibat će se po kružnoj stazi jer Lorentzova sila F stalno djeluje prema središtu kružnice. Zbog toga što je sila okomita na brzinu, ona će joj mijenjati samo smjer, a ne i vrijednost. Nabijena čestica će se jednoliko gibati po kružnici. To je, dakle, centripetalna sila, koja uzrokuje kruženje čestice.

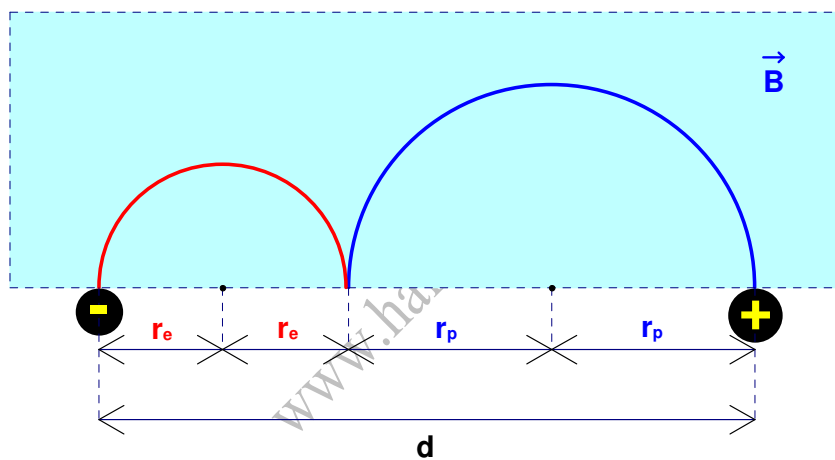
$$F = F_{CP} \Rightarrow B \cdot q \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow B \cdot q \cdot v = m \cdot \frac{v^2}{r} / \cdot \frac{r}{B \cdot q \cdot v} \Rightarrow r = \frac{m \cdot v}{B \cdot q}$$



Pravilo desne ruke za smjer djelovanja Lorentzove sile:

- ispruženi prsti pokazuju smjer magnetskih silnica
- palac pokazuje smjer brzine
- smjer vektora sile kojom magnetsko polje djeluje na **pozitivno** (**negativno**) nabijenu česticu okomito **izlazi iz dlana** (**ulazi u dlan**).

Staze elektrona i protona koji se brzinom v gibaju okomito na smjer magnetskog polja indukcije B .



$$d = 2 \cdot r_e + 2 \cdot r_p \Rightarrow d = 2 \cdot (r_e + r_p) \Rightarrow d = 2 \cdot \left(\frac{m_e \cdot v}{B \cdot q} + \frac{m_p \cdot v}{B \cdot q} \right) \Rightarrow d = \frac{2 \cdot v}{B \cdot q} \cdot (m_e + m_p) =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^5 \frac{m}{s}}{0.03 T \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} C} \cdot (9.11 \cdot 10^{-31} kg + 1.6726 \cdot 10^{-27} kg) = 0.0696 m = 6.96 cm.$$

Vježba 288

Odmor!

Rezultat: ...