

**Zadatak 001 (Franjo, elektrotehnička škola)**

Zvučni val pada pod kutom  $12^\circ$  na ravnu površinu morske vode. Brzina zvuka u zraku je  $340 \text{ m/s}$ , a u vodi  $1\,560 \text{ m/s}$ . Koliki je kut loma?

**Rješenje 001**

Budući da val prelazi iz sredstva s manjom brzinom u sredstvo s većom brzinom, lomi se od okomice.

$$\alpha = 12^\circ, \quad v_1 = 340 \text{ m/s}, \quad v_2 = 1\,560 \text{ m/s}, \quad \beta = ?$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow v_1 \cdot \sin \beta = v_2 \cdot \sin \alpha \Rightarrow \sin \beta = \frac{v_2 \cdot \sin \alpha}{v_1} = \frac{1\,560 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 12^\circ}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \Rightarrow \beta = 72^\circ 32'.$$

Kut loma je  $72^\circ 32'$ .

**Vježba 001**

Zvučni val pada pod kutom  $10^\circ$  na ravnu površinu morske vode. Brzina zvuka u zraku je  $340 \text{ m/s}$ , a u vodi  $1\,560 \text{ m/s}$ . Koliki je kut loma?

**Rezultat:**  $52^\circ 49'$ .

**Zadatak 002 (Franjo, elektrotehnička škola)**

Čelična žica, duljine  $1 \text{ m}$  i mase  $2 \text{ g}$ , zategnuta je silom  $20 \text{ N}$ . Kolika je brzina transverzalnog vala po njoj?

**Rješenje 002**

$$l = 1 \text{ m}, \quad m = 2 \text{ g} = 0.002 \text{ kg}, \quad F = 20 \text{ N}, \quad v = ?$$

Na napetoj žici val se širi brzinom:

$$v = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}} = \sqrt{\frac{20 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}}{0.002 \text{ kg}}} = \sqrt{10\,000 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Brzina vala je  $100 \text{ m/s}$ .

**Vježba 002**

Čelična žica, duljine  $2 \text{ m}$  i mase  $4 \text{ g}$ , zategnuta je silom  $20 \text{ N}$ . Kolika je brzina transverzalnog vala po njoj?

**Rezultat:**  $100 \text{ m/s}$ .

**Zadatak 003 (Martin, gimnazija)**

Dvije čestice u valu, udaljene su od izvora  $3 \text{ m}$  i  $7 \text{ m}$ . Val se širi brzinom  $250 \text{ m/s}$ . Pojedine čestice u valu titraju periodom  $0.05 \text{ s}$ . Koliku razliku u fazama (tj. u faznim kutovima) imaju dvije navedene čestice?

**Rješenje 003**

$$x_1 = 3 \text{ m}, \quad x_2 = 7 \text{ m}, \quad v = 250 \text{ m/s}, \quad T = 0.05 \text{ s}, \quad \Delta\varphi = ?$$

Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. Drugim riječima, to je udaljenost do koje se proširi val za vrijeme jednog titraja, tj.

$$\lambda = v \cdot T.$$

Dvije točke koje se nalaze na udaljenosti  $x_1$  i  $x_2$  od izvora vala imaju međusobnu razliku u fazi, odnosno pomak u fazi:

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda}.$$

Sada slijedi:

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{\lambda} = 2\pi \cdot \frac{x_2 - x_1}{v \cdot T} = 2\pi \cdot \frac{7 \text{ m} - 3 \text{ m}}{250 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0.05 \text{ s}} = 2\pi \cdot \frac{4 \text{ m}}{12.5 \text{ m}} = 0.64\pi \text{ rad}.$$

### Vježba 003

Dvije čestice u valu, udaljene su od izvora 2 m i 6 m. Val se širi brzinom 250 m/s. Pojedine čestice u valu titraju periodom 0.05 s. Koliku razliku u fazama (tj. u faznim kutovima) imaju dvije navedene čestice?

**Rezultat:**  $0.64\pi$  rad.

### Zadatak 004 (Ivana, hotelijerska škola)

Glazbena vilica frekvencije 495 Hz približava nam se brzinom 20 m/s. Koliku frekvenciju vilice čujemo ako je brzina zvuka u zraku 330 m/s?

#### Rješenje 004

$$v_i = 495 \text{ Hz}, \quad v_i = 20 \text{ m/s}, \quad v = 330 \text{ m/s}, \quad v_d = 0 \text{ m/s}, \quad v_d = ?$$

Dopplerov efekt:

Ako se izvor i detektor (primatelj) gibaju duž pravca koji ih povezuje, vrijedi:  $v_d = \frac{v + v_d}{v - v_i} \cdot v_i$ ,

gdje je  $v_i$  frekvencija koju emitira izvor,  $v_d$  frekvencija koju registrira (prima) detektor (primatelj), a  $v$  brzina zvuka. Brzina detektora  $v_d$  uzima se pozitivna kad se detektor približava izvoru, dok se brzina izvora  $v_i$  uzima pozitivna ako se izvor kreće u pravcu detektora.

$$v_d = \frac{v + v_d}{v - v_i} \cdot v_i = \frac{330 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{330 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot 495 \text{ Hz} = \frac{330 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{310 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot 495 \text{ Hz} = 527 \text{ Hz}.$$

### Vježba 004

Glazbena vilica frekvencije 490 Hz približava nam se brzinom 20 m/s. Koliku frekvenciju vilice čujemo ako je brzina zvuka u zraku 330 m/s?

**Rezultat:** 522 Hz.

### Zadatak 005 (Marko, elektrotehnička škola)

Kod temperature 15 °C svirala je u rezonanciji sa zvukom frekvencije 224 Hz. Kolika će biti njezina rezonantna frekvencija kod temperature zraka 24 °C?

#### Rješenje 005

$$t_1 = 15 \text{ °C}, \quad v_1 = 224 \text{ Hz}, \quad t_2 = 24 \text{ °C}, \quad v_2 = ?$$

Brzina zvuka u zraku mijenja se s temperaturom i možemo je približno odrediti prema izrazu:

$$v_t = v_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{t}{273}},$$

gdje je  $v_0 = 331 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  brzina zvuka pri 0 °C, a  $t$  temperatura zraka.

Budući da valna duljina zvuka što ga emitira svirala ovisi samo o duljini svirale, to će rezonantna valna duljina biti ista za sve temperature. To znači da  $\lambda = \frac{v}{\nu}$  mora biti ista za sve temperature:

$$\begin{aligned} \frac{v_{15}}{\nu_1} &= \frac{v_{24}}{\nu_2} \Rightarrow \nu_2 = \frac{v_1 \cdot v_{24}}{v_{15}} = v_1 \cdot \frac{v_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{t_2}{273}}}{v_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{t_1}{273}}} = v_1 \cdot \frac{\sqrt{1 + \frac{24}{273}}}{\sqrt{1 + \frac{15}{273}}} = 224 \text{ Hz} \cdot \sqrt{\frac{1 + \frac{24}{273}}{1 + \frac{15}{273}}} = \\ &= 224 \text{ Hz} \cdot \sqrt{\frac{273 + 24}{273 + 15}} = 224 \text{ Hz} \cdot \sqrt{\frac{297}{288}} = 227.47 \text{ Hz}. \end{aligned}$$

### Vježba 005

Kod temperature 15 °C svirala je u rezonanciji sa zvukom frekvencije 200 Hz. Kolika će biti njezina rezonantna frekvencija kod temperature zraka 24 °C?

**Rezultat:** 203.10 Hz.

**Zadatak 006 (Marko, elektrotehnička škola)**

Na udaljenosti 6.0 km od promatrača dogodi se eksplozija. Nakon kojeg će je vremena promatrač čuti? Temperatura zraka je 14 °C.

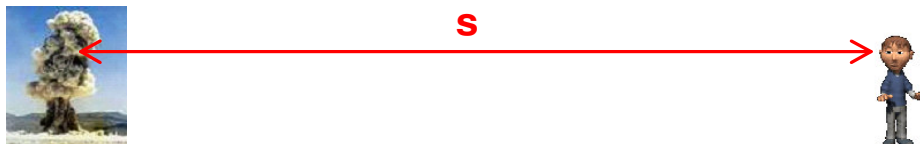
**Rješenje 006**

$$s = 6.0 \text{ km} = 6000 \text{ m}, \quad t = 14 \text{ °C}, \quad t = ?$$

Brzina zvuka u zraku mijenja se s temperaturom i možemo je približno odrediti prema izrazu:

$$v_t = v_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{t}{273}},$$

gdje je  $v_0 = 331 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  brzina zvuka pri 0 °C, a  $t$  temperatura zraka.



Vrijeme za koje promatrač čuje eksploziju iznosi:

$$t = \frac{s}{v_{14}} = \frac{s}{v_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{t}{273}}} = \frac{6000 \text{ m}}{331 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sqrt{1 + \frac{14}{273}}} = 17.68 \text{ s}$$

**Vježba 006**

Na udaljenosti 12.0 km od promatrača dogodi se eksplozija. Nakon kojeg će je vremena promatrač čuti? Temperatura zraka je 14 °C.

**Rezultat:** 35.36 s.

**Zadatak 007 (Marko, elektrotehnička škola)**

Glazbena vilica frekvencije 400 Hz giba se brzinom 2 m/s od promatrača prema ravnom zidu. Koju će frekvenciju čuti promatrač od zvučnih valova koji dolaze promatraču nakon refleksije od ravnog zida? Brzina zvuka u zraku je 340 m/s.

**Rješenje 007**

$$v = 400 \text{ Hz}, \quad v = 2 \text{ m/s}, \quad v_z = 340 \text{ m/s}, \quad v' = ?$$

Budući da se glazbena vilica giba prema zidu, bregovi valova su gušći. Zbog toga se čini kao da reflektirani val dolazi od izvora koji se približava motritelju pa je frekvencija:

$$v' = v \cdot \left(1 + \frac{v}{v_z}\right) = 400 \text{ Hz} \cdot \left(1 + \frac{2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) = 402.35 \text{ Hz}.$$

**Vježba 007**

Glazbena vilica frekvencije 500 Hz giba se brzinom 2 m/s od promatrača prema ravnom zidu. Koju će frekvenciju čuti promatrač od zvučnih valova koji dolaze promatraču nakon refleksije od ravnog zida? Brzina zvuka u zraku je 340 m/s.

**Rezultat:** 502.94 Hz.

**Zadatak 008 (Marko, elektrotehnička škola)**

Glazbena vilica frekvencije 400 Hz giba se brzinom 2 m/s od promatrača prema ravnom zidu. Koju će frekvenciju čuti promatrač od nereflektiranih zvučnih valova koji dolaze izravno od glazbene vilice do promatrača? Brzina zvuka u zraku je 340 m/s.

**Rješenje 008**

$$v = 400 \text{ Hz}, \quad v = 2 \text{ m/s}, \quad v_z = 340 \text{ m/s}, \quad v' = ?$$

Glazbena se vilica udaljuje od motritelja pa je frekvencija koju on čuje jednaka:

$$v' = v \cdot \left(1 - \frac{v}{v_z}\right) = 400 \text{ Hz} \cdot \left(1 - \frac{2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right) = 397.65 \text{ Hz}.$$

### Vježba 008

Glazbena vilica frekvencije 500 Hz giba se brzinom 2 m/s od promatrača prema ravnom zidu. Koju će frekvenciju čuti promatrač od nereflektiranih zvučnih valova koji dolaze izravno od glazbene vilice do promatrača? Brzina zvuka u zraku je 340 m/s.

**Rezultat:** 497.06 Hz.

### Zadatak 009 (Franjo, elektrotehnička škola)

Koliko udara u sekundi možemo čuti kad zajedno titraju dvije glazbene vilice s frekvencijama 200 Hz i 205 Hz?

#### Rješenje 009

$$v_1 = 200 \text{ Hz}, \quad v_2 = 205 \text{ Hz}, \quad n = ?$$

Udari nastaju superpozicijom dvaju valova koji se vrlo malo razlikuju u frekvencijama. Broj udara u sekundi jednak je razlici frekvencija valova koji interferiraju:

$$n = v_1 - v_2.$$



Broj udara u sekundi iznosi:

$$n = v_2 - v_1 = 205 \text{ Hz} - 200 \text{ Hz} = 5 \frac{\text{udara}}{\text{s}}.$$

### Vježba 009

Koliko udara u sekundi možemo čuti kad zajedno titraju dvije glazbene vilice s frekvencijama 202 Hz i 206 Hz?

**Rezultat:**  $4 \frac{\text{udara}}{\text{s}}$ .

### Zadatak 010 (Franjo, elektrotehnička škola)

Kolika je frekvencija glazbene vilice koja daje 4 udara u sekundi s glazbenom vilicom frekvencije 300 Hz?

#### Rješenje 010

$$n = 4 \frac{\text{udara}}{\text{s}}, \quad v_1 = 300 \text{ Hz}, \quad v_2 = ?$$

Udari nastaju superpozicijom dvaju valova koji se vrlo malo razlikuju u frekvencijama. Broj udara u sekundi jednak je razlici frekvencija valova koji interferiraju:

$$n = v_1 - v_2.$$

Frekvencija glazbene vilice jednaka je:

$$n = v_1 - v_2 \Rightarrow v_2 = v_1 - n = 300 \text{ Hz} - 4 \text{ Hz} = 296 \text{ Hz}$$

ili

$$n = v_2 - v_1 \Rightarrow v_2 = v_1 + n = 300 \text{ Hz} + 4 \text{ Hz} = 304 \text{ Hz}.$$

### Vježba 010

Kolika je frekvencija glazbene vilice koja daje 3 udara u sekundi s glazbenom vilicom frekvencije 300 Hz?

**Rezultat:** 297 Hz ili 303 Hz.

### Zadatak 011 (Ana, gimnazija)

Jednadžba harmoničkog titranja čestice kroz koju se širi val jest  $x = 5 \text{ cm} \cdot \sin \frac{\pi \cdot t}{4 \text{ s}}$ . Napiši jednadžbu vala ako je brzina njegova širenja 350 m/s.

#### Rješenje 011

$$x = 5 \text{ cm} \cdot \sin \frac{\pi \cdot t}{4 \text{ s}}, \quad v = 350 \text{ m/s}, \quad y = ?$$

Elongaciju  $y$  koje god točke koja se nalazi na udaljenosti  $x$  od izvora vala u bilo koje vrijeme  $t$  možemo naći iz jednadžbe vala

$$y = Y_0 \cdot \sin \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} - \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda} \right) = Y_0 \cdot \sin 2 \cdot \pi \cdot \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

gdje je  $Y_0$  amplituda vala, a  $\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda}$  zaostatak u fazi neke točke na udaljenosti  $x$  od izvora vala. Period titranja  $T$  odredit ćemo iz jednadžbe titranja jedne čestice u tom valu:

$$\left. \begin{array}{l} x = Y_0 \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} \\ x = 5 \text{ cm} \cdot \sin \frac{\pi \cdot t}{4 \text{ s}} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 5 \text{ cm} \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{8 \text{ s}} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{izravno odčitamo} \\ \text{vrijeme jednog titraja} \end{array} \right] \Rightarrow T = 8 \text{ s}.$$

Valna duljina iznosi:

$$\lambda = v \cdot T = 350 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8 \text{ s} = 2800 \text{ m} = 280000 \text{ cm} = 28 \cdot 10^4 \text{ cm}.$$

Jednadžba vala je:

$$y = 5 \text{ cm} \cdot \sin 2 \cdot \pi \cdot \left( \frac{t}{8 \text{ s}} - \frac{x}{28 \cdot 10^4 \text{ cm}} \right).$$

#### Vježba 011

Jednadžba harmoničkog titranja čestice kroz koju se širi val jest  $x = 5 \text{ cm} \cdot \sin \frac{\pi \cdot t}{4 \text{ s}}$ . Napiši jednadžbu vala ako je brzina njegova širenja 700 m/s.

**Rezultat:**  $y = 5 \text{ cm} \cdot \sin 2 \cdot \pi \cdot \left( \frac{t}{8 \text{ s}} - \frac{x}{56 \cdot 10^4 \text{ cm}} \right).$

### Zadatak 012 (Ana, gimnazija)

Jednadžba harmoničkog titranja čestice kroz koju se širi val jest  $x = 5 \text{ cm} \cdot \sin \frac{\pi \cdot t}{4 \text{ s}}$ . Napišite jednadžbu titranja za česticu koja je od izvora vala udaljena 300 m. Brzina širenja vala je 350 m/s.

#### Rješenje 012

$$x = 5 \text{ cm} \cdot \sin \frac{\pi \cdot t}{4 \text{ s}}, \quad x = 300 \text{ m} = 30000 \text{ cm} = 3 \cdot 10^4 \text{ cm}, \quad v = 350 \text{ m/s}, \quad y = ?$$

Elongaciju  $y$  koje god točke koja se nalazi na udaljenosti  $x$  od izvora vala u bilo koje vrijeme  $t$  možemo naći iz jednadžbe vala

$$y = Y_0 \cdot \sin \left( \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} - \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda} \right) = Y_0 \cdot \sin 2 \cdot \pi \cdot \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

gdje je  $Y_0$  amplituda vala, a  $\frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda}$  zaostatak u fazi neke točke na udaljenosti  $x$  od izvora vala. Period titranja  $T$  odredit ćemo iz jednadžbe titranja jedne čestice u tom valu:

$$\left. \begin{aligned} x &= Y_0 \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} \\ x &= 5 \text{ cm} \cdot \sin \frac{\pi \cdot t}{4 \text{ s}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 5 \text{ cm} \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{8 \text{ s}} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{izravno odčitamo} \\ \text{vrijeme jednog titraja} \end{array} \right] \Rightarrow T = 8 \text{ s}.$$

Valna duljina iznosi:

$$\lambda = v \cdot T = 350 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8 \text{ s} = 2800 \text{ m} = 280000 \text{ cm} = 28 \cdot 10^4 \text{ cm}.$$

Jednadžba vala je:

$$y = 5 \text{ cm} \cdot \sin 2 \cdot \pi \cdot \left( \frac{t}{8 \text{ s}} - \frac{x}{28 \cdot 10^4 \text{ cm}} \right).$$

Jednadžba titranja za česticu koja je od izvora vala udaljena 300 metara iznosi:

$$y = 5 \text{ cm} \cdot \sin 2 \cdot \pi \cdot \left( \frac{t}{8 \text{ s}} - \frac{3 \cdot 10^4 \text{ cm}}{28 \cdot 10^4 \text{ cm}} \right) = 5 \text{ cm} \cdot \sin 2 \cdot \pi \cdot \left( \frac{t}{8 \text{ s}} - \frac{3}{28} \right).$$

### Vježba 012

Jednadžba harmoničkog titranja čestice kroz koju se širi val jest  $x = 5 \text{ cm} \cdot \sin \frac{\pi \cdot t}{4 \text{ s}}$ . Napišite jednadžbu titranja za česticu koja je od izvora vala udaljena 600 m. Brzina širenja vala je 350 m/s.

**Rezultat:**  $y = 5 \text{ cm} \cdot \sin 2 \cdot \pi \cdot \left( \frac{t}{8 \text{ s}} - \frac{3}{14} \right).$

### Zadatak 013 (Marko, gimnazija)

Poznato je da je valna duljina jedne linije helija  $\lambda = 587.6 \text{ nm}$ . Kolika je promjena valne duljine ove svjetlosti, zbog Dopplerovog efekta, ako potječe od spiralne maglice koja se udaljava od Zemlje brzinom  $v = 15400 \text{ km/s}$ ?

#### Rješenje 013

$$\lambda = 587.6 \text{ nm}, \quad v = 15400 \text{ km/s} = 1.54 \cdot 10^7 \text{ m/s}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad \Delta\lambda = ?$$



Budući da se svjetlosni izvor (spiralna maglica) udaljava od Zemlje, promatrač na Zemlji ustanovit će, zbog Dopplerovog efekta, da valna duljina linije helija iznosi:

$$\lambda' = \frac{c+v}{c} \cdot \lambda.$$

Promjena valne duljine svjetlosti, koja potječe od helijevih atoma na spiralnoj maglici je:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{c+v}{c} \cdot \lambda - \lambda = \left( \frac{c+v}{c} - 1 \right) \cdot \lambda = \frac{c+v-c}{c} \cdot \lambda = \frac{v}{c} \cdot \lambda = \frac{1.54 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot 587.6 \text{ nm} = 30.16 \text{ nm}.$$

### Vježba 013

Poznato je da je valna duljina jedne linije helija  $\lambda = 587.6 \text{ nm}$ . Kolika je promjena valne duljine ove svjetlosti, zbog Dopplerovog efekta, ako potječe od spiralne maglice koja se udaljava od Zemlje brzinom  $v = 20000 \text{ km/s}$ ?

**Rezultat:** 39.17 nm.

### Zadatak 014 (Marko, gimnazija)

Zrakoplov nadlijeće u niskom letu mačku koja čuje pri nailasku zrakoplova zvuk frekvencije  $\lambda_1 = 1.5 \cdot 10^4 \text{ Hz}$ , a pri udaljavanju zrakoplova zvuk frekvencije  $\lambda_2 = 10^3 \text{ Hz}$ . Izračunajte brzinu zrakoplova ako je brzina zvuka u zraku  $v_z = 340 \text{ m/s}$ .

### Rješenje 014

$$\lambda_1 = 1.5 \cdot 10^4 \text{ Hz}, \quad \lambda_2 = 10^3 \text{ Hz}, \quad v_z = 340 \text{ m/s}, \quad v = ?$$



Prilikom približavanja zrakoplova (izvora zvuka) mačka čuje zvuk frekvencije:

$$v_1 = \frac{v_z}{v_z - v} \cdot v,$$

a pri udaljavanju zrakoplova zvuk frekvencije:

$$v_2 = \frac{v_z}{v_z + v} \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina zrakoplova, a  $v$  frekvencija zvuka kojeg stvara zrakoplov. Dijeleći gornje jednačbe dobije se:

$$\begin{aligned} \frac{v_1}{v_2} &= \frac{\frac{v_z}{v_z - v} \cdot v}{\frac{v_z}{v_z + v} \cdot v} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_z + v}{v_z - v} \Rightarrow v_1 \cdot (v_z - v) = v_2 \cdot (v_z + v) \Rightarrow v_1 \cdot v_z - v_1 \cdot v = v_2 \cdot v_z + v_2 \cdot v \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_1 \cdot v_z - v_2 \cdot v_z = v_1 \cdot v + v_2 \cdot v \Rightarrow v_z \cdot (v_1 - v_2) = v \cdot (v_1 + v_2) \Rightarrow v = \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} \cdot v_z \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{1.5 \cdot 10^4 \text{ Hz} - 10^3 \text{ Hz}}{1.5 \cdot 10^4 \text{ Hz} + 10^3 \text{ Hz}} \cdot 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 297.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [297.5 \cdot 3.6] = 1071 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

### Vježba 014

Zrakoplov nadlijeće u niskom letu osobu koja čuje pri nailasku zrakoplova zvuk frekvencije  $\lambda_1 = 1.5 \cdot 10^4 \text{ Hz}$ , a pri udaljavanju zrakoplova zvuk frekvencije  $\lambda_2 = 10^3 \text{ Hz}$ . Izračunajte brzinu zrakoplova ako je brzina zvuka u zraku  $v_z = 320 \text{ m/s}$ .

**Rezultat:** 1008 km/h.

### Zadatak 015 (Marko, gimnazija)

Žica duljine 50 cm i mase 5 g, napeta na oba kraja, titra osnovnom frekvencijom 55 Hz. Izračunajte napetost žice.

### Rješenje 015

$$l = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad m = 5 \text{ g} = 0.005 \text{ kg}, \quad v = 55 \text{ Hz}, \quad F = ?$$

Osnovna frekvencija napete žice duljine  $l$  učvršćene na oba kraja je:  $v = \frac{v}{2 \cdot l}$ .

Brzina širenja transverzalnih valova na tankoj žici je:  $v = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}}$ , gdje je  $F$  sila kojom je zategnuta žica mase  $m$  i duljine  $l$ . Iz navedenih formula slijedi:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} v &= \frac{v}{2 \cdot l} \cdot 2 \cdot l \\ v &= \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}} \cdot 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v &= 2 \cdot l \cdot v \\ \frac{F \cdot l}{m} &= v^2 \cdot \frac{m}{l} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v &= 2 \cdot l \cdot v \\ F &= \frac{m}{l} \cdot v^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow F = \frac{m}{l} \cdot (2 \cdot l \cdot v)^2 = \frac{m}{l} \cdot 4 \cdot l^2 \cdot v^2 = 4 \cdot m \cdot l \cdot v^2 = \\ &= 4 \cdot 0.005 \text{ kg} \cdot 0.5 \text{ m} \cdot \left(55 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 = 30.25 \text{ N}. \end{aligned}$$

### Vježba 015

Žica duljine 100 cm i mase 5 g, napeta na oba kraja, titra osnovnom frekvencijom 55 Hz. Izračunajte napetost žice.

**Rezultat:** 60.5 N.

**Zadatak 016 (Marko, gimnazija)**

Glazbena vilica titra u vodi frekvencijom 440 Hz. Kolika je valna duljina valova zvuka u vodi? Brzina zvuka u vodi je 340 m/s.

**Rješenje 016**

$$v = 440 \text{ Hz}, \quad v = 1450 \text{ m/s}, \quad \lambda = ?$$

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{1450 \frac{m}{s}}{440 \frac{1}{s}} = 3.3 \text{ m.}$$

**Vježba 016**

Glazbena vilica titra u vodi frekvencijom 420 Hz. Kolika je valna duljina valova zvuka u vodi? Brzina zvuka u vodi je 340 m/s.

**Rezultat:** 3.5 m.

**Zadatak 017 (Marko, gimnazija)**

Homogeno uže duljine 4.5 m i mase 1 kg zategnuto je silom 50 N. Ako na jednom kraju užeta damo mali transverzalni pomak nakon koliko će vremena taj poremećaj doći na drugi kraj užeta?

**Rješenje 017**

$$l = 4.5 \text{ m}, \quad m = 1 \text{ kg}, \quad F = 50 \text{ N}, \quad t = ?$$



$$\left. \begin{array}{l} t = \frac{l}{v} \\ v = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}} \end{array} \right\} \Rightarrow t = \frac{l}{\sqrt{\frac{F \cdot l}{m}}} = \sqrt{\frac{l^2}{\frac{F \cdot l}{m}}} = \sqrt{\frac{m \cdot l}{F}} = \sqrt{\frac{1 \text{ kg} \cdot 4.5 \text{ m}}{50 \text{ N}}} = 0.3 \text{ s.}$$

**Vježba 017**

Homogeno uže duljine 4.5 m i mase 4 kg zategnuto je silom 50 N. Ako na jednom kraju užeta damo mali transverzalni pomak nakon koliko će vremena taj poremećaj doći na drugi kraj užeta?

**Rezultat:** 0.6 s.

**Zadatak 018 (Ivan, strojarska škola)**

Violinska žica titra osnovnim tonom frekvencije 196 Hz. Gdje moramo staviti prst da bi žica titrala osnovnim tonom frekvencije 440 Hz?

**Rješenje 018**

$$v = 196 \text{ Hz}, \quad v' = 440 \text{ Hz}, \quad \frac{L'}{L} = ?$$



Napeta žica na nekom glazbalu (učvršćenom na oba kraja) titra transverzalnim stojnim valom. Frekvencija osnovnog tona je:

$$v = \frac{v}{2 \cdot L} \Rightarrow 2 \cdot L \cdot v = v.$$

Postavimo sustav jednačbi:

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot L \cdot v = v \\ 2 \cdot L' \cdot v' = v' \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot L \cdot 196 = v \\ 2 \cdot L' \cdot 440 = v' \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednačbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{2 \cdot L' \cdot 440}{2 \cdot L \cdot 196} = \frac{v}{v} \Rightarrow \frac{L' \cdot 440}{L \cdot 196} = 1 \cdot \frac{196}{440} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{L'}{L} = \frac{196}{440} \Rightarrow \frac{L'}{L} = 0.445 \Rightarrow L' = 0.445 \cdot L.$$

Žicu moramo skratiti na 0.445 dio njezine početne duljine.



### Vježba 018

Violinska žica titra osnovnim tonom frekvencije 220 Hz. Gdje moramo staviti prst da bi žica titrala osnovnim tonom frekvencije 440 Hz?

**Rezultat:** Žicu moramo skratiti na 0.5 dio njezine početne duljine.

### Zadatak 019 (Mira, gimnazija)

Zvuk ima intenzitet  $3 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2$ . Kolika je razina intenziteta tog zvuka?

#### Rješenje 019

$$I = 3 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2, \quad I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2, \quad L = ?$$

Razina intenziteta zvuka  $L$  izražena u decibelima dB definira se izrazom  $L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ , gdje intenzitet  $I_0$

odgovara otprilike najslabijem zvuku kojeg još prosječno uho može čuti te iznosi  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$  pri frekvenciji 1 kHz. Decibel je brojčana jedinica.

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} = 10 \cdot \log \frac{3 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}{10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} = 44.8 \text{ dB}.$$

### Vježba 019

Zvuk ima intenzitet  $5 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2$ . Kolika je razina intenziteta tog zvuka?

**Rezultat:** 47 dB.

### Zadatak 020 (Mira, gimnazija)

Na udaljenosti 2 m od izvora, iz kojeg se zvuk širi na sve strane jednako, intenzitet zvuka je  $10^{-4} \text{ W/m}^2$ . Koliki je intenzitet na udaljenosti 20 m od izvora?

#### Rješenje 020

$$R_1 = 2 \text{ m}, \quad I_1 = 10^{-4} \text{ W/m}^2, \quad R_2 = 20 \text{ m}, \quad I_2 = ?$$

Budući da je intenzitet zvuka, koji se kao kuglasti val jednoliko širi iz izvora u svim smjerovima, proporcionalan s  $\frac{1}{R^2}$ , slijedi:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \Rightarrow I_2 = \frac{R_1^2}{R_2^2} \cdot I_1 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \cdot I_1 = \left(\frac{2 \text{ m}}{20 \text{ m}}\right)^2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

### Vježba 020

Na udaljenosti 3 m od izvora, iz kojeg se zvuk širi na sve strane jednako, intenzitet zvuka je  $10^{-4} \text{ W/m}^2$ . Koliki je intenzitet na udaljenosti 30 m od izvora?

**Rezultat:**  $10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ .