

Zadatak 041 (Petra, gimnazija)

Dvije tanke leće, konvergentna jakosti +10 dpt i divergentna jakosti – 5 dpt, slijepljene su zajedno. Predmet se nalazi 5 cm ispred konvergentne leće. Odredite gdje je slika predmeta.

Rješenje 041

$$C_1 = +10 \text{ m}^{-1}, \quad C_2 = -5 \text{ m}^{-1}, \quad a_1 = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad b_2 = ?$$

Ponovimo!

Jednadžba tanke leće daje vezu između udaljenosti predmeta i slike od leće i fokalne daljine:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta od leće, b udaljenost slike od leće, f udaljenost fokusa (žarišta) od leće. Jakost ili konvergencija leće C jest recipročna vrijednost fokalne daljine

$$C = \frac{1}{f}$$

pa vrijedi

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = C.$$

Najprije ćemo naći položaj slike predmeta s obzirom na prvu leću, konvergentnu leću jakosti +10 dpt, udaljenost b_1 :

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = C_1 \Rightarrow \frac{1}{b_1} = C_1 - \frac{1}{a_1} \Rightarrow \frac{1}{b_1} = \frac{a_1 \cdot C_1 - 1}{a_1} \Rightarrow b_1 = \frac{a_1}{a_1 \cdot C_1 - 1} \Rightarrow b_1 = \frac{0.05 \text{ m}}{0.05 \text{ m} \cdot 10 \text{ m}^{-1} - 1} = -0.1 \text{ m}.$$

Dobivenu sliku uzet ćemo kao predmet za drugu leću pa je

$$a_2 = -b_1 \Rightarrow a_2 = -(-0.1 \text{ m}) \Rightarrow a_2 = 0.1 \text{ m}.$$

Sada tražimo položaj slike predmeta s obzirom na drugu leću, divergentnu leću jakosti – 5 dpt, udaljenost b_2 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = C_2 \Rightarrow \frac{1}{b_2} = C_2 - \frac{1}{a_2} \Rightarrow \frac{1}{b_2} = \frac{a_2 \cdot C_2 - 1}{a_2} \Rightarrow b_2 = \frac{a_2}{a_2 \cdot C_2 - 1} \Rightarrow b_2 = \frac{0.1 \text{ m}}{0.1 \text{ m} \cdot (-5 \text{ m}^{-1}) - 1} \\ = \frac{0.1 \text{ m}}{-0.5 - 1} = \frac{0.1 \text{ m}}{-1.5} = -0.067 \text{ m}. \end{aligned}$$

Vježba 041

Dvije tanke leće, konvergentna jakosti +10 dpt i divergentna jakosti – 8 dpt, slijepljene su zajedno. Predmet se nalazi 5 cm ispred konvergentne leće. Odredite gdje je slika predmeta.

Rezultat: – 0.056 m.

Zadatak 042 (Mario, gimnazija)

Kugla polumjera 15 cm ima temperaturu 167 °C. Izračunajte kolika se energija izrači iz nje za 80 s ako kuglu smatramo apsolutnim crnim tijelom.

Rješenje 042

$$r = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m}, \quad t = 167 \text{ °C} \Rightarrow T = t + 273 = 167 + 273 = 440 \text{ K}, \quad \tau = 80 \text{ s}, \\ \sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4), \quad W = ?$$

Ponovimo!

Toplinska energija koju zrači površina apsolutno crnog tijela u jedinici vremena određuje se Stefan – Boltzmannovim zakonom:

$$P = \sigma \cdot S \cdot T^4,$$

gdje je P snaga zračenja, T temperatura tijela, S površina tijela i σ Stefan – Boltzmannova konstanta:

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}.$$

Iz definicije snage $P = \frac{W}{t}$ slijedi:

$$W = P \cdot t \Rightarrow W = \sigma \cdot S \cdot T^4 \cdot t \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{površina kugle} \\ S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi \end{array} \right] \Rightarrow W = \sigma \cdot 4 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot T^4 \cdot t =$$

$$= 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot 4 \cdot (0.15 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot (440 \text{ K})^4 \cdot 80 \text{ s} = 48070.22 \text{ J} \approx 48 \text{ kJ}.$$

Vježba 042

Kugla polumjera 15 cm ima temperaturu 167 °C. Izračunajte kolika se energija izrači iz nje za 160 s ako kuglu smatramo apsolutnim crnim tijelom.

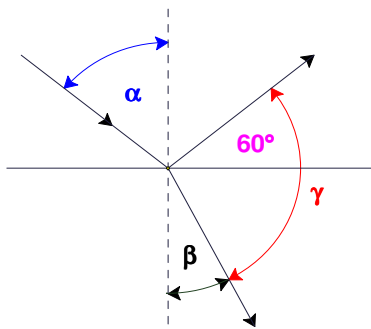
Rezultat: 180°.

Zadatak 043 (Sany, gimnazija)

Pri upadu zrake svjetlosti na površinu stakla (indeks loma $n = 1.5$) dolazi do loma i refleksije. Koliki kut zatvaraju reflektirana i lomljena zraka ako je upadni kut 30°?

Rješenje 043

$$n = 1.5, \quad \alpha = 30^\circ, \quad \gamma = ?$$



Primijenimo Snell – Descartesov zakon loma:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin 30^\circ}{1.5} \Rightarrow \sin \beta = \frac{0.5}{1.5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \beta = \frac{1}{3} \Rightarrow \beta = \sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) \Rightarrow \beta = 19.5^\circ.$$

Kut γ iznosi:

$$\alpha + \gamma + \beta = 180^\circ \Rightarrow \gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) \Rightarrow$$

$$\gamma = 180^\circ - (30^\circ + 19.5^\circ) \Rightarrow \gamma = 180^\circ - 49.5^\circ \Rightarrow \gamma = 130.5^\circ.$$

Kut γ , koji zatvaraju reflektirana i lomljena zraka, možemo izračunati i na ovaj način:

$$\gamma = 60^\circ + (90^\circ - \beta) \Rightarrow \gamma = 60^\circ + (90^\circ - 19.5^\circ) \Rightarrow \gamma = 60 + 70.5^\circ \Rightarrow \gamma = 130.5^\circ.$$

Vježba 043

Pri upadu zrake svjetlosti na površinu stakla (indeks loma $n = 1.1$) dolazi do loma i refleksije. Koliki kut zatvaraju reflektirana i lomljena zraka ako je upadni kut 30°?

Rezultat: 27°.

Zadatak 044 (Ivan, gimnazija)

S lećom žarišne daljine 6 cm, koja služi kao lupa, želimo promatrati predmet duljine 2 mm, tako da njegova virtualna slika bude 5 mm. Koliko mora leća biti udaljena od predmeta?

Rješenje 044

$$f = 6 \text{ cm}, \quad y = 2 \text{ mm}, \quad y' = 5 \text{ mm}, \quad a = ?$$

Ponovimo!

Jednadžba tanke leće daje vezu između udaljenosti predmeta i slike od leće i fokalne daljine:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta od leće, b udaljenost slike od leće, f udaljenost fokusa (žarišta) od leće.

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{y'}{y} \Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{5 \text{ mm}}{2 \text{ mm}} \Rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{5}{2} / (-a) \Rightarrow b = -\frac{5}{2} \cdot a.$$

Računamo udaljenost leće od predmeta:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{-\frac{5}{2} \cdot a} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{2}{5 \cdot a} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{5-2}{5 \cdot a} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{3}{5 \cdot a} = \frac{1}{f} \Rightarrow 5 \cdot a = 3 \cdot f \quad /:5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{5} \cdot f \Rightarrow a = \frac{3}{5} \cdot 6 \text{ cm} = 3.6 \text{ cm}.$$

Vježba 044

S lećom žarišne daljine 8 cm, koja služi kao lupa, želimo promatrati predmet duljine 2 mm, tako da njegova virtualna slika bude 5 mm. Koliko mora leća biti udaljena od predmeta?

Rezultat: 4.8 cm.

Zadatak 045 (Petra, gimnazija)

Koliko mora biti udaljen predmet od tjemena konkavnog zrcala polumjera zakrivljenosti R da bi povećanje slike bilo -3?

Rješenje 045

$$R = R, \quad m = -3, \quad a = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} m = -\frac{b}{a} \\ m = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{b}{a} = -3 \quad / \cdot (-a) \Rightarrow b = 3 \cdot a.$$

Udaljenost predmeta od tjemena konkavnog zrcala iznosi:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{3 \cdot a} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{3+1}{3 \cdot a} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{4}{3 \cdot a} = \frac{2}{R} \Rightarrow 6 \cdot a = 4 \cdot R \quad /:6 \Rightarrow a = \frac{4}{6} \cdot R \Rightarrow a = \frac{2}{3} \cdot R.$$

Vježba 045

Koliko mora biti udaljen predmet od tjemena konkavnog zrcala polumjera zakrivljenosti R da bi povećanje slike bilo -4?

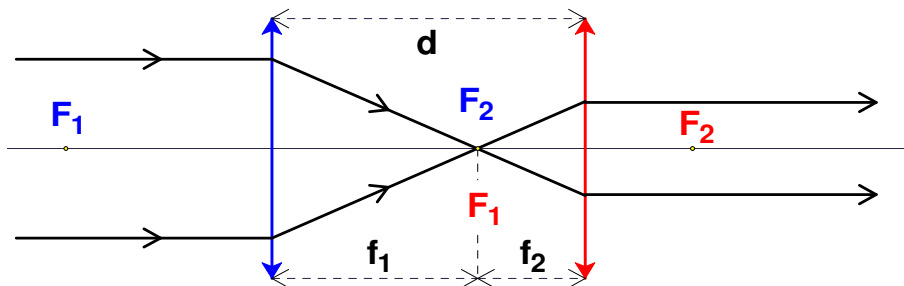
Rezultat: $\frac{5}{8} \cdot R$.

Zadatak 046 (Petra, gimnazija)

Dvije konvergentne leće imaju žarišne duljine 10 cm i 5 cm. Na kojoj međusobnoj udaljenosti trebaju biti da paralelan snop svjetlosti izlazi kao paralelni snop?

Rješenje 046

$$f_1 = 10 \text{ cm} = 0.10 \text{ m}, \quad f_2 = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad d = ?$$



Kada dvije leće imaju zajedničko žarište, tada će ulazni i izlazni snop svjetlosti biti paralelni.

$$d = f_1 + f_2 \Rightarrow d = 0.10 \text{ m} + 0.05 \text{ m} \Rightarrow d = 0.15 \text{ m} = 15 \text{ cm}.$$

Vježba 046

Dvije konvergentne leće imaju žarišne duljine 15 cm i 10 cm. Na kojoj međusobnoj udaljenosti trebaju biti da paralelan snop svjetlosti izlazi kao paralelni snop?

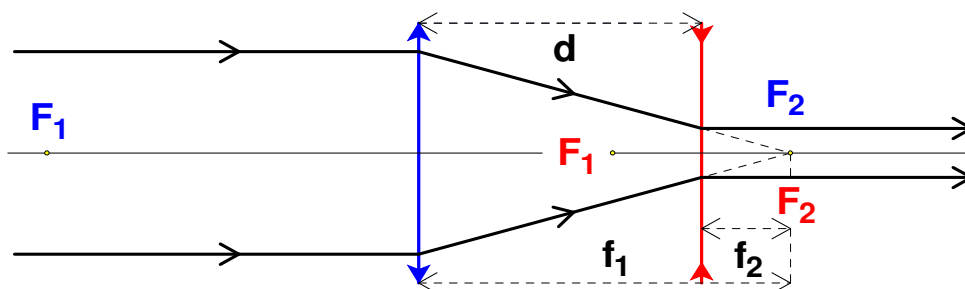
Rezultat: $d = 0.25 \text{ m} = 25 \text{ cm}.$

Zadatak 047 (Petra, gimnazija)

Paralelan snop zraka svjetlosti pada na konvergentnu leću žarišne duljine 40 cm. Na kojoj udaljenosti iza nje treba smjestiti divergentnu leću žarišne duljine 15 cm pa da snop zraka nakon prolaska kroz obje leće ostane paralelan?

Rješenje 047

$$f_1 = 40 \text{ cm} = 0.40 \text{ m}, \quad f_2 = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m}, \quad d = ?$$



Razmak između leća iznosi:

$$d = f_1 - f_2 \Rightarrow d = 0.40 \text{ m} - 0.15 \text{ m} \Rightarrow d = 0.25 \text{ m} = 25 \text{ cm}.$$

Vježba 047

Paralelan snop zraka svjetlosti pada na konvergentnu leću žarišne duljine 45 cm. Na kojoj udaljenosti iza nje treba smjestiti divergentnu leću žarišne duljine 20 cm pa da snop zraka nakon prolaska kroz obje leće ostane paralelan?

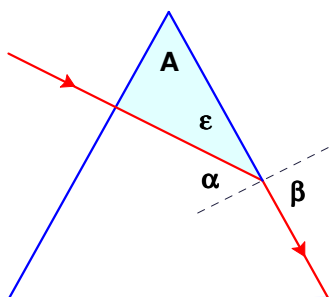
Rezultat: $d = 0.25 \text{ m} = 25 \text{ cm}.$

Zadatak 048 (Kety, gimnazija)

Kut prizme je 40° . Koliki je indeks loma prizme, ako se zraka koja pada okomito na jednu plohu lomi tako da izlazi duž druge plohe prizme? Nema refleksije na plohama prizme, a spomenute dvije plohe razapinju kut prizme.

Rješenje 048

$$A = 40^\circ, \quad n = ?$$



Budući da je označeni trokut pravokutan, slijedi:

$$\epsilon + A = 90^\circ.$$

Računamo kut α :

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon + A = 90^\circ \\ \epsilon + \alpha = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \epsilon + \alpha = \epsilon + A \Rightarrow \alpha = A \Rightarrow \alpha = 40^\circ.$$

Ako svjetlost prelazi iz optički gušćeg sredstva u optički rjeđe sredstvo, lomi se od okomice. Kut loma može biti najviše 90° . Kut upada koji odgovara kutu loma 90° je α i zove se kut totalne refleksije. Vrijedi:

$$\sin \alpha = \frac{1}{n} \Rightarrow n = \frac{1}{\sin \alpha} \Rightarrow n = \frac{1}{\sin 40^\circ} = 1.56.$$

Vježba 048

Kut prizme je 50° . Koliki je indeks loma prizme, ako se zraka koja pada okomito na jednu plohu lomi tako da izlazi duž druge plohe prizme? Nema refleksije na plohama prizme, a spomenute dvije plohe razapinju kut prizme.

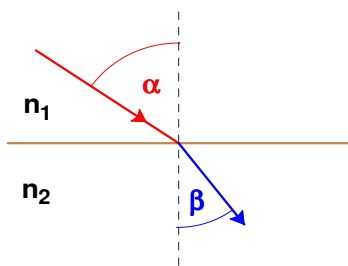
Rezultat: 1.31.

Zadatak 049 (Kety, gimnazija)

Koliki je Brewsterov kut polarizacije ako svjetlost pada iz zraka na plastičnu pločicu čiji granični kut refleksije iznosi 37° ?

Rješenje 049

$$\alpha_t = 37^\circ, \quad \alpha_B = ?$$



Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadni kut α i kut loma β vezani su jednačbom:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \sin \beta = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \alpha.$$

Kut loma može biti najviše 90° , $\beta_t = 90^\circ$. Kut upada koji odgovara kutu loma 90° je α_t i zove se kut totalne refleksije. Dakle, granični kut totalne refleksije α_t je kut za koji lom više nije moguć. Slijedi da je $\sin \beta_t = 1$ jer funkcija sinus može imati najveću vrijednost 1.

$$\left. \begin{array}{l} \sin \beta = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \alpha \\ \sin \beta_t = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \alpha_t \Rightarrow \sin \alpha_t = \frac{n_2}{n_1}.$$

Refleksijom i lomom svjetlost se polarizira. Svjetlost je potpuno linearno polarizirana ako reflektirana i lomljena zraka čine pravi kut. Upadni kut α_B za koji je reflektirana zraka polarizirana zove se kut polarizacije. Brewsterov [Brusterov] kut polarizacije α_B određen je relacijom:

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} \alpha_B = \frac{n_1}{n_2} \\ \sin \alpha_t = \frac{n_2}{n_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha_B = \frac{1}{\frac{n_2}{n_1}} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha_B = \frac{1}{\sin \alpha_t} \Rightarrow \alpha_B = \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\sin \alpha_t} \right) = \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\sin 37^\circ} \right) = 59^\circ.$$

Vježba 049

Koliki je Brewsterov kut polarizacije ako svjetlost pada iz zraka na plastičnu pločicu čiji granični kut refleksije iznosi 30° ?

Rezultat: 63° .

Zadatak 050 (Anamarija, gimnazija)

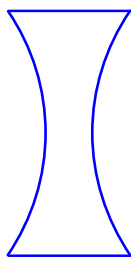
Kakvu sliku daje bikonkavna leća jakosti -3 m^{-1} ako se predmet visine 10 cm nalazi na udaljenosti 50 cm od leće?

Rješenje 050

$$C = -3 \text{ m}^{-1}, \quad y = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad a = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}, \quad b = ?, \quad \gamma = ?$$

Iz jednačbe za tanku leću dobije se udaljenost b slike od leće:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = C \Rightarrow \frac{1}{b} = C - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{a \cdot C - 1}{a} \Rightarrow b = \frac{a}{a \cdot C - 1} = \frac{0.5 \text{ m}}{0.5 \text{ m} \cdot \left(-3 \frac{1}{\text{m}}\right) - 1} = -0.2 \text{ m}.$$



Budući da je $b < 0$, slika je virtualna. Računamo povećanje:

$$\gamma = -\frac{b}{a} = -\frac{-0.2 \text{ m}}{0.5 \text{ m}} = 0.4.$$

Budući da je $\gamma > 0$, slika je uspravna.

Vježba 050

Kakvu sliku daje bikonkavna leća jakosti -3 m^{-1} ako se predmet visine 20 cm nalazi na udaljenosti 50 cm od leće?

Rezultat: Slika je virtualna i uspravna.

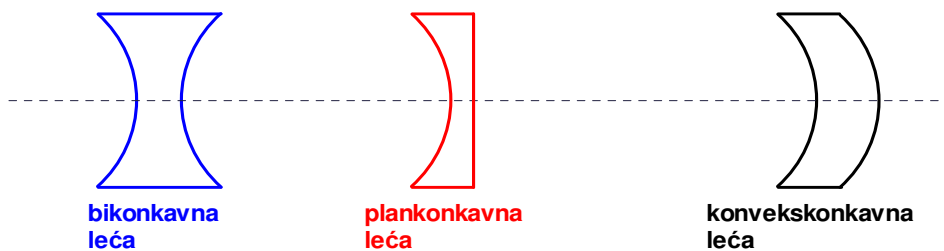
Zadatak 051 (Ivana, studentica)

Kolika je fokalna daljina bikonkavne leće izrađene od stakla indeksa loma 1.60? Polumjeri zakrivljenosti sfernih ploha leće iznose 10 cm i 20 cm.

Rješenje 051

$$n = 1.60, \quad R_1 = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad R_2 = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}, \quad f = ?$$

Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne).



Fokalna je daljina dana jednačbom

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

gdje je n relativni indeks loma leće (prema sredstvu u kojemu se nalazi leća), a R_1 i R_2 jesu polumjeri zakrivljenosti sfernih ploha leće.

- Predznak polumjera **pozitivan** je pri **konveksnoj** leći.
- Predznak polumjera **negativan** je pri **konkavnoj** leći.

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2} \Rightarrow f = \frac{R_1 \cdot R_2}{(n-1) \cdot (R_1 + R_2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{leća je bikonkavna} \\ R_1 = -0.1 \text{ m}, R_2 = -0.2 \text{ m} \end{array} \right] \Rightarrow f = \frac{-0.1 \text{ m} \cdot (-0.2 \text{ m})}{(1.60-1) \cdot (-0.1 \text{ m} - 0.2 \text{ m})} = -0.111 \text{ m} = -11.1 \text{ cm}.$$

Vježba 051

Kolika je fokalna daljina bikonkavne leće izrađene od stakla indeksa loma 1.40? Polumjeri zakrivljenosti sfernih ploha leće iznose 10 cm i 20 cm.

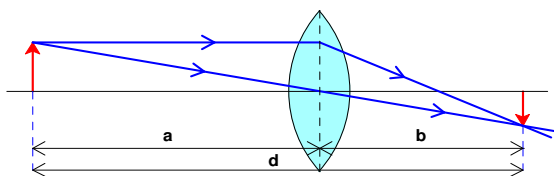
Rezultat: 16.7 cm.

Zadatak 052 (Ivana, studentica)

Udaljenost između predmeta i zastora na optičkoj klupi iznosi 1 m. Između njih se nalazi konveksna leća fokalne daljine 9 cm. Na kojim udaljenostima leće od zastora će se na njemu stvoriti oštre slike?

Rješenje 052

$$d = 1 \text{ m}, \quad f = 9 \text{ cm} = 0.09 \text{ m}, \quad b = ?$$



$$\left. \begin{array}{l} a+b=d \\ \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a=d-b \\ \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{d-b} + \frac{1}{b} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{d-b} + \frac{1}{b} \quad / \cdot b \cdot f \cdot (d-b) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b \cdot (d-b) = b \cdot f + f \cdot (d-b) \Rightarrow b \cdot d - b^2 = b \cdot f + f \cdot d - b \cdot f \Rightarrow b \cdot d - b^2 = f \cdot d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -b^2 + b \cdot d - f \cdot d = 0 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow b^2 - b \cdot d + f \cdot d = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a=1 \\ b=-d \\ c=f \cdot d \end{array} \right\} \Rightarrow b_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b_{1,2} = \frac{d \pm \sqrt{d^2 - 4 \cdot 1 \cdot f \cdot d}}{2 \cdot 1} \Rightarrow b_{1,2} = \frac{1 \text{ m} \pm \sqrt{(1 \text{ m})^2 - 4 \cdot 0.09 \text{ m} \cdot 1 \text{ m}}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} b_1 &= \frac{1 \text{ m} + \sqrt{1 \text{ m}^2 - 0.36 \text{ m}^2}}{2} \\ b_2 &= \frac{1 \text{ m} - \sqrt{1 \text{ m}^2 - 0.36 \text{ m}^2}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} b_1 &= 0.9 \text{ m} \\ b_2 &= 0.1 \text{ m} \end{aligned} \right\}.$$

Vježba 052

Udaljenost između predmeta i zastora na optičkoj klupi iznosi 1 m. Između njih se nalazi konveksna leća fokalne daljine 16 cm. Na kojim udaljenostima leće od zastora će se na njemu stvoriti oštre slike?

Rezultat: 0.8 m i 0.2 m.

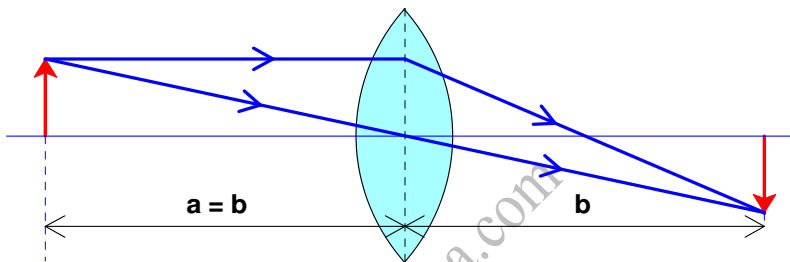
Zadatak 053 (Ivana, studentica)

Udaljenost predmeta od tjemena konvergentne leće iznosi 30 cm, a njegove slike 30 cm. Kolika je fokalna daljina leće?

Rješenje 053

$$a = 30 \text{ cm}, \quad b = 30 \text{ cm}, \quad f = ?$$

Iz jednadžbe tanke leće slijedi:



$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Rightarrow [a = b = 30 \text{ cm}] \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2}{a} \Rightarrow f = \frac{a}{2} = \frac{30 \text{ cm}}{2} = 15 \text{ cm}.$$

Vježba 053

Udaljenost predmeta od tjemena konvergentne leće iznosi 50 cm, a njegove slike 50 cm. Kolika je fokalna daljina leće?

Rezultat: 25 cm.

Zadatak 054 (Ante, tehnička škola)

Ispred konvergentne leće fokalne daljine $f = 30 \text{ cm}$ nalazi se 20 cm udaljen predmet visok 2 cm . Odredite položaj i veličinu slike.

Rješenje 054

$$f = 30 \text{ cm}, \quad a = 20 \text{ cm}, \quad y = 2 \text{ cm}, \quad b = ?, \quad y' = ?$$

Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f je fokalna daljina leće.

Računamo b položaj slike:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{a - f}{a \cdot f} \Rightarrow b = \frac{a \cdot f}{a - f} = \frac{20 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm}}{20 \text{ cm} - 30 \text{ cm}} = -60 \text{ cm}.$$

Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta, iznosi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.

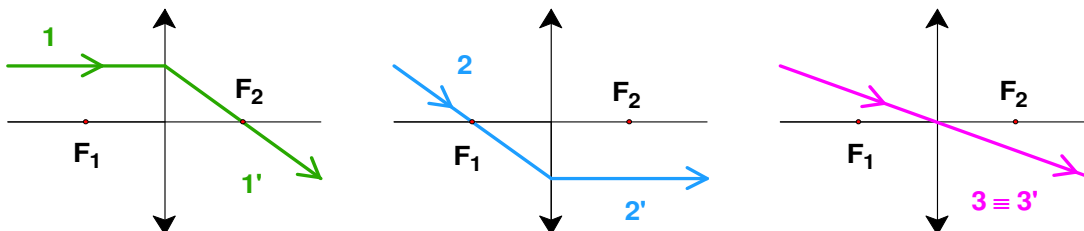
Veličina slike iznosi:

$$\frac{y'}{y} = -\frac{b}{a} \cdot y \Rightarrow y' = -\frac{b}{a} \cdot y = -\frac{60 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} \cdot 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}.$$

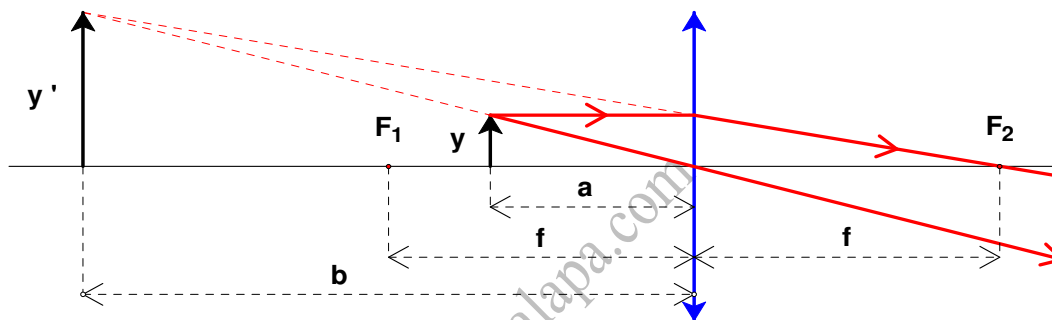
Slika je uvećana, uspravna i virtualna.

Pri konstrukciji slika rabimo tri zrake:

1. Zraka usporedna s osi lomi se tako da prolazi fokusom leće.
2. Zraka koja prolazi fokusom lomi se tako da ide usporedno s osi.
3. Zraka koja ide središtem ne mijenja smjer.



Grafičko (konstrukcijom) rješenje zadatka:



Vježba 054

Ispred konvergentne leće fokalne daljine $f = 3 \text{ dm}$ nalazi se 2 dm udaljen predmet visok 3 cm . Odredite položaj i veličinu slike.

Rezultat: $b = -6 \text{ dm}$, $y' = 9 \text{ cm}$.

Zadatak 055 (Ante, tehnička škola)

Ispred divergentne leće žarišne daljine $f = 40 \text{ cm}$ nalazi se 60 cm udaljen predmet visok 4 cm . Odredite položaj i veličinu slike.

Rješenje 055

$$f = 40 \text{ cm}, \quad a = 60 \text{ cm}, \quad y = 4 \text{ cm}, \quad b = ?, \quad y' = ?$$

Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f je fokalna daljina leće.

Udaljenost je virtualne slike, kao i žarišna (fokalna) daljina divergentne leće, negativna.

Računamo b položaj slike:

$$\left. \begin{array}{l} a = 60 \text{ cm} \\ f = -40 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{a-f}{a \cdot f} \Rightarrow b = \frac{a \cdot f}{a-f} = \frac{60 \text{ cm} \cdot (-40 \text{ cm})}{60 \text{ cm} - (-40 \text{ cm})} = -24 \text{ cm}.$$

Povećanje, tj. omjer između veličine slike i predmeta, iznosi:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.

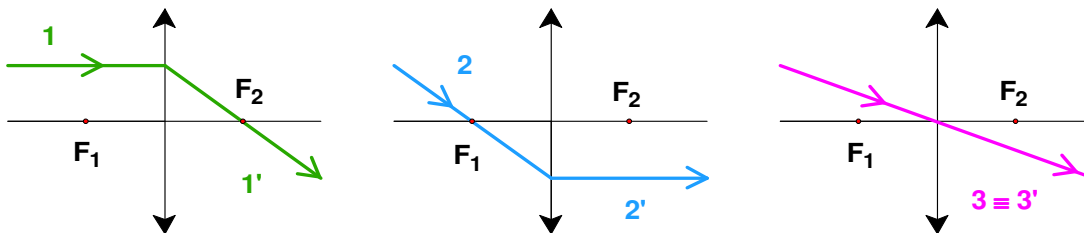
Veličina slike iznosi:

$$\frac{y'}{y} = -\frac{b}{a} \cdot y \Rightarrow y' = -\frac{b}{a} \cdot y = -\frac{24 \text{ cm}}{60 \text{ cm}} \cdot 4 \text{ cm} = 1.6 \text{ cm}.$$

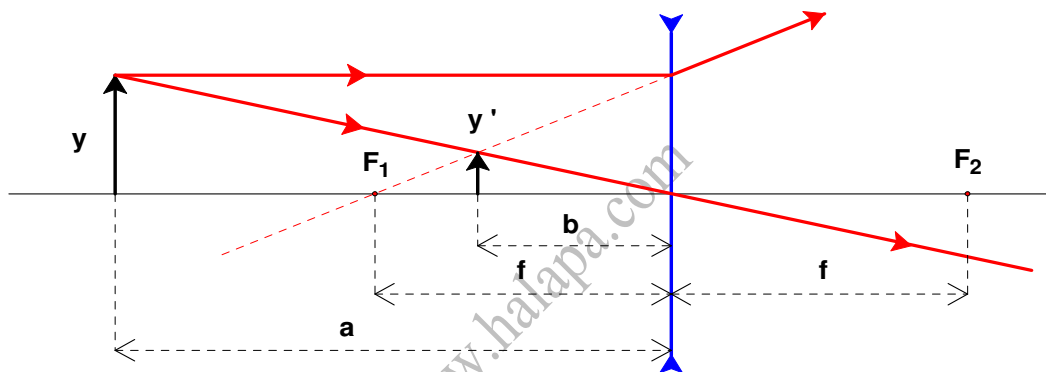
Slika je umanjena, uspravna i virtualna.

Pri konstrukciji slika rabimo tri zrake:

1. Zraka usporedna s osi lomi se tako da prolazi fokusom leće.
2. Zraka koja prolazi fokusom lomi se tako da ide usporedno s osi.
3. Zraka koja ide središtem ne mijenja smjer.



Grafičko (konstrukcijom) rješenje zadatka:



Vježba 055

Ispred divergentne leće žarišne daljine $f = 4 \text{ dm}$ nalazi se 6 dm udaljen predmet visok 8 cm . Odredite položaj i veličinu slike.

Rezultat: $b = -2.4 \text{ dm}$, $y' = 3.2 \text{ cm}$.

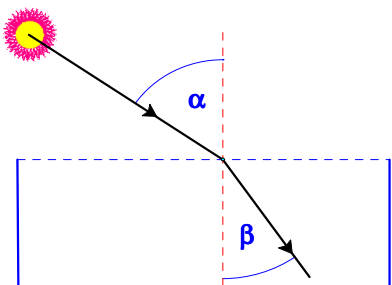
Zadatak 056 (Goran, elektrotehnička škola)

Kada sunčeve zrake padnu na vodu pod kutom 40° , kut loma iznosi 30° . Kolika je brzina svjetlosti u vodi? ($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ brzina svjetlosti u zraku (vakuumu))

Rješenje 056

$$\alpha = 40^\circ, \quad \beta = 30^\circ, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom



$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v},$$

gdje su c i v brzine svjetlosti u zraku i vodi.

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v} &\Rightarrow v \cdot \sin \alpha = c \cdot \sin \beta \Rightarrow \\ \Rightarrow v = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} &= 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\sin 30^\circ}{\sin 40^\circ} = 2.33 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 056

Kada sunčeve zrake padnu na staklenu ploču pod kutom 50° , kut loma iznosi 30° . Kolika je brzina svjetlosti u staklu? ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s brzina svjetlosti u zraku (vakuumu))

Rezultat: $1.96 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$.

Zadatak 057 (Ivana, studentica)

Na zastoru koji je 1.2 m daleko od predmeta leća daje dvostruko uvećanu sliku. Odredite žarišnu daljinu leće.

Rješenje 057

$$a + b = d = 1.2 \text{ m}, \quad \gamma = -2, \quad f = ?$$

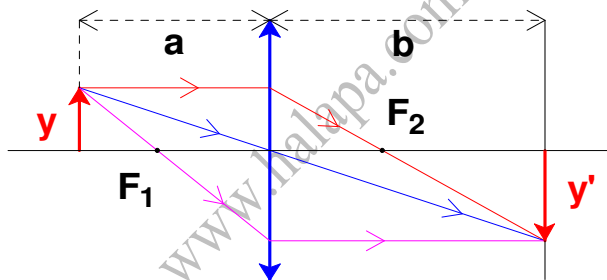
Budući da se slika vidi na zastoru, realna je i dobivena konvergentnom lećom (divergentna leća daje samo virtualne slike). Realna slika konvergentne leće uvijek je obrnuta pa je povećanje γ negativno.

Računamo udaljenost predmeta i slike od leće:

$$\left. \begin{array}{l} a + b = d \\ \gamma = -\frac{b}{a} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a + b = d \\ b = -\gamma \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow a - \gamma \cdot a = d \Rightarrow a \cdot (1 - \gamma) = d \Rightarrow a = \frac{d}{1 - \gamma} \Rightarrow b = -\frac{\gamma \cdot d}{1 - \gamma}$$

Žarišna daljina leće iznosi:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{b+a}{a \cdot b} \Rightarrow f = \frac{a \cdot b}{a+b} \Rightarrow f = \frac{\frac{d}{1-\gamma} \cdot \left(-\frac{\gamma \cdot d}{1-\gamma}\right)}{d} \Rightarrow f = -\frac{\gamma \cdot d}{(1-\gamma)^2} = -\frac{-2 \cdot 1.2 \text{ m}}{(1+2)^2} = 0.27 \text{ m}.$$



Vježba 057

Na zastoru koji je 2.4 m daleko od predmeta leća daje dvostruko uvećanu sliku. Odredite žarišnu daljinu leće.

Rezultat: 0.53 m.

Zadatak 058 (Ivana, studentica)

Dvije plankonkavne leće jednakih polumjera zakrivljenosti ($R_1 = R_2 = 21$ cm) i različitih indeksa loma ($n_1 = 1.51$, $n_2 = 1.70$) zalijepljene su svojim ravnim plohami. Kolika je žarišna daljina sustava leća?

Rješenje 058

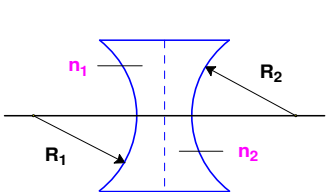
$$R_1 = R_2 = 21 \text{ cm}, \quad n_1 = 1.51, \quad n_2 = 1.70, \quad f = ?$$

Žarišne daljine plankonkavnih leća su:

$$f_1 = -\frac{R_1}{n_1 - 1}, \quad f_2 = -\frac{R_2}{n_2 - 1}.$$

Žarišna daljina sustava leća iznosi:

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2} \Rightarrow f = \frac{-\frac{R_1}{n_1 - 1} \cdot \left(-\frac{R_2}{n_2 - 1}\right)}{-\frac{R_1}{n_1 - 1} - \frac{R_2}{n_2 - 1}} \Rightarrow f = \frac{\frac{R_1 \cdot R_2}{(n_1 - 1) \cdot (n_2 - 1)}}{\frac{-R_1 \cdot (n_2 - 1) - R_2 \cdot (n_1 - 1)}{(n_1 - 1) \cdot (n_2 - 1)}} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow f = \frac{R_1 \cdot R_2}{(n_1 - 1) \cdot (n_2 - 1)} \Rightarrow f = \frac{R_1 \cdot R_2}{-R_1 \cdot (n_2 - 1) - R_2 \cdot (n_1 - 1)} \Rightarrow f = \frac{R_1 \cdot R_2}{-R_1 \cdot (n_2 - 1) - R_2 \cdot (n_1 - 1)}$$

$$\Rightarrow f = \frac{-R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot (n_2 - 1) + R_2 \cdot (n_1 - 1)} = \frac{-21 \text{ cm} \cdot 21 \text{ cm}}{21 \text{ cm} \cdot (1.70 - 1) + 21 \text{ cm} \cdot (1.51 - 1)} = -17.36 \text{ cm.}$$

Vježba 058

Dvije plankonkavne leće jednakih polumjera zakrivljenosti ($R_1 = R_2 = 30 \text{ cm}$) i različitih indeksa loma ($n_1 = 1.51$, $n_2 = 1.70$) zalijepljene su svojim ravnim ploham. Kolika je žarišna daljina sustava leća?

Rezultat: -24.79 cm.

Zadatak 059 (Ivana, studentica)

Za koliko postotaka će se promijeniti brzina svjetlosti kada prijeđe iz zraka u vodu čiji je indeks loma $n = 4/3$?

Rješenje 059

$$n = \frac{4}{3}, \quad \frac{\Delta c}{c} = ?$$

Budući da je brzina svjetlosti u zraku c , njezina brzina v u vodi bit će: $v = \frac{c}{n}$.

Promjena brzine iznosi: $\Delta c = c - v = c - \frac{c}{n} = c \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right)$.

Relativna pogreška je: $\frac{\Delta c}{c} = \frac{c \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right)}{c} = 1 - \frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{4/3} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ ili $\frac{\Delta c}{c} \cdot 100\% = \frac{1}{4} \cdot 100\% = 25\%$.

Vježba 059

Za koliko postotaka će se promijeniti brzina svjetlosti kada prijeđe iz zraka u sredstvo čiji je indeks loma $n = 5/4$?

Rezultat: 20% .

Zadatak 060 (Deny, gimnazija)

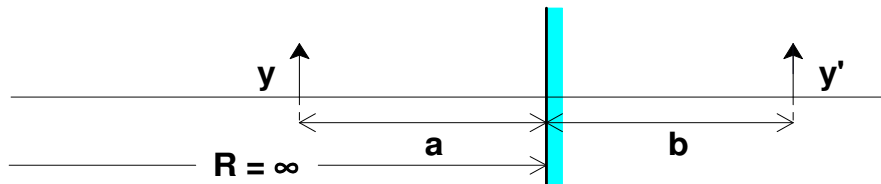
Može li se jednadžba sfernog zrcala uporabiti za ravna zrcala?

Rješenje 060

Budući da je kod ravnog zrcala polumjer zakrivljenosti $R = \infty$, iz jednadžbe sfernog zrcala dobije se:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{R} \Rightarrow \left[\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{2}{R} = 0 \right] \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 0 \Rightarrow \frac{1}{a} = -\frac{1}{b} \Rightarrow a = -b.$$

Znači da je slika u ravnom zrcalu simetrična s predmetom i virtualna (to pokazuje znak minus).



Vježba 060

Predmet je od ravnog zrcala udaljen 25 cm. Kolika je udaljenost predmeta od slike?

Rezultat: 50 cm.