Zadatak 181 (Mala, gimnazija)

Intenzitet Sunčeva zračenja na udaljenosti od $1.5 \cdot 10^{11}$ m od središta Sunca iznosi 1400 W/m^2. Za koliko se smanji masa Sunca tijekom 365 dana uz pretpostavku da se energija koju Sunce zrači u potpunosti dobiva nuklearnim izgaranjem njegove mase? Napomena: Površina sfere polumjera R određuje se izrazom $S = 4 \cdot \pi \cdot R^2$. (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 181

$R = 1.5 \cdot 10^{11}$ m, $I = 1400$ W/m^2, $t = 365$ dana $= [365 \cdot 24 \cdot 3600] = 3.1536 \cdot 10^7$ s, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, $\Delta m = ?$

Pri širenju valova (energije) kroz sredstvo prenosi se energija u smjeru širenja vala. Intenzitet I vala je energija E koju val prenese u jediničnom vremenu kroz jediničnu površinu okomito na smjer širenja:

$$I = \frac{E}{S \cdot t} \Rightarrow E = I \cdot S \cdot t.$$

Za sferni val, kojem je izvor točkast, u udaljenosti r od izvora energija se rasporedi po sferi površine S:

$$S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi.$$

Kada se masa tijela promijeni za Δm, ukupna mu se energija promijeni za

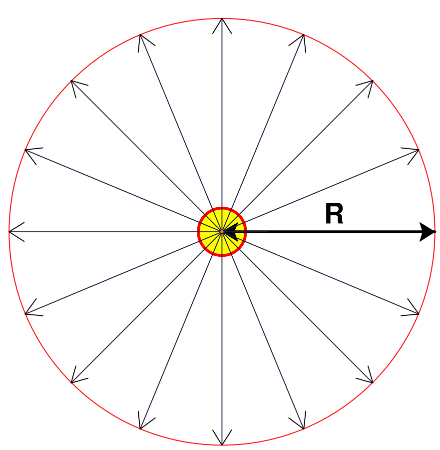
$$E = \Delta m \cdot c^2.$$

Računamo smanjenje mase Sunca.

$$\left.\begin{array}{l} E = \Delta m \cdot c^2 \\ S = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \\ E = I \cdot S \cdot t \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} E = \Delta m \cdot c^2 \\ E = I \cdot 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot t \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta m \cdot c^2 = 4 \cdot I \cdot \pi \cdot R^2 \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta m \cdot c^2 = 4 \cdot I \cdot \pi \cdot R^2 \cdot t \ / \cdot \frac{1}{c^2} \Rightarrow \Delta m = \frac{4 \cdot I \cdot \pi \cdot R^2 \cdot t}{c^2} =$$

$$= \frac{4 \cdot 1400 \ \frac{W}{m^2} \cdot \pi \cdot \left(1.5 \cdot 10^{11} \ m\right)^2 \cdot 3.1536 \cdot 10^7 \ s}{\left(3 \cdot 10^8 \ \frac{m}{s}\right)^2} = 1.387 \cdot 10^{17} \ kg.$$



Vježba 181

Intenzitet Sunčeva zračenja na udaljenosti od $1.5 \cdot 10^8$ km od središta Sunca iznosi 1.4 kW/m^2. Za koliko se smanji masa Sunca tijekom 365 dana uz pretpostavku da se energija koju Sunce zrači u potpunosti dobiva nuklearnim izgaranjem njegove mase? Napomena: Površina sfere polumjera R određuje se izrazom $S = 4 \cdot \pi \cdot R^2$. (brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rezultat: $1.387 \cdot 10^{17}\ kg.$

Zadatak 182 (Petra, gimnazija)

Udaljenost predmeta od divergentne leće je n puta veća od žarišne daljine leće. Koliko puta će slika biti manja od predmeta?

$$A.\ n+1 \qquad B.\ n \qquad C.\ n-1 \qquad D.\ n^2$$

Rješenje 182

$a = n \cdot f, \qquad \gamma = ?$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće. Udaljenost je virtualne slike, kao i fokalna daljina divergentne leće negativna ($b < 0,\ f < 0$).
Povećanje leće γ zovemo omjerom između veličine slike y' i veličine predmeta y:

$$\gamma = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.
Budući da je leća divergentna, vrijedi:

$$\left.\begin{array}{l} a = n \cdot f \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{f} \\ \gamma = -\frac{b}{a} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{1}{n \cdot f} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{f} \\ \gamma = -\frac{b}{n \cdot f} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{1}{b} = -\frac{1}{f} - \frac{1}{n \cdot f} \\ \gamma = -\frac{b}{n \cdot f} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{1}{b} = \frac{-n-1}{n \cdot f} \\ \gamma = -\frac{b}{n \cdot f} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{1}{b} = -\frac{n+1}{n \cdot f} \\ \gamma = -\frac{b}{n \cdot f} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b = -\frac{n \cdot f}{n+1} \\ \gamma = -\frac{b}{n \cdot f} \end{array}\right\} \Rightarrow \gamma = -\frac{-\frac{n \cdot f}{n+1}}{n \cdot f} \Rightarrow \gamma = \frac{\frac{n \cdot f}{n+1}}{\frac{n \cdot f}{1}} \Rightarrow \gamma = \frac{\frac{\cancel{n \cdot f}}{n+1}}{\frac{\cancel{n \cdot f}}{1}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{n+1}.$$

Slika će biti n + 1 puta manja od predmeta. Odgovor je pod A.

Vježba 182

Udaljenost predmeta od divergentne leće je 3 puta veća od žarišne daljine leće. Koliko puta će slika biti manja od predmeta?

$$A.\ 4 \qquad B.\ 3 \qquad C.\ 2 \qquad D.\ 9$$

Rezultat: A.

Zadatak 183 (Petra, gimnazija)

Simetrična leća ($R_1 = R_2 = R$) ima omjer žarišne daljine i polumjera zakrivljenosti jednak jedinici. Indeks loma takve leće je:

$$A.\ 1.33 \qquad B.\ 1.4 \qquad C.\ 1.5 \qquad D.\ 1.55$$

Rješenje 183

$R_1 = R_2 = R$, $\quad \frac{f}{R} = 1 \Rightarrow f = R$, $\quad n = ?$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Fokalna je daljina dana jednadžbom

$$\frac{1}{f} = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

gdje je n relativni indeks loma leće (prema sredstvu u kojemu se nalazi leća), a R_1 i R_2 jesu polumjeri zakrivljenosti sfernih ploha leće.
Računamo indeks loma leće:

$$\left.\begin{array}{l} R_1 = R_2 = R \\ f = R \\ \frac{1}{f} = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{R} = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) \Rightarrow \frac{1}{R} = (n-1)\cdot\frac{2}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R} = (n-1)\cdot\frac{2}{R} \;/\cdot\frac{R}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = n-1 \Rightarrow n-1 = \frac{1}{2} \Rightarrow n = \frac{1}{2}+1 \Rightarrow n = 0.5+1 \Rightarrow n = 1.5.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 183

Simetrična leća ($R_1 = R_2 = R$) ima omjer žarišne daljine i polumjera zakrivljenosti jednak 2. Indeks loma takve leće je:

$$A.\ 1.20 \qquad B.\ 1.25 \qquad C.\ 1.3 \qquad D.\ 1.35$$

Rezultat: B.

Zadatak 184 (Mislav, srednja škola)

Pri temperaturi 3000 K neko tijelo zrači maksimalnim intenzitetom zračenja valne duljine 963 nm. Pri kojoj će temperaturi to tijelo imati maksimum zračenja na valnoj duljini 321 nm?

$$A.\ pri\ 1000\ K \qquad B.\ pri\ 3000\ K \qquad C.\ pri\ 6000\ K \qquad D.\ pri\ 9000\ K$$

Rješenje 184

$T_1 = 3000$ K, $\quad \lambda_1 = 963$ nm, $\quad \lambda_2 = 321$ nm, $\quad T_2 = ?$

Wienov zakon

Umnožak apsolutne temperature T i valne duljine λ_m kojoj pripada maksimalna energija zračenja u spektru apsolutno crnog tijela jednak je stalnoj veličini:

$$\lambda_m \cdot T = C = 2.9\cdot 10^{-3}\ m\cdot K.$$

Koristeći Wienov zakon izračunat ćemo traženu temperaturu tijela.

$$\left.\begin{array}{l} \lambda_1\cdot T_1 = C \\ \lambda_2\cdot T_2 = C \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda_1\cdot T_1 = \lambda_2\cdot T_2 \Rightarrow \lambda_2\cdot T_2 = \lambda_1\cdot T_1 \Rightarrow \lambda_2\cdot T_2 = \lambda_1\cdot T_1 \;/\cdot\frac{1}{\lambda_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{\lambda_1 \cdot T_1}{\lambda_2} = \frac{963\ nm \cdot 3000\ K}{321\ nm} = 9000\ K.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 184

Pri temperaturi 3000 K neko tijelo zrači maksimalnim intenzitetom zračenja valne duljine 936 nm. Pri kojoj će temperaturi to tijelo imati maksimum zračenja na valnoj duljini 312 nm?

$A.\ pri\ 1000\ K \qquad B.\ pri\ 3000\ K \qquad C.\ pri\ 6000\ K \qquad D.\ pri\ 9000\ K$

Rezultat: D.

Zadatak 185 (Leon, srednja škola)

Razmak između objektiva i okulara teleskopa je 2.1 m. Okular ima žarišnu daljinu 10 cm. Koliko je povećanje teleskopa?

Rješenje 185

D = 2.1 m, f_2 = 10 cm = 0.1 m, M = ?

Ako je predmet u neizmjernosti, udaljenost je objektiva od okulara

$$D = f_1 + f_2,$$

gdje je f_1 fokalna daljina objektiva, f_2 fokalna daljina okulara.
Ukupno povećanje M dalekozora (teleskopa) jednako je kvocijentu fokalne daljine objektiva f_1 i okulara f_2.

$$M = \frac{f_1}{f_2}.$$

Povećanje teleskopa iznosi:

$$\left.\begin{array}{l} D = f_1 + f_2 \\ M = \dfrac{f_1}{f_2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} f_1 + f_2 = D \\ M = \dfrac{f_1}{f_2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} f_1 = D - f_2 \\ M = \dfrac{f_1}{f_2} \end{array}\right\} \Rightarrow M = \frac{D - f_2}{f_2} = \frac{2.1\ m - 0.1\ m}{0.1\ m} = 20.$$

Vježba 185

Razmak između objektiva i okulara teleskopa je 4.2 m. Okular ima žarišnu daljinu 20 cm. Koliko je povećanje teleskopa?

Rezultat: 20.

Zadatak 186 (Darko, srednja škola)

Žarulja snage 75 W, od čega se 60% troši na zračenje, ima ukupnu duljinu niti 20 cm, promjera 0.1 mm. Odredi temperaturu niti. Faktor emisije je 0.8. (Stefan – Boltzmannova konstanta $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$)

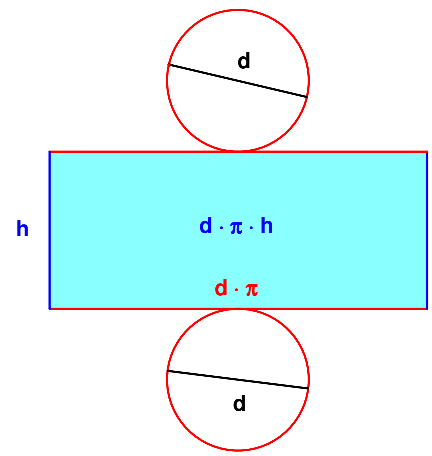
Rješenje 186

P = 75 W, p = 60% = 0.60, l = 20 cm = 0.20 m, d = 0.1 mm = 10^{-4} m, ε = 0.8,

$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \dfrac{W}{m^2 \cdot K^4}$, $\qquad$ T = ?

Kako se računa p% od x?

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$



Površina plašta valjka čiji je promjer baze (osnovke) d, a visina h računa se po formuli

$$S = d \cdot \pi \cdot h.$$

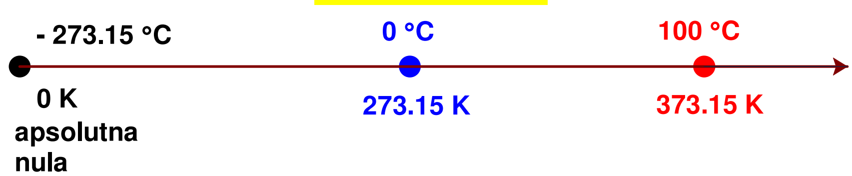
Snaga toplinskog zračenja s površine S tijela temperature T iznosi:

$$P = \varepsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot T^4,$$

gdje je $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \dfrac{W}{m^2 \cdot K^4}$, $0 < \varepsilon \le 1$ faktor emisije. Za savršeno crno tijelo ε = 1.

Kelvinova i Celzijusova ljestvica su dvije različite temperaturne ljestvice.
Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).
Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T\left(K\right) = \Delta t\left({}^0C\right).$$



Kelvinova i Celzijusova ljestvica podijeljene su na jednake dijelove i vrijedi:

$$T\left(K\right) = 273 + t\left({}^0C\right) \quad , \quad t\left({}^0C\right) = T\left(K\right) - 273.$$

Budući da se troši samo 60% na zračenje, slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} S = d \cdot \pi \cdot l - \text{površina žarne niti} \\ p \cdot P = \varepsilon \cdot \sigma \cdot S \cdot T^4 \end{array}\right\} \Rightarrow p \cdot P = \varepsilon \cdot \sigma \cdot d \cdot \pi \cdot l \cdot T^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p \cdot P = \varepsilon \cdot \sigma \cdot d \cdot \pi \cdot l \cdot T^4 \quad / \cdot \frac{1}{\varepsilon \cdot \sigma \cdot d \cdot \pi \cdot l} \Rightarrow T^4 = \frac{p \cdot P}{\varepsilon \cdot \sigma \cdot d \cdot \pi \cdot l} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T^4 = \frac{p \cdot P}{\varepsilon \cdot \sigma \cdot d \cdot \pi \cdot l} \quad / \sqrt[4]{\ } \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{p \cdot P}{\varepsilon \cdot \sigma \cdot d \cdot \pi \cdot l}} =$$

$$= \sqrt[4]{\frac{0.60 \cdot 75\ W}{0.8 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8}\ \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot 10^{-4}\ m \cdot \pi \cdot 0.2\ m}} = 1993\ K.$$

Tada je:

$$t = T - 273 = (1993 - 273)\ ^0C = 1720\ ^0C.$$

Vježba 186

Žarulja snage 75 W, od čega se 60% troši na zračenje, ima ukupnu duljinu niti 2 dm, promjera 0.1 mm. Odredi temperaturu niti. Faktor emisije je 0.8. (Stefan – Boltzmannova konstanta $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\ \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$)

Rezultat: 1720 °C.

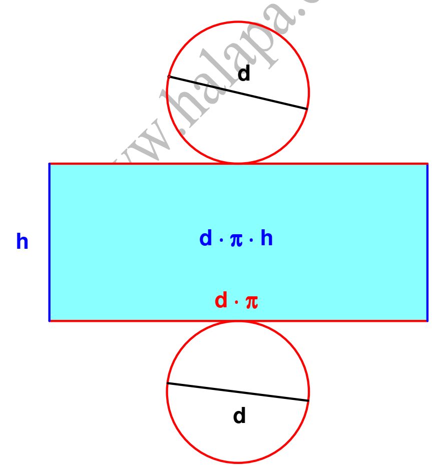
Zadatak 187 (Jelena, gimnazija)

Nađite snagu koju troši nit električne žarulje promjera 1 mm, duljine 20 cm i temperature 3500 K. Pretpostavite da nit zrači kao apsolutno crno tijelo. Zanemarite gubitke energije zbog toplinske vodljivosti. (Stefan – Boltzmannova konstanta $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\ \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$)

Rješenje 187

d = 1 mm = 10^{-3} m, l = 20 cm = 0.20 m, T = 3500 K, $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\ \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$,

P = ?



Površina plašta valjka čiji je promjer baze (osnovke) d, a visina h računa se po formuli

$$S = d \cdot \pi \cdot h.$$

Toplinska energija koju zrači površina apsolutno crnog tijela u jednoj sekundi može se odrediti Stefan – Boltzmannovim zakonom

$$P = \sigma \cdot S \cdot T^4,$$

gdje je P snaga zračenja, S površina tijela, T temperatura tijela, Stefan – Boltzmannova konstanta $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\ \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$.

Računamo snagu zračenja.

$$\left.\begin{array}{l} S = d \cdot \pi \cdot l - \text{površina žarne niti} \\ P = \sigma \cdot S \cdot T^4 \end{array}\right\} \Rightarrow P = \sigma \cdot d \cdot \pi \cdot l \cdot T^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P=\sigma\cdot d\cdot\pi\cdot l\cdot T^{4}=5.67\cdot 10^{-8}\ \frac{W}{m^{2}\cdot K^{4}}\cdot 10^{-3}\ m\cdot\pi\cdot 0.20\ m\cdot(3500\ K)^{4}=5346\ W.$$

Vježba 187

Nađite snagu koju troši nit električne žarulje promjera 0.1 cm, duljine 2 dm i temperature 3500 K. Pretpostavite da nit zrači kao apsolutno crno tijelo. Zanemarite gubitke energije zbog toplinske vodljivosti. (Stefan – Boltzmannova konstanta $\sigma=5.67\cdot 10^{-8}\ \frac{W}{m^{2}\cdot K^{4}}$)

Rezultat: 5346 W.

Zadatak 188 (Sara, gimnazija)

Optička rešetka ima konstantu $4\cdot 10^{-6}$ m. Kolika je valna duljina svjetlosti koja se ogiba na rešetci, ako vrijedi $\alpha_8-\alpha_4=34.8°$?

Rješenje 188

$d=4\cdot 10^{-6}$ m, $\Delta\alpha=\alpha_8-\alpha_4=34.8°$, $k_1=4$, $k_2=8$ $\lambda=?$

Optička rešetka sastoji se od ekvidistantnih tijesno poredanih pukotina. Udaljenost između dviju pukotina zove se konstanta rešetke. Maksimum rasvjete dobit ćemo interferencijom u smjerovima koji zatvaraju kut α_k s okomicom na optičku mrežicu, tj. ako je

$$k\cdot\lambda=d\cdot\sin\alpha_k,\quad k=1,\ 2,\ 3,\ \dots,\ n.$$

Za spektar četvrtog i osmog reda vrijedi:

$$\left.\begin{array}{l} k=4\ ,\ d\cdot\sin\alpha_k=k\cdot\lambda \\ k=8\ ,\ d\cdot\sin\alpha_k=k\cdot\lambda \end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l} d\cdot\sin\alpha_4=4\cdot\lambda \\ d\cdot\sin\alpha_8=8\cdot\lambda \end{array}\right\}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\text{podijelimo}\\ \text{jednadžbe}\end{array}\right]\Rightarrow\frac{d\cdot\sin\alpha_8}{d\cdot\sin\alpha_4}=\frac{8\cdot\lambda}{4\cdot\lambda}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{d\cdot\sin\alpha_8}{d\cdot\sin\alpha_4}=\frac{8\cdot\lambda}{4\cdot\lambda}\Rightarrow\frac{\sin\alpha_8}{\sin\alpha_4}=\frac{2}{1}\Rightarrow\frac{\sin\alpha_8}{\sin\alpha_4}=2\Rightarrow\frac{\sin\alpha_8}{\sin\alpha_4}=2\ /\cdot\sin\alpha_4\Rightarrow\sin\alpha_8=2\cdot\sin\alpha_4.$$

Budući da je kut između spektra četvrtog i osmog reda $\triangle\alpha$, vrijedi:

$$\alpha_8-\alpha_4=\Delta\alpha\Rightarrow\alpha_8=\alpha_4+\Delta\alpha.$$

Uporabom funkcije sinus dobije se:

$$\alpha_8=\alpha_4+\Delta\alpha\Rightarrow\alpha_8=\alpha_4+\Delta\alpha\ /\sin\Rightarrow\sin\alpha_8=\sin(\alpha_4+\Delta\alpha)\Rightarrow\left[\sin\alpha_8=2\cdot\sin\alpha_4\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot\sin\alpha_4=\sin(\alpha_4+\Delta\alpha)\Rightarrow\left[\sin(x+y)=\sin x\cdot\cos y+\cos x\cdot\sin y\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot\sin\alpha_4=\sin\alpha_4\cdot\cos\Delta\alpha+\cos\alpha_4\cdot\sin\Delta\alpha\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot\sin\alpha_4=\sin\alpha_4\cdot\cos\Delta\alpha+\cos\alpha_4\cdot\sin\Delta\alpha\ /\cdot\frac{1}{\cos\alpha_4}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot\frac{\sin\alpha_4}{\cos\alpha_4}=\frac{\sin\alpha_4}{\cos\alpha_4}\cdot\cos\Delta\alpha+\frac{\cos\alpha_4}{\cos\alpha_4}\cdot\sin\Delta\alpha\Rightarrow\left[tg\ x=\frac{\sin x}{\cos x}\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot tg\ \alpha_4=tg\ \alpha_4\cdot\cos\Delta\alpha+\frac{\cos\alpha_4}{\cos\alpha_4}\cdot\sin\Delta\alpha\Rightarrow 2\cdot tg\ \alpha_4=tg\ \alpha_4\cdot\cos\Delta\alpha+\sin\Delta\alpha\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot tg\ \alpha_4-tg\ \alpha_4\cdot\cos\Delta\alpha=\sin\Delta\alpha\Rightarrow tg\ \alpha_4\cdot(2-\cos\Delta\alpha)=\sin\Delta\alpha\Rightarrow$$

$$\Rightarrow tg\ \alpha_4\cdot(2-\cos\Delta\alpha)=\sin\Delta\alpha\ /\cdot\frac{1}{2-\cos\Delta\alpha}\Rightarrow tg\ \alpha_4=\frac{\sin\Delta\alpha}{2-\cos\Delta\alpha}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_4 = tg^{-1}\left(\frac{\sin\Delta\alpha}{2-\cos\Delta\alpha}\right) \Rightarrow \alpha_4 = tg^{-1}\left(\frac{\sin 34.8^0}{2-\cos 34.8^0}\right) \Rightarrow \alpha_4 = 25.8^0.$$

Računamo valnu duljinu svjetlosti.

$$\left.\begin{array}{l} d = 4\cdot 10^{-6}\ m \ ,\ k = 4 \ ,\ \alpha_4 = 25.8^0 \\ d\cdot\sin\alpha_k = k\cdot\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} d = 4\cdot 10^{-6}\ m \ ,\ k = 4 \ ,\ \alpha_4 = 25.8^0 \\ d\cdot\sin\alpha_k = k\cdot\lambda \ /\cdot\frac{1}{k} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} d = 4\cdot 10^{-6}\ m \ ,\ k = 4 \ ,\ \alpha_4 = 25.8^0 \\ \lambda = \frac{d\cdot\sin\alpha_4}{k} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{4\cdot 10^{-6}\ m\cdot\sin 25.8^0}{4} = 4.35\cdot 10^{-7}\ m = 0.435\cdot 10^{-6}\ m = 0.435\ \mu m.$$

Vježba 188

Optička rešetka ima konstantu 4000 nm. Kolika je valna duljina svjetlosti koja se ogiba na rešetci, ako vrijedi $\alpha_8 - \alpha_4 = 34.8°$?

Rezultat: 0.435 μm.

Zadatak 188 (Iva, gimnazija)

Youngovim pokusom s monokromatskom svjetlošću dobivaju se interferentne pruge na zastoru. Što od navedenoga treba učiniti da se poveća razmak između interferentnih pruga?

A. Treba smanjiti razmak između pukotina.
B. Treba povećati razmak između pukotina.
C. Trena smanjiti razmak između zastora i pukotina.
D. Treba upotrebljavati svjetlost manje valne duljine.

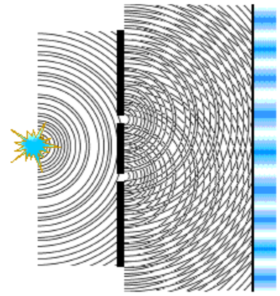
Rješenje 188

s, λ, a, d

Kod interferencije dvaju valova svjetlosti na zastoru dobivamo tamne i svijetle pruge interferencije uz ove uvjete: d << a, širina izvora svjetlosti je mala. U Youngovu uređaju pomoću dviju pukotina dobivamo dva realna koherentna (jednake frekvencije i konstantne razlike u fazi) izvora svjetlosti. Razmak s susjednih tamnih i svijetlih pruga na zastoru dan je izrazom

$$s = \frac{\lambda\cdot a}{d},$$

gdje je λ valna duljina svjetlosti, a udaljenost od izvora do zastora, d udaljenost između izvora (pukotina). Da bi razmak s između pruga bio što veći, zbog male valne duljine svjetlosti λ, treba udaljenost zastora od izvora a biti jako velik ili razmak d između izvora (pukotina) jako mali. zastoru. Dakle, da se poveća razmak između interferentnih pruga treba smanjiti razmak između pukotina.
Odgovor je pod A.



Vježba 188

Youngovim pokusom s monokromatskom svjetlošću dobivaju se interferentne pruge na zastoru. Što od navedenoga treba učiniti da se smanji razmak između interferentnih pruga?

A. Treba smanjiti razmak između pukotina.
B. Treba povećati razmak između pukotina.
C. Trena povećati razmak između zastora i pukotina.
D. Treba upotrebljavati svjetlost veće valne duljine.

Rezultat: B.

Zadatak 189 (Maja i Marina, maturantice ☺)

Ispred konvergentne leće žarišne (fokalne) daljine 10 cm postavljen je predmet visok 5 cm na udaljenosti od 15 cm. Kolika je veličina slike predmeta i kolika je jakost leće? Odredite položaj slike predmeta računski (numerički) i konstrukcijom (grafički).

Rješenje 189

f = 10 cm = 0.10 m, y = 5 cm = 0.05 m, a = 15 cm = 0.15 m, C = ?, b = ?, y ' = ?

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće. Udaljenost je virtualne slike, kao i fokalna daljina divergentne leće negativna ($b < 0, f < 0$).
Povećanje leće γ zovemo omjerom između veličine slike y' i veličine predmeta y:

$$\gamma=\frac{y'}{y}=-\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.
Sliku nekog predmeta možemo najlakše konstruirati pomoću karakterističnih zraka svjetlosti. Pri konstrukciji slika rabimo tri karakteristične zrake svjetlosti:

1. Zraka koja dolazi na leću usporedno s optičkom osi lomi se kroz žarište slike F_2.
2. Zraka koja prolazi kroz žarište predmeta F_1 lomi se usporedno s optičkom osi.
3. Zraka koja prolazi kroz optičko središte leće ne lomi se odnosno prolazi kroz leću bez promjene smjera.

Ti zakoni vrijede za tanke leće s malenim otvorom. Za konstrukciju slike dovoljno je uzeti dvije od tri predložene zrake svjetlosti.
Jakost ili konvergencija leće C jest recipročna vrijednost žarišne (fokalne) daljine:

$$C=\frac{1}{f}.$$

Konvergencija se izražava jedinicom m^{-1}. Za konvergentne leće C je pozitivan, za divergentne negativan.
Jakost ili konvergencija leće C jest recipročna vrijednost žarišne (fokalne) daljine:

$$C=\frac{1}{f}=\frac{1}{0.10\ m}=10\ m^{-1}.$$

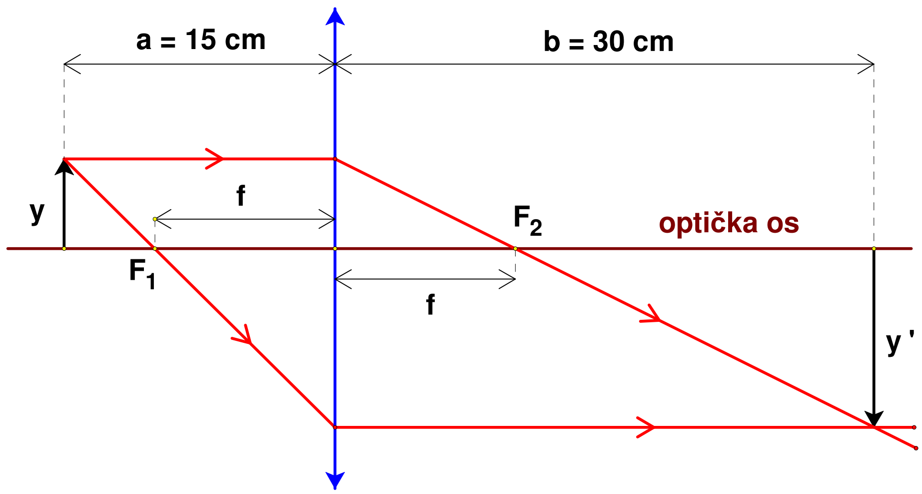
Računamo udaljenost slike predmeta b od leće.

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{b}=\frac{1}{f}-\frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{b}=\frac{a-f}{f\cdot a} \Rightarrow \left[\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}\right] \Rightarrow b=\frac{f\cdot a}{a-f}=$$

$$= \frac{0.10\ m \cdot 0.15\ m}{0.15\ m - 0.10\ m} = 0.3\ m = 30\ cm.$$

Računamo veličinu slike predmeta y '.

$$\frac{y'}{y} = -\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a} \;/\cdot y \Rightarrow y' = -\frac{b}{a} \cdot y = -\frac{0.3\ m}{0.15\ m} \cdot 0.05\ m = -0.1\ m = -10\ cm.$$



Vježba 189

Ispred konvergentne leće žarišne (fokalne) daljine 1 dm postavljen je predmet visok 50 mm na udaljenosti od 150 mm. Kolika je veličina slike predmete i kolika je jakost leće?

Rezultat: – 10 cm, 10 m^{-1}.

Zadatak 190 (Maja i Marina, maturantice ☺)

Svjetlost iz vode apsolutnog indeksa loma 1.33 upada na krunsko staklo apsolutnog indeksa loma 1.52 pod kutom 40°. Koliki je kut loma i koliki je relativni indeks loma između vode i stakla?

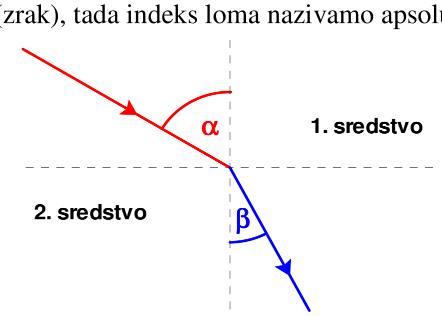
Rješenje 190

$n_v = 1.33$, $n_s = 1.52$, $\alpha = 40°$, $\beta = ?$, $n_{vs} = ?$, $n_{sv} = ?$

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja α i sinusa kuta loma β stalan je broj koji nazivamo indeksom loma n. Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n.$$

Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma n.

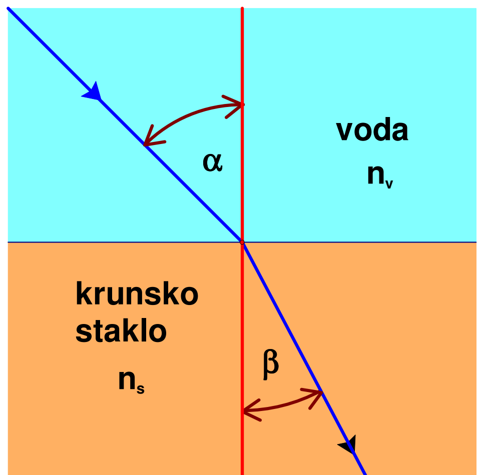


Na granici dvaju optičkih sredstava svjetlost skreće od prvobitnog pravocrtnog smjera (lomi se) prema zakonu:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{n_2}{n_1} \quad , \quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n_{2,1},$$

gdje je α upadni kut, β kut loma, n_1 apsolutni indeks loma prvog sredstva, n_2 apsolutni indeks loma drugog sredstva, $n_{2,1}$ relativni indeks loma drugog sredstva prema prvom sredstvu. Brzina svjetlosti različita je u različitim materijalima pa se svjetlost u njima različito lomi. Ako je optički gušće sredstvo brzina je manja. Ako je optički rjeđe sredstvo brzina je veća. To svojstvo materijala naziva se indeks loma (n). Apsolutni indeks loma: svjetlost prelazi iz vakuuma (ili zraka) u promatrano sredstvo. Relativni indeks loma: svjetlost prelazi iz jednog sredstva u drugo, a niti jedno nije vakuum ili zrak.

$$\frac{n_2}{n_1}=n_{2,1}.$$



$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{n_s}{n_v} \Rightarrow \left[\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}\right] \Rightarrow \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\frac{n_v}{n_s} \Rightarrow \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\frac{n_v}{n_s} \;/\cdot\sin\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin\beta=\frac{n_v}{n_s}\cdot\sin\alpha \Rightarrow \beta=\sin^{-1}\left(\frac{1.33}{1.52}\cdot\sin 40^0\right) \Rightarrow \beta=34.22^0.$$

Relativni indeks loma iznosi:

- vode s obzirom na krunsko staklo

$$\left.\begin{array}{l} n_v=1.33 \\ n_s=1.52 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[n_{vs}=\frac{n_v}{n_s}\right] \Rightarrow n_{vs}=\frac{n_v}{n_s}=\frac{1.33}{1.52}=0.875$$

- krunskog stakla s obzirom na vodu

$$\left.\begin{array}{l} n_v=1.33 \\ n_s=1.52 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[n_{sv}=\frac{n_s}{n_v}\right] \Rightarrow n_{sv}=\frac{n_s}{n_v}=\frac{1.52}{1.33}=1.14.$$

Vježba 190

Svjetlost prelazi iz stakla apsolutnog indeksa loma 1.67 u vodu apsolutnog indeksa loma 1.33. Upadni kut je 30°. Izračunajte kut loma.

Rezultat: 38.89°.

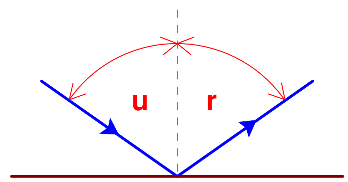
Zadatak 191 (Tomislav, srednja škola)

Zraka svjetlosti pada na granicu između dva sredstva pod kutom 30°. Apsolutni indeks loma prvog sredstva je 2.4. Odredite apsolutni indeks loma drugog sredstva, ako su reflektirana i lomljena zraka međusobno okomite.

Rješenje 191

$\alpha = 30°$, $n_1 = 2.4$, $n_2 = ?$

Ako zraka svjetlosti pada na ravninu koja odbija ili reflektira zrake svjetlosti, onda upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i reflektirana zraka leže u istoj ravnini okomitoj na ravninu refleksije. Upadnim kutom u zovemo kut između upadne zrake i okomice, a kutom odraza ili refleksije r kut između reflektirane zrake i okomice. Kut upada u jednak je kutu refleksije r:

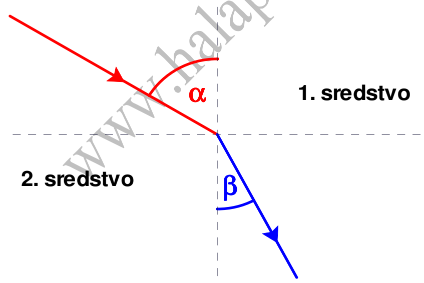


kut upada = **kut refleksije** , u = r.

Kad svjetlost prelazi iz jednog optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja α i sinusa kuta loma β stalan je broj koji nazivamo indeksom loma n. Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n.$$

Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma n.



Na granici dvaju optičkih sredstava svjetlost skreće od prvobitnog pravocrtnog smjera (lomi se) prema zakonu:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} \quad , \quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{2,1},$$

gdje je α upadni kut, β kut loma, n_1 apsolutni indeks loma prvog sredstva, n_2 apsolutni indeks loma drugog sredstva, $n_{2,1}$ relativni indeks loma drugog sredstva prema prvom sredstvu. Brzina svjetlosti različita je u različitim materijalima pa se svjetlost u njima različito lomi. Ako je optički gušće sredstvo brzina je manja. Ako je optički rjeđe sredstvo brzina je veća. To svojstvo materijala naziva se indeks loma (n). Apsolutni indeks loma: svjetlost prelazi iz vakuuma (ili zraka) u promatrano sredstvo. Relativni indeks loma: svjetlost prelazi iz jednog sredstva u drugo, a niti jedno nije vakuum ili zrak.

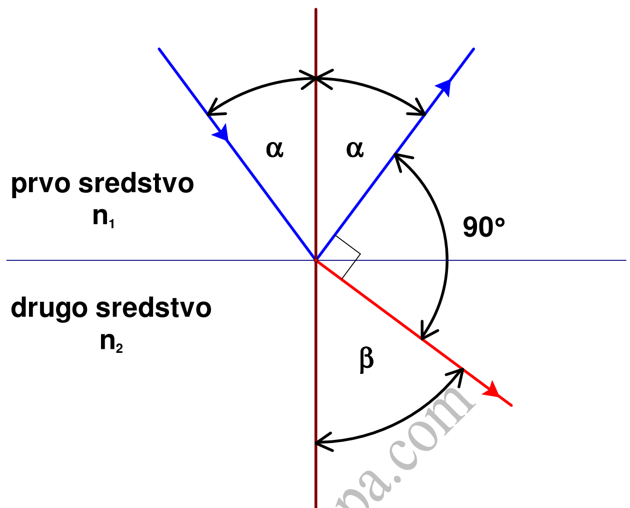
$$\frac{n_2}{n_1} = n_{2,1}.$$

Iz uvjeta zadatka vidi se da su reflektirana i lomljena zraka međusobno okomite pa je zbroj upadnog kuta α i kuta loma β jednak 90°.

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\alpha+\beta=90^0\\ \beta=90^0-\alpha\end{array}\right] \Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\left(90^0-\alpha\right)}=\frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \left[\sin\left(90^0-\alpha\right)=\cos\alpha\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \left[tg\,\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right] \Rightarrow tg\,\alpha=\frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1}=tg\,\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{n_2}{n_1}=tg\,\alpha \;/\cdot n_1 \Rightarrow n_2=n_1\cdot tg\,\alpha=2.4\cdot tg\,30^0=1.39.$$



Vježba 191

Zraka svjetlosti pada na granicu između dva sredstva pod kutom 35°. Apsolutni indeks loma prvog sredstva je 2.4. Odredite apsolutni indeks loma drugog sredstva, ako su reflektirana i lomljena zraka međusobno okomite.

Rezultat: 1.68.

Zadatak 192 (Tomislav, srednja škola)

Ispred divergentne leće žarišne daljine 18 cm nalaze se dva predmeta. Slike obaju predmeta su jednake visine. Manji predmet je udaljen 20 cm od leće i visok je 2 cm. Veći predmet je udaljen 22 cm od leće. Kolika je visina većeg predmeta?

Rješenje 192

$f = -18$ cm $= -0.18$ m, divergentna leća $y_1' = y_2' = y'$, $a_1 = 20$ cm $= 0.20$ m, $y_1 = 2$ cm $= 0.02$ m, $a_2 = 22$ cm $= 0.22$ m, $y_2 = ?$

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće. Udaljenost je virtualne slike, kao i fokalna daljina divergentne leće negativna ($b < 0$, $f < 0$).
Povećanje leće γ zovemo omjerom između veličine slike y' i veličine predmeta y:

$$\gamma=\frac{y'}{y}=-\frac{b}{a}.$$

Kad je γ negativan, slika je obrnuta, a kad je pozitivan, slika je uspravna.

Najprije izračunamo udaljenost slika oba predmeta od leće.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{f}\\ \frac{1}{a_2}+\frac{1}{b_2}=\frac{1}{f}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\frac{1}{b_1}=\frac{1}{f}-\frac{1}{a_1}\\ \frac{1}{b_2}=\frac{1}{f}-\frac{1}{a_2}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\frac{1}{b_1}=\frac{a_1-f}{f\cdot a_1}\\ \frac{1}{b_2}=\frac{a_2-f}{f\cdot a_2}\end{array}\right\} \Rightarrow \left[\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l}b_1=\frac{f\cdot a_1}{a_1-f}\\ b_2=\frac{f\cdot a_2}{a_2-f}\end{array}\right\}.$$

Iz omjera između veličine slike i predmeta dobije se za oba predmeta:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{y_1'}{y_1}=-\frac{b_1}{a_1}\\ \frac{y_2'}{y_2}=-\frac{b_2}{a_2}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\frac{y'}{y_1}=-\frac{b_1}{a_1}\\ \frac{y'}{y_2}=-\frac{b_2}{a_2}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\frac{y'}{y_1}=-\frac{b_1}{a_1}\ /\cdot y_1\\ \frac{y'}{y_2}=-\frac{b_2}{a_2}\ /\cdot y_2\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}y'=-\frac{b_1}{a_1}\cdot y_1\\ y'=-\frac{b_2}{a_2}\cdot y_2\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{metoda}\\ \text{komparacije}\end{array}\right] \Rightarrow -\frac{b_1}{a_1}\cdot y_1=-\frac{b_2}{a_2}\cdot y_2 \Rightarrow \frac{b_2}{a_2}\cdot y_2=\frac{b_1}{a_1}\cdot y_1 \Rightarrow \frac{b_2}{a_2}\cdot y_2=\frac{b_1}{a_1}\cdot y_1\ /\cdot\frac{a_2}{b_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_2=\frac{b_1}{a_1}\cdot\frac{a_2}{b_2}\cdot y_1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}b_1=\frac{f\cdot a_1}{a_1-f}\\ b_2=\frac{f\cdot a_2}{a_2-f}\end{array}\right] \Rightarrow y_2=\frac{\frac{f\cdot a_1}{a_1-f}}{a_1}\cdot\frac{a_2}{\frac{f\cdot a_2}{a_2-f}}\cdot y_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_2=\frac{\frac{f\cdot a_1}{a_1-f}}{\frac{a_1}{1}}\cdot\frac{\frac{a_2}{1}}{\frac{f\cdot a_2}{a_2-f}}\cdot y_1 \Rightarrow y_2=\frac{\frac{f\cdot a_1}{a_1-f}}{\frac{a_1}{1}}\cdot\frac{\frac{a_2}{1}}{\frac{f\cdot a_2}{a_2-f}}\cdot y_1 \Rightarrow y_2=\frac{\frac{f}{a_1-f}}{\frac{1}{1}}\cdot\frac{\frac{1}{1}}{\frac{f}{a_2-f}}\cdot y_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_2=\frac{f}{a_1-f}\cdot\frac{a_2-f}{f}\cdot y_1 \Rightarrow y_2=\frac{f}{a_1-f}\cdot\frac{a_2-f}{f}\cdot y_1 \Rightarrow y_2=\frac{1}{a_1-f}\cdot\frac{a_2-f}{1}\cdot y_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_2=\frac{a_2-f}{a_1-f}\cdot y_1=\frac{0.22\ m-(-0.18\ m)}{0.20\ m-(-0.18\ m)}\cdot 0.02\ m=0.02105\ m=2.105\ cm.$$

Vježba 192

Ispred divergentne leće žarišne daljine 36 cm nalaze se dva predmeta. Slike obaju predmeta su jednake visine. Manji predmet je udaljen 40 cm od leće i visok je 2 cm. Veći predmet je udaljen 44 cm od leće. Kolika je visina većeg predmeta?

Rezultat: 2.105 cm.

Zadatak 193 (Josip, srednja škola)

Sunčeva svjetlost upada na leću. Pomoću leće na udaljenosti 18.5 cm možemo upaliti papir. Koja je to leća? Kolika je njezina jakost iskazana u dioptrijama?

Rješenje 193

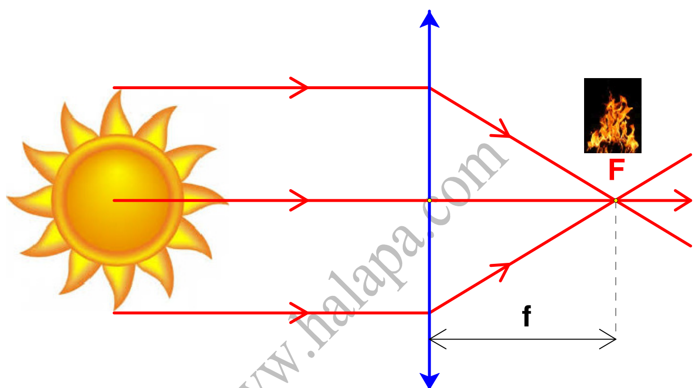
f = 18.5 cm = 0.185 m, C = ?

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Konvergentna leća ima pozitivnu žarišnu daljinu. Žarište konvergentne leće je realno i pomoću nje možemo upaliti papir.
Jakost ili konvergencija leće C jest recipročna vrijednost žarišne (fokalne) daljine:

$$C = \frac{1}{f}.$$

Konvergencija se izražava jedinicom m^{-1}. Za konvergentne leće C je pozitivan, za divergentne negativan.

$$C = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.185\ m} = 5.405\ m^{-1} = 5.405\ dioptrija.$$



Vježba 193

Sunčeva svjetlost upada na leću. Pomoću leće na udaljenosti 1.85 dm možemo upaliti papir. Koja je to leća? Kolika je njezina jakost iskazana u dioptrijama?

Rezultat: Konvergentna, 5.405 dioptrija.

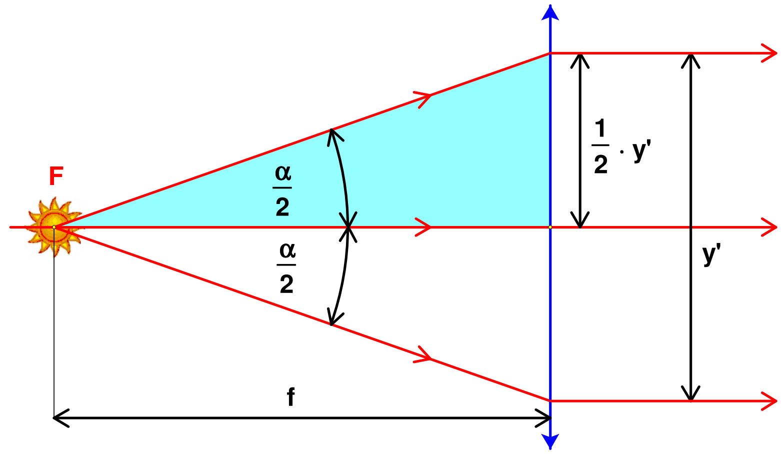
Zadatak 194 (Mateo, gimnazija)

Kako je velika slika Sunca koju stvara konvergentna leća fokalne daljine 50 cm? Prividni je promjer Sunca α = 32'.

Rješenje 194

f = 50 cm = 0.50 m, α = 32', y ' = ?

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.
Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90º). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.
Tangens šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz taj kut.
Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Konvergentna leća ima pozitivnu žarišnu daljinu. Žarište konvergentne leće je realno.



Uočimo pravokutan trokut čije su katete f i $\frac{1}{2}\cdot y'$. Uporabom funkcije tangens dobije se:

$$tg\frac{\alpha}{2}=\frac{\frac{1}{2}\cdot y'}{f}\Rightarrow tg\frac{\alpha}{2}=\frac{y'}{2\cdot f}\Rightarrow \frac{y'}{2\cdot f}=tg\frac{\alpha}{2}\Rightarrow \frac{y'}{2\cdot f}=tg\frac{\alpha}{2}\ /\cdot 2\cdot f\Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=2\cdot f\cdot tg\frac{\alpha}{2}\Rightarrow y'=2\cdot 0.5\ m\cdot tg\frac{32'}{2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow y'=2\cdot 0.5\ m\cdot tg\,16'=0.00465\ m=0.465\ cm\approx 0.47\ cm.$$

Vježba 194

Kako je velika slika Sunca koju stvara konvergentna leća fokalne daljine 5 dm? Prividni je promjer Sunca α = 32'.

Rezultat: 0.47 cm.

Zadatak 195 (Vinko, srednja škola)

Udaljenost je između predmeta i slike 24 cm. Fokalna je udaljenost leće 6 cm. Kolika je udaljenost slike od leće?

Rješenje 195

a + b = 24 cm, f = 6 cm, b = ?

Leće su prozirna tijela, omeđena dvjema sfernim plohama, od kojih jedna može biti ravnina. Leće širokog ruba jesu divergentne (ili konkavne, ili rastresne), a leće tankog ruba konvergentne (ili konveksne, ili sabirne). Jednadžba je tanke leće

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},$$

gdje je a udaljenost predmeta i b udaljenost slike od leće, a f fokalna daljina leće. Udaljenost je virtualne slike, kao i fokalna daljina divergentne leće negativna ($b < 0,\ f < 0$).
Zbog jednostavnosti računanja ostavit ćemo centimetar kao mjernu jedinicu.

$$\left.\begin{array}{l} a+b=24\ ,\ f=6 \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f}\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a+b=24 \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{6}\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=24-b \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{6}\end{array}\right\}\Rightarrow \left[\begin{array}{c}\text{metoda zamjene} \\ \text{(supstitucije)}\end{array}\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{24-b}+\frac{1}{b}=\frac{1}{6}\Rightarrow \frac{b+24-b}{(24-b)\cdot b}=\frac{1}{6}\Rightarrow \frac{\cancel{b}+24-\cancel{b}}{(24-b)\cdot b}=\frac{1}{6}\Rightarrow \frac{24}{(24-b)\cdot b}=\frac{1}{6}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}\right] \Rightarrow \frac{(24-b)\cdot b}{24}=\frac{6}{1} \Rightarrow \frac{(24-b)\cdot b}{24}=\frac{6}{1} \; / \cdot 24 \Rightarrow (24-b)\cdot b=144 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 24\cdot b-b^2=144 \Rightarrow 24\cdot b-b^2-144=0 \Rightarrow -b^2+24\cdot b-144=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -b^2+24\cdot b-144=0 \; / \cdot (-1) \Rightarrow b^2-24\cdot b+144=0 \Rightarrow \left[a^2-2\cdot a\cdot b+b^2=(a-b)^2\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (b-12)^2=0 \Rightarrow (b-12)^2=0 \; / \sqrt{\;} \Rightarrow b-12=0 \Rightarrow b=12.$$

Udaljenost slike od leće je 12 cm.

Vježba 195

Udaljenost je između predmeta i slike 24 cm. Fokalna je udaljenost leće 6 cm. Kolika je udaljenost predmeta od leće?

Rezultat: 12 cm.

Zadatak 196 (Dino, gimnazija)

Koliki je kut β elevacije Sunca kad je svjetlost Sunca, reflektirana od mirne površine vode, totalno polarizirana? (indeks loma zraka $n_1 = 1.00$, indeks loma vode $n_2 = 1.33$)

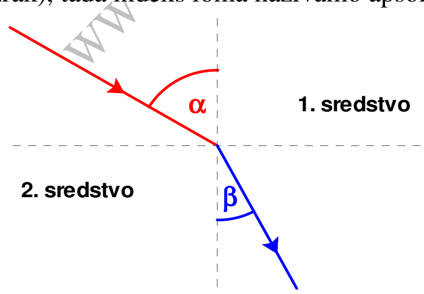
Rješenje 196

$n_1 = 1.00$, $n_2 = 1.33$, $\beta = ?$

Kad svjetlost prelazi iz jednoga optičkog sredstva u drugo, mijenja smjer. Upadna zraka, okomica na granicu sredstva u upadnoj točki i lomljena zraka leže u istoj ravnini. Omjer sinusa kuta upadanja α i sinusa kuta loma β stalan je broj koji nazivamo indeksom loma n. Upadni kut α i kut loma β vezani su jednadžbom (Snelliusov zakona):

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n.$$

Ako je prvo sredstvo vakuum (zrak), tada indeks loma nazivamo apsolutnim indeksom loma n.



Na granici dvaju optičkih sredstava svjetlost skreće od prvobitnog pravocrtnog smjera (lomi se) prema zakonu:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{n_2}{n_1} \quad , \quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n_{2,1},$$

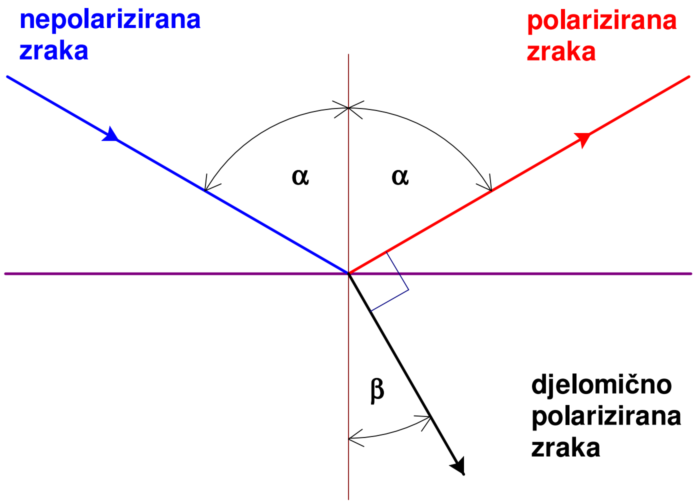
gdje je α upadni kut, β kut loma, n_1 apsolutni indeks loma prvog sredstva, n_2 apsolutni indeks loma drugog sredstva, $n_{2,1}$ relativni indeks loma drugog sredstva prema prvom sredstvu.

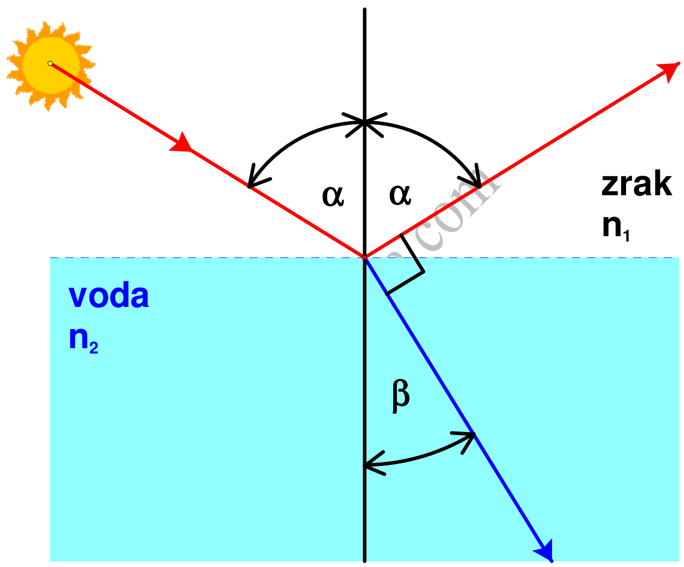
Kada nepolarizirana svjetlost upada pod kutom α na graničnu plohu prozirnog sredstva djelomično se reflektira, a djelomično lomi. Reflektirana svjetlost je potpuno polarizirana samo u slučaju kada reflektirana i lomljena zraka zatvaraju pravi kut (90°).

Ako je tangens kuta upadanja nepolarizirane zrake na neko sredstvo jednak indeksu loma tog sredstva reflektirana je zraka polarizirana, tj.

$$tg\,\alpha=n,$$

gdje je α upadni kut zrake svjetlosti, a n indeks loma sredstva u koje zrake padaju.





Budući da je svjetlost Sunca, reflektirana od mirne površine vode, totalno polarizirana, upadni kut α iznosi:

$$tg\,\alpha = n_2 \;\Rightarrow\; \alpha = tg^{-1}\,n_2 \;\Rightarrow\; \alpha = tg^{-1}\,1.33 \;\Rightarrow\; \alpha = 53.06^{0}.$$

Za kut β vrijedi:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} \;\Rightarrow\; \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \;\Rightarrow\; \frac{b}{a} = \frac{d}{c}\right] \;\Rightarrow\; \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{n_1}{n_2} \;\Rightarrow\; \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{n_1}{n_2} \;/\cdot\sin\alpha \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \sin\beta = \frac{n_1}{n_2}\cdot\sin\alpha \;\Rightarrow\; \beta = \sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2}\cdot\sin\alpha\right) \;\Rightarrow\; \beta = \sin^{-1}\left(\frac{1.00}{1.33}\cdot\sin 53.06^{0}\right) \;\Rightarrow\; \beta = 36.94^{0}.$$

Vježba 196

Koliki je kut β elevacije Sunca kad je svjetlost Sunca, reflektirana od mirne površine vode, totalno polarizirana? (indeks loma zraka $n_1 = 1$, indeks loma vode $n_2 = 1.33$)

Rezultat: 36.94°.

Zadatak 197 (Nikola, elektrotehnička škola)

Crvena svjetlost valne duljine $6.5 \cdot 10^{-5}$ cm prolazi dvjema uskim pukotinama udaljenim međusobno 0.01 cm. Na koju udaljenost treba staviti zastor da bi tamne pruge interferencije na njemu bile udaljene 1 cm?

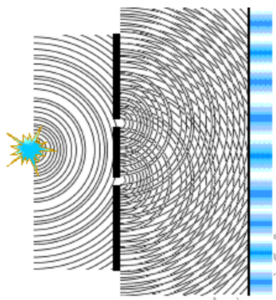
Rješenje 197

$d = 0.01$ cm $= 10^{-4}$ m, $s = 1$ cm $= 10^{-2}$ m, $\lambda = 6.5 \cdot 10^{-5}$ cm $= 6.5 \cdot 10^{-7}$ m, $a = ?$

Kod interferencije dvaju valova svjetlosti na zastoru dobivamo tamne i svijetle pruge interferencije uz ove uvjete: d << a, širina izvora svjetlosti je mala. U Youngovu uređaju pomoću dviju pukotina dobivamo dva realna koherentna (jednake frekvencije i konstantne razlike u fazi) izvora svjetlosti. Razmak s susjednih tamnih i svijetlih pruga na zastoru dan je izrazom

$$s = \frac{\lambda \cdot a}{d},$$

gdje je λ valna duljina svjetlosti, a udaljenost od izvora do zastora, d udaljenost između izvora (pukotina).



$$s = \frac{\lambda \cdot a}{d} \Rightarrow \frac{\lambda \cdot a}{d} = s \Rightarrow \frac{\lambda \cdot a}{d} = s \;/\cdot \frac{d}{\lambda} \Rightarrow a = \frac{s \cdot d}{\lambda} = \frac{10^{-2}\ m \cdot 10^{-4}\ m}{6.5 \cdot 10^{-7}\ m} = 1.54\ m.$$

Vježba 197

Crvena svjetlost valne duljine 650 nm prolazi dvjema uskim pukotinama udaljenim međusobno 0.01 cm. Na koju udaljenost treba staviti zastor da bi tamne pruge interferencije na njemu bile udaljene 1 cm?

Rezultat: 1.54 m.

Zadatak 198 (Sara, gimnazija)

Na zastoru promatramo interferentne pruge pomoću Youngova uređaja. Valna duljina upotrebljene svjetlosti je 600 nm. Ako jednu pukotinu prekrijemo staklenom pločicom debljine 0.1 mm, s one strane na kojoj je zastor, središnja se pruga pomakne na mjesto 100 – te pruge. Izračunajte indeks loma stakla.

Rješenje 198

$\lambda = 600$ nm $= 6 \cdot 10^{-7}$ m, $d = 0.1$ mm $= 10^{-4}$ m, $\Delta Z = 100$, $n = ?$

Kod interferencije dvaju valova svjetlosti na zastoru dobivamo tamne i svijetle pruge interferencije. U Youngovu uređaju pomoću dviju pukotina dobivamo dva realna koherentna (jednake frekvencije i konstantne razlike u fazi) izvora svjetlosti. Prekrijemo li jednu pukotinu na Youngovu uređaju pločicom debljine d i indeksa loma n optička razlika hoda $\Delta\delta$ može se izraziti formulama:

$$\Delta\delta = (n-1) \cdot d \;\;,\;\; \Delta\delta = k_2 \cdot \lambda - k_1 \cdot \lambda,$$

gdje su k_2 i k_1 redni brojevi pruga na zastoru, λ valna duljina svjetlosti.

$$\left.\begin{array}{l} \Delta\delta = (n-1) \cdot d \\ \Delta\delta = k_2 \cdot \lambda - k_1 \cdot \lambda \end{array}\right\} \Rightarrow (n-1) \cdot d = k_2 \cdot \lambda - k_1 \cdot \lambda \Rightarrow n \cdot d - d = (k_2 - k_1) \cdot \lambda \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ n\cdot d-d=\Delta k\cdot\lambda\ \Rightarrow\ n\cdot d=\lambda\cdot\Delta k+d\ \Rightarrow\ n\cdot d=\lambda\cdot\Delta k+d\ /\cdot\frac{1}{d}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ n=\frac{\lambda\cdot\Delta k}{d}+1=\frac{6\cdot 10^{-7}\ m\cdot 100}{10^{-4}\ m}+1=1.6.$$

Vježba 198

Na zastoru promatramo interferentne pruge pomoću Youngova uređaja. Valna duljina upotrebljene svjetlosti je 600 nm. Ako jednu pukotinu prekrijemo staklenom pločicom debljine 0.01 cm, s one strane na kojoj je zastor, središnja se pruga pomakne na mjesto 100 – te pruge. Izračunajte indeks loma stakla.

Rezultat: 1.6.

Zadatak 199 (XY, gimnazija)

Iz dva koherentna izvora izlazi svjetlost valne duljine 600 nm te na zastoru promatramo interferentne pruge. Ako na put prvog svjetlosnog snopa postavimo tanku staklenu pločicu središnja svijetla pruga pomakne se u položaj koji je prije zauzimala peta svijetla pruga (ne brojeći središnju). Kolika je debljina pločice ako je indeks loma stakla 1.5?

Rješenje 199

$\lambda = 600\ nm = 6\cdot 10^{-7}\ m,\quad \Delta k = 5,\quad n = 1.5,\quad d = ?$

Kod interferencije dvaju valova svjetlosti na zastoru dobivamo tamne i svijetle pruge interferencije. U Youngovu uređaju pomoću dviju pukotina dobivamo dva realna koherentna (jednake frekvencije i konstantne razlike u fazi) izvora svjetlosti. Prekrijemo li jednu pukotinu na Youngovu uređaju pločicom debljine d i indeksa loma n optička razlika hoda $\Delta\delta$ može se izraziti formulama:

$$\Delta\delta=(n-1)\cdot d\ ,\ \Delta\delta=k_2\cdot\lambda-k_1\cdot\lambda,$$

gdje su k_2 i k_1 redni brojevi pruga na zastoru, λ valna duljina svjetlosti.

$$\left.\begin{array}{l}\Delta\delta=(n-1)\cdot d\\ \Delta\delta=k_2\cdot\lambda-k_1\cdot\lambda\end{array}\right\}\Rightarrow\ (n-1)\cdot d=k_2\cdot\lambda-k_1\cdot\lambda\ \Rightarrow\ (n-1)\cdot d=(k_2-k_1)\cdot\lambda\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ (n-1)\cdot d=\Delta k\cdot\lambda\ \Rightarrow\ (n-1)\cdot d=\lambda\cdot\Delta k\ \Rightarrow\ (n-1)\cdot d=\lambda\cdot\Delta k\ /\cdot\frac{1}{n-1}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ d=\frac{\lambda\cdot\Delta k}{n-1}=\frac{6\cdot 10^{-7}\ m\cdot 5}{1.5-1}=6\cdot 10^{-6}\ m=6\ \mu m.$$

Vježba 199

Iz dva koherentna izvora izlazi svjetlost valne duljine 700 nm te na zastoru promatramo interferentne pruge. Ako na put prvog svjetlosnog snopa postavimo tanku staklenu pločicu središnja svijetla pruga pomakne se u položaj koji je prije zauzimala peta svijetla pruga (ne brojeći središnju). Kolika je debljina pločice ako je indeks loma stakla 1.5?

Rezultat: $7\ \mu m.$

Zadatak 200 (Nikola, elektrotehnička škola)

Izračunaj indeks loma stakla za bikonveksnu leću kojoj je žarišna daljina f = 40 cm, a polumjeri zakrivljenosti R_1 = 50 cm i R_2 = 35 cm.

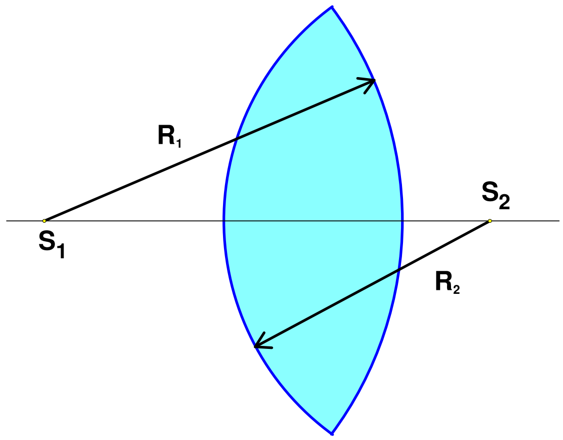
Rješenje 200

$f = 40\ cm = 0.4\ m,\quad R_1 = 50\ cm = 0.5\ m,\quad R_2 = 35\ cm = 0.35\ m,\quad n = ?$

Žarišna daljina f leće ovisi o indeksu loma n i polumjerima zakrivljenosti sfernih ploha leće R_1 i R_2:

$$\frac{1}{f}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right).$$

Predznak polumjera pozitivan je pri konveksnoj leći, a negativan pri konkavnoj.



$$\frac{1}{f}=(n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\Rightarrow (n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=\frac{1}{f}\Rightarrow (n-1)\cdot\frac{R_2+R_1}{R_1\cdot R_2}=\frac{1}{f}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow (n-1)\cdot\frac{R_1+R_2}{R_1\cdot R_2}=\frac{1}{f}\Rightarrow (n-1)\cdot\frac{R_1+R_2}{R_1\cdot R_2}=\frac{1}{f}\ /\cdot\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}\Rightarrow n-1=\frac{R_1\cdot R_2}{f\cdot(R_1+R_2)}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow n=\frac{R_1\cdot R_2}{f\cdot(R_1+R_2)}+1=\frac{0.5\ m\cdot 0.35\ m}{0.4\ m\cdot(0.5\ m+0.35\ m)}+1=1.51.$$

Vježba 200

Izračunaj indeks loma stakla za bikonveksnu leću kojoj je žarišna daljina f = 4 dm, a polumjeri zakrivljenosti R_1 = 5 dm i R_2 = 3.5 dm.

Rezultat: 1.51.