

**Zadatak 041 (Dado, gimnazija)**

Natrijeva D – linija nastaje prijelazom elektrona iz jednoga energetskog stanja u drugo energetsko stanje, pri čemu se energija atoma smanji za  $3.37 \cdot 10^{-19}$  džula. Odredite valnu duljinu natrijeve D – linije. ( $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  Js,  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s)

**Rješenje 041**

$$E = 3.37 \cdot 10^{-19} \text{ J}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad \lambda = ?$$

$$E = h \cdot \nu \Rightarrow E = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3.37 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 5.89 \cdot 10^{-7} \text{ m}.$$

**Vježba 041**

Pri prijelazu elektrona iz višeg energetskog stanja u niže energetsko stanje emitira se energija 1.5 eV. Kolika je valna duljina svjetlosti? ( $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  Js,  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s,  $1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19}$  J)

**Rezultat:**  $8.3 \cdot 10^{-7}$  m.

**Zadatak 042 (Dado, gimnazija)**

Koliku valnu duljinu ima elektron kinetičke energije 1 MeV? ( $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  Js,  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s)

**Rješenje 042**

$$E = 1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV} = [1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}] = 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ J}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, \\ c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad \lambda = ?$$

$$E = h \cdot \nu \Rightarrow E = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1.6 \cdot 10^{-13} \text{ J}} = 1.24 \cdot 10^{-12} \text{ m}.$$

**Vježba 042**

Koliku valnu duljinu ima elektron kinetičke energije 10 MeV? ( $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  Js,  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s)

**Rezultat:**  $1.24 \cdot 10^{-13}$  m.

**Zadatak 043 (Dado, gimnazija)**

Kolikom se brzinom mora gibati proton da njegova kinetička energija bude jednaka energiji fotona valne duljine  $\lambda = 7.51 \cdot 10^{-11}$  m? ( $m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27}$  kg,  $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  Js,  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s)

**Rješenje 043**

$$\lambda = 7.51 \cdot 10^{-11} \text{ m}, \quad m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \\ v = ?$$

Budući da kinetička energija protona mora biti jednaka energiji fotona valne duljine  $\lambda$ , vrijedi:

$$E_k = E \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_p \cdot v^2 = h \cdot \frac{c}{\lambda} \cdot \frac{2}{m_p} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot h \cdot c}{\lambda \cdot m_p} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot h \cdot c}{\lambda \cdot m_p}} = \\ = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{7.51 \cdot 10^{-11} \text{ m} \cdot 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 1.78 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**Vježba 043**

Kolikom se brzinom mora gibati proton da njegova kinetička energija bude jednaka energiji fotona valne duljine  $\lambda = 3.004 \cdot 10^{-10}$  m? ( $m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27}$  kg,  $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  Js,  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s)

**Rezultat:**  $8.895 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**Zadatak 044 (Dado, gimnazija)**

Koliku brzinu mora imati elektron da njegova količina gibanja bude jednaka količini gibanja fotona valne duljine  $\lambda = 6.4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ ? ( $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ )

**Rješenje 044**

$$\lambda = 6.4 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, \quad v = ?$$

Količina gibanja fotona koji ima brzinu  $c$  (brzina svjetlosti) dobije se iz izraza:

$$m \cdot c = \frac{h}{\lambda}$$

Budući da količina gibanja elektrona mora biti jednaka količini gibanja fotona valne duljine  $\lambda$ , vrijedi:

$$m_e \cdot v = m \cdot c \Rightarrow m_e \cdot v = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{1}{m_e} \Rightarrow v = \frac{h}{\lambda \cdot m_e} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{6.4 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = 1.14 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Vježba 044**

Koliku brzinu mora imati elektron da njegova količina gibanja bude jednaka količini gibanja fotona valne duljine  $\lambda = 1.28 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ ? ( $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ )

**Rezultat:**  $5.68 \cdot 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

**Zadatak 045 (Dado, gimnazija)**

Kolika se razlika potencijala mora uporabiti u elektronskome mikroskopu da bismo dobili elektrone valne duljine  $0.5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ ? ( $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ,  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )


**Rješenje 045**

$$\lambda = 0.5 \cdot 10^{-10} \text{ m}, \quad m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C},$$

$U = ?$

U električnom polju elektron je postigao kinetičku energiju  $E_k$  koja je jednaka radu  $W$  sile električnog polja:

$$W = E_k \Rightarrow e \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 \Rightarrow \left[ v = \frac{h}{\lambda \cdot m_e} \right] \Rightarrow e \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \left( \frac{h}{\lambda \cdot m_e} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \frac{h^2}{\lambda^2 \cdot m_e^2} \Rightarrow e \cdot U = \frac{h^2}{2 \cdot \lambda^2 \cdot m_e} \cdot \frac{1}{e} \Rightarrow U = \frac{h^2}{2 \cdot \lambda^2 \cdot m_e \cdot e} =$$


$$= \frac{(6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js})^2}{2 \cdot (0.5 \cdot 10^{-10} \text{ m})^2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 602 \text{ V}.$$

**Vježba 045**

Kolika se razlika potencijala mora uporabiti u elektronskome mikroskopu da bismo dobili elektrone valne duljine  $10^{-10} \text{ m}$ ? ( $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ,  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

**Rezultat:** 151 V.

**Zadatak 046 (Alex, gimnazija)**

Nađite masu elektrona koji ima kinetičku energiju 2 MeV. ( $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )

**Rješenje 046**

$$E_k = 2 \text{ MeV} = 2 \cdot 10^6 \text{ eV} = [1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}] = 3.2 \cdot 10^{-13} \text{ J}, \quad m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg},$$

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad m = ?$

Ako tijelo u stanju mirovanja ima masu  $m_0$ , a kad se giba brzinom  $v$  masu  $m$ , onda je njegova kinetička energija:

$$E_k = (m - m_0) \cdot c^2 \Rightarrow m - m_0 = \frac{E_k}{c^2} \Rightarrow m = m_0 + \frac{E_k}{c^2} = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} + \frac{3.2 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{\left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 4.47 \cdot 10^{-30} \text{ kg}.$$

### Vježba 046

Nađite masu elektrona koji ima kinetičku energiju 4 MeV. ( $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ )

**Rezultat:**  $8.02 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$ .

### Zadatak 047 (Ana Marija, gimnazija)

Izračunajte valnu duljinu elektrona koji je ubrzan naponom 100 V. ( $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ,  $m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ )

#### Rješenje 047

$U = 100 \text{ V}$ ,  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ,  $m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ,  
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ,  $\lambda = ?$

Prema de Broglievoj relaciji valna duljina  $\lambda$  čestice koja ima količimu gibanja  $p$ , jest

$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_k}} \Rightarrow [E_k = e \cdot U] \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}} =$$

$$= \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 100 \text{ V}}} = 1.227 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

### Vježba 047

Izračunajte valnu duljinu elektrona koji je ubrzan naponom 400 V. ( $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ,  $m = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ )

**Rezultat:**  $6.136 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ .

### Zadatak 048 (Petra, medicinska škola)

Izračunajte gustoću jezgre urana U – 238. Pretpostavite da je njezin polumjer 8.7 fm. (atomska jedinica mase  $u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ )

#### Rješenje 048

$A = 238$ ,  $r = 8.7 \text{ fm} = 8.7 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ ,  $u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $\rho = ?$

Gustoća jezgre je omjer njezine mase i obujma:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Pretpostavimo li da je jezgra u obliku kugle, tada je njezin obujam:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Masa je jezgre  $m = A \cdot u$ , gdje je  $A$  maseni broj, a  $u$  je atomska jedinica mase. Podijelimo li masu  $m$  s obujmom  $V$  jezgre, dobivamo njezinu gustoću



$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{A \cdot u}{\frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi} \Rightarrow \rho = \frac{3 \cdot A \cdot u}{4 \cdot r^3 \cdot \pi} = \frac{3 \cdot 238 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{4 \cdot (8.7 \cdot 10^{-15} \text{ m})^3 \cdot \pi} = 1.43 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

### Vježba 048

Izračunajte gustoću jezgre srebra  $\text{Ag} - 108$ . Pretpostavite da je njezin polumjer 6.7 fm. (atomska jedinica mase  $u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ )

**Rezultat:**  $1.4 \cdot 10^{17} \text{ kg/m}^3$ .

**Zadatak 049 (Marinela, kemijska škola)**

Kolika je valna duljina elektrona brzine  $10^5$  m/s? (Planckova konstanta  $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  Js, masa elektrona  $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$  kg)

**Rješenje 049**

$$v = 10^5 \text{ m/s}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad \lambda = ?$$

Louis de Broglie smatra da je moguće da se čestice tvari u određenim okolnostima ponašaju kao valovi. Izvodi relaciju:

$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

Valna duljina elektrona iznosi:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 7.27 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 7.27 \text{ nm}$$

**Vježba 049**

Kolika je valna duljina elektrona brzine  $2 \cdot 10^5$  m/s? (Planckova konstanta  $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  Js, masa elektrona  $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$  kg)

**Rezultat:** 3.64 nm.

**Zadatak 050 (Ivan, gimnazija)**

Izračunajte polumjer prve kvantne staze u Bohrovu modelu vodikova atoma. (permitivnost vakuumu  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$  C<sup>2</sup>/Nm<sup>2</sup>, Planckova konstanta  $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  Js, masa elektrona  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$  kg, naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  C)

**Rješenje 050**

$$n = 1, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, \quad m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \\ e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad r_1 = ?$$

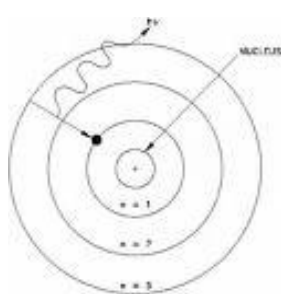
Prema prvom Bohrovom načelu elektroni se gibaju oko jezgre samo po određenim stazama (kružnicama) kojima je polumjer  $r$  određen uvjetom

$$L = m_e \cdot v \cdot r = n \cdot \frac{h}{2 \cdot \pi}$$

gdje je  $L$  moment količine gibanja elektrona,  $m_e$  masa elektrona,  $v$  brzina elektrona,  $h$  Planckova konstanta,  $n = 1, 2, 3, \dots$  glavni kvantni broj. Polumjer  $n$  – te kvantne staze je

$$r_n = n^2 \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot h^2}{\pi \cdot m_e \cdot e^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Polumjer prve kvantne staze u Bohrovu modelu vodikova atoma iznosi:



$$\left. \begin{array}{l} n=1 \\ r_n = n^2 \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot h^2}{\pi \cdot m_e \cdot e^2} \end{array} \right\} \Rightarrow r_1 = 1^2 \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot h^2}{\pi \cdot m_e \cdot e^2} \Rightarrow r_1 = \frac{\epsilon_0 \cdot h^2}{\pi \cdot m_e \cdot e^2} = \\ = \frac{8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot (6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2}{\pi \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2} = 5.2924 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

**Vježba 050**

Izračunajte polumjer druge kvantne staze u Bohrovu modelu vodikova atoma. (permitivnost vakuumu  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$  C<sup>2</sup>/Nm<sup>2</sup>, Planckova konstanta  $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  Js, masa elektrona  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$  kg, naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$  C)

**Rezultat:**  $2.12 \cdot 10^{-10}$  m.

### Zadatak 051 (Ivan, gimnazija)

Izračunajte energiju elektrona u prvoj kvantnoj stazi u Bohrovu modelu vodikova atoma. (permitivnost vakuuma  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$ , Planckova konstanta  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ , masa elektrona  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

#### Rješenje 051

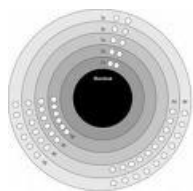
$$n = 1, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, \quad m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \\ e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad E_1 = ?$$

Prema prvom Bohrovom načelu elektroni se gibaju oko jezgre samo po određenim stazama (kružnicama), a energija elektrona u  $n$  – toj kvantnoj stazi je

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{m_e \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

gdje je  $n$  glavni kvantni broj,  $m_e$  masa elektrona,  $e$  naboj elektrona,  $\epsilon_0$  permitivnost vakuuma,  $h$  Planckova konstanta.

Ukupna energija elektrona u prvoj kvantnoj stazi iznosi:



$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{m_e \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \quad \left. \vphantom{E_n} \right\} \Rightarrow E_1 = -\frac{1}{1^2} \cdot \frac{m_e \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \Rightarrow E_1 = -\frac{m_e \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} = \\ = -\frac{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C})^4}{8 \cdot \left(8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}\right)^2 \cdot (6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s})^2} = 2.179197 \cdot 10^{-18} \text{ J} = \\ = \left[ 1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \right] = -\frac{2.179197 \cdot 10^{-18}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = -13.619983 \text{ eV}.$$

### Vježba 051

Izračunajte energiju elektrona u drugoj kvantnoj stazi u Bohrovu modelu vodikova atoma. (permitivnost vakuuma  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$ , Planckova konstanta  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ , masa elektrona  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

**Rezultat:**  $-5.4 \cdot 10^{-19} \text{ J} = -3.4 \text{ eV}$ .

### Zadatak 052 (Ivan, gimnazija)

Izračunajte brzinu elektrona u prvoj kvantnoj stazi u Bohrovu modelu vodikova atoma. (permitivnost vakuuma  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$ , Planckova konstanta  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ , naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

#### Rješenje 052

$$n = 1, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}, \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad v_1 = ?$$

Prema prvom Bohrovom načelu elektroni se gibaju oko jezgre samo po određenim stazama (kružnicama), a brzina elektrona u  $n$  – toj kvantnoj stazi je

$$v_n = \frac{e^2}{2 \cdot n \cdot \epsilon_0 \cdot h} \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

gdje je  $n$  glavni kvantni broj,  $e$  naboj elektrona,  $\epsilon_0$  permitivnost vakuuma,  $h$  Planckova konstanta. Brzina elektrona u prvoj kvantnoj stazi je

$$\left. v_n = \frac{e^2}{2 \cdot n \cdot \epsilon_0 \cdot h} \right\} \Rightarrow v_1 = \frac{e^2}{2 \cdot 1 \cdot \epsilon_0 \cdot h} \Rightarrow v_1 = \frac{e^2}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot h} = \frac{(1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{2 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 2.187278 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 052

Izračunajte brzinu elektrona u drugoj kvantnoj stazi u Bohrovu modelu vodikova atoma. (permitivnost vakuma  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$ , Planckova konstanta  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ , naboj elektrona  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

**Rezultat:**  $1.093639 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

### Zadatak 053 (Ivan, maturant gimnazije)

U što emisijom alfa zraka prelazi  ${}_{88}^{226}\text{Ra}$ ?

### Rješenje 053

Osnovne su sastavne čestice jezgre atoma proton i neutron. Broj protona u jezgri odlučan je za naboj jezgre, a time i za redni broj u periodnom sustavu elemenata. Suma protona i neutrona u jezgri određuje maseni broj jezgre i odlučna je za atomsku masu jezgre. Elemente označujemo simbolom

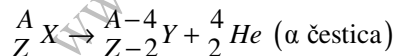


gdje je X simbol kemijskog elementa, A maseni broj jezgre (ukupan broj nukleona: protona i neutrona), Z redni broj elementa u periodnom sustavu elemenata (broj protona).

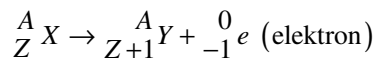
$$A = Z + N \Rightarrow N = A - Z \text{ broj neutrona.}$$

Simbolički zapisi radioaktivnih raspada:

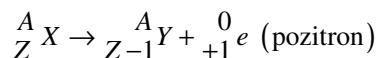
- $\alpha$  raspad



- $\beta^-$  raspad



- $\beta^+$  raspad



Zakoni očuvanja:

- zbroj masenih brojeva prije nuklearne reakcije mora biti jednak zbroju masenih brojeva nakon nuklearne reakcije
- zbroj protona u jezgri prije nuklearne reakcije mora biti jednak zbroju protona u jezgri nakon nuklearne reakcije.

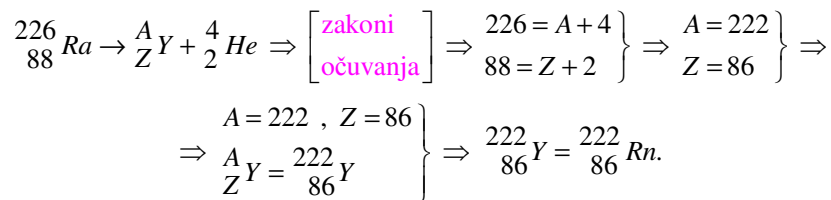
Simboli za čestice:

$$\text{neutron} = {}^1_0 n \quad , \quad \text{proton} = {}^1_1 p \quad , \quad \text{deuteron} = \text{jezgra od } {}^2_1 H$$

$$\alpha \text{ čestica} = \text{jezgra od } {}^4_2 \text{He} \quad , \quad \text{elektron} = {}^0_{-1} e \quad , \quad \text{pozitron} = {}^0_{+1} e.$$

Sada računamo.

Budući da je riječ o  $\alpha$  raspadu, slijedi:



### Vježba 053

Dopunite relaciju:  ${}^7_3\text{Li} + X \rightarrow {}^{10}_5\text{B} + {}^1_0\text{n}$ .

**Rezultat:**  ${}^4_2\text{He}$ .

### Zadatak 054 (Vesna, gimnazija)

Vrijeme poluraspada nekog radioaktivnog izotopa iznosi  $T_{1/2}$ . Kroz koje vrijeme  $t$  će se raspasti čitav uzorak izotopa mase  $m$ ?

- A)  $t = \frac{1}{e} \cdot T_{1/2}$       B)  $t = T_{1/2}$       C)  $t = 2 \cdot T_{1/2}$       D)  $t = e \cdot T_{1/2}$       E)  $t = \infty$

### Rješenje 054

Zakon radioaktivnog raspada kaže da je broj jezgri  $\Delta N$  radioaktivnog izotopa koji se raspadne u vremenu  $\Delta t$  proporcionalan ukupnom broju  $N$ :

$$\Delta N = -\lambda \cdot N \cdot \Delta t.$$

Taj zakon može se pisati u obliku

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

gdje je  $N_0$  broj neraspadnutih radioaktivnih jezgri u trenutku  $t = 0$ ,  $N$  broj neraspadnutih jezgri nakon vremena  $t$ ,  $T_{1/2}$  vrijeme poluraspada.

U svakom sukcesivnom (uzastopnom) periodu poluraspada ostaje neraspadnuta polovica količine s početka tog perioda.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N = \lim_{t \rightarrow \infty} N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = N_0 \cdot \lim_{t \rightarrow \infty} 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = N_0 \cdot \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{2^{\frac{t}{T_{1/2}}}} = N_0 \cdot \frac{1}{\infty} = N_0 \cdot 0 = 0.$$

Odgovor je pod E.

### Vježba 054

Vrijeme poluraspada nekog radioaktivnog izotopa iznosi  $T_{1/2}$ . Kroz koje vrijeme  $t$  će se raspasti čitav uzorak izotopa mase 3 kg?

- A)  $t = \frac{1}{e} \cdot T_{1/2}$       B)  $t = T_{1/2}$       C)  $t = 2 \cdot T_{1/2}$       D)  $t = e \cdot T_{1/2}$       E)  $t = \infty$

**Rezultat:**      Odgovor pod E.

### Zadatak 055 (Ivica, gimnazija)

Izotop joda  ${}^{131}_{53}\text{I}$  ima vrijeme poluraspada 8.04 dana. U uzorku je izmjerena radioaktivnost od 200 Bq. Koliki je broj atoma  ${}^{131}_{53}\text{I}$ ?

### Rješenje 055

$$T_{1/2} = 8.04 \text{ dana} = [8.04 \cdot 24 \cdot 3600] = 694656 \text{ s}, \quad A = 200 \text{ Bq}, \quad N = ?$$

Radioaktivni raspad može se, osim vremenom poluraspada  $T_{1/2}$ , karakterizirati i s konstantom raspadanja  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{T_{1/2}}$$

Aktivnost radioaktivne tvari je

$$A = \lambda \cdot N.$$

Broj atoma iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} A = \lambda \cdot N \\ \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} N = \frac{A}{\lambda} \\ \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \end{array} \right\} \Rightarrow N = \frac{A}{\frac{\ln 2}{T_{1/2}}} \Rightarrow N = \frac{A \cdot T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{200 \text{ Bq} \cdot 694656 \text{ s}}{\ln 2} = 2 \cdot 10^8.$$

### Vježba 055

Izotop joda  $^{131}\text{J}$  ima vrijeme poluraspada 8.04 dana. U uzorku je izmjerena radioaktivnost od 400 Bq. Koliki je broj atoma  $^{131}\text{J}$ ?

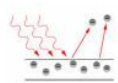
**Rezultat:**  $4 \cdot 10^8$ .

### Zadatak 056 (Ivona, gimnazija)

S obzirom na Einsteinovo objašnjenje fotoelektričnog učinka, ako metal obasjavamo zračenjem sve manjih valnih duljina tada napon potreban za zaustavljanje izbačenih elektrona moramo:

- A) prvo povećati, a zatim smanjiti    B) smanjivati    C) ostaviti stalnim    D) povećati  
E) prvo smanjiti, a zatim povećati

### Rješenje 056



Fotoelektrični učinak: Kad fotoni energije  $h \cdot \nu$  padnu na neki metal, oni uz određene uvjete izbijaju elektrone iz metala. To je fotoelektrični učinak. Pritom se energija fotona  $h \cdot \nu$  utroši dijelom na izbijanje elektrona iz metala, a dijelom ta energija prelazi u kinetičku energiju elektrona pa vrijedi

$$h \cdot \nu = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + W \Rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + W,$$

gdje je  $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$  kinetička energija izbijenog elektrona, a  $W$  izlazni rad.

Energija izbačenog elektrona može se naći određujući napon  $U$  potreban za njegovo zaustavljanje – tzv. napon zaustavljanja. Tada je

$$e \cdot U = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Budući da su frekvencija  $\nu$  i valna duljina  $\lambda$  obrnuto razmjerne fizikalne veličine (veća frekvencija – manja valna duljina, manja frekvencija – veća valna duljina), kada se valna duljina smanjuje frekvencija se povećava. Energija fotona  $h \cdot \nu$  je veća pa je i kinetička energija izbijenih elektrona veća. Zato napon potreban za zaustavljanje izbačenih elektrona mora, također, biti veći.

Odgovor je pod D.

### Vježba 056

S obzirom na Einsteinovo objašnjenje fotoelektričnog učinka, ako metal obasjavamo zračenjem sve većih valnih duljina tada napon potreban za zaustavljanje izbačenih elektrona moramo:

- A) prvo povećati, a zatim smanjiti    B) smanjivati    C) ostaviti stalnim    D) povećati  
E) prvo smanjiti, a zatim povećati

**Rezultat:**    Odgovor je pod B.



### Zadatak 057 (Kety, gimnazija)

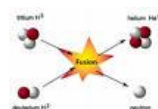
Dok je organizam (biljka, životinja, čovjek) živ, aktivnost radioaktivnog izotopa ugljika  $^{14}\text{C}$  u tijelu je stalno 250 Bq po kilogramu. Kad organizam umre, ne uzima više ugljik iz prirode pa se količina  $^{14}\text{C}$ , zbog raspadanja, s vremenom smanjuje. Koliko je star drveni predmet čija je sadašnja aktivnost 190 Bq? Poluzivot izotopa  $^{14}\text{C}$  iznosi  $T_{1/2} = 5370$  godina.

#### Rješenje 057

$$A_0 = 250 \text{ Bq}, \quad A = 190 \text{ Bq}, \quad T_{1/2} = 5370 \text{ g}, \quad t = ?$$

Aktivnost je brzina kojom se raspada radioaktivni nuklid. To je broj raspada u jedinici vremena. Jedinica aktivnosti je bekerel ( $\text{Bq} = \text{s}^{-1}$ ). Jedan bekerel jedan je raspad u sekundi.

Aktivnost radioaktivnog uzorka:



$$A = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$$

Starost drvenog predmeta iznosi:

$$\begin{aligned} A &= A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \quad /: A_0 \Rightarrow \frac{A}{A_0} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{logaritmiramo} \\ \text{jednadžbu} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{A}{A_0} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \quad / \log \Rightarrow \\ \Rightarrow \log \frac{A}{A_0} &= \log 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \log \frac{A}{A_0} = -\frac{t}{T_{1/2}} \cdot \log 2 \Rightarrow -T_{1/2} \cdot \log \frac{A}{A_0} = t \cdot \log 2 \Rightarrow t = -\frac{T_{1/2}}{\log 2} \cdot \log \frac{A}{A_0} = \\ &= -\frac{5370 \text{ g}}{\log 2} \cdot \log \frac{190 \text{ Bq}}{250 \text{ Bq}} = 2126 \text{ g}. \end{aligned}$$

#### Vježba 057

Dok je organizam (biljka, životinja, čovjek) živ, aktivnost radioaktivnog izotopa ugljika  $^{14}\text{C}$  u tijelu je stalno 250 Bq po kilogramu. Kad organizam umre, ne uzima više ugljik iz prirode pa se količina  $^{14}\text{C}$ , zbog raspadanja, s vremenom smanjuje. Koliko je star drveni predmet čija je sadašnja aktivnost 100 Bq? Poluzivot izotopa  $^{14}\text{C}$  iznosi  $T_{1/2} = 5370$  godina.

**Rezultat:** 7099 godina.

### Zadatak 058 (Kety, gimnazija)

Brojač koji mjeri aktivnost nekog radioaktivnog uzorka pokazuje u jednom trenutku 280 otkucaja u minuti, a sat kasnije 70 otkucaja u minuti. Koliko je vrijeme poluraspada toga uzorka?

#### Rješenje 058

$$A_0 = 280 \text{ min}^{-1}, \quad t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}, \quad A = 70 \text{ min}^{-1}, \quad T_{1/2} = ?$$

Aktivnost je brzina kojom se raspada radioaktivni nuklid. To je broj raspada u jedinici vremena. Jedinica aktivnosti je bekerel ( $\text{Bq} = \text{s}^{-1}$ ). Jedan bekerel jedan je raspad u sekundi.

Aktivnost radioaktivnog uzorka:

$$A = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$$

Vrijeme poluraspada uzorka iznosi:

1. inačica

$$\begin{aligned} A &= A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \quad /: A_0 \Rightarrow \frac{A}{A_0} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{logaritmiramo} \\ \text{jednadžbu} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{A}{A_0} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \quad / \log \Rightarrow \\ \Rightarrow \log \frac{A}{A_0} &= \log 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \log \frac{A}{A_0} = -\frac{t}{T_{1/2}} \cdot \log 2 \Rightarrow -T_{1/2} \cdot \log \frac{A}{A_0} = t \cdot \log 2 \Rightarrow T_{1/2} = \frac{-t \cdot \log 2}{\log \frac{A}{A_0}} = \end{aligned}$$

$$= \frac{-3600 \text{ s} \cdot \log 2}{\log \frac{70 \frac{1}{\text{min}}}{280 \frac{1}{\text{min}}}} = 1800 \text{ s} = 0.5 \text{ h.}$$

2. inačica

$$A = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow 70 = 280 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \quad /: 70 \Rightarrow 1 = 4 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow 1 = 2^2 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^0 = 2^{2 - \frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow 0 = 2 - \frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow \frac{t}{T_{1/2}} = 2 \Rightarrow T_{1/2} = \frac{t}{2} = \frac{3600 \text{ s}}{2} = 1800 \text{ s} = 0.5 \text{ h.}$$

### Vježba 058

Brojač koji mjeri aktivnost nekog radioaktivnog uzorka pokazuje u jednom trenutku 560 otkucaja u minuti, a sat kasnije 70 otkucaja u minuti. Koliko je vrijeme poluraspada toga uzorka?

**Rezultat:** 1200 s.

### Zadatak 059 (Vlado, maturant)

Aktivnost uzorka se za vrijeme  $t$  smanji 256 puta. Koliko perioda poluraspada iznosi to vrijeme?

#### Rješenje 059

$$A_0 = 256 \cdot A, \quad t = ?$$

Aktivnost je brzina kojom se raspada radioaktivni nuklid. To je broj raspada u jedinici vremena. Jedinica aktivnosti je bekerel ( $\text{Bq} = \text{s}^{-1}$ ). Jedan bekerel jedan je raspad u sekundi.

Aktivnost radioaktivnog uzorka:

$$A = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$$

Iz relacije

$$A = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$$

slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} A_0 = 256 \cdot A \\ A = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \end{array} \right\} \Rightarrow A = 256 \cdot A \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \quad /: A \Rightarrow 1 = 256 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow 1 = 256 \cdot \frac{1}{2^{\frac{t}{T_{1/2}}}} \Rightarrow 2^{\frac{t}{T_{1/2}}} = 256 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{\frac{t}{T_{1/2}}} = 2^8 \Rightarrow \frac{t}{T_{1/2}} = 8 \Rightarrow t = 8 \cdot T_{1/2}.$$

### Vježba 059

Aktivnost uzorka se za vrijeme  $t$  smanji 128 puta. Koliko perioda poluraspada iznosi to vrijeme?

**Rezultat:**  $t = 7 \cdot T_{1/2}$ .

### Zadatak 060 (Vlado, maturant)

Za koliko se posto smanji aktivnost radioaktivnog uzorka u vremenu koje je 4 puta duže od perioda poluraspada njegovih atoma?

#### Rješenje 060

$$t = 4 \cdot T_{1/2}, \quad p = ?$$

Aktivnost je brzina kojom se raspada radioaktivni nuklid. To je broj raspada u jedinici vremena. Jedinica aktivnosti je bekerel ( $Bq = s^{-1}$ ). Jedan bekerel jedan je raspad u sekundi.

Aktivnost radioaktivnog uzorka:

$$A = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

gdje je  $A_0$  aktivnost uzorka u početnom trenutku,  $t = 0$ , a  $A$  aktivnost u trenutku  $t$ . Postotak smanjenja aktivnosti uzorka iznosi:

$$p = \frac{\Delta A}{A_0} \Rightarrow p = \frac{A_0 - A}{A_0} \Rightarrow p = \frac{A_0}{A_0} - \frac{A}{A_0} \Rightarrow p = 1 - \frac{A}{A_0}.$$

Budući da aktivnost uzorka opada tijekom vremena po zakonu

$$A = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

slijedi:

$$\begin{aligned} p = 1 - \frac{A}{A_0} &\Rightarrow p = 1 - \frac{A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}}{A_0} \Rightarrow p = 1 - 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow p = 1 - 2^{-\frac{4 \cdot T_{1/2}}{T_{1/2}}} \Rightarrow p = 1 - 2^{-4} \Rightarrow \\ &\Rightarrow p = 1 - \frac{1}{2^4} \Rightarrow p = 1 - \frac{1}{16} \Rightarrow p = \frac{15}{16} \Rightarrow p = 0.9375 \Rightarrow p = \frac{93.75}{100} \Rightarrow p = 93.75\%. \end{aligned}$$

### Vježba 060

Za koliko se posto smanji aktivnost radioaktivnog uzorka u vremenu koje je 2 puta duže od perioda poluraspada njegovih atoma?

**Rezultat:** 75%.