

Zadatak 081 (Marija, gimnazija)

Nakon koliko će se vremena aktivnost 1 g izotopa radija ${}_{88}\text{Ra}^{226}$ smanjiti za 20%, ako je vrijeme poluraspada tog izotopa 1622 godine?

Rješenje 081

$$m = 1 \text{ g}, \quad p = 20\% = 0.20, \quad T_{1/2} = 1622 \text{ god}, \quad t = ?$$

Zakon radioaktivnog raspada kaže da je broj jezgri ΔN radioaktivnog izotopa koji se raspadne u vremenu Δt proporcionalan ukupnom broju N :

$$\Delta N = -\lambda \cdot N \cdot \Delta t.$$

Taj zakon može se pisati u obliku

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

gdje je N_0 broj neraspadnutih radioaktivnih jezgri u trenutku $t = 0$, N broj neraspadnutih jezgri nakon vremena t , $T_{1/2}$ vrijeme poluraspada.

Nakon vremena t raspalo se 20% prvobitnog broja N_0 atoma, tj.

$$N = N_0 - p \cdot N_0 \Rightarrow N = N_0 - \frac{20}{100} \cdot N_0 \Rightarrow N = N_0 - 0.20 \cdot N_0 \Rightarrow N = 0.80 \cdot N_0.$$

Uvršteno u zakon radioaktivnog raspada dobije se vrijeme t :

$$\begin{aligned} N &= N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \cdot \frac{1}{N_0} \Rightarrow 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = \frac{N}{N_0} \Rightarrow \left[\text{logaritmiramo} \right. \\ &\quad \left. \text{jednadžbu} \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = \frac{N}{N_0} / \log \Rightarrow \log 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = \log \frac{N}{N_0} \Rightarrow -\frac{t}{T_{1/2}} \cdot \log 2 = \log \frac{N}{N_0} \Rightarrow \\ &\Rightarrow -\frac{t}{T_{1/2}} \cdot \log 2 = \log \frac{N}{N_0} \cdot \left(-\frac{T_{1/2}}{\log 2} \right) \Rightarrow t = -\frac{T_{1/2} \cdot \log \frac{N}{N_0}}{\log 2} \Rightarrow t = -\frac{T_{1/2} \cdot \log \frac{0.80 \cdot N_0}{N_0}}{\log 2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow t = -\frac{T_{1/2} \cdot \log \frac{0.80 \cdot N_0}{N_0}}{\log 2} \Rightarrow t = -\frac{T_{1/2} \cdot \log 0.80}{\log 2} = -\frac{1622 \text{ god} \cdot \log 0.80}{\log 2} = 522 \text{ god}. \end{aligned}$$

Vježba 081

Nakon koliko će se vremena aktivnost 1 g izotopa radija ${}_{88}\text{Ra}^{226}$ smanjiti za 40%, ako je vrijeme poluraspada tog izotopa 1622 godine?

Rezultat: 1195 god.

Zadatak 082 (Mirko, srednja škola)

Protoni se ubrzavaju u ciklotronu i udaraju u metu. Struja protonskog snopa na meti je 1.6 μA . Koliko protona u jednoj sekundi udara u metu? ($e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 082

$$I = 1.6 \mu\text{A} = 1.6 \cdot 10^{-6} \text{ A}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad N = ?$$

Električna je struja usmjereno gibanje električnog naboja pod utjecajem električnog polja. Ako za vrijeme Δt presjekom vodiča prođe električni naboj ΔQ , tad je jakost električne struje

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}.$$

Za stalnu struju vrijedi

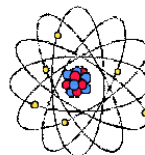
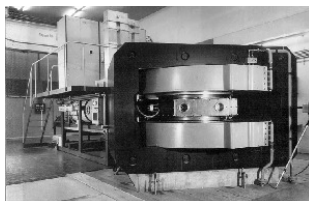
$$I = \frac{Q}{t}$$

Ukupni naboj bilo kojeg tijela (bilo pozitivno, bilo negativno nabijenog) jednak je cijelom broju N pomnoženome s elementarnim nabojem e.

$$Q = N \cdot e$$

Kažemo da je naboj kvantiziran, tj. sastavljen od osnovnih kvanta elektriciteta.

Računamo broj protona N.



$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{Q}{t} \\ Q = N \cdot e \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow I = \frac{N \cdot e}{t} \Rightarrow I = \frac{N \cdot e}{t} \cdot \frac{t}{e} \Rightarrow N = \frac{I \cdot t}{e} = \frac{1.6 \cdot 10^{-6} \text{ A} \cdot 1 \text{ s}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 10^{13}$$

Vježba 082

Protoni se ubrzavaju u ciklotronu i udaraju u metu. Struja protonskog snopa na meti je 1.6 μ A. Koliko protona u dvije sekunde udara u metu? ($e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rezultat: $2 \cdot 10^{13}$.

Zadatak 083 (Branka, gimnazija)

Elektrone izbačene fotoefektom iz platine zaustavlja potencijal od 0.8 V. Odredite duljinu vala svjetlosti koja je uzrokovala fotoefekt. Izlazni rad za platinu je 5.3 eV ($h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 083

$$U = 0.8 \text{ V}, \quad W = 5.3 \text{ eV} = [5.3 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}] = 8.48 \cdot 10^{-19} \text{ J}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \\ e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad \lambda = ?$$

Svaki kvant ili foton ima energiju:

$$E = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

gdje je h Planckova konstanta koja ima vrijednost $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, ν frekvencija svjetlosti, c brzina svjetlosti, λ valna duljina svjetlosti. Kad fotoni energije

$$E_f = h \cdot \nu$$

padnu na neku kovinu, oni uz određene uvjete izbijaju elektrone iz kovine. To je fotoelektrični efekt. Pritom se energija fotona

$$E_f = h \cdot \nu$$

utroši dijelom na izbijanje elektrona iz kovine, a dijelom ta energija prelazi u kinetičku energiju elektrona pa vrijedi:

$$E_f = W + E_{k, \max}$$

gdje je $E_{k, \max}$ kinetička energija izbijenog elektrona, a W izlazni rad. Formula se može i ovako napisati:

$$E_f = W + e \cdot U,$$

gdje je U napon zaustavljanja elektrona, a izraz $e \cdot U$ jednak je radu električnog polja koji djeluje na zaustavljanje elektrona. Računamo valnu duljinu svjetlosti λ :

$$\left. \begin{array}{l} E_f = W + e \cdot U \\ E_f = h \cdot \frac{c}{\lambda} \end{array} \right\} \Rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} = W + e \cdot U \Rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} = W + e \cdot U \cdot \frac{\lambda}{W + e \cdot U} \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{W + e \cdot U} =$$

$$= \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8.48 \cdot 10^{-19} \text{ J} + 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0.8 \text{ V}} = 2.04 \cdot 10^{-7} \text{ m}.$$

Vježba 083

Elektrone izbačene fotoefektom iz platine zaustavlja potencijal od 1 V. Odredite duljinu vala svjetlosti koja je uzrokovala fotoefekt. Izlazni rad za platinu je 5.3eV. ($h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rezultat: $1.97 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.

Zadatak 084 (Goga, gimnazija)

U ciklotronu za protone frekvencija promjene napona na D – elektrodama iznosi $15 \cdot 10^6 \text{ Hz}$. Kolika je magnetska indukcija potrebna za sinkroni rad ciklotrona? (masa protona $m = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, naboj protona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rješenje 084

$$v = 15 \cdot 10^6 \text{ Hz}, \quad m = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad B = ?$$

Električki nabijene čestice pomoću kojih se izvode nuklearne reakcije ubrzavaju se u akceleratorima. Tako primjerice u ciklotronu je frekvencija promjene napona na D – elektrodama dana formulom:

$$v = \frac{B \cdot Q}{2 \cdot \pi \cdot m}.$$

Magnetska indukcija B iznosi:

$$v = \frac{B \cdot Q}{2 \cdot \pi \cdot m} \Rightarrow v = \frac{B \cdot Q}{2 \cdot \pi \cdot m} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{Q} \Rightarrow B = \frac{2 \cdot \pi \cdot m \cdot v}{Q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 15 \cdot 10^6 \text{ Hz}}{1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 0.984 \text{ T}.$$

Vježba 084

U ciklotronu za protone frekvencija promjene napona na D – elektrodama iznosi 15 MHz. Kolika je magnetska indukcija potrebna za sinkroni rad ciklotrona? (masa protona $m = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, naboj protona $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)

Rezultat: 0.984 T .

Zadatak 085 (Goga, gimnazija)

Kolika je brzina deuteronu mase $2.01 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ koji, izlijećući iz ciklotrona, ima energiju 9.8 MeV?

Rješenje 085

$$m = 2.01 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad E_k = 9.8 \text{ MeV} = 9.8 \cdot 10^6 \text{ eV} = [9.8 \cdot 10^6 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}] = 1.568 \cdot 10^{-12} \text{ J}, \quad v = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Brzina deuteronu iznosi:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} =$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.568 \cdot 10^{-12} \text{ J}}{2.01 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 3.07 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 085

Kolika je brzina deuteronu mase $3.3366 \cdot 10^{-27}$ kg koji, izlijećući iz ciklotrona ima energiju $9.8 \cdot 10^6$ eV?

Rezultat: $3.07 \cdot 10^7$ m/s.

Zadatak 086 (Boky, gimnazija)

Odredi vrijeme poluraspada radioaktivne tvari koja ima konstantu raspada $\lambda = 3.8 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

Rješenje 086

$$\lambda = 3.8 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}, \quad T_{1/2} = ?$$

Vremenski interval u kojem se raspadne polovica prvobitnog broja atoma naziva se vrijeme poluraspada $T_{1/2}$. To znači da se za vrijeme $T_{1/2}$ od N_0 atoma raspadne $\frac{1}{2} \cdot N_0$ atoma pa je

$$T_{1/2} = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln 2 \text{ ili } T_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda},$$

gdje je λ konstanta raspada karakteristična za pojedini radioaktivni element.

Vrijeme poluraspada iznosi:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{3.8 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}} = 182.41 \text{ s} = [182.41 : 60] \approx 3 \text{ min.}$$

Vježba 086

Odredi vrijeme poluraspada radioaktivne tvari koja ima konstantu raspada $\lambda = 1.9 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

Rezultat: 6.1 min.

Zadatak 087 (Boky, gimnazija)

Koliko će posto prvobitne količine radioaktivne tvari ostati nakon četiri vremena poluraspada?

Rješenje 087

$$t = 4 \cdot T_{1/2}, \quad p = ?$$

Zakon radioaktivnog raspada glasi:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

gdje je N_0 broj atoma u vrijeme $t = 0$, N broj atoma koji se nakon vremena t nisu raspali, $T_{1/2}$ vrijeme poluraspada, tj. vremenski interval u kojem se raspadne polovica prvobitnog broja atoma.

Računamo postotak.

$$\begin{aligned} p = \frac{N}{N_0} &\Rightarrow p = \frac{N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}}{N_0} \Rightarrow p = \frac{N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}}{N_0} \Rightarrow p = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow p = 2^{-\frac{4 \cdot T_{1/2}}{T_{1/2}}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow p = 2^{-\frac{4 \cdot T_{1/2}}{T_{1/2}}} \Rightarrow p = 2^{-4} \Rightarrow p = \frac{1}{2^4} \Rightarrow p = \frac{1}{16} \Rightarrow p = 0.0625 \Rightarrow p = \frac{6.25}{100} \Rightarrow p = 6.25 \%. \end{aligned}$$

Vježba 087

Koliko će posto prvobitne količine radioaktivne tvari ostati nakon osam vremena poluraspada?

Rezultat: 0.39 %.

Zadatak 088 (Boky, gimnazija)

Koji se dio prvobitnog broja atoma neke radioaktivne tvari neće raspasti nakon 1.5 vremena poluraspada?

Rješenje 088

$$t = 1.5 \cdot T_{1/2}, \quad p = ?$$

Zakon radioaktivnog raspada glasi:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

gdje je N_0 broj atoma u vrijeme $t = 0$, N broj atoma koji se nakon vremena t nisu raspali, $T_{1/2}$ vrijeme poluraspada, tj. vremenski interval u kojem se raspadne polovica prvobitnog broja atoma.

Računamo postotak.

$$\begin{aligned} p = \frac{N}{N_0} &\Rightarrow p = \frac{N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}}{N_0} \Rightarrow p = \frac{N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}}{N_0} \Rightarrow p = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow p = 2^{-\frac{1.5 \cdot T_{1/2}}{T_{1/2}}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow p = 2^{-\frac{1.5 \cdot T_{1/2}}{T_{1/2}}} \Rightarrow p = 2^{-1.5} \Rightarrow p = \frac{1}{2^{1.5}} \Rightarrow p = 0.3536 \Rightarrow p = \frac{35.36}{100} \Rightarrow p = 35.36 \%. \end{aligned}$$

Vježba 088

Koji se dio prvobitnog broja atoma neke radioaktivne tvari neće raspasti nakon 2 vremena poluraspada?

Rezultat: 25 %.

Zadatak 089 (Boky, gimnazija)

Koliko se atoma radona raspadne za jedan dan iz milijuna atoma ako je vrijeme poluraspada 3.82 dana?

Rješenje 089

$$t = 1 \text{ d}, \quad N_0 = 10^6, \quad T_{1/2} = 3.82 \text{ d}, \quad \Delta N = ?$$

Zakon radioaktivnog raspada glasi:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

gdje je N_0 broj atoma u vrijeme $t = 0$, N broj atoma koji se nakon vremena t nisu raspali, $T_{1/2}$ vrijeme poluraspada, tj. vremenski interval u kojem se raspadne polovica prvobitnog broja atoma.

Broj atoma koji se raspadne za jedan dan iznosi:

$$\begin{aligned} \Delta N = N_0 - N &\Rightarrow \Delta N = N_0 - N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \Delta N = N_0 \cdot \left(1 - 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \right) = \\ &= 10^6 \cdot \left(1 - 2^{-\frac{1 \text{ d}}{3.82 \text{ d}}} \right) = 165941.84 \approx 1.659 \cdot 10^5. \end{aligned}$$

Vježba 089

Koliko se atoma radona raspadne za 3.82 dana iz milijuna atoma ako je vrijeme poluraspada 3.82 dana?

Rezultat: $5 \cdot 10^5$.

Zadatak 090 (Dea, medicinska škola)

Vrijeme poluraspada neke atomske jezgre iznosi 8 minuta. Nakon 32 minute od početnog broja N_0 jezgara raspadne se:

A) $\frac{15}{16} \cdot N_0$ jezgara B) $\frac{1}{16} \cdot N_0$ jezgara C) $\frac{7}{8} \cdot N_0$ jezgara A) $\frac{1}{4} \cdot N_0$ jezgara

Rješenje 090

$T_{1/2} = 8 \text{ min}, \quad t = 32 \text{ min}, \quad N_0, \quad \Delta N = N_0 - N = ?$

Jezgra ili nukleus nekog elementa može se promijeniti spontano (radioaktivan raspad) ili umjetnim putem (nuklearna reakcija). Prirodna je radioaktivnost pojava raspada jezgara nekih elemenata zbog nestabilnosti jezgara atoma tih elemenata.

Zakon radioaktivnog raspada glasi:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

gdje je N_0 broj atoma u vrijeme $t = 0$, N broj atoma koji se nakon vremena t nisu raspali, $T_{1/2}$ vrijeme poluraspada, tj. vremenski interval u kojem se raspadne polovica prvobitnog broja atoma.

Broj atoma koji se raspadne za vrijeme t iznosi:

$$\begin{aligned} \Delta N = N_0 - N &\Rightarrow \Delta N = N_0 - N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \Delta N = N_0 \cdot \left(1 - 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}\right) = \\ &= N_0 \cdot \left(1 - 2^{-\frac{32 \text{ min}}{8 \text{ min}}}\right) = N_0 \cdot (1 - 2^{-4}) = N_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{2^4}\right) = N_0 \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{16}\right) = N_0 \cdot \frac{16-1}{16} = \\ &= N_0 \cdot \frac{15}{16} = \frac{15}{16} \cdot N_0. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 090

Vrijeme poluraspada neke atomske jezgre iznosi 4 minuta. Nakon 16 minuta od početnog broja N_0 jezgara raspadne se:

A) $\frac{15}{16} \cdot N_0$ jezgara B) $\frac{1}{16} \cdot N_0$ jezgara C) $\frac{7}{8} \cdot N_0$ jezgara A) $\frac{1}{4} \cdot N_0$ jezgara

Rezultat: A.

Zadatak 091 (Mirna, maturantica)

De Broglieva valna duljina nekoga elektrona jednaka je valnoj duljini nekoga fotona. Iz toga slijedi da je količina gibanja fotona:

- A. manja nego količina gibanja elektrona
- B. veća nego količina gibanja elektrona
- C. jednaka količini gibanja elektrona.

Rješenje 091

Valnu duljinu fotona koji ima brzinu c možemo izraziti pomoću njegove količine gibanja p

$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda}.$$

Analogno tome je de Broglie teorijski došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Čestici u gibanju odgovara valna duljina

$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda},$$

gdje je λ valna duljina čestice, p količina gibanja čestice, h Planckova konstanta. Budući da elektron i foton imaju istu valnu duljinu, slijedi da imaju jednaku količinu gibanja. Odgovor je pod C.

Vježba 091

De Broglieva valna duljina nekoga protona jednaka je valnoj duljini nekoga fotona. Iz toga slijedi da je količina gibanja fotona:

- A. manja nego količina gibanja protona
- B. veća nego količina gibanja protona
- C. jednaka količini gibanja protona.

Rezultat: C.

Zadatak 092 (Branko, srednja škola)

Kolika je energija fotona frekvencije 10^{14} Hz iskazana u džulima (J) i elektronvoltima (eV)? (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rješenje 092

$$\nu = 10^{14} \text{ Hz}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad E = ?$$

Svjetlost frekvencije ν može se emitirati ili apsorbirati samo u određenim količinama energije, takozvanim kvantima energije. Svaki kvant ili foton ima energiju

$$E = h \cdot \nu,$$

gdje je h Planckova konstanta koja ima vrijednost $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s, a ν frekvencija svjetlosti. Elektronvolt (eV) je jedinica za energiju. Energiju 1 eV dobije čestica nabijena istim električnim nabojem kao što ga ima elektron ($1.6 \cdot 10^{-19}$ C) kad prođe električnim poljem razlike potencijala 1 V:

$$1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Energija fotona iznosi:

- u džulima

$$E = h \cdot \nu = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{s}} = 6.626 \cdot 10^{-20} \text{ J}.$$

- u elektronvoltima

$$E = 6.626 \cdot 10^{-20} \text{ J} = \left[\frac{6.626 \cdot 10^{-20}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \right] = 0.414 \text{ eV}.$$

Vježba 092

Kolika je energija fotona frekvencije 10^5 GHz iskazana u elektronvoltima (eV)? (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

Rezultat: 0.414 eV.

Zadatak 093 (Branko, srednja škola)

Kolika je energija fotona vidljive svjetlosti valne duljine 600 nm iskazane u džulima (J) i elektronvoltima (eV)? (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s, brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 093

$$\lambda = 600 \text{ nm} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad E = ?$$

Svjetlost frekvencije ν može se emitirati ili apsorbirati samo u određenim količinama energije, takozvanim kvantima energije. Svaki kvant ili foton ima energiju

$$E = h \cdot \nu,$$

gdje je h Planckova konstanta koja ima vrijednost $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s, a ν frekvencija svjetlosti.

Elektronvolt (eV) je jedinica za energiju. Energiju 1 eV dobije čestica nabijena istim električnim nabojem kao što ga ima elektron ($1.6 \cdot 10^{-19}$ C) kad prođe električnim poljem razlike potencijala 1 V:

$$1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Svjetlost se najbrže širi u vakuumu. Odnos frekvencije vala svjetlosti (ν), brzine širenja (c) i valne duljine (λ) izražen je jednadžbom

$$c = \lambda \cdot \nu.$$

Energija fotona iznosi:

- u džulima

$$\left. \begin{array}{l} E = h \cdot \nu \\ c = \lambda \cdot \nu \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} E = h \cdot \nu \\ c = \lambda \cdot \nu \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} E = h \cdot \nu \\ \nu = \frac{c}{\lambda} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 3.313 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

- u elektronvoltima

$$E = 3.313 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \left[3.313 \cdot 10^{-19} : 1.6 \cdot 10^{-19} \right] = 2.071 \text{ eV}.$$

Vježba 093

Kolika je energija fotona vidljive svjetlosti valne duljine 0.6 μm iskazane u elektronvoltima (eV)? (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rezultat: 2.071 eV.

Zadatak 094 (Branko, srednja škola)

Izračunajte količinu gibanja fotona valne duljine 500 nm. (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rješenje 094

$$\lambda = 500 \text{ nm} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad m \cdot c = ?$$

Masa tijela m i energija E povezane su relacijom

$$E = m \cdot c^2.$$

Ekvivalentnost mase i energije pokazuje da se foton energije

$$E = m \cdot c^2 = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

ponaša kao čestica mase

$$m = \frac{h}{c \cdot \lambda}$$

kad bi se gibala brzinom c .

Valnu duljinu fotona koji ima brzinu c možemo izraziti pomoću njegove količine gibanja $m \cdot c$.

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot c}.$$

Količina gibanja fotona iznosi:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot c} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \cdot c} \cdot \frac{m \cdot c}{\lambda} \Rightarrow m \cdot c = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 1.325 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 094

Izračunajte količinu gibanja fotona valne duljine 0.5 μm . (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rezultat: $1.325 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadatak 095 (Branko, srednja škola)

Odredite koliko fotona vidljive svjetlosti valne duljine 500 nm emitira žarulja snage 100 W tijekom jedne sekunde. (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rješenje 095

$$\lambda = 500 \text{ nm} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}, \quad P = 100 \text{ W}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \\ c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad N = ?$$

Svjetlost frekvencije ν može se emitirati ili apsorbirati samo u određenim količinama energije, takozvanim kvantima energije. Svaki kvant ili foton ima energiju

$$E = h \cdot \nu,$$

gdje je h Planckova konstanta koja ima vrijednost $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, a ν frekvencija svjetlosti.

Svjetlost se najbrže širi u vakuumu. Odnos frekvencije vala svjetlosti (ν), brzine širenja (c) i valne duljine (λ) izražen je jednadžbom

$$c = \lambda \cdot \nu.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Snaga je brzina obavljanja rada ili brzina prijenosa, odnosno potrošnje energije.

$$P = \frac{E}{t}.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Budući da N fotona ima energiju

$$E = N \cdot h \cdot \nu,$$

broj fotona iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} E = N \cdot h \cdot \nu \\ c = \lambda \cdot \nu \\ P = \frac{E}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} c = \lambda \cdot \nu \\ P = \frac{N \cdot h \cdot \nu}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} c = \lambda \cdot \nu \quad /: \lambda \\ P = \frac{N \cdot h \cdot \nu}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \nu = \frac{c}{\lambda} \\ P = \frac{N \cdot h \cdot \nu}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow P = \frac{N \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda}}{t} \Rightarrow P = \frac{N \cdot h \cdot c}{t \cdot \lambda} \Rightarrow \\ \Rightarrow P = \frac{N \cdot h \cdot c}{t \cdot \lambda} \quad / \cdot \frac{t \cdot \lambda}{h \cdot c} \Rightarrow N = \frac{P \cdot t \cdot \lambda}{h \cdot c} = \frac{100 \text{ W} \cdot 1 \text{ s} \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2.515 \cdot 10^{20}.$$

Vježba 095

Odredite koliko fotona vidljive svjetlosti valne duljine 0.5 μm emitira žarulja snage 0.1 kW tijekom jedne sekunde. (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rezultat: $2.515 \cdot 10^{20}$.

Zadatak 096 (Sany, gimnazija)

Kolika je valna duljina čestice čija je količina gibanja $6.62 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$? (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rješenje 096

$$p = 6.62 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad \lambda = ?$$

Količina gibanja p definira se kao umnožak mase tijela m i njegove brzine v .

$$p = m \cdot v.$$

L. de Broglie teorijski je došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Čestici mase m u gibanju brzinom v odgovara valna duljina

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p},$$

gdje je h Planckova konstanta koja ima vrijednost $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

Valna duljina čestice iznosi:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{6.62 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 0.01 \text{ nm}.$$

Vježba 096

Kolika je valna duljina čestice čija je količina gibanja $6.62 \cdot 10^{-21} \text{ kg} \cdot \text{cm/s}$? (Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rezultat: 0.01 nm.

Zadatak 097 (Sany, gimnazija)

Kolika je valna duljina protona koji se giba brzinom $3 \cdot 10^5 \text{ m/s}$? (Masa protona u mirovanju iznosi $m = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rješenje 097

$$v = 3 \cdot 10^5 \text{ m/s}, \quad m = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad \lambda = ?$$

Količina gibanja p definira se kao umnožak mase tijela m i njegove brzine v .

$$p = m \cdot v.$$

L. de Broglie teorijski je došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Čestici mase m u gibanju brzinom v odgovara valna duljina

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v},$$

gdje je h Planckova konstanta koja ima vrijednost $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

Valna duljina protona iznosi:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 3 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1.32 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 1.32 \text{ pm}.$$

Vježba 097

Kolika je valna duljina protona koji se giba brzinom $3 \cdot 10^2 \text{ km/s}$? (Masa protona u mirovanju iznosi $m = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rezultat: 1.32 pm.

Zadatak 098 (Sany, gimnazija)

Kolikom se brzinom giba elektron čija je valna duljina 0.2 nm? (Masa elektrona u mirovanju iznosi $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rješenje 098

$$\lambda = 0.2 \text{ nm} = 2 \cdot 10^{-10} \text{ m}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad v = ?$$

Količina gibanja p definira se kao umnožak mase tijela m i njegove brzine v .

$$p = m \cdot v.$$

L. de Broglie teorijski je došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Čestici mase m u gibanju brzinom v odgovara valna duljina

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v},$$

gdje je h Planckova konstanta koja ima vrijednost $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

Brzina gibanja elektrona iznosi:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \cdot v} \cdot \frac{v}{\lambda} \Rightarrow v = \frac{h}{m \cdot \lambda} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2 \cdot 10^{-10} \text{ m}} = 3.637 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 098

Kolikom se brzinom giba elektron čija je valna duljina 200 pm? (Masa elektrona u mirovanju iznosi $m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$)

Rezultat: $3.637 \cdot 10^6 \text{ m/s}$.

Zadatak 099 (Petra, gimnazija)

Proton i elektron gibaju se u homogenome magnetskome polju, okomito na magnetske silnice, jednakim brzinama. Svaka se čestica giba po svojoj kružnoj putanji. Koja se čestica giba po kružnici manjeg polumjera? (masa protona $m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, masa elektrona $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)

Rješenje 099

$$v_p = v_e = v, \quad m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad Q_p = Q_e = e, \quad r_p : r_e = ?$$

Da bi se tijelo mase m gibalo po kružnici polumjera r potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

koja ima smjer prema središtu kružnice.

Lorentzova sila

Ako se u magnetskom polju giba čestica naboja Q brzinom v , onda polje djeluje na nju silom

$$F = B \cdot Q \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

gdje je α kut između smjera magnetskog polja i smjera gibanja čestice. Ako je smjer gibanja čestice okomit na smjer silnica magnetskog polja, vrijedi:

$$F = B \cdot Q \cdot v.$$

Budući da Lorentzova sila koja djeluje na protone i elektrone u magnetskom polju ima ulogu centripetalne sile, brzinu možemo naći iz odnosa

$$F_{cp} = F \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = B \cdot Q \cdot v \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = B \cdot Q \cdot v \cdot \frac{r}{m \cdot v} \Rightarrow v = \frac{B \cdot Q \cdot r}{m}.$$

Iz uvjeta zadatka dobije se:

$$\left. \begin{aligned} v &= \frac{B \cdot e \cdot r_p}{m_p} \\ v &= \frac{B \cdot e \cdot r_e}{m_e} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{B \cdot e \cdot r_p}{m_p} = \frac{B \cdot e \cdot r_e}{m_e} \Rightarrow \frac{B \cdot e \cdot r_p}{m_p} = \frac{B \cdot e \cdot r_e}{m_e} \cdot \frac{1}{B \cdot e} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{r_p}{m_p} = \frac{r_e}{m_e} \Rightarrow \frac{r_p}{m_p} = \frac{r_e}{m_e} \cdot \frac{m_p}{r_e} \Rightarrow \frac{r_p}{r_e} = \frac{m_p}{m_e} \Rightarrow \frac{r_p}{r_e} = \frac{1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{r_p}{r_e} = 1836 \Rightarrow \frac{r_p}{r_e} = 1836 \cdot r_e \Rightarrow r_p = 1836 \cdot r_e.$$

Elektron se giba po kružnici manjeg polumjera.

Vježba 099

Proton i elektron gibaju se u homogenome magnetskome polju jednakim brzinama. Svaka se čestica giba po svojoj kružnoj putanji. Koja se čestica giba po kružnici većeg polumjera? (masa protona $m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27}$ kg, masa elektrona $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg)

Rezultat: Proton se giba po kružnici većeg polumjera.

Zadatak 100 (Valentina, srednja škola)

Ako je valna duljina elektrona 1 nm, kolika mu je brzina? (masa elektrona iznosi $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

A) $820\,000 \frac{m}{s}$ B) $743\,000 \frac{m}{s}$ C) $727\,332.6 \frac{m}{s}$ D) $812\,560.4 \frac{m}{s}$

Rješenje 100

$$\lambda = 1 \text{ nm} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}, \quad m = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}, \quad v = ?$$

Količina gibanja p definira se kao umnožak mase tijela m i njegove brzine v.

$$p = m \cdot v.$$

L. de Broglie teorijski je došao do zaključka da svaka čestica koja se giba mora imati valna svojstva. Čestici mase m u gibanju brzinom v odgovara valna duljina

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v},$$

gdje je h Planckova konstanta koja ima vrijednost $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s.

Brzina gibanja elektrona iznosi:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{m \cdot v} \cdot \frac{v}{\lambda} \Rightarrow v = \frac{h}{m \cdot \lambda} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 727\,332.6 \frac{m}{s}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 100

Ako je valna duljina elektrona 2 nm, kolika mu je brzina? (masa elektrona iznosi $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, Planckova konstanta $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s)

A) $410\,000 \frac{m}{s}$ B) $371\,500 \frac{m}{s}$ C) $363\,666.3 \frac{m}{s}$ D) $406\,280.2 \frac{m}{s}$

Rezultat: C.