

Zadatak 021 (Rex, gimnazija)

U sustavu koji miruje, π – mezon od trenutka nastanka do trenutka raspada prijeđe put 75 m. Brzina π – mezona je $0.995 \cdot c$. Koliko je vrijeme života π – mezona u vlastitom sustavu?

Rješenje 021

$$s = 75 \text{ m}, \quad v = 0.995 \cdot c, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad \Delta t_0 = ?$$

Vrijeme života π – mezona u sustavu koji miruje je

$$\Delta t = \frac{s}{v}$$

pa je njegovo vlastito vrijeme života

$$\begin{aligned} \Delta t_0 &= \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \Delta t_0 = \frac{s}{v} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \Rightarrow \Delta t_0 = \frac{75 \text{ m}}{0.995 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0.995 \cdot c}{c}\right)^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta t_0 = \frac{75 \text{ m}}{0.995 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot \sqrt{1 - 0.995^2} = 25 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 25 \text{ ns}. \end{aligned}$$

Vježba 021

U sustavu koji miruje, π – mezon od trenutka nastanka do trenutka raspada prijeđe put 150 m. Brzina π – mezona je $0.995 \cdot c$. Koliko je vrijeme života π – mezona u vlastitom sustavu?

Rezultat: 50 ns.

Zadatak 022 (Rex, gimnazija)

Elektron se iz mirovanja ubrzava naponom od 511 kV. Kolika je njegova relativistička brzina nakon ubrzavanja? Energija mirovanja elektrona je $m_e \cdot c^2 = 511 \text{ keV}$.

($e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rješenje 022

$$\begin{aligned} U &= 511 \text{ kV} = 5.11 \cdot 10^5 \text{ V}, \quad m_e \cdot c^2 = 511 \text{ keV} = 511 \cdot 10^3 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 8.176 \cdot 10^{-14} \text{ J}, \\ e &= 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_k &= e \cdot U \\ E_k &= m_e \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \Rightarrow e \cdot U = m_e \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \Rightarrow \frac{e \cdot U}{m_e \cdot c^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{e \cdot U}{m_e \cdot c^2} + 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\frac{e \cdot U}{m_e \cdot c^2} + 1} \quad /^2 \Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{\left(\frac{e \cdot U}{m_e \cdot c^2} + 1 \right)^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{e \cdot U}{m_e \cdot c^2} + 1 \right)^2} \quad / \cdot c^2 \Rightarrow v^2 = c^2 \cdot \left[1 - \frac{1}{\left(\frac{e \cdot U}{m_e \cdot c^2} + 1 \right)^2} \right] \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{e \cdot U}{m_e \cdot c^2} + 1 \right)^2}} = \end{aligned}$$

$$= 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{1.6 \cdot 10^{-19} C \cdot 5.11 \cdot 10^5 V}{8.176 \cdot 10^{-14} J} + 1 \right)^2}} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{(1+1)^2}} = 2.6 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

Vježba 022

Elektron se iz mirovanja ubrzava naponom od 1533 kV. Kolika je njegova relativistička brzina nakon ubrzavanja? Energija mirovanja elektrona je $m_e \cdot c^2 = 511 \text{ keV}$.

($e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rezultat: $2.9 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$.

Zadatak 023 (Dino, gimnazija)

Koliki rad moramo utrošiti da bismo povećali brzinu elektrona od $1.2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ do $2.4 \cdot 10^8 \text{ m/s}$? (masa elektrona u mirovanju $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, brzina svjetlosti $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rješenje 023

$$v_1 = 1.2 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v_2 = 2.4 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad W = ?$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Ako tijelo u stanju mirovanja ima masu m_0 , a kad se giba brzinom v masu m , onda je njegova kinetička energija

$$E_k = (m - m_0) \cdot c^2 \Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

Budući da je promjena kinetičke energije elektrona jednaka utrošenom radu, vrijedi:

$$\begin{aligned} W = \Delta E_k &\Rightarrow W = E_{k_2} - E_{k_1} \Rightarrow W = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} - 1 \right) - m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} - 1 \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow W = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} - 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} + 1 \right) \Rightarrow W = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow W = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_2}{c} \right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_1}{c} \right)^2}} \right) = \end{aligned}$$

$$= 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2.4 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{1.2 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \right)^2}} \right) = 4.72 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$$

Vježba 023

Koliki rad moramo utrošiti da bismo povećali brzinu protona od $1.2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ do $2.4 \cdot 10^8 \text{ m/s}$? (masa protona u mirovanju $m_0 = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, brzina svjetlosti $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rezultat: $8.66 \cdot 10^{-11} \text{ J}$.

Zadatak 024 (Neven, student)

Nakon 0.4 s raspadne se dvije trećine čestica koje se pored promatrača gibaju brzinom $0.75 \cdot c$. Koliko je vrijeme poluraspada čestica u njihovom vlastitom sustavu?

Rješenje 024

$$t = 0.4 \text{ s}, \quad N = N_0 - \frac{2}{3} \cdot N_0 = \frac{1}{3} \cdot N_0, \quad v = 0.75 \cdot c, \quad \tau_{1/2} = ?$$

Radioaktivni raspad

Jezgra ili nukleus nekog elementa može se promijeniti spontano (radioaktivni raspad) ili umjetnim putem (nuklearna reakcija). Prirodna je radioaktivnost pojava raspada jezgara nekih elemenata zbog nestabilnosti jezgara atoma tih elemenata.

Zakon radioaktivnog raspada glasi:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}},$$

gdje je N_0 broj čestica u vrijeme $t = 0$, N broj čestica koje se nakon vremena t nisu raspale, t vrijeme, $T_{1/2}$ vrijeme poluraspada. Vrijeme poluraspada $T_{1/2}$ je vremenski interval u kojem se raspadne polovina prvobitnog broja čestica.

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala Δt_0 u sustavu S_0 , koji se giba brzinom v u odnosu na sustav S , i vremenskog intervala Δt u sustavu S , određena je izrazima:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \Delta t_0 = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je c brzina svjetlosti.

Ta se pojava zove dilatacija vremena.

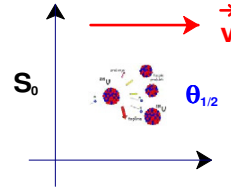
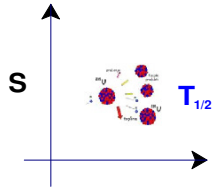
Neka je $T_{1/2}$ vrijeme poluraspada čestica u sustavu promatrača S , a $\tau_{1/2}$ vrijeme poluraspada u njihovom vlastitom sustavu S_0 .

Nakon vremena t raspalo se dvije trećine prvobitnog broja N_0 čestica, tj.

$$N_0 - N = \frac{2}{3} \cdot N_0 \Rightarrow -N = \frac{2}{3} \cdot N_0 - N_0 \Rightarrow -N = -\frac{1}{3} \cdot N_0 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow N = \frac{1}{3} \cdot N_0.$$

Vrijeme poluraspada $T_{1/2}$ čestica u sustavu promatrača S iznosi:

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned} N &= \frac{1}{3} \cdot N_0 \\ N &= N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot N_0 = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \quad /: N_0 \Rightarrow \frac{1}{3} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{logaritmiramo} \\ \text{jednakost} \end{array} \right] \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{1}{3} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \quad / \log \Rightarrow \log \frac{1}{3} = \log 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \log \frac{a}{b} = \log a - \log b \\ \log a^n = n \cdot \log a \end{array} \right] \Rightarrow \log 1 - \log 3 = -\frac{t}{T_{1/2}} \cdot \log 2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow \left[\log 1 = 0 \right] \Rightarrow 0 - \log 3 = -\frac{t}{T_{1/2}} \cdot \log 2 \Rightarrow -\log 3 = -\frac{t}{T_{1/2}} \cdot \log 2 \quad / \cdot \left(-\frac{T_{1/2}}{\log 3} \right) \Rightarrow T_{1/2} = t \cdot \frac{\log 2}{\log 3}.
 \end{aligned}$$



Vrijeme poluraspada $\tau_{1/2}$ čestica u njihovom vlastitom sustavu S_0 , koji se giba brzinom v u odnosu na sustav S , iznosi:

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned} T_{1/2} &= t \cdot \frac{\log 2}{\log 3} \\ \tau_{1/2} &= T_{1/2} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tau_{1/2} = t \cdot \frac{\log 2}{\log 3} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \tau_{1/2} = t \cdot \frac{\log 2}{\log 3} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = \\
 = 0.4 \text{ s} \cdot \frac{\log 2}{\log 3} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0.75 \cdot c}{c}\right)^2} = 0.167 \text{ s}.
 \end{aligned}$$

Vježba 024

Nakon 0.8 s raspadne se dvije trećine čestica koje se pored promatrača gibaju brzinom $0.75 \cdot c$. Koliko je vrijeme poluraspada čestica u njihovom vlastitom sustavu?

Rezultat: 0.334 s.

Zadatak 025 (Edo, gimnazija)

Kolika je količina gibanja elektrona kada se giba brzinom $0.75 \cdot c$. Masa elektrona u mirovanju je $9.1 \cdot 10^{-31}$ kg? (brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 025

$$v = 0.75 \cdot c, \quad m_0 = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad p = ?$$

Jedan je od osnovnih rezultata specijalne teorije relativnosti promjena mase s brzinom:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je m masa tijela u gibanju, m_0 masa mirovanja, v brzina tijela i c brzina svjetlosti u vakuumu. Za tijelo mase m i brzine v količina gibanja dana je formulom

$$p = m \cdot v.$$

Količina gibanja elektrona iznosi:

$$\left. \begin{aligned} p &= m \cdot v \\ m &= \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow p = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot v \Rightarrow p = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \cdot v = \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{\sqrt{1-\left(\frac{0.75 \cdot c}{c}\right)^2}} \cdot 0.75 \cdot c = \\
 = \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{\sqrt{1-\left(\frac{0.75 \cdot c}{c}\right)^2}} \cdot 0.75 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{\sqrt{1-0.75^2}} \cdot 0.75 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3.0955 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 025

Koliki je impuls sile elektrona kada se giba brzinom $0.70 \cdot c$. Masa elektrona u mirovanju je $9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$? (brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rezultat: $2.6759 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

Zadatak 026 (Edo, gimnazija)

Kolikom se brzinom giba tijelo, čija je masa za mirnog motritelja 4.0 kg , ako je masa tijela u mirovanju 2.4 kg ?

Rješenje 026

$$m = 4.0 \text{ kg}, \quad m_0 = 2.4 \text{ kg}, \quad v = ?$$

Jedan je od osnovnih rezultata specijalne teorije relativnosti promjena mase s brzinom:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

gdje je m masa tijela u gibanju, m_0 masa mirovanja, v brzina tijela i c brzina svjetlosti u vakuumu. Brzina kojom se tijelo giba iznosi:

$$\begin{aligned} m &= \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow m \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = m_0 \Rightarrow m \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = m_0 \quad /: m \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0}{m} \Rightarrow \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0}{m} \quad /^2 \Rightarrow 1-\frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{m_0}{m}\right)^2 \Rightarrow -\frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{m_0}{m}\right)^2 - 1 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow -\frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{m_0}{m}\right)^2 - 1 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2 \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2 \quad / \cdot c^2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow v^2 = c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2\right) \Rightarrow v^2 = c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2\right) \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2\right)} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2} = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2.4 \text{ kg}}{4.0 \text{ kg}}\right)^2} = 0.8 \cdot c.
 \end{aligned}$$

Vježba 026

Kolikom se brzinom giba tijelo, čija je masa za mirnog motritelja 8.0 kg , ako je masa tijela u mirovanju 4.8 kg ?

Rezultat: $0.8 \cdot c$.

Zadatak 027 (Mira, gimnazija)

Raketa se giba brzinom v prema izvoru svjetlosti. Kolika je brzina rakete u odnosu na fotone koje emitira izvor svjetlosti? (Fotoni se gibaju brzinom svjetlosti c .)

Rješenje 027

$$v_1 = v, \quad v_2 = c, \quad v_r = ?$$

U specijalnoj teoriji relativnosti brzina približavanja jedne rakete drugoj (relativna brzina) je:

$$v_r = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2}},$$

gdje je v_1 brzina prve rakete, v_2 brzina druge rakete, c brzina svjetlosti.

Brzina rakete u odnosu na fotone iznosi:

$$v_r = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2}} = \frac{v + c}{1 + \frac{v \cdot c}{c^2}} = \frac{v + c}{1 + \frac{v \cdot c}{c^2}} = \frac{v + c}{1 + \frac{v}{c}} = \frac{v + c}{\frac{c + v}{c}} = \frac{v + c}{c} \cdot \frac{c}{v + c} = \frac{v + c}{v + c} = 1 = c.$$



Vježba 027

Raketa se giba brzinom v prema izvoru svjetlosti. Kolika je brzina fotona koje emitira izvor svjetlosti u odnosu na raketu? (Fotoni se gibaju brzinom svjetlosti c .)

Rezultat: c .

Zadatak 028 (Alen, gimnazija)

Kolika je brzina elektrona čija je masa 10% veća od mase mirovanja, ako je c brzina svjetlosti u vakuumu?

Rješenje 028

$$m_0, \quad m = m_0 + \frac{10}{100} \cdot m_0 = m_0 + 0.10 \cdot m_0 = 1.10 \cdot m_0, \quad c, \quad v = ?$$

Jedan je od osnovnih rezultata specijalne teorije relativnosti promjena mase s brzinom. Masa tijela koje se giba veća je od mase tijela koje miruje.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je m masa u gibanju, m_0 masa mirovanja, v brzina tijela, c brzina svjetlosti.

Brzina elektrona iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ m = 1.10 \cdot m_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1.10 \cdot m_0 \Rightarrow \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1.10 \cdot m_0 \quad /: m_0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1.10 \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{1.10} \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{1.10} \quad /^2 \Rightarrow \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^2 = \frac{1}{1.21} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} &= \frac{1}{1.21} \Rightarrow -\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{1.21} - 1 \Rightarrow -\frac{v^2}{c^2} = \frac{1-1.21}{1.21} \Rightarrow -\frac{v^2}{c^2} = -\frac{0.21}{1.21} \Rightarrow \\ \Rightarrow -\frac{v^2}{c^2} &= -\frac{0.21}{1.21} \quad / \cdot (-1) \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{0.21}{1.21} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{0.21}{1.21} \quad / \cdot c^2 \Rightarrow v^2 = \frac{0.21}{1.21} \cdot c^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= \frac{0.21}{1.21} \cdot c^2 \quad / \sqrt{} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{0.21}{1.21} \cdot c^2} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{\frac{0.21}{1.21}} \Rightarrow v = 0.42 \cdot c. \end{aligned}$$

Vježba 028

Kolika je brzina elektrona čija je masa 20% veća od mase mirovanja, ako je c brzina svjetlosti u vakuumu?

Rezultat: $v = 0.55 \cdot c$.

Zadatak 029 (Miro, gimnazija)

Kolikom brzinom se giba tijelo čija je masa za mirnog promatrača $m = 4.0$ kg, ako je masa tijela u mirovanju $m_0 = 2.4$ kg? (c je brzina svjetlosti u vakuumu)

Rješenje 029

$$m = 4.0 \text{ kg}, \quad m_0 = 2.4 \text{ kg}, \quad v = ?$$

Jedan je od osnovnih rezultata specijalne teorije relativnosti promjena mase s brzinom. Masa tijela koje se giba veća je od mase tijela koje miruje:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je m masa u gibanju, m_0 masa mirovanja, v brzina tijela, c brzina svjetlosti u vakuumu. Brzina elektrona iznosi:

$$\begin{aligned} m &= \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad / \cdot \frac{1}{m_0} \Rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \frac{m_0}{m} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \frac{m_0}{m} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad / ^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(\frac{m_0}{m}\right)^2 &= 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2 \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2 \quad / \cdot c^2 \Rightarrow v^2 = c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2\right) \quad / \sqrt{} \Rightarrow v = \sqrt{c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2\right)} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2} = \\ \Rightarrow v &= c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2.4 \text{ kg}}{4.0 \text{ kg}}\right)^2} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2.4 \text{ kg}}{4.0 \text{ kg}}\right)^2} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - 0.6^2} \Rightarrow v = 0.8 \cdot c. \end{aligned}$$

Vježba 029

Kolikom brzinom se giba tijelo čija je masa za mirnog promatrača $m = 8.0$ kg, ako je masa tijela u mirovanju $m_0 = 4.8$ kg? (c je brzina svjetlosti u vakuumu)

Rezultat: $v = 0.8 \cdot c$.

Zadatak 030 (Miro, gimnazija)

Čestica se giba brzinom $v = 0.75 \cdot c$. Koliko je puta masa čestice veća od njezine mase u mirovanju? (c je brzina svjetlosti u vakuumu)

Rješenje 030

$$v = 0.75 \cdot c, \quad \frac{m}{m_0} = ?$$

Jedan je od osnovnih rezultata specijalne teorije relativnosti promjena mase s brzinom. Masa tijela koje se giba veća je od mase tijela koje miruje:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je m masa u gibanju, m_0 masa mirovanja, v brzina tijela, c brzina svjetlosti u vakuumu. Računamo omjer masa.

$$\begin{aligned} m &= \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{1}{m_0} \Rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{m}{m_0} &= \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.75 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.75 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0.75^2}} \Rightarrow \frac{m}{m_0} \approx 1.51. \end{aligned}$$

Vježba 030

Čestica se giba brzinom $v = 0.6 \cdot c$. Koliko je puta masa čestice veća od njezine mase u mirovanju? (c je brzina svjetlosti u vakuumu)

Rezultat: 1.25.

Zadatak 031 (Ivana, gimnazija)

Kolika je količina gibanja elektrona mase $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg koji se giba brzinom $v = 0.92 \cdot c$? (c je brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 031

$$m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad v = 0.92 \cdot c, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad p = ?$$

Količina gibanja nekog tijela u relativističkoj mehanici ima oblik

$$p = \frac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je m_0 masa tijela u mirovanju, v brzina tijela, c brzina svjetlosti u vakuumu.

Računamo količinu gibanja elektrona masa.

$$\begin{aligned} p &= \frac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow p = \frac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow p = \frac{m_0 \cdot 0.92 \cdot c}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.92 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow p = \frac{m_0 \cdot 0.92 \cdot c}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.92 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow p &= \frac{m_0 \cdot 0.92 \cdot c}{\sqrt{1 - 0.92^2}} = \frac{9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 0.92 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\sqrt{1 - 0.92^2}} = 6.42 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 031

Kolika je količina gibanja elektrona mase $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg koji se giba brzinom $v = 0.9 \cdot c$? (c je brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rezultat: $5.64 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadatak 032 (Ivana, gimnazija)

Tijelo duljine 100 m giba se prema promatraču brzinom v . Kolika je brzina gibanja ako je kontrakcija duljine 1 mm? (c je brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rješenje 032

$$l_0 = 100 \text{ m}, \quad \Delta l = 1 \text{ mm} = 0.001 \text{ m}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Kontrakcija duljina jedan je od temeljnih zaključaka teorije relativnosti, prema kojemu se dimenzije tijela ne mogu apsolutno odrediti. Geometrijske izmjere ovise o stanju gibanja sustava u kojem se mjere.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je l_0 vlastita duljina (duljina u sustavu koji se giba istom brzinom kao i mjereni predmet), l duljina mjerena iz sustava koji miruje.

Budući da je Δl kontrakcija duljine tijela koje se giba brzinom v , njegova duljina koju promatrač mjeri iznosi:

$$l = l_0 - \Delta l = 100 \text{ m} - 0.001 \text{ m} = 99.999 \text{ m}.$$

Računamo brzinu gibanja.

$$\begin{aligned} l &= l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \frac{1}{l_0} \Rightarrow \frac{l}{l_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \frac{l}{l_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad / \cdot 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(\frac{l}{l_0}\right)^2 &= 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2 \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2 \quad / \cdot c^2 \Rightarrow v^2 = c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2\right) \Rightarrow v = \sqrt{c^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2\right)} \Rightarrow v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2} = \\ &= 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{99.999 \text{ m}}{100 \text{ m}}\right)^2} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{99.999}{100}\right)^2} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{99.999}{100}\right)^2} = 1.34 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 032

Tijelo duljine 0.1 km giba se prema promatraču brzinom v . Kolika je brzina gibanja ako je kontrakcija duljine 0.1 cm? (c je brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rezultat: $1.34 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadatak 033 (Ivana, gimnazija)

Kolika je kinetička energija elektrona mase $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ koji se giba brzinom $v = 0.92 \cdot c$? (c brzina svjetlosti u vakuumu)

Rješenje 033

$$m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad v = 0.92 \cdot c, \quad E_k = ?$$

Ako tijelo u stanju mirovanja ima masu m_0 , a kad se giba brzinom v masu m , onda je njegova kinetička energija

$$E_k = (m - m_0) \cdot c^2 \Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

Računamo kinetičku energiju elektrona.

$$\begin{aligned} E_k &= m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.92 \cdot c}{c}\right)^2}} - 1 \right) \Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.92 \cdot c}{c}\right)^2}} - 1 \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0.92^2}} - 1 \right) = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0.92^2}} - 1 \right) = 1.272 \cdot 10^{-13} \text{ J}. \end{aligned}$$

Vježba 033

Kolika je kinetička energija elektrona mase $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ koji se giba brzinom $v = 0.9 \cdot c$? (c brzina svjetlosti u vakuumu)

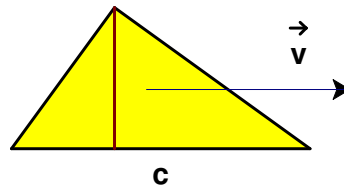
Rezultat: $1.06 \cdot 10^{-13} \text{ J}$.

Zadatak 034 (Ivana, gimnazija)

Pravokutan trokut vlastite visine h , kateta 3 m i 4 m giba se brzinom $v = 0.97 \cdot c$ duž hipotenuze. Kolika je ploština trokuta gledano iz sustava promatrača A?



A Ivana :)



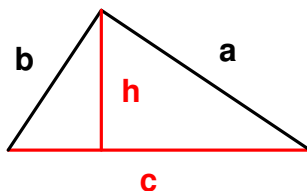
Rješenje 034

$$a_0 = 3 \text{ m}, \quad b_0 = 4 \text{ m}, \quad v = 0.97 \cdot c, \quad P = ?$$

Pitagorin poučak

Trokut je pravokutan ako i samo ako je kvadrat nad hipotenuzom jednak zbroju kvadrata nad katetama.

Ploština pravokutnog trokuta iznosi:



$$P = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$P = \frac{c \cdot h}{2}$$

Kontrakcija duljina jedan je od temeljnih zaključaka teorije relativnosti, prema kojemu se dimenzije

tijela ne mogu apsolutno odrediti. Geometrijske izmjere ovise o stanju gibanja sustava u kojem se mjere.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je l_0 vlastita duljina (duljina u sustavu koji se giba istom brzinom kao i mjereni predmet), l duljina mjerena iz sustava koji miruje.

Pravokutan trokut čije su katete $a_0 = 3$ m, $b_0 = 4$ m ima hipotenuzu

$$c_0^2 = a_0^2 + b_0^2 \Rightarrow c_0^2 = a_0^2 + b_0^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow c_0 = \sqrt{a_0^2 + b_0^2} = \sqrt{(3 \text{ m})^2 + (4 \text{ m})^2} = 5 \text{ m}.$$

Računamo duljinu visine h pomoću formula za ploštinu pravokutnog trokuta.

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{c_0 \cdot h}{2} \\ P = \frac{a_0 \cdot b_0}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{c_0 \cdot h}{2} = \frac{a_0 \cdot b_0}{2} \Rightarrow \frac{c_0 \cdot h}{2} = \frac{a_0 \cdot b_0}{2} \quad / \cdot \frac{2}{c_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{a_0 \cdot b_0}{c_0} = \frac{3 \text{ m} \cdot 4 \text{ m}}{5 \text{ m}} = 2.4 \text{ m}.$$

Budući da se pravokutan trokut giba brzinom v duž hipotenuze, duljina hipotenuze izgleda kraća za promatrača A i iznosi:

$$c = c_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow c = c_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \Rightarrow c = c_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0.97 \cdot c}{c}\right)^2} \Rightarrow c = c_0 \cdot \sqrt{1 - (0.97)^2}$$

$$\Rightarrow c = c_0 \cdot \sqrt{1 - 0.97^2} = 5 \text{ m} \cdot \sqrt{1 - 0.97^2} = 1.216 \text{ m}.$$

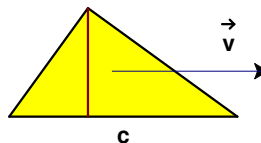
Visina h je okomita na smjer gibanja pa njezina duljina ostaje ista.

Ploština pravokutnog trokuta koji se giba brzinom v duž hipotenuze gledano iz sustava promatrača A iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} c = 1.216 \text{ m} , h = 2.4 \text{ m} \\ P = \frac{c \cdot h}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{1.216 \text{ m} \cdot 2.4 \text{ m}}{2} = 1.459 \text{ m}^2.$$

Vježba 034

Pravokutan trokut vlastite visine h , kateta 6 m i 8 m giba se brzinom $v = 0.97 \cdot c$ duž hipotenuze. Kolika je ploština trokuta gledano iz sustava promatrača A?



Rezultat: 5.834 m².

Zadatak 035 (Mario, gimnazija)

Kolikom se brzinom mora gibati raketa da se skрати za 20% vlastite duljine? (c brzina svjetlosti u vakuumu)

Rješenje 035

$$l_0, \quad l = l_0 - 20\% \cdot l_0 = l_0 - 0.20 \cdot l_0 = 0.80 \cdot l_0 = 0.8 \cdot l_0, \quad c, \quad v = ?$$

Kontrakcija duljina jedan je od temeljnih zaključaka teorije relativnosti, prema kojemu se dimenzije tijela ne mogu apsolutno odrediti. Geometrijske izmjere ovise o stanju gibanja sustava u kojem se

mjere.

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je l_0 vlastita duljina (duljina u sustavu koji se giba istom brzinom kao i mjereni predmet), l duljina mjerena iz sustava koji miruje.

Računamo brzinu gibanja.

$$\begin{aligned} l &= l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow 0.8 \cdot l_0 = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow 0.8 \cdot l_0 = l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad /: l_0 \Rightarrow 0.8 = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 0.8 = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad /^2 \Rightarrow 0.8^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow 0.64 = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - 0.64 \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 0.36 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 0.36 \quad / \cdot c^2 \Rightarrow v^2 = 0.36 \cdot c^2 \Rightarrow v^2 = 0.36 \cdot c^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{0.36 \cdot c^2} \Rightarrow v = 0.6 \cdot c. \end{aligned}$$

Vježba 035

Kolikom se brzinom mora gibati raketa da se skрати za 1/5 vlastite duljine? (c brzina svjetlosti u vakuumu)

Rezultat: $0.6 \cdot c$.

Zadatak 036 (Mario, gimnazija)

Dvije rakete gibaju se u istom smjeru jednakim brzinama $v_1 = v_2 = v = 0.6 \cdot c$. U prvoj raketi dogode se dva događaja u vremenskom intervalu $\Delta t_0 = 8$ s. Koliko je vremena prošlo između događaja za promatrača:

a) u drugoj raketi

b) na Zemlji? (c brzina svjetlosti u vakuumu)

Rješenje 036

$$v_1 = v_2 = v = 0.6 \cdot c, \quad \Delta t_0 = 8 \text{ s}, \quad \Delta t = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

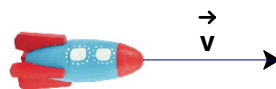
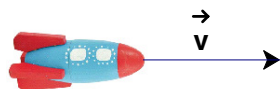
- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala Δt_0 u sustavu S_0 , koji se giba brzinom v u odnosu na sustav S , i vremenskog intervala Δt u sustavu S , određena je izrazima:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \Delta t_0 = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je c brzina svjetlosti.

Ta se pojava zove dilatacija vremena.



a)

Budući da se rakete gibaju u istom smjeru jednakim brzinama, relativna brzina jedne rakete u odnosu na drugu je nula. Dakle, u odnosu na promatrača u prvoj raketi druga raketa miruje pa je onda u njoj

$$\Delta t = \Delta t_0 = 8 \text{ s}.$$

b)

Budući da se druga raketa u odnosu na Zemlju giba brzinom v , trajanje odgovarajućeg vremenskog intervala Δt_0 na Zemlji iznosi:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.6 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.6 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - 0.6^2}} = \frac{8 \text{ s}}{\sqrt{1 - 0.6^2}} = 10 \text{ s.}$$

Vježba 036

Dvije rakete gibaju se u istom smjeru jednakim brzinama $v_1 = v_2 = 0.6 \cdot c$. U prvoj raketi dogode se dva događaja u vremenskom intervalu $\Delta t_0 = 16 \text{ s}$. Koliko je vremena prošlo između događaja za promatrača;

a) u drugoj raketi

b) na Zemlji? (c brzina svjetlosti u vakuumu)

Rezultat: 16 s, 20 s.

Zadatak 037 (Mira, gimnazija)

Vlastito vrijeme života neke čestice iznosi T_0 . Kolika treba biti brzina čestice u laboratorijskome sustavu da za promatrača u tome sustavu njezino vrijeme života iznosi $2 \cdot T_0$? (brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rješenje 037

$$T_0, \quad T = 2 \cdot T_0, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

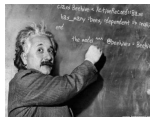
Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala Δt_0 u sustavu S_0 , koji se giba brzinom v u odnosu na sustav S , i vremenskog intervala Δt u sustavu S , određena je izrazima:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \Delta t_0 = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je c brzina svjetlosti. Ta se pojava zove dilatacija vremena.



Brzina čestice u laboratorijskome sustavu iznosi:

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 2 \cdot T_0 = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 2 \cdot T_0 = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{1}{T_0} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^2 = \left(\frac{1}{2} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 1 - \frac{v^2}{c^2} &= \frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4} - 1 \Rightarrow -\frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4} - \frac{4}{4} \Rightarrow -\frac{v^2}{c^2} = \frac{1-4}{4} \Rightarrow -\frac{v^2}{c^2} = -\frac{3}{4} \Rightarrow \\ \Rightarrow -\frac{v^2}{c^2} &= -\frac{3}{4} \quad / \cdot (-c^2) \Rightarrow v^2 = \frac{3}{4} \cdot c^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot c^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow v &= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c = 0.866 \cdot c = 2.6 \cdot 10^8 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

Vježba 037

Vlastito vrijeme života neke čestice iznosi T_0 . Kolika treba biti brzina čestice u laboratorijskome sustavu da za promatrača u tome sustavu njezino vrijeme života iznosi $4 \cdot T_0$?

Rezultat: $2.905 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Zadatak 038 (Mira, gimnazija)

Vlastito vrijeme života neke čestice iznosi $T_0 = 2 \mu\text{s}$. Koliko iznosi njezino vrijeme života u laboratorijskome sustavu u kojem se čestica giba brzinom $0.6 \cdot c$?

Rješenje 038

$$T_0 = 2 \mu\text{s} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ s}, \quad v = 0.6 \cdot c, \quad T = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala Δt_0 u sustavu S_0 , koji se giba brzinom v u odnosu na sustav S , i vremenskog intervala Δt u sustavu S , određena je izrazima:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \Delta t_0 = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je c brzina svjetlosti. Ta se pojava zove dilatacija vremena.



Vrijeme života čestice u laboratorijskome sustavu je:

$$\begin{aligned} T &= \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.6 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.6 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow T &= \frac{T_0}{\sqrt{1 - 0.6^2}} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ s}}{\sqrt{1 - 0.6^2}} = 2.5 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 2.5 \mu\text{s}. \end{aligned}$$

Vježba 038

Vlastito vrijeme života neke čestice iznosi $T_0 = 4 \mu\text{s}$. Koliko iznosi njezino vrijeme života u laboratorijskome sustavu u kojem se čestica giba brzinom $0.6 \cdot c$?

Rezultat: $5 \mu\text{s}$.

Zadatak 039 (Lucy, gimnazija)

Jedan od blizanaca za svoj 20 – i rođendan otpuće svemirskim brodom brzinom $0.6 \cdot c$. Brat na Zemlji slavi 50 – i rođendan. Koji rođendan slavi blizanac "putnik"?

Rješenje 039

$$t_1 = 20 \text{ god}, \quad t_2 = 50 \text{ god}, \quad \Delta t = t_2 - t_1 = 50 \text{ god} - 20 \text{ god} = 30 \text{ god}, \quad v = 0.6 \cdot c, \\ \Delta t_0 = ?$$

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Veza između vremenskog intervala Δt_0 u sustavu S_0 , koji se giba brzinom v u odnosu na sustav S , i vremenskog intervala Δt u sustavu S , određena je izrazom:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je c brzina svjetlosti. Ta se pojava zove dilatacija vremena.

Budući da blizanac na Zemlji slavi 50 – i rođendan, za njega je prošlo 30 godina od odlaska brata svemirskim brodom.

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 50 \text{ god} - 20 \text{ god} = 30 \text{ god}.$$

Odgovarajuće vrijeme Δt_0 za blizanca "putnika" iznosi:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \Delta t_0 = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \Delta t_0 = 30 \text{ god} \cdot \sqrt{1 - 0.6^2} = 24 \text{ god}.$$

Blizanac "putnik" slavi 44 – i rođendan.

$$20 \text{ god} + 24 \text{ god} = 44 \text{ god}.$$

Vježba 039

Jedan od blizanaca za svoj 20 – i rođendan otpuće svemirskim brodom brzinom $0.8 \cdot c$. Brat na Zemlji slavi 50 – i rođendan. Koji rođendan slavi blizanac "putnik"?

Rezultat: 38 – i rođendan.

Zadatak 040 (Maturantica, gimnazija)

Svemirski brod vlastite duljine 300 m prođe za $0.750 \mu\text{s}$ pokraj promatrača na Zemlji. Kolika je brzina broda za promatrača na Zemlji? (brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

$$A. v \approx 0.8 \cdot c \quad B. v \approx 0.7 \cdot c \quad C. v \approx 0.6 \cdot c \quad D. v \approx 0.5 \cdot c$$

Rješenje 040

$$\Delta l_0 = 300 \text{ m}, \quad \Delta t = 0.750 \mu\text{s} = 7.5 \cdot 10^{-7} \text{ s}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Specijalna teorija relativnosti

- Svi zakoni fizike su invarijantni (nepromjenljivi, isti) u odnosu na svaki inercijski sustav.
- Brzina elektromagnetskih valova u vakuumu je invarijantna (nepromjenljiva, ista) u odnosu na svaki inercijski sustav i ona je najveća moguća brzina u prirodi.

Kontrakcija duljina jedan je od temeljnih zaključaka teorije relativnosti, prema kojemu se dimenzije tijela ne mogu apsolutno odrediti. Geometrijske izmjere ovise o stanju gibanja sustava u kojem se mjere.

$$\Delta l = \Delta l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

gdje je Δl_0 vlastita duljina (duljina u sustavu koji se giba istom brzinom kao i mjereni predmet), Δl duljina mjerena iz sustava koji miruje.

Svemirski brod vlastite duljine Δl_0 koji se relativno prema promatraču na Zemlji giba brzinom v izgleda kraći i ima duljinu

$$\Delta l = \Delta l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Budući da brod prođe brzinom v za vrijeme Δt pokraj promatrača na Zemlji, vrijedi:

$$\Delta l = v \cdot \Delta t.$$

Iz sustava jednadžbi nađe se brzina broda.

$$\left. \begin{aligned} \Delta l &= v \cdot \Delta t \\ \Delta l &= \Delta l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow v \cdot \Delta t = \Delta l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow v \cdot \Delta t = \Delta l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} / 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (v \cdot \Delta t)^2 = \left(\Delta l_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^2 \Rightarrow v^2 \cdot (\Delta t)^2 = (\Delta l_0)^2 \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 \cdot (\Delta t)^2 = (\Delta l_0)^2 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \Rightarrow v^2 \cdot (\Delta t)^2 = (\Delta l_0)^2 - (\Delta l_0)^2 \cdot \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 \cdot (\Delta t)^2 + (\Delta l_0)^2 \cdot \frac{v^2}{c^2} = (\Delta l_0)^2 \Rightarrow v^2 \cdot \left((\Delta t)^2 + \frac{(\Delta l_0)^2}{c^2} \right) = (\Delta l_0)^2 \Rightarrow$$

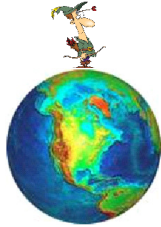
$$\Rightarrow v^2 \cdot \left((\Delta t)^2 + \left(\frac{\Delta l_0}{c} \right)^2 \right) = (\Delta l_0)^2 \Rightarrow v^2 \cdot \left((\Delta t)^2 + \left(\frac{\Delta l_0}{c} \right)^2 \right) = (\Delta l_0)^2 / \frac{1}{(\Delta t)^2 + \left(\frac{\Delta l_0}{c} \right)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{(\Delta l_0)^2}{(\Delta t)^2 + \left(\frac{\Delta l_0}{c} \right)^2} \Rightarrow v^2 = \frac{(\Delta l_0)^2}{(\Delta t)^2 + \left(\frac{\Delta l_0}{c} \right)^2} / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{(\Delta l_0)^2}{(\Delta t)^2 + \left(\frac{\Delta l_0}{c} \right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{\sqrt{(\Delta l_0)^2}}{\sqrt{(\Delta t)^2 + \left(\frac{\Delta l_0}{c}\right)^2}} \Rightarrow v = \frac{\Delta l_0}{\sqrt{(\Delta t)^2 + \left(\frac{\Delta l_0}{c}\right)^2}} = \frac{300 \text{ m}}{\sqrt{\left(7.5 \cdot 10^{-7} \text{ s}\right)^2 + \left(\frac{300 \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right)^2}} =$$

$$= 2.4 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \left[c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = \left[\frac{2.4 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} \right] = 0.8 \cdot c.$$

Odgovor je pod A.



$v = ?$



Vježba 040

Svemirski brod vlastite duljine 0.3 km prođe za 750 ns pokraj promatrača na Zemlji. Kolika je brzina broda za promatrača na Zemlji? (brzina svjetlosti u vakuumu $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

- A. $v \approx 0.8 \cdot c$ B. $v \approx 0.7 \cdot c$ C. $v \approx 0.6 \cdot c$ D. $v \approx 0.5 \cdot c$

Rezultat: A.

www.halapa.com