

### Zadatak 001 (Veronika, medicinska škola)

Sila 200 N djeluje na neko tijelo 20 sekundi te ga pomakne 800 m. Kolika je masa tog tijela?

#### Rješenje 001

Iz formula za jednoliko ubrzano gibanje i II. Newtonovog poučka dobijemo traženo rješenje.

$$F = 200 \text{ N}, \quad t = 20 \text{ s}, \quad s = 800 \text{ m}, \quad m = ?$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2},$$

$$F = m \cdot a \Rightarrow m = \frac{F}{a} \Rightarrow m = \frac{F}{\frac{2 \cdot s}{t^2}} = \frac{F \cdot t^2}{2 \cdot s} = \frac{200 \text{ N} \cdot 400 \text{ s}^2}{2 \cdot 800 \text{ m}} = 50 \text{ kg}$$

Masa tijela je 50 kg.

#### Vježba 001

Sila 300 N djeluje na neko tijelo 10 sekundi te ga pomakne 500 m. Kolika je masa tog tijela?

**Rezultat:** 30 kg.

### Zadatak 002 (Veronika, medicinska škola)

Tijelo mase 2 000 g mirovalo je kad smo na njega počeli djelovati silom 6 N. Koliku će brzinu imati nakon 5 s, ako je faktor trenja 0.1? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 002

$$m = 2000 \text{ g} = 2 \text{ kg}, \quad F = 6 \text{ N}, \quad t = 5 \text{ s}, \quad \mu = 0.1, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Sila trenja dana je izrazom:

$$F_{\text{tr}} = \mu \cdot m \cdot g = 0.1 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 2 \text{ N}.$$

Rezultantna sila koja djeluje na tijelo dobije se da od početne sile  $F$  oduzmemo silu trenja jer ona djeluje u suprotnom smjeru od smjera gibanja.

$$F_R = F - F_{\text{tr}} = 6 \text{ N} - 2 \text{ N} = 4 \text{ N}.$$

Akcelaracija se dobije po II. Newtonovom poučku:

$$a = \frac{F_R}{m} \Rightarrow v = a \cdot t = \frac{F_R}{m} \cdot t = \frac{4 \text{ N}}{2 \text{ kg}} \cdot 5 \text{ s} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Brzina bit će 10 m/s.

#### Vježba 002

Tijelo mase 1 000 g mirovalo je kad smo na njega počeli djelovati silom 8 N. Koliku će brzinu imati nakon 4 s, ako je faktor trenja 0.2? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 24 m/s.

### Zadatak 003 (Ivan, gimnazija)

Sa zgrade visoke 19.62 m bačen je vertikalno prema dolje kamen početnom brzinom 9.81 m/s. Koliko je vrijeme padanja? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 003

$$h = 19.62 \text{ m}, \quad v_0 = 9.81 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = ?$$

Ovdje je riječ o vertikalnom hica prema dolje. Početna brzina je  $v_0$ , a formula za visinu (put) glasi:

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Uvrštavanjem zadanih veličina dobijemo:

$$19.62 = 9.81 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 9.81 \cdot t^2 \Rightarrow 19.62 = 9.81 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 9.81 \cdot t^2 \quad / : 9.81 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 = t + \frac{1}{2} \cdot t^2 \Rightarrow 2 = t + \frac{1}{2} \cdot t^2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 4 = 2 \cdot t + t^2.$$

Riješimo kvadratnu jednadžbu:

$$t^2 + 2 \cdot t - 4 = 0.$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 16}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{2} \Rightarrow t_1 = -3.24 \text{ nema fizikalnog smisla}$$

$$t_2 = 1.24 \text{ s.}$$

Vrijeme padanja je 1.24 s.

### Vježba 003

Sa zgrade visoke 39.24 m bačen je vertikalno prema dolje kamen početnom brzinom 9.81 m/s. Koliko je vrijeme padanja? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 2 s.

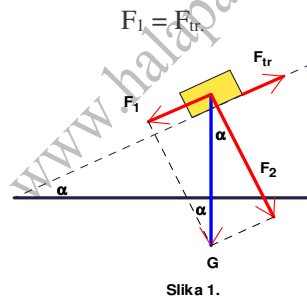
### Zadatak 004 (Mat, gimnazija)

Predmet mase 0.5 kg jednoliko klizi uslijed trenja niz kosinu s kutom nagiba  $30^\circ$ . Kolikom silom treba djelovati u smjeru gibanja na tijelo da bi se ono uspinjalo istom brzinom?

### Rješenje 004

$$m = 0.5 \text{ kg}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Budući da se tijelo giba jednoliko niz kosinu, zbroj sila koje na njega djeluju mora biti jednak nuli:

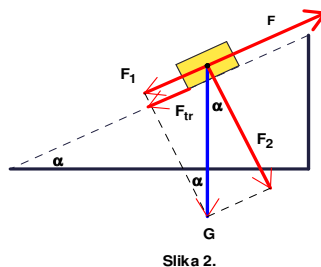


Komponenta težine niz kosinu  $F_1 = G \cdot \sin \alpha$  i sila trenja  $F_{tr} = \mu \cdot F_2 = \mu \cdot G \cdot \cos \alpha$  su u ravnoteži:

$$G \cdot \sin \alpha = \mu \cdot G \cdot \cos \alpha. \quad (1)$$

Ako se tijelo uspinje stalnom brzinom, tada na njega djeluje sila F za koju vrijedi:

$$F = F_1 + F_{tr}.$$



Sila trenja sada ima smjer niz kosinu (suprotno od smjera gibanja).

$$F = G \cdot \sin \alpha + \mu \cdot G \cdot \cos \alpha = [\text{zbog (1)}] = G \cdot \sin \alpha + G \cdot \sin \alpha = 2 G \cdot \sin \alpha = 2 \cdot m \cdot g \cdot \sin \alpha =$$

$$= 2 \cdot 0.5 \text{ kg} \cdot 9.81 \text{ ms}^{-2} \cdot \sin 30^\circ = 4.9 \text{ N.}$$

### Vježba 004

Predmet mase 0.5 kg jednoliko klizi uslijed trenja niz kosinu s kutom nagiba  $45^\circ$ . Kolikom silom treba djelovati u smjeru gibanja na tijelo da bi se ono uspinjalo istom brzinom?

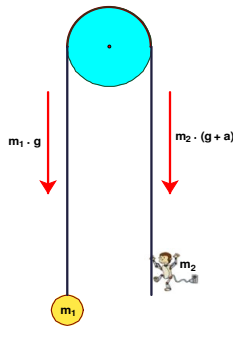
**Rezultat:** 6.9 N.

### Zadatak 005 (Vele, gimnazija)

Preko nepomične koloture prebačeno je uže. Na jednom kraju užeta je uteg mase 25 kg. Na drugom kraju je majmun mase 20 kg koji se penje po užetu. Kojom se akceleracijom diže majmun ako je uteg uvijek na istoj visini? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )

### Rješenje 005

$$m_1 = 25 \text{ kg}, \quad m_2 = 20 \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad a = ?$$



Budući da se majmun mase  $m_2$  ubrzano giba akceleracijom  $a$  prema gore, javlja se **inercijska sila  $m_2 \cdot a$**  koja je usmjerena prema dolje (suprotno od smjera gibanja). S jedne strane koloture je težina utega, a s druge težina majmuna i inercijska sila. Za ravnotežu sustava sila vrijedi:

$$m_1 \cdot g = m_2 \cdot g + m_2 \cdot a.$$

Sada je:

$$m_2 \cdot a = m_1 \cdot g - m_2 \cdot g \Rightarrow a = \frac{m_1 - m_2}{m_2} \cdot g = \frac{25 \text{ kg} - 20 \text{ kg}}{20 \text{ kg}} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2.45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

### Vježba 005

Preko nepomične koloture prebačeno je uže. Na jednom kraju užeta je uteg mase 30 kg. Na drugom kraju je majmun mase 20 kg koji se penje po užetu. Kojom se akceleracijom diže majmun ako je uteg uvijek na istoj visini? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )

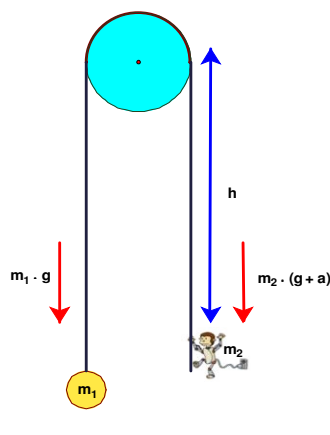
**Rezultat:** 4.91  $\text{m / s}^2$ .

### Zadatak 006 (Vele, gimnazija)

Preko nepomične koloture prebačeno je uže. Na jednom kraju užeta je uteg mase 25 kg. Na drugom kraju je majmun mase 20 kg koji se penje po užetu. Za koje će vrijeme majmun stići do koloture ako je na početku udaljen 19.6 m i ako je uteg stalno na istoj visini? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )

### Rješenje 006

$$m_1 = 25 \text{ kg}, \quad m_2 = 20 \text{ kg}, \quad h = 19.6 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad t = ?$$



Budući da se majmun mase  $m_2$  ubrzano giba akceleracijom  $a$  prema gore, javlja se **inercijska sila  $m_2 \cdot a$**  koja je usmjerena prema dolje (suprotno od smjera gibanja). S jedne strane koloture je težina utega, a s druge težina majmuna i inercijska sila. Za ravnotežu sustava sila vrijedi:

$$m_1 \cdot g = m_2 \cdot g + m_2 \cdot a.$$

Sada je:

$$m_2 \cdot a = m_1 \cdot g - m_2 \cdot g \Rightarrow a = \frac{m_1 - m_2}{m_2} \cdot g = \frac{25 \text{ kg} - 20 \text{ kg}}{20 \text{ kg}} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2.45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Majmun se mora popeti na visinu  $h$ :

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Sada vrijeme lako izračunamo:

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 19.6 \text{ m}}{2.45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 4 \text{ s}.$$

### Vježba 006

Preko nepomične koloture prebačeno je uže. Na jednom kraju užeta je uteg mase 25 kg. Na drugom kraju je majmun mase 20 kg koji se penje po užetu. Za koje će vrijeme majmun stići do koloture ako je na početku udaljen 4.9 m i ako je uteg stalno na istoj visini? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$ )

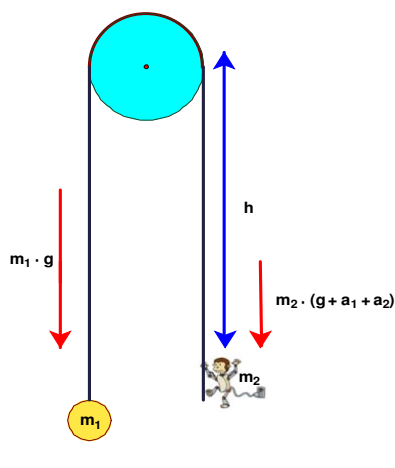
**Rezultat:** 2 s.

### Zadatak 007 (Vele, gimnazija)

Preko nepomične koloture prebačeno je uže. Na jednom kraju užeta je uteg mase 25 kg. Na drugom kraju je majmun mase 20 kg koji se penje po užetu akceleracijom  $1 \text{ m} / \text{s}^2$ . Za koje će vrijeme majmun stići do koloture ako je na početku udaljen 19.6 m? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$ )

### Rješenje 007

$$m_1 = 25 \text{ kg}, \quad m_2 = 20 \text{ kg}, \quad a_1 = 1 \text{ m} / \text{s}^2, \quad h = 19.6 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2, \quad t = ?$$



Budući da se majmun mase  $m_2$  ubrzano giba akceleracijom  $a_1$  prema gore, javlja se **inercijska sila  $m_2 \cdot a_1$**  koja je usmjerena prema dolje (suprotno od smjera gibanja). S jedne strane koloture je težina utega, a s druge težina majmuna i inercijska sila. Ukupna sila je:

$$F = m_1 \cdot g - m_2 \cdot (g + a_1) = (m_1 - m_2) \cdot g - m_2 \cdot a_1.$$

$$F = (25 \text{ kg} - 20 \text{ kg}) \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 20 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 5 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 20 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 29.05 \text{ N}.$$

Ta sila ukupnoj masi (cijelom sustavu) daje ubrzanje

$$a_2 = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{29.05 \text{ N}}{25 \text{ kg} + 20 \text{ kg}} = 0.65 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Težina utega je veća od ukupne sile s druge strane koloture pa se uteg spušta. To bi podizalo i majmuna kad bi se mirno držao za uže. Ovako je njegovo ukupno ubrzanje

$$a = a_1 + a_2 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0.65 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1.65 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Majmun se penje na visinu  $h$ . Kako je

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

slijedi

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 19.6 \text{ m}}{1.65 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 4.87 \text{ s}.$$

### Vježba 007

Preko nepomične koloture prebačeno je uže. Na jednom kraju užeta je uteg mase 25 kg. Na drugom kraju je majmun mase 20 kg koji se penje po užetu akceleracijom  $1 \text{ m} / \text{s}^2$ . Za koje će vrijeme majmun stići do koloture ako je na početku udaljen 4.9 m? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$ )

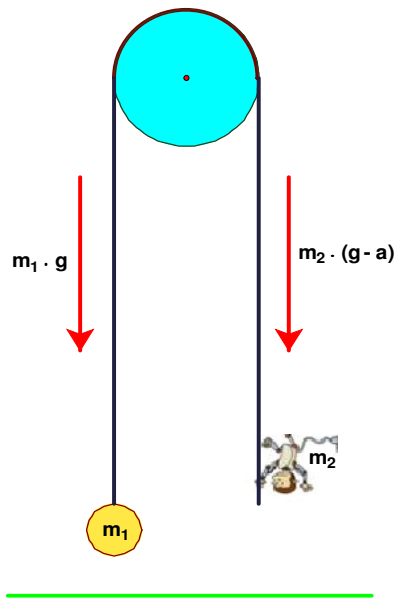
**Rezultat:** 2.44 s.

### Zadatak 008 (Vele, gimnazija)

Preko nepomične koloture prebačeno je uže. Na jednom kraju užeta je uteg mase 10 kg. Na drugom kraju je majmun mase 20 kg koji se spušta po užetu. Kojom akceleracijom se diže majmun ako je uteg uvijek na istoj visini? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$ )

### Rješenje 008

$$m_1 = 10 \text{ kg}, \quad m_2 = 20 \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2, \quad a = ?$$



Budući da se majmun mase  $m_2$  ubrzano spušta akceleracijom  $a$  prema gore, javlja se **inercijska sila  $m_2 \cdot a$**  koja je usmjerena prema gore (suprotno od smjera gibanja). S jedne strane koloture je težina utega, a s druge težina majmuna i inercijska sila. Za ravnotežu sustava sila vrijedi:

$$m_1 \cdot g = m_2 \cdot g - m_2 \cdot a.$$

Slijedi:

$$m_2 \cdot a = m_2 \cdot g - m_1 \cdot g \Rightarrow a = \frac{m_2 - m_1}{m_2} \cdot g = \frac{20 \text{ kg} - 10 \text{ kg}}{20 \text{ kg}} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

### Vježba 008

Preko nepomične koloture prebačeno je užeta. Na jednom kraju užeta je uteg mase 15 kg. Na drugom kraju je majmun mase 20 kg koji se spušta po užetu. Kojom akceleracijom se diže majmun ako je uteg uvijek na istoj visini? ? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:**  $2.45 \text{ m/s}^2$ .

### Zadatak 009 (Marko, gimnazija)

Padobranac mase 80 kg spušta se padobranom stalnom brzinom. Koliki je otpor zraka? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 009

$$m = 80 \text{ kg}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F_o = ?$$



Budući da je brzina konstantna, nema ubrzanja (I. Newtonov poučak mehanike!). To znači da je rezultanta (ukupna sila) jednaka nuli. Otpor zraka je, dakle, po iznosu jednak težini:

$$F_o = G \Rightarrow F_o = m \cdot g = 80 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 800 \text{ N}.$$

### Vježba 009

Padobranac mase 75 kg spušta se padobranom stalnom brzinom. Koliki je otpor zraka? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 750 N.

**Zadatak 010 (Ivana, gimnazija)**

Dva vagona masa  $m_1 = 10\text{ t}$  i  $m_2 = 20\text{ t}$  međusobno su spojeni i stoje na horizontalnim tračnicama. Kolikom silom je napregnuta spojka, ako vagon manje mase vučemo silom  $30\text{ kN}$ ? (Zanemariti trenje.)

**Rješenje 010**

$$m_1 = 10\text{ t} = 1 \cdot 10^4\text{ kg}, \quad m_2 = 20\text{ t} = 2 \cdot 10^4\text{ kg}, \quad F = 30\text{ kN} = 3 \cdot 10^4\text{ N}, \quad F_2 = ?$$



Silom  $F$  vučemo oba vagona (cijeli sustav) pa je akceleracija kojom se oni gibaju jednaka:

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{3 \cdot 10^4\text{ N}}{1 \cdot 10^4\text{ kg} + 2 \cdot 10^4\text{ kg}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Sila na drugi vagon je:

$$F_2 = m_2 \cdot a = 2 \cdot 10^4\text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2 \cdot 10^4\text{ N} = 20\text{ kN}.$$

**Vježba 010**

Dva vagona masa  $m_1 = 20\text{ t}$  i  $m_2 = 30\text{ t}$  međusobno su spojeni i stoje na horizontalnim tračnicama. Kolikom silom je napregnuta spojka, ako vagon manje mase vučemo silom  $25\text{ kN}$ ? (Zanemariti trenje.)

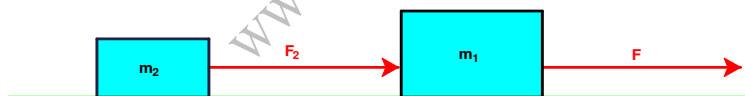
**Rezultat:** 60 kN.

**Zadatak 011 (Josip, tehnička škola)**

Dva tijela masa  $m_1 = 6\text{ kg}$  i  $m_2 = 2\text{ kg}$  leže na glatkoj horizontalnoj podlozi. Povezana su tankom niti koja može izdržati silu od  $20\text{ N}$ . Odredite najveću horizontalnu silu  $F$  kojom možete djelovati na sustav povlačeći tijelo mase  $m_1$ , a da nit ne pukne.

**Rješenje 011**

$$m_1 = 6\text{ kg}, \quad m_2 = 2\text{ kg}, \quad F_2 = 20\text{ N}, \quad F = ?$$



Sila na nit koja vuče tijelo mase  $m_2$  dopušta ubrzanje:

$$a = \frac{F_2}{m_2} = \frac{20\text{ N}}{2\text{ kg}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

To je, istodobno, ubrzanje koje horizontalna sila  $F$  daje sustavu tijela:

$$F = (m_1 + m_2) \cdot a = (6\text{ kg} + 2\text{ kg}) \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 80\text{ N}.$$

**Vježba 011**

Dva tijela masa  $m_1 = 8\text{ kg}$  i  $m_2 = 2\text{ kg}$  leže na glatkoj horizontalnoj podlozi. Povezana su tankom niti koja može izdržati silu od  $20\text{ N}$ . Odredite najveću horizontalnu silu  $F$  kojom možete djelovati na sustav povlačeći tijelo mase  $m_1$ , a da nit ne pukne.

**Rezultat:** 100 N.

**Zadatak 012 (Ivana, gimnazija)**

Raketa se podiže vertikalno uvis s površine Zemlje ubrzanjem  $4\text{ g}$ . Koliko iznosi težina tijela mase  $m$  u raketi?

**Rješenje 012**

$$a = 4\text{ g}, \quad F = ?$$



Budući da se raketa podiže vertikalno uvis uteg pritišće na pod rakete svojom težinom  $G$  i inercijskom silom  $m \cdot a$  koja se javlja zbog toga što se raketa zajedno s utegom diže akceleracijom  $a$ . Ukupna sila kojom pritišće uteg na pod rakete jest

$$F = G + m \cdot a = m \cdot g + m \cdot a = m \cdot (g + a) = m \cdot (g + 4 \cdot g) = 5 m \cdot g.$$

### Vježba 012

Raketa se podiže vertikalno uvis s površine Zemlje ubrzanjem  $6 \cdot g$ . Koliko iznosi težina tijela mase  $m$  u raketi?

**Rezultat:**  $7 m \cdot g$ .

### Zadatak 013 (Martin, gimnazija)

Pri vertikalnom podizanju uvis ubrzanjem  $a$ , nit izdrži uteg težine  $G_1$ , a pri vertikalnom spuštanju dolje istim ubrzanjem  $a$ , nit izdrži uteg težine  $G_2$ . Koliki uteg možemo jednoliko podizati pomoću te niti?

### Rješenje 013

$$G_1, \quad G_2, \quad G = ?$$

Tijelo dižemo akceleracijom  $a$ . Nit napinje, ponajprije, težina utega  $G_1$ , ali i inercijska sila koja se javlja zato što uže i uteg vučemo gore akceleracijom  $a$ . Inercijska sila djeluje na uteg u istom smjeru kao i sila teže pa je sila koja napinje nit jednaka:

$$F = m_1 \cdot a + G_1 = \frac{G_1}{g} \cdot a + G_1.$$

Tijelo spuštamo akceleracijom  $a$ . Nit napinje, ponajprije, težina utega  $G_2$ , ali i inercijska sila koja se javlja zato što uže i uteg spuštamo dolje akceleracijom  $a$ . Inercijska sila djeluje na uteg u suprotnom smjeru od sile teže pa je sila koja napinje nit jednaka:

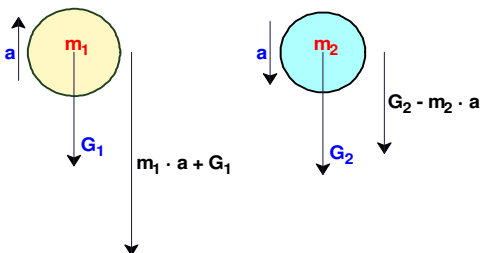
$$F = G_2 - m_2 \cdot a = G_2 - \frac{G_2}{g} \cdot a.$$

Zato je:

$$\frac{G_1}{g} \cdot a + G_1 = G_2 - \frac{G_2}{g} \cdot a \quad / \cdot g \Rightarrow a \cdot (G_1 + G_2) = g \cdot (G_2 - G_1) \Rightarrow a = g \cdot \frac{G_2 - G_1}{G_1 + G_2}.$$

Uteg koji pomoću te niti možemo podizati jednoliko imat će težinu jednaku napetosti niti:

$$G = F \Rightarrow G = m_1 \cdot a + G_1 = \frac{G_1}{g} \cdot \frac{G_2 - G_1}{G_1 + G_2} \cdot g + G_1 = \frac{G_1 \cdot G_2 - G_1^2 + G_1^2 + G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2} = \frac{2 \cdot G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2}.$$



### Vježba 013

Pri vertikalnom podizanju uvis ubrzanjem  $a$ , nit izdrži uteg težine  $G_1$ , a pri vertikalnom spuštanju dolje istim ubrzanjem  $a$ , nit izdrži uteg težine  $G_2$ . Koliki uteg možemo jednoliko spuštati pomoću te niti?



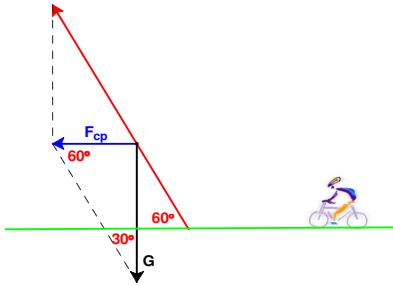
**Rezultat:**  $G = \frac{2 \cdot G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2}$ .

**Zadatak 014 (Martin, gimnazija)**

Biciklist vozi brzinom 18 km / h. Koji najmanji polumjer zakrivljenosti može opisati ako se nagne prema horizontalnom podu za kut 60°. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )

**Rješenje 014**

$v = 18 \text{ km / h} = [ 18 : 3.6 ] = 5 \text{ m / s}, \quad \alpha = 60^\circ, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad r = ?$



Kada se biciklist giba po kružnici polumjera  $r$  na njega djeluje centripetalna sila. Iz slike se vidi da je:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 30^\circ &= \frac{F_{cp}}{G} \Rightarrow F_{cp} = G \cdot \operatorname{tg} 30^\circ \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot g \cdot \operatorname{tg} 30^\circ \quad /: m \Rightarrow \frac{v^2}{r} = g \cdot \operatorname{tg} 30^\circ \Rightarrow \\ \Rightarrow r &= \frac{v^2}{g \cdot \operatorname{tg} 30^\circ} = \frac{\left( 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \operatorname{tg} 30^\circ} = 4.4 \text{ m.} \end{aligned}$$

**Vježba 014**

Biciklist vozi brzinom 18 km / h. Koji najmanji polumjer zakrivljenosti može opisati ako se nagne prema horizontalnom podu za kut 65°. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )

**Rezultat:** 5.47 m.

**Zadatak 015 (Marko, gimnazija)**

Na kojoj udaljenosti od križanja vozač automobila mora početi kočiti da bi stao kod crvenog svjetla semafora ako mu je brzina gibanja 100 km / h, a koeficijent trenja 0.4? ( $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )

**Rješenje 015**

$v = 100 \text{ km / h} = [ 100 : 3.6 ] = 27.78 \text{ m / s}, \quad \mu = 0.4, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad s = ?$

1. inačica

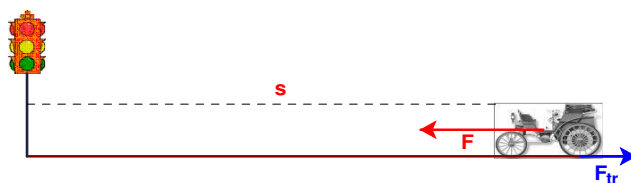
Pri kočenju se automobil giba jednoliko usporeno (s negativnom akceleracijom). Zbog jednostavnosti (da izbjegnemo predznak minus kod akceleracije) možemo napraviti "obrat" zadatka. Pretpostavimo da je automobil u početku mirovao, a na kraju puta postigao brzinu 100 km/h. Da bismo našli akceleraciju treba odrediti silu koja ga ubrzava (u originalnom zadatku koči).

U slučaju trenja jednadžba gibanja automobila glasi:

$$m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \quad /: m \Rightarrow a = \mu \cdot g.$$

Udaljenost do križanja iznosi:

$$s = \frac{v^2}{2 \cdot a} = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} = \frac{\left( 27.78 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \cdot 0.4 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 98.3 \text{ m.}$$



2. inačica

Promjena kinetičke energije automobila jednaka je izvršenom radu sile trenja na putu s:

$$\Delta E_k = W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = F_{tr} \cdot s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \mu \cdot m \cdot g \cdot s \quad /: m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot v^2 = \mu \cdot g \cdot s \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} = \frac{\left(27.78 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 0.4 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}} = 98.3 m.$$

### Vježba 015

Na kojoj udaljenosti od križanja vozač automobila mora početi kočiti da bi stao kod crvenog svjetla semafora ako mu je brzina gibanja 100 km/h, a koeficijent trenja 0.2? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 196.6 m.

### Zadatak 016 (Martin, gimnazija)

Tramvaj vozi brzinom 18 km/h. Na kojoj udaljenosti ispred semafora vozač mora početi kočiti ako mu je pri toj brzini za zaustavljanje potrebno 5 s? Pretpostavite da je kočenje jednoliko.

#### Rješenje 016

$$v = 18 \text{ km/h} = [18 : 3.6] = 5 \text{ m/s}, \quad t = 5 \text{ s}, \quad s = ?$$

1. inačica

Budući da je riječ o jednoliko usporenom gibanju, akceleracija će biti po predznaku negativna. Možemo zadatak "obrnuti". Pretpostavimo da je tramvaj u početku mirovao. Pitamo se koliki je put prešao ako je za 5 s postigao brzinu 18 km/h. Put se kod jednoliko ubrzanog gibanja može računati po formuli:

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 5 \frac{m}{s} \cdot 5 \text{ s} = 12.5 \text{ m}.$$

2. inačica

Izračunamo akceleraciju:

$$a = \frac{v}{t} = \frac{5 \frac{m}{s}}{5 \text{ s}} = 1 \frac{m}{s^2}.$$

Budući da tramvaj usporava, formula za put je:

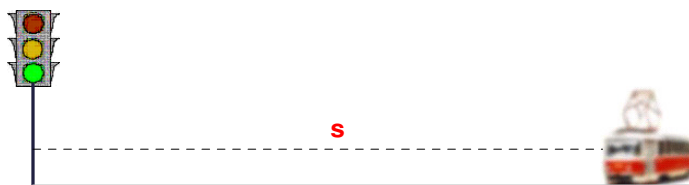
$$s = v \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 5 \frac{m}{s} \cdot 5 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{m}{s^2} \cdot (5 \text{ s})^2 = 25 \text{ m} - 12.5 \text{ m} = 12.5 \text{ m}.$$

3. inačica

Promjena kinetička energije tramvaja jednaka je radu sile kočenja:

$$W = \Delta E_k \Rightarrow F \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow m \cdot a \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad /: m \Rightarrow a \cdot s = \frac{1}{2} \cdot v^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v}{t} \cdot s = \frac{1}{2} \cdot v^2 \Rightarrow /: \frac{t}{v} \Rightarrow s = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{5 \frac{m}{s} \cdot 5 \text{ s}}{2} = 12.5 \text{ m}.$$



### Vježba 016

Tramvaj vozi brzinom 36 km / h. Na kojoj udaljenosti ispred semafora vozač mora početi kočiti ako mu je pri toj brzini za zaustavljanje potrebno 5 s? Pretpostavite da je kočenje jednoliko.

**Rezultat:** 25 m.

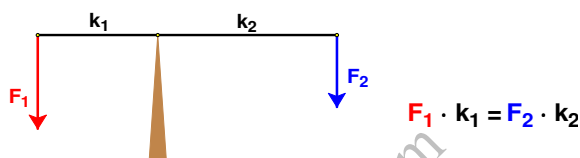
### Zadatak 017 (Ivan, tehnička škola)

Pri mjerenju mase vagom tijelo se postavi na lijevu stranu vage, a na desnu utezi. Tada je masa 30.2 g. Zatim suprotno, a masa je 30.4 g. Kolika je točno masa tijela?

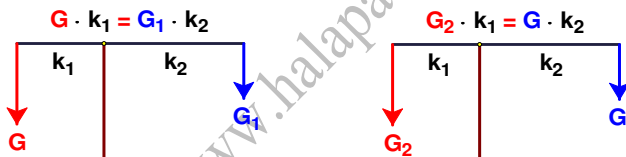
#### Rješenje 017

$$m_1 = 30.2 \text{ g}, \quad m_2 = 30.4 \text{ g}, \quad m = ?$$

Zakon dvostrane poluge glasi:



Kraci su vage nejednaki,  $k_1 \neq k_2$ . Uporabom zakona dvostrane poluge slijedi:



$$\left. \begin{array}{l} m \cdot g \cdot k_1 = m_1 \cdot g \cdot k_2 \\ m_2 \cdot g \cdot k_1 = m \cdot g \cdot k_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \text{dijelimo jednakosti} \right] \Rightarrow \frac{m \cdot g \cdot k_1}{m_2 \cdot g \cdot k_1} = \frac{m_1 \cdot g \cdot k_2}{m \cdot g \cdot k_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m}{m_2} = \frac{m_1}{m} \Rightarrow m^2 = m_1 \cdot m_2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow m = \sqrt{m_1 \cdot m_2} = \sqrt{30.2 \text{ g} \cdot 30.4 \text{ g}} = 30.2998 \text{ g} \approx 30.3 \text{ g}.$$

### Vježba 017

Pri mjerenju mase vagom tijelo se postavi na lijevu stranu vage, a na desnu utezi. Tada je masa 20.2 g. Zatim suprotno, a masa je 20.4 g. Kolika je točno masa tijela?

**Rezultat:** 20.3 g.

### Zadatak 018 (Ivan, tehnička škola)

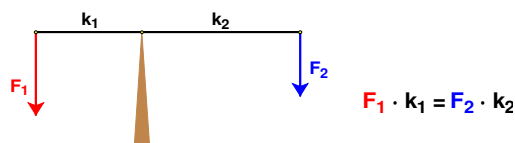
Na vagi, kojoj krakovi nisu idealno jednaki, važe se masa  $m$ . Kada je  $m$  na lijevoj strani, masa utega je  $m_1 = 10 \text{ kg}$ . Kada je  $m$  na desnoj strani, masa utega je  $m_2 = 10.5 \text{ kg}$ . Koliki je omjer duljina lijevog i desnog kraka vage?

#### Rješenje 018

$$m, \quad m_1 = 10 \text{ kg}, \quad m_2 = 10.5 \text{ kg}, \quad k_1 : k_2 = ?$$

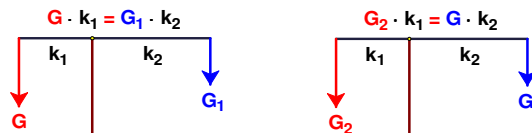
1. inačica

Zakon dvostrane poluge glasi:



Neka je  $G = m \cdot g$ ,  $G_1 = m_1 \cdot g$ ,  $G_2 = m_2 \cdot g$ .

Uporabom zakona dvostrane poluge proizlazi:



$$\left. \begin{aligned} G \cdot k_1 &= G_1 \cdot k_2 \\ G_2 \cdot k_1 &= G \cdot k_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow [\text{pomnožimo jednakosti}] \Rightarrow G \cdot G_2 \cdot k_1^2 = G_1 \cdot G \cdot k_2^2 \quad /: G \Rightarrow$$

$$\Rightarrow G_2 \cdot k_1^2 = G_1 \cdot k_2^2 \Rightarrow \frac{k_1^2}{k_2^2} = \frac{G_1}{G_2} \quad /: \sqrt{\quad} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \sqrt{\frac{G_1}{G_2}} = \sqrt{\frac{m_1 \cdot g}{m_2 \cdot g}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{10 \text{ kg}}{10.5 \text{ kg}}} \approx 0.976.$$

2. inačica

Iz jednakosti  $G \cdot k_1 = G_1 \cdot k_2$  dobijemo m:

$$G \cdot k_1 = G_1 \cdot k_2 \Rightarrow m \cdot g \cdot k_1 = m_1 \cdot g \cdot k_2 \quad /: g \Rightarrow m \cdot k_1 = m_1 \cdot k_2 \Rightarrow m = m_1 \cdot \frac{k_2}{k_1}.$$

Uvrstimo m u drugu jednakost:

$$G_2 \cdot k_1 = G \cdot k_2 \Rightarrow m_2 \cdot g \cdot k_1 = m \cdot g \cdot k_2 \quad /: g \Rightarrow m_2 \cdot k_1 = m \cdot k_2 \Rightarrow m_2 \cdot k_1 = m_1 \cdot \frac{k_2}{k_1} \cdot k_2 \quad /: k_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot k_1^2 = m_1 \cdot k_2^2 \Rightarrow \frac{k_1^2}{k_2^2} = \frac{m_1}{m_2} \quad /: \sqrt{\quad} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{10 \text{ kg}}{10.5 \text{ kg}}} \approx 0.976.$$

### Vježba 018

Na vagi, kojoj krakovi nisu idealno jednaki, važe se masa  $m$ . Kada je  $m$  na lijevoj strani, masa utega je  $m_1 = 20 \text{ kg}$ . Kada je  $m$  na desnoj strani, masa utega je  $m_2 = 21 \text{ kg}$ . Koliki je omjer duljina lijevog i desnog kraka vage?

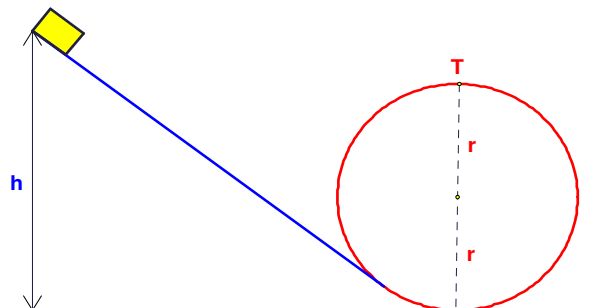
**Rezultat:** 0.976.

### Zadatak 019 (Marko, gimnazija)

Predmet klizi niz petlju. S koje minimalne visine  $h$  treba predmet krenuti bez početne brzine da uspješno napravi petlju polumjera  $r$ ? Trenje možemo zanemariti.

### Rješenje 019

$r$ ,  $h = ?$



U najvišoj točki T mora djelovanje sile teže na predmet biti jednako centripetalnoj sili:

$$G = F_{cp} \Rightarrow m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{r} / \cdot \frac{r}{m} \Rightarrow v^2 = r \cdot g.$$

Iz zakona održanja energije proizlazi da je:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot 2 \cdot r / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = v^2 + 4 \cdot g \cdot r.$$

Iz ta dva izraza slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} v^2 = r \cdot g \\ 2 \cdot g \cdot h = v^2 + 4 \cdot g \cdot r \end{array} \right\} \Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = g \cdot r + 4 \cdot g \cdot r \Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = 5 \cdot g \cdot r / \cdot \frac{1}{2 \cdot g} \Rightarrow h = \frac{5}{2} \cdot r.$$

### Vježba 019

Predmet klizi niz petlju. S koje minimalne visine  $h$  treba predmet krenuti bez početne brzine da uspješno napravi petlju polumjera 12 m? Trenje možemo zanemariti.

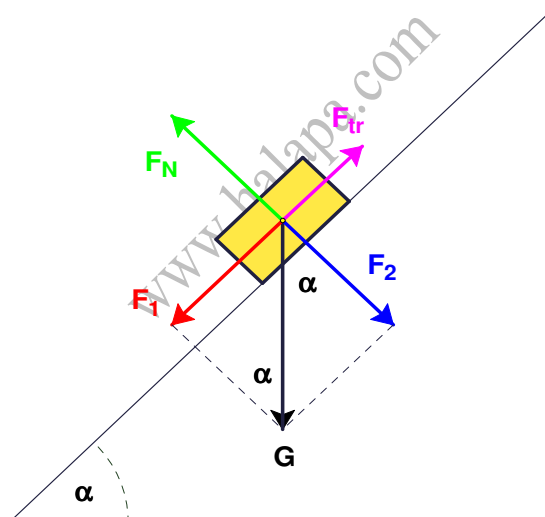
**Rezultat:** 30 m.

### Zadatak 020 (Hrvoje, tehnička škola)

Tijelo mase 2 kg počinje kliziti niz kosinu koja je nagnuta prema horizontali za  $45^\circ$  i u prvoj sekundi prijeđe put 2.5 m. Kolika je sila trenja?

### Rješenje 020

$$m = 2 \text{ kg}, \quad \alpha = 45^\circ, \quad t = 1 \text{ s}, \quad s = 2.5 \text{ m}, \quad F_{tr} = ?$$



Odredimo akceleraciju kojom tijelo klizi niz kosinu:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2} = \frac{2 \cdot 2.5 \text{ m}}{(1 \text{ s})^2} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Sila  $F = m \cdot a$  koja tijelu daje ubrzanje niz kosinu jednaka je:

$$F = F_1 - F_{tr} \Rightarrow F_{tr} = F_1 - F.$$

Iz slike se vidi da je:

$$F_1 = G \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha.$$

Sila trenja iznosi:

$$F_{tr} = m \cdot g \cdot \sin \alpha - m \cdot a = m \cdot (g \cdot \sin \alpha - a) = 2 \text{ kg} \cdot \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 45^\circ - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 3.87 \text{ N}.$$

### Vježba 020

Tijelo mase 4 kg počinje kliziti niz kosinu koja je nagnuta prema horizontali za  $45^\circ$  i u prvoj sekundi prijeđe put 2.5 m. Kolika je sila trenja?

**Rezultat:** 7.74 N.

[www.halapa.com](http://www.halapa.com)