

Zadatak 141 (Mala plava, medicinska škola)

Automobil se giba stalnom brzinom. Iza njega, na udaljenosti 200 m, u istom smjeru i istom brzinom juri motorist. Koliku akceleraciju mora imati motorist da bi sustigao automobil za 0.2 minute?

Rješenje 141

$$s = 200 \text{ m}, \quad t = 0.2 \text{ min} = [0.2 \cdot 60] = 12 \text{ s}, \quad a = ?$$

Budući da se automobil i motorist gibaju istom brzinom, udaljenost između njih je s . Da bi sustigao automobil motorist se mora početi gibati jednoliko ubrzano akceleracijom a :



$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2} = \frac{2 \cdot 200 \text{ m}}{(12 \text{ s})^2} = 2.78 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 141

Automobil se giba stalnom brzinom. Iza njega, na udaljenosti 400 m, u istom smjeru i istom brzinom juri motorist. Koliku akceleraciju mora imati motorist da bi sustigao automobil za 0.2 minute?

Rezultat: $5.56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$

Zadatak 142 (Matija, gimnazija)

Pri jednolikom ubrzanom gibanju tijelo prijeđe tijekom dva uzastopna vremenska intervala od 4 s putove 24 m i 64 m. Kolika je akceleracija tijela?

Rješenje 142

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t = 4 \text{ s}, \quad s_1 = 24 \text{ m}, \quad s_2 = 64 \text{ m}, \quad a = ?$$

Prijedeni put tijekom prvog vremenskog intervala je

$$s_1 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2,$$

gdje je v_0 početna brzina tijela.

Prijedeni put tijekom drugog vremenskog intervala je

$$s_2 = v_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2,$$

gdje je v_1 brzina koju tijelo ima poslije prijedena puta s_1 :

$$v_1 = v_0 + a \cdot \Delta t.$$

Akceleracija se dobije iz sustava jednadžbi:

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \\ s_2 = (v_0 + a \cdot \Delta t) \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s_1 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \\ s_2 = v_0 \cdot \Delta t + a \cdot (\Delta t)^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{oduzmemo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$s_2 - s_1 = v_0 \cdot \Delta t + a \cdot (\Delta t)^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 - v_0 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow s_2 - s_1 = a \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{s_2 - s_1}{(\Delta t)^2} = \frac{64 \text{ m} - 24 \text{ m}}{(4 \text{ s})^2} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 142

Pri jednolikom ubrzanom gibanju tijelo prijeđe tijekom dva uzastopna vremenska intervala od 4 s putove 30 m i 70 m. Kolika je akceleracija tijela?

Rezultat: $2.5 \text{ m/s}^2.$

Zadatak 143 (Matija, gimnazija)

Tijelo slobodno pada sa visine 50 m bez početne brzine. Istodobno bacimo uvis drugo tijelo početnom brzinom 25 m/s. Nakon koliko će se vremena tijela susresti?

Rješenje 143

$$h = 50 \text{ m}, \quad v_0 = 25 \text{ m/s}, \quad t = ?$$

Budući da prvo tijelo slobodno pada bez početne brzine, za vrijeme t prijeći će put

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

i biti na visini

$$H = h - h_1 \Rightarrow H = h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Drugo tijelo, bačeno uvis početnom brzinom v_0 , prema uvjetu zadatka, mora za isto vrijeme t biti na istoj visini H :

$$H = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Iz sustava jednačbi dobije se vrijeme t :

$$\left. \begin{array}{l} H = h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ H = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow h = v_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{h}{v_0} = \frac{50 \text{ m}}{25 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2 \text{ s}.$$

Vježba 143

Tijelo slobodno pada sa visine 100 m bez početne brzine. Istodobno bacimo uvis drugo tijelo početnom brzinom 50 m/s. Nakon koliko će se vremena tijela susresti?

Rezultat: 2 s.

Zadatak 144 (Megy, gimnazija)

Tijelo mase 3 kg giba se vertikalno dolje ubrzanjem 12 m/s^2 . Kolika je sila koja, osim sile teže, djeluje na tijelo? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 144

$$m = 3 \text{ kg}, \quad a = 12 \text{ m/s}^2, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Budući da se tijelo giba vertikalno dolje ubrzanjem a , na njega djeluje sila teže G i nepoznata sila F . Rezultantna sila F_r koja ubrzava tijelo jednaka je zbroju sile teže G i nepoznate sile F :

$$F_r = G + F.$$

Sila F iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F_r = m \cdot a \text{ drugi Newtonov poučak} \\ F_r = G + F \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g + F \Rightarrow F = m \cdot a - m \cdot g \Rightarrow F = m \cdot (a - g) =$$

$$= 3 \text{ kg} \cdot \left(12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 6.57 \text{ N}.$$

Vježba 144

Tijelo mase 6 kg giba se vertikalno dolje ubrzanjem 12 m/s^2 . Kolika je sila koja, osim sile teže, djeluje na tijelo? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 13.14 N.

Zadatak 145 (Miro, gimnazija)

Snop atoma energije $9.8 \cdot 10^{-17} \text{ J}$ izlazi iz izvora u horizontalnom smjeru. Za koliko će se atomi pod djelovanjem sile teže otkloniti od horizontale na udaljenosti 5 m od izvora? Neka su to atomi srebra atomske mase 108. (masa protona $m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 145

$$E = 9.8 \cdot 10^{-17} \text{ J}, \quad s = 5 \text{ m}, \quad A = 108, \quad m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ h = ?$$

Horizontalni hitac je gibanje što se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom v i slobodnog pada. Za vrijeme $t = \frac{s}{v}$ atom padne odnosno otkloni se od horizontalnog smjera za

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

pa vrijedi:

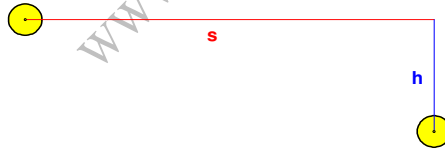
$$\left. \begin{array}{l} t = \frac{s}{v} \\ h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{s}{v}\right)^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{s^2}{v^2} \Rightarrow v^2 = \frac{g \cdot s^2}{2 \cdot h}$$

Brzina v odredi se iz energije atoma

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2},$$

čija je masa jednaka masi protona pomnoženoj sa 108.

$$\left. \begin{array}{l} v^2 = \frac{g \cdot s^2}{2 \cdot h} \\ E = \frac{m \cdot v^2}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v^2 = \frac{g \cdot s^2}{2 \cdot h} \\ v^2 = \frac{2 \cdot E}{m} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{g \cdot s^2}{2 \cdot h} = \frac{2 \cdot E}{m} \Rightarrow g \cdot s^2 \cdot m = 4 \cdot h \cdot E \Rightarrow h = \frac{g \cdot s^2 \cdot m}{4 \cdot E} \Rightarrow \\ \Rightarrow [m = A \cdot m_p] \Rightarrow h = \frac{g \cdot s^2 \cdot A \cdot m_p}{4 \cdot E} = \frac{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5 \text{ m})^2 \cdot 108 \cdot 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{4 \cdot 9.8 \cdot 10^{-17} \text{ J}} = 1.13 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$



Vježba 145

Snop atoma energije $9.8 \cdot 10^{-17} \text{ J}$ izlazi iz izvora u horizontalnom smjeru. Za koliko će se atomi pod djelovanjem sile teže otkloniti od horizontale na udaljenosti 10 m od izvora? Neka su to atomi srebra atomske mase 108. (masa protona $m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

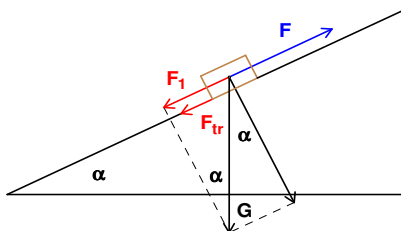
Rezultat: $4.52 \cdot 10^{-7} \text{ m}$.

Zadatak 146 (Marijana, maturantica)

Predmet mase 80 kg guramo silom od 250 N uz kosinu nagiba 9° , stalnom brzinom. Kolika je sila trenja na kosini? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 146

$$m = 80 \text{ kg}, \quad F = 250 \text{ N}, \quad \alpha = 9^\circ, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F_{tr} = ?$$



Budući da predmet guramo uz kosinu stalnom brzinom (jednoliko gibanje), rezultantna sila F jednaka je zbroju vučne sile F_1 i trenja F_{tr} :

$$F = F_1 + F_{tr} \Rightarrow F_{tr} = F - F_1 \Rightarrow F_{tr} = F - G \cdot \sin \alpha \Rightarrow \\ \Rightarrow F_{tr} = F - m \cdot g \cdot \sin \alpha = 250 \text{ N} - 80 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 9^\circ =$$

$$= 124.85 \text{ N} \approx 125 \text{ N}.$$

Vježba 146

Predmet mase 160 kg guramo silom od 500 N uz kosinu nagiba 9° , stalnom brzinom. Kolika je sila trenja na kosini? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 250 N.

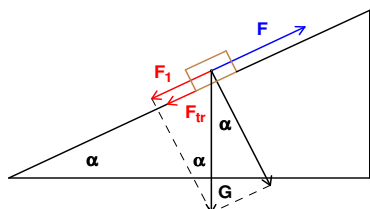
Zadatak 147 (Marijana, maturantica)

Kolika je snaga potrebna da bi se vozilo mase 2000 kg gibalo stalnom brzinom 45 km/h uz kosinu nagiba 6° , ako sila trenja iznosi 1.5 kN? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 147

$$m = 2000 \text{ kg}, \quad v = 45 \text{ km/h} = [45 : 3.6] = 12.5 \text{ m/s}, \quad \alpha = 6^\circ, \quad F_{tr} = 1.5 \text{ kN} = 1500 \text{ N}, \\ g = 10 \text{ m/s}^2, \quad P = ?$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.



$$P = \frac{W}{t} \quad \text{ili} \quad P = F \cdot v.$$

Budući da predmet guramo uz kosinu stalnom brzinom (jednoliko gibanje), rezultantna sila F jednaka je zbroju vučne sile F_1 i trenja F_{tr} :

$$F = F_1 + F_{tr}.$$

Snaga iznosi:

$$P = F \cdot v \Rightarrow P = (F_1 + F_{tr}) \cdot v \Rightarrow P = (G \cdot \sin \alpha + F_{tr}) \cdot v \Rightarrow P = (m \cdot g \cdot \sin \alpha + F_{tr}) \cdot v = \\ = \left(2000 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 6^\circ + 1500 \text{ N} \right) \cdot 12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 44882.12 \text{ W} \approx 44.88 \text{ kW}.$$

Vježba 147

Kolika je snaga potrebna da bi se vozilo mase 4000 kg gibalo stalnom brzinom 45 km/h uz kosinu nagiba 6° , ako sila trenja iznosi 3 kN? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 89764.23 W \approx 89.76 kW.

Zadatak 148 (Plava Marinica, gimnazijalka)

Brod mase 15 tona giba se pravocrtno brzinom 10 m/s i počinje usporavati usporenjem 0.2 m/s^2 . Odredite:

- Silu kočenja.
- Za koje će se vrijeme brod zaustaviti?
- Na koliku će se putu brod zaustaviti?

Rješenje 148

$$m = 15 \text{ t} = 15000 \text{ kg}, \quad v = 10 \text{ m/s}, \quad a = 0.2 \text{ m/s}^2, \quad F = ?, \quad t = ?, \quad s = ?$$

a) Sila kočenja

Prema drugom Newtonovom poučku, $F = m \cdot a$, pod utjecajem sile kočenja brod će se gibati konstantnom akceleracijom (usporenjem, deceleracijom, retardacijom) jednoliko usporeno.

$$F = m \cdot a = 15000 \text{ kg} \cdot 0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3000 \text{ N} = 3 \cdot 10^3 \text{ N} = 3 \text{ kN}.$$

b) Vrijeme zaustavljanja broda

Budući da je gibanje jednoliko usporeno (analogno je i za jednoliko ubrzano gibanje), slijedi:

$$v = a \cdot t \Rightarrow t = \frac{v}{a} = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 50 \text{ s}.$$



Plava
Marinica
:)

c) Duljina puta zaustavljanja
Budući da je gibanje jednoliko usporeno (analogno je i za jednoliko ubrzano gibanje), duljina puta može se izračunati na četiri načina:

1. inačica

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot a} = \frac{\left(10 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 0.2 \frac{m}{s^2}} = 250 \text{ m.}$$

2. inačica

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.2 \frac{m}{s^2} \cdot (50 \text{ s})^2 = 250 \text{ m.}$$

3. inačica

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{m}{s} \cdot 50 \text{ s} = 250 \text{ m.}$$

4. inačica (rješenje Plave Marinice)

$$s = v \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 10 \frac{m}{s} \cdot 50 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 0.2 \frac{m}{s^2} \cdot \left(50 \frac{m}{s}\right)^2 = 250 \text{ m.}$$

Vježba 148

Brod mase 30 tona giba se pravocrtno brzinom 20 m/s i počinje usporavati usporenjem 0.4 m/s². Odredite:

- Silu kočenja.
- Za koje će se vrijeme brod zaustaviti?
- Na koliku će se putu brod zaustaviti?

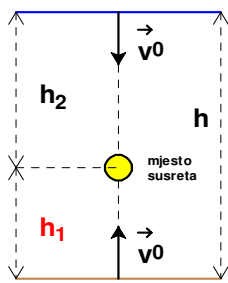
Rezultat: $F = 12 \text{ kN}$, $t = 50 \text{ s}$, $s = 500 \text{ m}$.

Zadatak 149 (Leo, gimnazija)

Dva tijela istodobno su bačena jedno drugom u susret istom početnom brzinom 40 m/s i to: jedno vertikalno uvis sa površine zemlje, drugo vertikalno prema dolje sa visine h, koja je jednaka maksimalnoj visini koju može dostići prvo tijelo. Na kojoj će se visini tijela susresti i kolike će im biti brzine u trenutku susreta? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 149

$$v_0 = 40 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h_1 = ?, \quad v_1 = ?, \quad v_2 = ?$$



Sa slike vidi se:

$$h_1 + h_2 = h, \text{ gdje je } h \text{ maksimalna visini prvog tijela.}$$

Neka je t vrijeme gibanja tijela do trenutka susreta. Prevaljeni putovi za to vrijeme iznose:

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 && \text{jednoliko usporeno gibanje uvis} \\ h_2 &= v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 && \text{jednoliko ubrzano gibanje prema dolje} \end{aligned} \right\}$$

Zbrajanjem jednažbi dobije se:

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ h_2 &= v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednažbe} \end{array} \right] \Rightarrow h_1 + h_2 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_1 + h_2 = 2 \cdot v_0 \cdot t \Rightarrow [h_1 + h_2 = h] \Rightarrow h = 2 \cdot v_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{h}{2 \cdot v_0}$$

Budući da je h maksimalna visina prvog tijela, onda je

$$h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

pa tada za vrijeme t vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \\ t = \frac{h}{2 \cdot v_0} \end{array} \right\} \Rightarrow t = \frac{v_0^2}{2 \cdot g \cdot 2 \cdot v_0} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{kratimo} \\ \text{sa } v_0 \end{array} \right] \Rightarrow t = \frac{v_0}{\frac{2 \cdot g}{2}} \Rightarrow t = \frac{v_0}{4 \cdot g}$$

Sada računamo visinu h₁, tj. mjesto susreta:

$$\left. \begin{array}{l} h_1 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ t = \frac{v_0}{4 \cdot g} \end{array} \right\} \Rightarrow h_1 = v_0 \cdot \frac{v_0}{4 \cdot g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v_0}{4 \cdot g} \right)^2 \Rightarrow h_1 = \frac{v_0^2}{4 \cdot g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{v_0^2}{16 \cdot g^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{v_0^2}{4 \cdot g} - \frac{v_0^2}{32 \cdot g} \Rightarrow h_1 = \frac{8 \cdot v_0^2 - v_0^2}{32 \cdot g} \Rightarrow h_1 = \frac{7 \cdot v_0^2}{32 \cdot g} = \frac{7 \cdot \left(40 \frac{m}{s} \right)^2}{32 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}} = 35.68 \text{ m.}$$

Brzine tijela u tom položaju (u trenutku susreta) iznose:

- $v_1 = v_0 - g \cdot t \Rightarrow v_1 = v_0 - g \cdot \frac{v_0}{4 \cdot g} \Rightarrow v_1 = v_0 - \frac{v_0}{4} \Rightarrow v_1 = \frac{3}{4} \cdot v_0 = \frac{3}{4} \cdot 40 \frac{m}{s} = 30 \frac{m}{s}$,
- $v_2 = v_0 + g \cdot t \Rightarrow v_2 = v_0 + g \cdot \frac{v_0}{4 \cdot g} \Rightarrow v_2 = v_0 + \frac{v_0}{4} \Rightarrow v_2 = \frac{5}{4} \cdot v_0 = \frac{5}{4} \cdot 40 \frac{m}{s} = 50 \frac{m}{s}$.

Vježba 149

Dva tijela istodobno su bačena jedno drugom u susret istom početnom brzinom 20 m/s i to: jedno vertikalno uvis sa površine zemlje, drugo vertikalno prema dolje sa visine h, koja je jednaka maksimalnoj visini koju može dostići prvo tijelo. Na kojoj će se visini tijela susresti? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 8.92 m.

Zadatak 150 (Tina, srednja škola)

Tijelo se baci vertikalno uvis početnom brzinom v_0 . Poslije prijednog puta $h = 200 \text{ m}$ brzina tijela iznosi $v = 150 \text{ m/s}$. Kolika je početna brzina? ($g = 9.80 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 150

$$h = 200 \text{ m}, \quad v = 150 \text{ m/s}, \quad g = 9.80 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Vertikalni hitac sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato mu je brzina v u trenutku kad je postignuta visina h dana ovim izrazom:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h.$$

Početna brzina iznosi:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v_0^2 = v^2 + 2 \cdot g \cdot h \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v_0 = \sqrt{v^2 + 2 \cdot g \cdot h} =$$

$$= \sqrt{\left(150 \frac{m}{s}\right)^2 + 2 \cdot 9.80 \frac{m}{s^2} \cdot 200 m} = 162.5 \frac{m}{s}.$$

Vježba 150

Tijelo se baci vertikalno uvis početnom brzinom v_0 . Poslije prijednog puta $h = 0.2$ km brzina tijela iznosi $v = 540$ km/h. ($g = 9.80$ m/s²). Kolika je početna brzina?

Rezultat: $162.5 \frac{m}{s}$.

Zadatak 151 (Tina, srednja škola)

Tijelo se baci vertikalno uvis početnom brzinom v_0 . Poslije prijednog puta $h = 200$ m brzina tijela iznosi $v = 150$ m/s. Do koje će se visine tijelo popeti? ($g = 9.80$ m/s²)

Rješenje 151

$$h = 200 \text{ m}, \quad v = 150 \text{ m/s}, \quad g = 9.80 \text{ m/s}^2, \quad H = ?$$

Vertikalni hitac sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato mu je brzina v u trenutku kad je postignuta visina h dana ovim izrazom:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h.$$

Najviši domet H što ga tijelo može postići pri vertikalnom hicu jest put u trenutku kad je $v = 0$. Onda je

$$H = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}.$$

Maksimalna brzina iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h \\ H = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_0^2 = v^2 + 2 \cdot g \cdot h \\ H = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \end{array} \right\} \Rightarrow H = \frac{v^2 + 2 \cdot g \cdot h}{2 \cdot g} \Rightarrow H = \frac{v^2}{2 \cdot g} + \frac{2 \cdot g \cdot h}{2 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = \frac{v^2}{2 \cdot g} + h = \frac{\left(150 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9.80 \frac{m}{s^2}} + 200 \text{ m} = 1346.79 \text{ m}.$$

Vježba 151

Tijelo se baci vertikalno uvis početnom brzinom v_0 . Poslije prijednog puta $h = 0.2$ km brzina tijela iznosi $v = 540$ km/h. Do koje će se visine tijelo popeti? ($g = 9.80$ m/s²)

Rezultat: 1346.79 m.

Zadatak 152 (Tina, srednja škola)

Tijelo se baci vertikalno uvis početnom brzinom v_0 . Poslije prijednog puta $h = 200$ m brzina tijela iznosi $v = 150$ m/s. Poslije koliko će vremena tijelo pasti? ($g = 9.80$ m/s²)

Rješenje 152

$$h = 200 \text{ m}, \quad v = 150 \text{ m/s}, \quad g = 9.80 \text{ m/s}^2, \quad t_u = ?$$

Vertikalni hitac sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato mu je brzina v u trenutku kad je postignuta visina h dana ovim izrazom:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h.$$

U najvišoj točki vertikalnog hica brzina tijela jednaka je nuli pa vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} v = v_0 - g \cdot t \\ v = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow v_0 - g \cdot t = 0 \Rightarrow -g \cdot t = -v_0 \quad /: (-g) \Rightarrow t = \frac{v_0}{g} \text{ vrijeme penjanja.}$$

Za slobodni pad tijelo treba isto toliko vremena koliko je trebalo da dostigne najvišu točku. Tijelo će ponovno pasti na zemlju za vrijeme t_u :

$$\left. \begin{array}{l} t_u = 2 \cdot t, \quad t = \frac{v_0}{g} \\ v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_u = 2 \cdot \frac{v_0}{g} \\ v_0^2 = v^2 + 2 \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_u = 2 \cdot \frac{v_0}{g} \\ v_0 = \sqrt{v^2 + 2 \cdot g \cdot h} \end{array} \right\} \Rightarrow t_u = 2 \cdot \frac{\sqrt{v^2 + 2 \cdot g \cdot h}}{g} = \\
 = 2 \cdot \frac{\sqrt{\left(150 \frac{m}{s}\right)^2 + 2 \cdot 9.80 \frac{m}{s^2} \cdot 200 m}}{9.80 \frac{m}{s^2}} = 33.17 s.$$

Vježba 152

Tijelo se baci vertikalno uvis početnom brzinom v_0 . Poslije prijeđenog puta $h = 0.2$ km brzina tijela iznosi $v = 540$ km/h. Poslije koliko će vremena tijelo pasti? ($g = 9.80$ m/s²)

Rezultat: 33.17 s.

Zadatak 153 (Viktor, gimnazija)

Tijelo se giba jednoliko ubrzano po pravcu i prevali put 63 m za 6 s, pri čemu se njegova početna brzina poveća pet puta. Odredite ubrzanje tijela.

Rješenje 153

$$s = 63 \text{ m}, \quad t = 6 \text{ s}, \quad v = 5 \cdot v_0, \quad a = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje koje ima stalnu (konstantnu) akceleraciju. Ako početna brzina tijela nije jednaka nuli u trenutku kada počnemo promatrati i mjeriti vrijeme, već iznosi v_0 , tada vrijede formule za konačnu brzinu v i put s :

$$v = v_0 + a \cdot t, \quad s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Računamo ubrzanje tijela:

$$\left. \begin{array}{l} v = v_0 + a \cdot t, \quad v = 5 \cdot v_0 \\ s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 \cdot v_0 = v_0 + a \cdot t \\ s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 \cdot v_0 - v_0 = a \cdot t \\ s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4 \cdot v_0 = a \cdot t \\ s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_0 = \frac{a \cdot t}{4} \\ s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow s = \frac{a \cdot t}{4} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{a \cdot t^2}{4} + \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow s = \frac{a \cdot t^2 + 2 \cdot a \cdot t^2}{4} \Rightarrow \\
 \Rightarrow s = \frac{3 \cdot a \cdot t^2}{4} \quad / \cdot \frac{4}{3 \cdot t^2} \Rightarrow a = \frac{4 \cdot s}{3 \cdot t^2} = \frac{4 \cdot 63 \text{ m}}{3 \cdot (6 \text{ s})^2} = 2.33 \frac{m}{s^2}.$$

Vježba 153

Tijelo se giba jednoliko ubrzano po pravcu i prevali put 126 m za 6 s, pri čemu se njegova početna brzina poveća pet puta. Odredite ubrzanje tijela.

Rezultat: 4.67 m/s.

Zadatak 154 (Marija, gimnazija)

Kolikom početnom brzinom treba baciti tijelo okomito prema dolje da bi sa visine 15 m palo na zemlju za 1 s? Kolika je brzina tijela pri udaru u tlo? ($g = 9.81$ m/s²)

Rješenje 154

$$h = 15 \text{ m}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = ?, \quad v = ?$$

Hitac prema dolje je gibanje sastavljeno od jednolikoga gibanja okomito prema dolje brzinom v_0 i slobodnog pada. Put (visina) u trenutku t dan je izrazom:

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

- početna brzina iznosi:

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot h = 2 \cdot v_0 \cdot t + g \cdot t^2 \Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot t = 2 \cdot h - g \cdot t^2 \quad / \cdot \frac{1}{2 \cdot t} \Rightarrow v_0 = \frac{2 \cdot h - g \cdot t^2}{2 \cdot t} =$$

$$= \frac{2 \cdot 15 \text{ m} - 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1 \text{ s})^2}{2 \cdot 1 \text{ s}} = 10.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

- konačna brzina iznosi:
1. inačica

$$v = v_0 + g \cdot t = 10.1 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ s} = 19.91 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2. inačica

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{\left(10.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 15 \text{ m}} = 19.91 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 154

Kolikom početnom brzinom treba baciti tijelo okomito prema dolje da bi sa visine 20 m palo na zemlju za 1 s? Kolika je brzina tijela pri udaru u tlo? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $v_0 = 15.1 \text{ m/s}$, $v = 24.91 \text{ m/s}$.

Zadatak 155 (Viki, studentica)

Majka pred sobom gura dječja kolica. Hoda ravnomjerno tako da se kolica gibaju konstantnom brzinom u smjeru gibanja. Koje sile pri tome djeluju na kolica u horizontalnom smjeru?

Rješenje 155

$v =$ konstantno



Prvi Newtonov poučak:

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu.

Budući da se sila F kojom majka gura kolica i sila trenja F_{tr} poništavaju (iste su po iznosu, ali imaju suprotne smjerove), rezultantna sila iznosi nula. Zato

se kolica gibaju konstantnom brzinom u skladu s prvim Newtonovim poučkom.

Vježba 155

Čovjek pred sobom gura bicikl. Hoda ravnomjerno tako da se bicikl giba konstantnom brzinom u smjeru gibanja. Koje sile pri tome djeluju na bicikl u horizontalnom smjeru?

Rezultat: Analogan odgovor.

Zadatak 156 (Marija, medicinska škola)

Pod utjecajem stalne sile motora od 2000 N automobil se pokrene iz mirovanja i po horizontalnoj ravnoj cesti u prvih 5 s prijeđe put 25 m. Zanimarite trenje. Kolika je masa automobila?

Rješenje 156

$F = 2000 \text{ N}$, $t = 5 \text{ s}$, $s = 25 \text{ m}$, $m = ?$

Za jednoliko ubrzano gibanje duž puta s vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je a akceleracija, t vrijeme.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Masa automobila iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = \frac{F}{a} \\ a = \frac{2 \cdot s}{t^2} \end{array} \right\} \Rightarrow m = \frac{F}{\frac{2 \cdot s}{t^2}} \Rightarrow m = \frac{F \cdot t^2}{2 \cdot s} = \frac{2000 \text{ N} \cdot (5 \text{ s})^2}{2 \cdot 25 \text{ m}} = 1000 \text{ kg} = 1 \text{ t}.$$

Vježba 156

Pod utjecajem stalne sile motora od 2000 N automobil se pokrene iz mirovanja i po horizontalnoj ravnoj cesti u prvih 5 s prijeđe put 50 m. Zanimarite trenje. Kolika je masa automobila?

Rezultat: 500 kg.

Zadatak 157 (Max, gimnazija)

Lopta je bačena uvis brzinom 15 m/s sa vrha zgrade visoke 20 m. Kolikom brzinom lopta udari u zemlju? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 157

$$v_0 = 15 \text{ m/s}, \quad h = 20 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Vertikalni hitac uvis sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato su mu brzina v i put s u času kad je prošlo vrijeme t dani ovim izrazima:

$$v = v_0 - g \cdot t, \quad s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Najviši domet H što ga tijelo može postići pri vertikalnom hucu jest put (visina) u času kad je $v = 0$. Onda je:

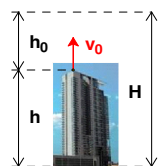
$$H = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}.$$

Za slobodni pad tijelo treba isto toliko vremena koliko je trebalo da dostigne najvišu točku. Hitac prema dolje je gibanje sastavljeno od jednolikoga gibanja vertikalno prema dolje brzinom v_0 i slobodnog pada. Brzina u trenutku t dana je izrazom:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h.$$

1. inačica

Najprije izračunamo maksimalnu visinu H lopte:



$$\left. \begin{array}{l} H = h + h_0 \\ h_0 = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \end{array} \right\} \Rightarrow H = h + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \Rightarrow H = \frac{2 \cdot g \cdot h + v_0^2}{2 \cdot g} \Rightarrow H = \frac{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h}{2 \cdot g}.$$



Sada nađemo brzinu v lopte koja slobodno pada sa visine H :

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot H \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot \frac{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h}{2 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{\left(15 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m}} = 24.85 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2. inačica

Za slobodni pad treba isto toliko vremena koliko i za dostizanje najviše točke. Svakom točkom staze tijelo prolazi dva puta: kad se uspinje, brzina je $+v$, a kad pada, brzina je $-v$. Zato je brzina kojom tijelo udari u zemlju (hitac prema dolje) jednaka:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{\left(15 \frac{m}{s}\right)^2 + 2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 20 m} = 24.85 \frac{m}{s}.$$

Vježba 157

Lopta je bačena uvis brzinom 30 m/s sa vrha zgrade visoke 80 m. Kolikom brzinom lopta udari u zemlju? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 49.70 m/s.

Zadatak 158 (Martina, srednja škola)

Predmet mase 0.5 kg zbog trenja jednoliko klizi niz kosinu s kutom nagiba 30° . Kolikom silom treba djelovati na tijelo u smjeru gibanja da bi se jednoliko uspinjalo istom brzinom? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

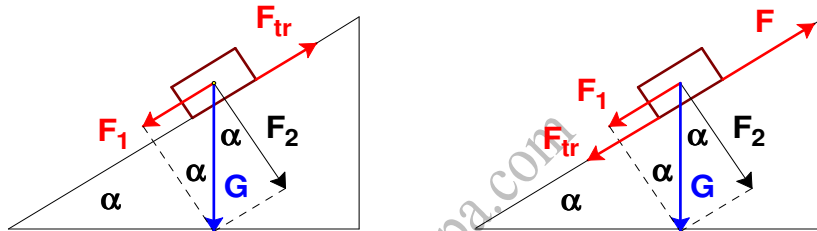
Rješenje 158

$$m = 0.5 \text{ kg}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Prvi Newtonov poučak:

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja.



Sa slike

vidi se:

$$\sin \alpha = \frac{F_1}{G} \Rightarrow F_1 = G \cdot \sin \alpha \Rightarrow F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha.$$

Budući da zbog trenja predmet jednoliko klizi niz kosinu, mora sila F_1 (komponenta težine u smjeru kosine) po iznosu biti jednaka sili trenja F_{tr} :

$$F_1 = F_{tr}.$$

Vučna sila F , kojom treba djelovati na tijelo da bi se jednoliko uspinjalo istom brzinom, jednaka je zbroju sile F_1 i sile trenja F_{tr} :

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = F_{tr} \\ F = F_1 + F_{tr} \end{array} \right\} \Rightarrow F = 2 \cdot F_1 \Rightarrow F = 2 \cdot m \cdot g \cdot \sin \alpha = 2 \cdot 0.5 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \sin 30^\circ = 4.91 \text{ N}.$$

Vježba 158

Predmet mase 1 kg zbog trenja jednoliko klizi niz kosinu s kutom nagiba 30° . Kolikom silom treba djelovati na tijelo u smjeru gibanja da bi se jednoliko uspinjalo istom brzinom? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 9.81 N.

Zadatak 159 (Ela, maturantica)

Tenisač pri servisu udara lopticu mase 60 g srednjom silom 40 N u vremenskom intervalu od 0.05 s. Kolika je brzina lopte pri servisu tog tenisača?

Rješenje 159

$$m = 60 \text{ g} = 0.06 \text{ kg}, \quad F = 40 \text{ N}, \quad t = 0.05 \text{ s}, \quad v = ?$$

Za jednoliko ubrzano gibanje duž puta s vrijedi izraz

$$v = a \cdot t,$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenula iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za

vrijeme t .

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Impuls sile i količina gibanja

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala.

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} v = a \cdot t \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{v}{t} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow F = m \cdot \frac{v}{t} \quad | \cdot \frac{t}{m} \Rightarrow v = \frac{F \cdot t}{m} = \frac{40 \text{ N} \cdot 0.05 \text{ s}}{0.06 \text{ kg}} = 33.33 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [33.33 \cdot 3.6] = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

2. inačica

$$F \cdot t = m \cdot v \Rightarrow v = \frac{F \cdot t}{m} = \frac{40 \text{ N} \cdot 0.05 \text{ s}}{0.06 \text{ kg}} = 33.33 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [33.33 \cdot 3.6] = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Vježba 159

Tenisač pri servisu udara lopticu mase 120 g srednjom silom 80 N u vremenskom intervalu od 0.05 s. Kolika je brzina lopte pri servisu tog tenisača?

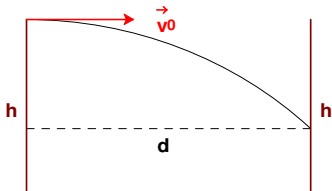
Rezultat: 120 km/h.

Zadatak 160 (Ivan, srednja škola)

Horizontalno bačena lopta udara u zid na udaljenosti 5 m. Mjesto u kojem udara u zid je 1 m niže od mjesta s kojeg je bačena. Kojom je brzinom lopta bačena? Zanemari otpor zraka. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 160

$$d = 5 \text{ m}, \quad h = 1 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = ?$$



Tijelo se složeno giba kad istodobno obavlja dva ili više gibanja. Pri takvom gibanju vrijedi načelo neovisnosti gibanja koje glasi: Kad tijelo istodobno obavlja dva gibanja, giba se tako da se u svakom trenutku nalazi u točki do koje bi stiglo kad bi obavilo samo jedno gibanje u određenom vremenskom razmaku, a neovisno o tom gibanju istodobno i drugo gibanje u istome vremenskom razmaku.

Za slobodan pad vrijedi izraz

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada.

Horizontalni hitac je gibanje što se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom v_0 i slobodnog pada.

Prema načelu neovisnosti gibanja vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} d = v_0 \cdot t \\ h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_0 = \frac{d}{t} \\ t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \end{array} \right\} \Rightarrow v_0 = \frac{d}{\sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}} \Rightarrow v_0 = d \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot h}} = 5 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot 1 \text{ m}}} = 11.07 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 160

Horizontalno bačena lopta udara u zid na udaljenosti 10 m. Mjesto u kojem udara u zid je 1 m niže od mjesta s kojeg je bačena. Kojom je brzinom lopta bačena? Zanemari otpor zraka. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 22.15 m/s.

www.halapa.com