

Zadatak 341 (Teuta, medicinska škola)

Na Mjesecu nema atmosfere. Što bi se dogodilo s balonom napunjenim helijem, kad bismo taj balon ispustili iz ruku blizu površine Mjeseca?

- A. Odletio bi vertikalno uvis.
- B. Odletio bi horizontalno.
- C. Lebdio bi na mjestu gdje bismo ga ispustili.
- D. Pao bi na površinu Mjeseca.

Rješenje 341

Budući da tlak u fluidu ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u fluid djeluje fluid odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_f \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_f gustoća fluida, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u fluid postaje lakše za iznos težine fluida koji je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu. Budući da na Mjesecu nema atmosfere, nema ni uzgona pa tijelo pada na površinu Mjeseca. Odgovor je pod D.

Vježba 341

Na Mjesecu nema atmosfere. Što bi se dogodilo s balonom napunjenim helijem, kad bismo taj balon ispustili iz ruku blizu površine Mjeseca?

- A. Odletio bi vertikalno uvis.
- B. Odletio bi horizontalno.
- C. Lebdio bi na mjestu gdje bismo ga ispustili.
- D. Pao bi na površinu Mjeseca.

Rezultat: D.

Zadatak 342 (Teuta, medicinska škola)

Dječak se zatrči na klizalište i počne klizati brzinom 5.2 m/s. Koliki je faktor trenja između dječakovih cipela i leda, ako se dječak zaustavi nakon 4.7 s? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 342

$$v = 5.2 \text{ m/s}, \quad t = 4.7 \text{ s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad \mu = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

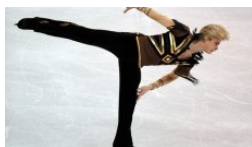
gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Ako se tijelo nalazi na vodoravnoj podlozi, tada trenje iznosi

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, m masa tijela, g akceleracija slobodnog pada (ubrzanje sile teže). Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t \Rightarrow a = \frac{v}{t},$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Za jednoliko usporeno gibanje vrijedi isti izraz.



$$\left. \begin{array}{l} F = F_{tr} \\ a = \frac{v}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \\ a = \frac{v}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot \frac{v}{t} = \mu \cdot m \cdot g \quad / \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow \mu = \frac{v}{g \cdot t} =$$

$$= \frac{5.2 \frac{m}{s}}{10 \frac{m}{s^2} \cdot 4.7 s} = 0.11.$$

Vježba 342

Dječak se zatrči na klizalište i počne klizati brzinom 10.4 m/s. Koliki je faktor trenja između dječakovih cipela i leda, ako se dječak zaustavi nakon 9.4 s?

Rezultat: 0.11.

Zadatak 343 (Smata, gimnazija)

Kamen ispušten s neke visine prolazi pored prozora visokog 2.1 m u vremenskom intervalu od 0.3 s. Koliko je dugo kamen padao do donjeg dijela prozora od kada je ispušten? S koje visine računajući od gornjeg dijela prozora je kamen ispušten? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 343

$$\Delta h = 2.1 \text{ m}, \quad \Delta t = 0.3 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = ?, \quad h_1 = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

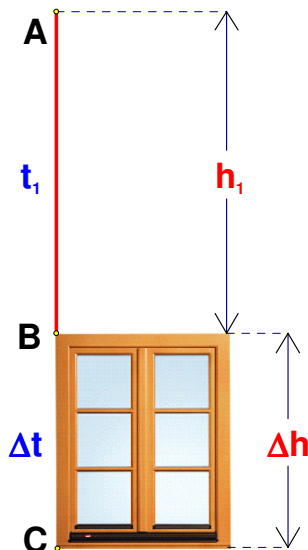
$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s},$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$v = g \cdot t, \quad h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

gdje su v brzina pada, h visina pada, g ubrzanje sile teže.



1. inačica

Visina s koje je kamen počeo padati do donjeg dijela prozora je $|AC| = h_1 + \Delta h$. Budući da se brzina slobodnog pada može izraziti na dva načina, za slučaj puta $|AC|$ vrijedi:

$$\left. \begin{aligned} v &= g \cdot (t_1 + \Delta t) \\ v &= \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 + \Delta h)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow g \cdot (t_1 + \Delta t) = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 + \Delta h)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g \cdot (t_1 + \Delta t) = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 + \Delta h)} \quad / \cdot 2 \Rightarrow g^2 \cdot (t_1 + \Delta t)^2 = 2 \cdot g \cdot (h_1 + \Delta h) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g^2 \cdot (t_1 + \Delta t)^2 = 2 \cdot g \cdot (h_1 + \Delta h) \quad / : g \Rightarrow g \cdot (t_1 + \Delta t)^2 = 2 \cdot (h_1 + \Delta h) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g \cdot (t_1^2 + 2 \cdot t_1 \cdot \Delta t + (\Delta t)^2) = 2 \cdot h_1 + 2 \cdot \Delta h \Rightarrow g \cdot t_1^2 + 2 \cdot g \cdot t_1 \cdot \Delta t + g \cdot (\Delta t)^2 = 2 \cdot h_1 + 2 \cdot \Delta h.$$

Visina h_1 je prevaljena za vrijeme t_1 pa je:

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot h_1 = g \cdot t_1^2.$$

Dalje slijedi:

$$\left. \begin{aligned} g \cdot t_1^2 + 2 \cdot g \cdot t_1 \cdot \Delta t + g \cdot (\Delta t)^2 &= 2 \cdot h_1 + 2 \cdot \Delta h \\ 2 \cdot h_1 &= g \cdot t_1^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot h_1 + 2 \cdot g \cdot t_1 \cdot \Delta t + g \cdot (\Delta t)^2 = 2 \cdot h_1 + 2 \cdot \Delta h \Rightarrow 2 \cdot h_1 + 2 \cdot g \cdot t_1 \cdot \Delta t + g \cdot (\Delta t)^2 = 2 \cdot h_1 + 2 \cdot \Delta h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot g \cdot t_1 \cdot \Delta t + g \cdot (\Delta t)^2 = 2 \cdot \Delta h \Rightarrow 2 \cdot g \cdot t_1 \cdot \Delta t = 2 \cdot \Delta h - g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot g \cdot t_1 \cdot \Delta t = 2 \cdot \Delta h - g \cdot (\Delta t)^2 \quad / \cdot \frac{1}{2 \cdot g \cdot \Delta t} \Rightarrow t_1 = \frac{2 \cdot \Delta h - g \cdot (\Delta t)^2}{2 \cdot g \cdot \Delta t} =$$

$$= \frac{2 \cdot 2.1 \text{ m} - 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0.3 \text{ s})^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.3 \text{ s}} = 0.56 \text{ s}.$$

Vrijeme t za koje je kamen padao do donjeg dijela prozora je

$$t = t_1 + \Delta t = 0.56 \text{ s} + 0.3 \text{ s} = 0.86 \text{ s}.$$

Visina h_1 s koje je kamen, računajući od gornjeg dijela prozora, ispušten iznosi:

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0.56 \text{ s})^2 = 1.54 \text{ m}.$$

2. inačica

Promatramo dio puta $|BC| = \Delta h$ koji je kamen prevalio za vrijeme Δt . U točki B kamen ima neku brzinu v_0 koju možemo izračunati iz izraza:

$$\Delta h = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 = \Delta h \Rightarrow v_0 \cdot \Delta t = \Delta h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 \cdot \Delta t = \Delta h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \quad / \cdot \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow v_0 = \frac{\Delta h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2}{\Delta t} =$$

$$= \frac{2.1 \frac{m}{s} - \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (0.3 \text{ s})^2}{0.3 \text{ s}} = 5.53 \frac{m}{s}.$$

Iz poznate brzine kamena v_0 u točki B izračunamo put $|AB| = h_1$ prema relaciji

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \Rightarrow v_0^2 = 2 \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(5.53 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}} = 1.56 \text{ m}.$$

Vrijeme t_1 za koje je kamen pao do gornjeg dijela prozora iznosi:

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \cdot \frac{2}{g} \Rightarrow t_1^2 = \frac{2 \cdot h_1}{g} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.56 \text{ m}}{9.81 \frac{m}{s^2}}} = 0.56 \text{ s}.$$

Vrijeme t za koje je kamen pao do donjeg dijela prozora je

$$t = t_1 + \Delta t = 0.56 \text{ s} + 0.3 \text{ s} = 0.86 \text{ s}.$$

Vježba 343

Kamen ispušten s neke visine prolazi pored prozora visokog 210 cm u vremenskom intervalu od 0.3 s. Koliko je dugo kamen pao do donjeg dijela prozora od kada je ispušten? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.86 s.

Zadatak 344 (Antonela, građevinska tehnička škola)

Koliko silu treba uporabiti da se tijelu teškom 3000 N za 10 s smanji brzina od 8 m/s na 2 m/s? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 344

$$G = 3000 \text{ N}, \quad t = 10 \text{ s}, \quad v_1 = 8 \text{ m/s}, \quad v_2 = 2 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Srednja akceleracija je omjer razlike brzina Δv u nekom vremenskom intervalu Δt i toga vremenskog intervala:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad \bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Trenutna akceleracija a je omjer promjene brzine Δv u neizmjerljivo malom vremenskom intervalu (trenutku) Δt i toga trenutka. Kada razmatramo slučajeve gibanja pri kojima se vrijednost akceleracije neće mijenjati, onda je:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Kada se tijelo giba pravocrtno, vrijedi:

- akceleracija pozitivna, $a > 0 \Rightarrow$ tijelo ubrzava
- akceleracija negativna, $a < 0 \Rightarrow$ tijelo usporava

Iz težine tijela G dobije se njegova masa m :

$$G = m \cdot g \Rightarrow G = m \cdot g \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow m = \frac{G}{g}.$$

Za akceleraciju a tijela vrijedi:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}.$$

Zato je iznos tražene sile F jednak

$$\left. \begin{array}{l} m = \frac{G}{g}, \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow F = \frac{G}{g} \cdot \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{3000 \text{ N}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot \frac{2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \text{ s}} = -180 \text{ N}.$$

Sila ima negativan predznak jer djeluje u suprotnom smjeru od gibanja tijela, ona tijelo usporava.

Vježba 344

Koliku silu treba uporabiti da se tijelu teškom 3000 N za 10 s smanji brzina od 9 m/s na 3 m/s? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: -180 N .

Zadatak 345 (Antonela, građevinska tehnička škola)

Kolika je akceleracija automobila koji se giba jednoliko ubrzano na putu dugom 100 m i pritom mu se poveća brzina od 36 km/h na 54 km/h? Kolika je sila djelovala na automobil mase 1200 kg?

Rješenje 345

$$s = 100 \text{ m}, \quad v_1 = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \quad v_2 = 54 \text{ km/h} = [54 : 3.6] = 15 \text{ m/s}, \\ m = 1200 \text{ kg}, \quad a = ?, \quad F = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za brzinu:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s.$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Akceleracija automobila iznosi:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow v_1^2 + 2 \cdot a \cdot s = v_2^2 \Rightarrow 2 \cdot a \cdot s = v_2^2 - v_1^2 \Rightarrow 2 \cdot a \cdot s = v_2^2 - v_1^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot s} = \frac{\left(15 \frac{m}{s}\right)^2 - \left(10 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 100 m} = 0.625 \frac{m}{s^2}.$$

Sila F koja je djelovala na automobil mase m ima vrijednost:

$$F = m \cdot a = 1200 \text{ kg} \cdot 0.625 \frac{m}{s^2} = 750 \text{ N}.$$



Vježba 345

Kolika je akceleracija automobila koji se giba jednoliko ubrzano na putu dugom 50 m i pritom mu se poveća brzina od 36 km/h na 54 km/h?

Rezultat: 1.25 m/s².

Zadatak 346 (Antonela, građevinska tehnička škola)

Dvije sile 50 N i 70 N međusobno su okomite i istodobno djeluju na tijelo mase 900 g. Nađi:

- rezultantu računski
- akceleraciju gibanja
- postignutu brzinu nakon 10 sekundi gibanja.

Rješenje 346

$$F_1 = 50 \text{ N}, \quad F_2 = 70 \text{ N}, \quad \alpha = 90^\circ, \quad m = 900 \text{ g} = 0.9 \text{ kg}, \quad t = 10 \text{ s}, \quad F = ?, \quad a = ?,$$

$$v = ?$$

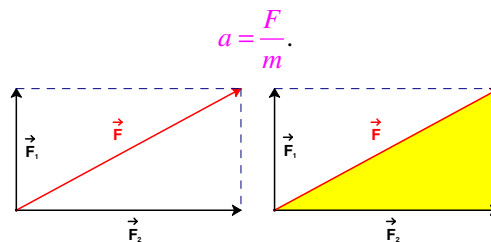
Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t,$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Pitagorin poučak: Trokut je pravokutan ako i samo ako je kvadrat duljine hipotenuze jednak zbroju kvadrata duljina kateta.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.



a)

Rezultantna sila F dobije se po pravilu paralelograma sile. Budući da sile F_1 i F_2 imaju isti početak, konstruirat ćemo pravokutnik (općenito paralelogram) čije stranice čine te sile. Zbroj ili rezultanta F bit će dijagonala pravokutnika koja ima isti početak kao i zadane sile F_1 i F_2 .

Uočimo pravokutan trokut čije su katete F_1 i F_2 , a F je hipotenuza. Iznos rezultantne sile F izračunamo po Pitagorinu poučku.

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow F^2 = F_1^2 + F_2^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{(50 \text{ N})^2 + (70 \text{ N})^2} = 86 \text{ N}.$$

b)

Akceleracija gibanja je

$$a = \frac{F}{m} = \frac{86 \text{ N}}{0.9 \text{ kg}} = 95.56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

c)

Postignuta brzina v nakon 10 s iznosi

$$v = a \cdot t = 95.56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ s} = 955.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 346

Dvije sile 30 N i 40 N međusobno su okomite. Nadi rezultantu računski.

Rezultat: 50 N.

Zadatak 347 (Marija, gimnazija)

Uteg težine 290 N i drugi težine 200 N, obješeni su uz pomoć tankog užeta preko koloture. Kolika je akceleracija svakog od njih? (Trenje zanemarite, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

A. $1.4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ B. $1.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ C. $1.6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ D. $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ E. $1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Rješenje 347

$$G_1 = 290 \text{ N}, \quad G_2 = 200 \text{ N}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad a = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

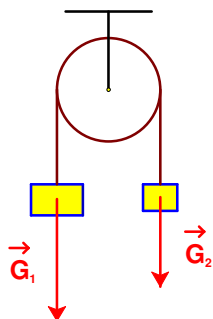
gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Sila F koja uzrokuje gibanje utega na koloturi jednaka je razlici djelovanja sile teže na tijelo mase m_1 i tijelo mase m_2 , tj.

$$F = G_1 - G_2.$$



Budući da sila F pokreće oba utega, to je masa jednaka:

$$m = m_1 + m_2 \Rightarrow m = \frac{G_1}{g} + \frac{G_2}{g} \Rightarrow m = \frac{G_1 + G_2}{g}.$$

Akceleraciju ćemo naći iz osnovnog zakona gibanja:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{G_1 - G_2}{\frac{G_1 + G_2}{g}} \Rightarrow a = \frac{G_1 - G_2}{\frac{G_1 + G_2}{g}} \Rightarrow a = g \cdot \frac{G_1 - G_2}{G_1 + G_2} = 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{290 N - 200 N}{290 N + 200 N} = 1.8 \frac{m}{s^2}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 347

Uteg težine 580 N i drugi težine 400 N, obješeni su uz pomoć tankog užeta preko koloture. Kolika je akceleracija svakog od njih? (Trenje zanemarite, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

A. $1.4 \frac{m}{s^2}$ B. $1.8 \frac{m}{s^2}$ C. $1.6 \frac{m}{s^2}$ D. $2 \frac{m}{s^2}$ E. $1.2 \frac{m}{s^2}$

Rezultat: B.

Zadatak 348 (Mario, tehnička škola)

Kolika sila može ubrzati zrakoplov mase 14 tona na pisti dugoj 80 m iz mirovanja do brzine 55 m/s?

Rješenje 348

$$m = 14 \text{ t} = 14\,000 \text{ kg}, \quad s = 80 \text{ m}, \quad v = 55 \text{ m/s}, \quad F = ?$$

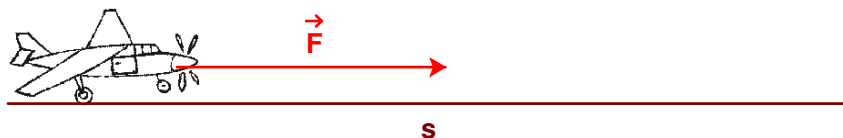
Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$



Sila F koja ubrzava zrakoplov iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ v^2 = 2 \cdot a \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ a = \frac{v^2}{2 \cdot s} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow F = m \cdot \frac{v^2}{2 \cdot s} = 14\,000 \text{ kg} \cdot \frac{\left(55 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 80 \text{ m}} = 264\,687.50 \text{ N}.$$

Vježba 348

Kolika sila može ubrzati zrakoplov mase 7 tona na pisti dugoj 40 m iz mirovanja do brzine 55 m/s?

Rezultat: 264687.50 N.

Zadatak 349 (Mario, tehnička škola)

Koliko metara prije semafora vozač mora početi kočiti pri brzini 18 km/h ako je za zaustavljanje potrebno 5 s? Gibanje je jednoliko usporeno.

Rješenje 349

$$v = 18 \text{ km/h} = [18 : 3.6] = 5 \text{ m/s}, \quad t = 5 \text{ s}, \quad s = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Za jednoliko usporeno gibanje vrijede isti izrazi.

Put s koji vozač prevali za vrijeme kočenja iznosi:

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} v = a \cdot t \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{v}{t} \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{v}{t} \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{v}{t} \cdot t^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} = 12.5 \text{ m}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} v = a \cdot t \\ v^2 = 2 \cdot a \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{v}{t} \\ s = \frac{v^2}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot \frac{v}{t}} \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot \frac{v}{t}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot \frac{v}{t}} \Rightarrow s = \frac{v}{2 \cdot \frac{1}{t}} \Rightarrow s = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s}}{2} = 12.5 \text{ m}.$$



Vježba 349

Koliko metara prije semafora vozač mora početi kočiti pri brzini 9 km/h ako je za zaustavljanje potrebno 10 s? Gibanje je jednoliko usporeno! Izračunaj silu kočenja za vozilo mase 1 tonu.





Rezultat: 12.5 m.

Zadatak 350 (Mira, srednja škola)

Ante, mase 25 kg, i njegova sestra Ana, mase 35 kg, miruju na vodoravnoj površini leda, okrenuti licem jedno prema drugome. U nekome trenutku se odgurnu jedno od drugog. Antina količina gibanja, odmah nakon toga je prikazana sljedećim vektorom:



Anina količina gibanja, odmah nakon odguravanja najbolje je prikazana vektorom:

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

Rješenje 350

Treći Newtonov poučak:

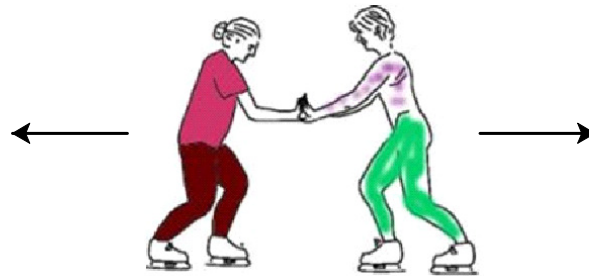
Ako neko tijelo mase m_1 djeluje na drugo tijelo mase m_2 nekom silom F_{21} , onda drugo tijelo djeluje na prvo silom F_{12} koja je jednaka sili F_{21} , ali je suprotnog smjera.

$$F_{12} = F_{21} \quad \text{ili vektorski} \quad \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Iz toga zakona proizlazi drugi, tj. zakon održanja količine gibanja, a taj glasi:

$$m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' = 0$$

ako su početne brzine obaju tijela bile jednake nuli. Brzine v_1' i v_2' brzine su tijela masa m_1 odnosno m_2 nakon njihova međusobnog djelovanja.



Za vrijeme dok Ante i Ana miruju, bit će vektorski zbroj njihovih količina gibanja jednak nuli jer cijeli sustav miruje. Pri odguravanju količine gibanja međusobno su jednake po veličini, a suprotnog su smjera jer po trećem Newtonovom poučku moraju na njih djelovati jednake, a suprotne sile. Bit će dakle

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0 \Rightarrow m_1 \cdot v_1 = -m_2 \cdot v_2.$$





Odgovor je pod D.

Vježba 350

Ante, mase 55 kg, i njegova sestra Ana, mase 48 kg, miruju na vodoravnoj površini leda, okrenuti licem jedno prema drugome. U nekome trenutku se odgurnu jedno od drugog. Antina količina gibanja, odmah nakon toga je prikazana sljedećim vektorom:



Anina količina gibanja, odmah nakon odguravanja najbolje je prikazana vektorom:

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

Rezultat: D.

Zadatak 351 (Patricia, studentica)

O strop mirnog vozila obješen je visak. Kada se vozilo pokrene po horizontalnoj podlozi, giba se ubrzanjem koje iznosi 20% od g (normalnog ubrzanja kod slobodnog pada). Koliki kut zatvara nit viska s prvotnim položajem i u kojem smjeru dolazi do otklona?

Rješenje 351

$$a = 20\% \cdot g = \frac{20}{100} \cdot g = 0.20 \cdot g, \quad \alpha = ?$$

Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

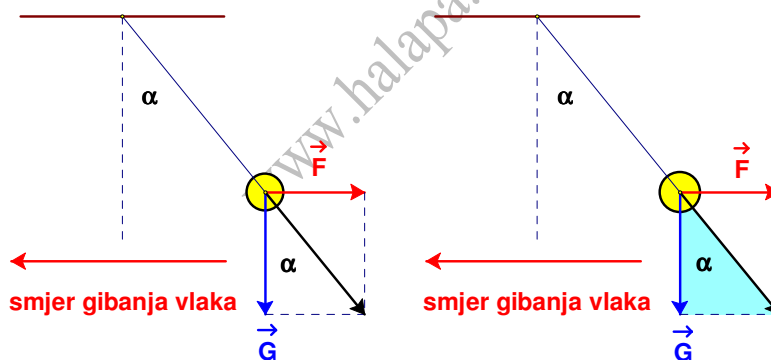
Osnovni zakoni mehanike vrijede s obzirom na koordinatni sustav koji miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Ti zakoni ne vrijede ako tijelo promatramo s obzirom na koordinatni sustav koji se giba jednoliko ubrzano ili usporeno. Tijelo na koje ne djeluje nikakva sila neće mirovati s obzirom na takav sustav. Tijelo mase m koje postavimo u takav sustav koji ima stalnu akceleraciju a , neće mirovati s obzirom na sustav, nego će imati akceleraciju $-a$. U sustavu će nam se činiti da na tijelo djeluje sila $F = -m \cdot a$. Takvu silu zovemo inercijalnom silom.

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,

$$G = m \cdot g.$$

Tangens šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz taj kut.

Budući da se mirno vozilo pokrenulo po horizontalnoj podlozi i giba se jednoliko ubrzano, javlja se inercijalna sila u smjeru suprotnom od smjera gibanja. Sa slika vidi se:



$$G = m \cdot g \text{ težina viska}, \quad F = m \cdot a \text{ inercijalna sila}$$

Uočimo pravokutan trokut čije su katete F i G . Iz priloženih slika vidi se:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{F}{G} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{0.20 \cdot g}{g} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{0.20 \cdot g}{g} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 0.20 \Rightarrow \alpha = \operatorname{tg}^{-1} 0.20 \Rightarrow \alpha = 11^{\circ} 18' 36''. \end{aligned}$$

Vježba 351

O strop mirnog vozila obješen je visak. Kada se vozilo pokrene po horizontalnoj podlozi, giba se ubrzanjem koje iznosi $1/5$ od g (normalnog ubrzanja kod slobodnog pada). Koliki kut zatvara nit viska s prvotnim položajem i u kojem smjeru dolazi do otklona?

Rezultat: $11^{\circ} 18' 36''$.

Zadatak 352 (Jelena, srednja škola)

Vagon vlaka usporava se jednoliko te za 3 sekunde smanji brzinu 18 km/h na 6 km/h. Za koliko će se pritom iz vertikalnog položaja otkloniti kuglica koja sa stropa vagona visi na niti? (ubrzanje kod slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 352

$$t = 3 \text{ s}, \quad v_1 = 18 \text{ km/h} = [18 : 3.6] = 5 \text{ m/s}, \quad v_2 = 6 \text{ km/h} = [6 : 3.6] = 1.67 \text{ m/s}, \quad \alpha = ?$$

Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

Osnovni zakoni mehanike vrijede s obzirom na koordinatni sustav koji miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Ti zakoni ne vrijede ako tijelo promatramo s obzirom na koordinatni sustav koji se giba jednoliko ubrzano ili usporeno. Tijelo na koje ne djeluje nikakva sila neće mirovati s obzirom na takav sustav. Tijelo mase m koje postavimo u takav sustav koji ima stalnu akceleraciju a , neće mirovati s obzirom na sustav, nego će imati akceleraciju $-a$. U sustavu će nam se činiti da na tijelo djeluje sila $F = -m \cdot a$. Takvu silu zovemo inercijalnom silom.

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,

$$G = m \cdot g.$$

Akceleracija je vektorska veličina (ima iznos i smjer). Akceleracija opisuje promjenu brzine u jedinici vremena (u 1 sekundi). Srednja akceleracija definira se:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t},$$

gdje su v_1 početna brzina gibanja, v_2 konačna brzina gibanja.

Jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje jest gibanje stalnim ubrzanjem (akceleracijom).

Kada se tijelo giba pravocrtno, vrijedi:

- akceleracija pozitivna, $a \geq 0 \Rightarrow$ tijelo ubrzava
- akceleracija negativna, $a < 0 \Rightarrow$ tijelo usporava

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

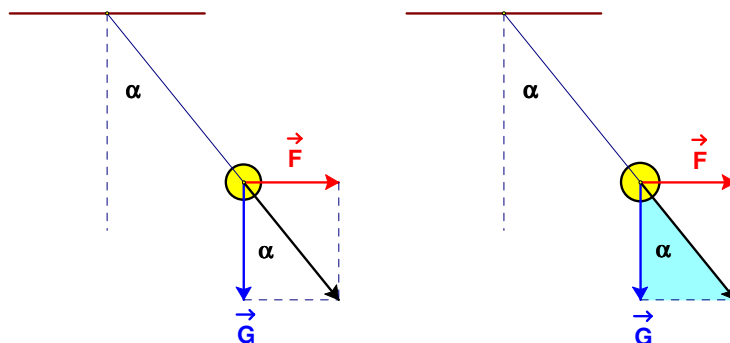
$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Tangens šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz taj kut.

Budući da se vlak usporava inercijalna sila iznosi (gledamo samo njezin iznos, a ne i predznak):

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ a = \frac{v_2 - v_1}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow F = m \cdot \frac{|v_2 - v_1|}{t}.$$

Sa slika vidi se:



$$G = m \cdot g \text{ težina kuglice}, \quad F = m \cdot a \text{ inercijalna sila}$$

Uočimo pravokutan trokut čije su katete F i G . Iz priloženih slika vidi se:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} \alpha &= \frac{F}{G} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{m \cdot \frac{|v_2 - v_1|}{t}}{m \cdot g} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{m \cdot \frac{|v_2 - v_1|}{t}}{m \cdot g} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{|v_2 - v_1|}{g \cdot t} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{|v_2 - v_1|}{g \cdot t} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{\left| 1.67 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right|}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ s}} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{\left| -3.33 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right|}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ s}} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{3.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ s}} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \alpha = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{3.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ s}} \right) \Rightarrow \alpha = 6^\circ 27' 20".
 \end{aligned}$$

Vježba 352

Vagon vlaka usporava se jednoliko te za 6 sekundi smanji brzinu 36 km/h na 12 km/h. Za koliko će se pritom iz vertikalnog položaja otkloniti kuglica koja sa stropa vagona visi na niti? (ubrzanje kod slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $6^\circ 27' 20"$.

Zadatak 353 (Hana, srednja škola)

Motor zrakoplova razvija potisak 15 000 N. Koliku snagu razvije pri brzini od 900 km/h?

Rješenje 353

$$F = 15\,000 \text{ N}, \quad v = 900 \text{ km/h} = [900 : 3.6] = 250 \text{ m/s}, \quad P = ?$$

Snaga se može izračunati kao umnožak stalne sile F i trenutne brzine v gibanja tijela.

$$P = F \cdot v.$$

Snaga koju motor razvije iznosi:

$$P = F \cdot v = 15\,000 \text{ N} \cdot 250 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3\,750\,000 \text{ W} = 3\,750 \text{ kW} = 3.75 \cdot 10^6 \text{ W}.$$



Vježba 353

Motor zrakoplova razvija potisak 30 000 N. Koliku snagu razvije pri brzini od 450 km/h?

Rezultat: $3\,750 \text{ kW}$.

Zadatak 354 (Barbara, gimnazija)

Dječak baci jabuku vertikalno uvis početnom brzinom od 30 m/s. Kada će djevojčica koja se nalazi na balkonu visine 25 metara prvi put vidjeti jabuku? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 354

$$v_0 = 30 \text{ m/s}, \quad s = 25 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad t = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac uvis je gibanje složeno od jednolikoga pravocrtnog gibanja prema gore i slobodnog pada prema dolje. Put s u času kad je prošlo vrijeme t dan je izrazom

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je v_0 početna brzina.

$$\begin{aligned}
s &= v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = s \Rightarrow v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = s \text{ / : } 2 \Rightarrow \\
\Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot t - g \cdot t^2 &= 2 \cdot s \Rightarrow -g \cdot t^2 + 2 \cdot v_0 \cdot t - 2 \cdot s = 0 \Rightarrow -g \cdot t^2 + 2 \cdot v_0 \cdot t - 2 \cdot s = 0 \text{ / } \cdot (-1) \Rightarrow \\
\Rightarrow g \cdot t^2 - 2 \cdot v_0 \cdot t + 2 \cdot s &= 0 \Rightarrow 10 \cdot t^2 - 2 \cdot 30 \cdot t + 2 \cdot 25 = 0 \Rightarrow 10 \cdot t^2 - 60 \cdot t + 50 = 0 \Rightarrow \\
\Rightarrow 10 \cdot t^2 - 60 \cdot t + 50 &= 0 \text{ / : } 10 \Rightarrow t^2 - 6 \cdot t + 5 = 0.
\end{aligned}$$

1. inačica

Riješimo kvadratnu jednadžbu.

$$\begin{aligned}
t^2 - 6 \cdot t + 5 = 0 &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} t^2 - 6 \cdot t + 5 = 0 \\ a = 1, b = -6, c = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1, b = -6, c = 5 \\ t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow \\
\Rightarrow t_{1,2} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} &\Rightarrow t_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} \Rightarrow \\
\Rightarrow t_{1,2} = \frac{6 \pm 4}{2} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = \frac{6+4}{2} \\ t_2 = \frac{6-4}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = \frac{10}{2} \\ t_2 = \frac{2}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = 5 \\ t_2 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{uvjet} \\ \text{zadatka} \end{array} \right] \Rightarrow t = 1 \text{ s.}
\end{aligned}$$

Djevojčica će jabuku prvi puta vidjeti nakon 1 sekunde.

2. inačica

Rastavimo kvadratnu jednadžbu na faktore metodom grupiranja.

$$\begin{aligned}
t^2 - 6 \cdot t + 5 = 0 &\Rightarrow t^2 - 5 \cdot t - t + 5 = 0 \Rightarrow t \cdot (t-5) - (t-5) = 0 \Rightarrow (t-5) \cdot (t-1) = 0 \Rightarrow \\
&\Rightarrow \left. \begin{array}{l} t-5 = 0 \\ t-1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = 5 \\ t_2 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{uvjet} \\ \text{zadatka} \end{array} \right] \Rightarrow t = 1 \text{ s.}
\end{aligned}$$

Djevojčica će jabuku prvi puta vidjeti nakon 1 sekunde.

Vježba 354

Dječak baci jabuku vertikalno uvis početnom brzinom od 30 m/s. Kada će djevojčica koja se nalazi na balkonu visine 25 metara drugi put vidjeti jabuku? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 5 s.

Zadatak 355 (Lily, strukovna škola)

Jedno tijelo slobodno pada sa visine 64 m, a drugo sa visine 25 m. Nađi omjer njihovih brzina?

Rješenje 355

$$h_1 = 64 \text{ m}, \quad h_2 = 25 \text{ m}, \quad \frac{v_1}{v_2} = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s},$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

gdje je h visina pada.

Omjer brzina tijela u trenutku pada iznosi:

$$\begin{aligned} \frac{v_1}{v_2} &= \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_2}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h_1}{2 \cdot g \cdot h_2}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot h_1}{2 \cdot g \cdot h_2}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{64 \text{ m}}{25 \text{ m}}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{8}{5}. \end{aligned}$$

Vježba 355

Jedno tijelo slobodno pada sa visine 81 m, a drugo sa visine 25 m. Nađi omjer njihovih brzina?

Rezultat: $\frac{9}{5}$.

Zadatak 356 (Lily, strukovna škola)

Jedno tijelo slobodno pada sa visine 64 m, a drugo sa visine 25 m. Nađi omjer njihovih vremena padanja?

Rješenje 356

$$h_1 = 64 \text{ m}, \quad h_2 = 25 \text{ m}, \quad \frac{t_1}{t_2} = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}},$$

gdje je s put za tijelo počto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}},$$

gdje je h visina pada.

Omjer vremena u trenutku pada tijela iznosi:

$$\begin{aligned} \frac{t_1}{t_2} &= \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}}}{\sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{\frac{2 \cdot h_1}{g}}{\frac{2 \cdot h_2}{g}}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{2 \cdot h_2} \cdot \frac{g}{g}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{64 \text{ m}}{25 \text{ m}}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{8}{5}. \end{aligned}$$

Vježba 356

Jedno tijelo slobodno pada sa visine 81 m, a drugo sa visine 25 m. Nađi omjer njihovih vremena pada?

Rezultat: $\frac{9}{5}$.

Zadatak 357 (Lily, strukovna škola)

Za koliko je potrebno smanjiti visinu slobodnog pada da bi se vrijeme padanja smanjilo na polovicu?

Rješenje 357

$$h_1, \quad h_2, \quad t_2 = \frac{1}{2} \cdot t_1, \quad \Delta h = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0$ m/s i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81$ m/s². Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je h visina pada.

Neka je h_1 visina slobodnog pada, a h_2 visina slobodnog pada kada se vrijeme padanja smanjilo na polovicu. Računamo omjer tih visina:

$$\begin{aligned} \frac{h_2}{h_1} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2}{\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2}{\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{t_2^2}{t_1^2} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 \Rightarrow \left[t_2 = \frac{1}{2} \cdot t_1\right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{\frac{1}{2} \cdot t_1}{t_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{\frac{1}{2} \cdot t_1}{t_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{4} \cdot h_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow h_2 = \frac{1}{4} \cdot h_1. \end{aligned}$$

Da bi se vrijeme padanja smanjilo na polovicu visinu je potrebno smanjiti za:

$$\Delta h = h_1 - h_2 \Rightarrow \Delta h = h_1 - \frac{1}{4} \cdot h_1 \Rightarrow \Delta h = \frac{3}{4} \cdot h_1 \Rightarrow \Delta h = 0.75 \cdot h_1 \Rightarrow \Delta h = \frac{75}{100} \cdot h_1 \Rightarrow \Delta h = 75\% \cdot h_1.$$

Vježba 357

Za koliko je potrebno smanjiti visinu slobodnog pada da bi se vrijeme padanja smanjilo za 50%?

Rezultat: $75\% \cdot h_1$.

Zadatak 358 (Željko, strukovna škola)

Dvije kuglice bace se jednakom početnom brzinom iz jedne točke vertikalno uvis, za t sekundi jedna poslije druge. One se sudare u zraku poslije t_1 sekundi nakon izbacivanja prve kuglice. Odredite početnu brzinu kuglica. Otpor zraka zanemarite.

Rješenje 358

$$t, \quad t_1, \quad v_0 = ?$$

Vertikalni hitac sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato mu je put s (ili visina h) u času kad je prošlo vrijeme t dan ovim izrazom:

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Prva kuglica će se nakon vremena t_1 nalaziti na visini h_1 .

$$h_1 = v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2.$$

Budući da je druga kuglica bačena t sekundi poslije prve kuglice, za vrijeme $t_1 - t$ nalazi će se na visini h_2 .

$$h_2 = v_0 \cdot (t_1 - t) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_1 - t)^2.$$

U trenutku sudara je

$$h_1 = h_2$$

pa slijedi:

$$\begin{aligned} h_1 = h_2 &\Rightarrow v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = v_0 \cdot (t_1 - t) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_1 - t)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = v_0 \cdot t_1 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_1^2 - 2 \cdot t_1 \cdot t + t^2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = v_0 \cdot t_1 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 + g \cdot t_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = v_0 \cdot t_1 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 + g \cdot t_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow 0 = -v_0 \cdot t + g \cdot t_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0 \cdot t = g \cdot t_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow v_0 \cdot t = g \cdot t_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad /: t \Rightarrow v_0 = g \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0 = g \cdot \left(t_1 - \frac{1}{2} \cdot t \right). \end{aligned}$$

Vježba 358

Dvije kuglice bace se jednakom početnom brzinom iz jedne točke vertikalno uvis, za 4 sekunde jedna poslije druge. One se sudare u zraku poslije 8 sekundi nakon izbacivanja prve kuglice. Odredite početnu brzinu kuglica. Otpor zraka zanemarite. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 60 m/s.

Zadatak 359 (Željko, strukovna škola)

Pri jednolikom ubrzanom gibanju tijelo prevali tijekom dva uzastopna vremenska intervala $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t = 4 \text{ s}$ putove $s_1 = 24 \text{ m}$ i $s_2 = 64 \text{ m}$. Koliko je ubrzanje i početna brzina tijela?

Rješenje 359

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t = 4 \text{ s}, \quad s_1 = 24 \text{ m}, \quad s_2 = 64 \text{ m}, \quad a = ?, \quad v_0 = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijede formule za brzinu i put:

$$v = v_0 + a \cdot t, \quad s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Tijekom prvog vremenskog intervala Δt tijelo prevali put s_1 , a početna brzina mu je v_0 .

$$s_1 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2.$$

Na kraju tog puta njegova brzina iznosi:

$$v_1 = v_0 + a \cdot \Delta t.$$

Tijekom drugog vremenskog intervala Δt tijelo prevali put s_2 , a početna brzina mu je v_1 .

$$s_2 = v_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow s_2 = (v_0 + a \cdot \Delta t) \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2.$$

Dobili smo sustav jednažbi.

$$\begin{cases} s_1 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \\ s_2 = (v_0 + a \cdot \Delta t) \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2. \end{cases}$$

Oduzimanjem jednažbi izračuna se ubrzanje a.

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} s_1 &= v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \\ s_2 &= (v_0 + a \cdot \Delta t) \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} s_1 &= v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \\ s_2 &= v_0 \cdot \Delta t + a \cdot (\Delta t)^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{oduzmemo} \\ \text{jednažbe} \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow s_2 - s_1 &= v_0 \cdot \Delta t + a \cdot (\Delta t)^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 - \left(v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow s_2 - s_1 &= v_0 \cdot \Delta t + a \cdot (\Delta t)^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 - v_0 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow s_2 - s_1 &= v_0 \cdot \Delta t + a \cdot (\Delta t)^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 - v_0 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow s_2 - s_1 = a \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow s_2 - s_1 &= a \cdot (\Delta t)^2 \quad / \cdot \frac{1}{(\Delta t)^2} \Rightarrow a = \frac{s_2 - s_1}{(\Delta t)^2} = \frac{64 \text{ m} - 24 \text{ m}}{(4 \text{ s})^2} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \end{aligned}$$

Početna brzina tijela v_0 izračuna se, na primjer, iz jednažbe

$$\begin{aligned} s_1 &= v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 = s_1 \Rightarrow v_0 \cdot \Delta t = s_1 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow v_0 \cdot \Delta t &= s_1 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \quad / \cdot \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow v_0 = \frac{s_1}{\Delta t} - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t \Rightarrow \left[a = \frac{s_2 - s_1}{(\Delta t)^2} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow v_0 &= \frac{s_1}{\Delta t} - \frac{1}{2} \cdot \frac{s_2 - s_1}{(\Delta t)^2} \cdot \Delta t \Rightarrow v_0 = \frac{s_1}{\Delta t} - \frac{1}{2} \cdot \frac{s_2 - s_1}{(\Delta t)^2} \cdot \Delta t \Rightarrow v_0 = \frac{s_1}{\Delta t} - \frac{s_2 - s_1}{2 \cdot \Delta t} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_0 &= \frac{2 \cdot s_1 - (s_2 - s_1)}{2 \cdot \Delta t} \Rightarrow v_0 = \frac{2 \cdot s_1 - s_2 + s_1}{2 \cdot \Delta t} \Rightarrow v_0 = \frac{3 \cdot s_1 - s_2}{2 \cdot \Delta t} = \frac{3 \cdot 24 \text{ m} - 64 \text{ m}}{2 \cdot 4 \text{ s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 359

Pri jednolikom ubrzanom gibanju tijelo prevali tijekom dva uzastopna vremenska intervala $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t = 4 \text{ s}$ putove $s_1 = 20 \text{ m}$ i $s_2 = 60 \text{ m}$. Koliko je ubrzanje?

Rezultat: $2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$

Zadatak 360 (Josipa, srednja škola)

Dvije prizme svaka mase 100 g, vezane koncem, klize niz kosinu nagiba 30° . Koeficijent trenja donje prizme i podloge je $\mu_1 = 0.2$, a gornje $\mu_2 = 0.5$. Odredite napetost konca. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 360

$$m = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad \mu_1 = 0.2, \quad \mu_2 = 0.5, \quad g = 9.82 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

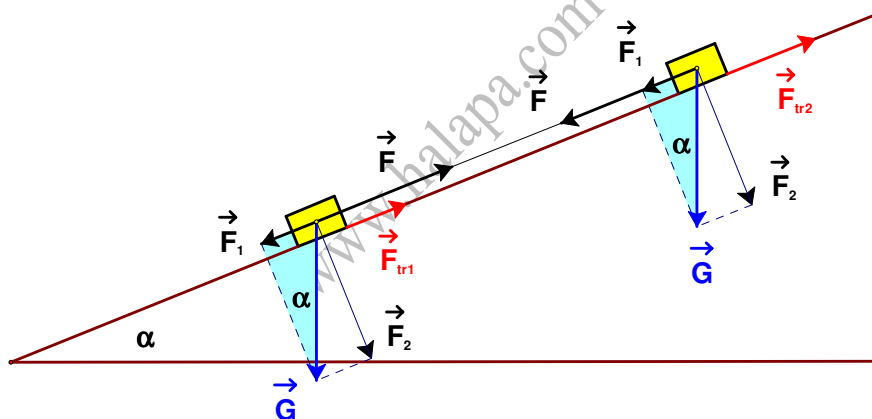
gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba.

Sinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot toga kuta i duljine hipotenuze.

Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$



Na donju prizmu djeluju:

- sila F_1 koja prizmu ubrzava niz kosinu

$$\sin \alpha = \frac{F_1}{G} \Rightarrow F_1 = G \cdot \sin \alpha \Rightarrow F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

- sila trenja F_{tr1} koja ima smjer suprotan smjeru gibanja prizme

$$\left. \begin{array}{l} \cos \alpha = \frac{F_2}{G} \\ F_{tr1} = \mu_1 \cdot F_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F_2 = G \cdot \cos \alpha \\ F_{tr1} = \mu_1 \cdot F_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F_2 = m \cdot g \cdot \cos \alpha \\ F_{tr1} = \mu_1 \cdot F_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow F_{tr1} = \mu_1 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

- napetost konca F koja ima smjer suprotan smjeru gibanja prizme.

Zato na donju prizmu djeluje ukupna (rezultantna) sila F_{1u} :

$$F_{1u} = F_1 - F_{tr1} - F \Rightarrow F_{1u} = m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_1 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha - F.$$

Prema drugom Newtonovom poučku vrijedi:

$$F_{1u} = m \cdot a_1 \Rightarrow m \cdot a_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_1 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha - F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot a_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_1 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha - F \quad /: m \Rightarrow a_1 = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_1 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha - F}{m}.$$

Na gornju prizmu djeluju:

- sila F_1 koja prizmu ubrzava niz kosinu

$$\sin \alpha = \frac{F_1}{G} \Rightarrow F_1 = G \cdot \sin \alpha \Rightarrow F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

- sila trenja F_{tr2} koja ima smjer suprotan smjeru gibanja prizme

$$\left. \begin{array}{l} \cos \alpha = \frac{F_2}{G} \\ F_{tr2} = \mu_2 \cdot F_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F_2 = G \cdot \cos \alpha \\ F_{tr2} = \mu_2 \cdot F_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F_2 = m \cdot g \cdot \cos \alpha \\ F_{tr2} = \mu_2 \cdot F_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow F_{tr2} = \mu_2 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

- napetost konca F koja ima smjer u smjeru gibanja prizme.

Zato na gornju prizmu djeluje ukupna (rezultantna) sila F_{2u} :

$$F_{2u} = F_1 - F_{tr2} + F \Rightarrow F_{2u} = m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_2 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha + F.$$

Prema drugom Newtonovom poučku vrijedi:

$$F_{2u} = m \cdot a_2 \Rightarrow m \cdot a_2 = m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_2 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha + F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot a_2 = m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_2 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha + F \quad /: m \Rightarrow a_2 = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_2 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha + F}{m}.$$

Budući da su prizme vezane koncem, gibaju se jednakim ubrzanjem pa slijedi:

$$a_1 = a_2 \Rightarrow \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_1 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha - F}{m} = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_2 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha + F}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_1 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha - F}{m} = \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_2 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha + F}{m} \quad /: m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_1 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha - F = m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_2 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha + F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_1 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha - F = m \cdot g \cdot \sin \alpha - \mu_2 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha + F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\mu_1 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha - F = -\mu_2 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha + F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -F - F = -\mu_2 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha + \mu_1 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \Rightarrow -2 \cdot F = -\mu_2 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha + \mu_1 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 \cdot F = -\mu_2 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha + \mu_1 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \quad /: (-1) \Rightarrow 2 \cdot F = \mu_2 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha - \mu_1 \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot F = (\mu_2 - \mu_1) \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \Rightarrow 2 \cdot F = (\mu_2 - \mu_1) \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \quad /: 2 \Rightarrow F = \frac{\mu_2 - \mu_1}{2} \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha =$$

$$= \frac{0.5 - 0.2}{2} \cdot 0.1 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 30^\circ = 0.13 \text{ N}.$$

Vježba 360

Dvije prizme svaka mase 1 kg, vezane koncem, klize niz kosinu nagiba 30° . Koeficijent trenja donje prizme i podloge je $\mu_1 = 0.4$, a gornje $\mu_2 = 0.7$. Odredite napetost konca. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 1.27 N.