

Zadatak 401 (Ivan, medicinska škola)

Tijelo pada s visine 5 m. Podijelite tu udaljenost na dva dijela za koja tijelu treba jednako vrijeme.

Rješenje 401

$$h = 5 \text{ m}, \quad h_1 = ?, \quad h_2 = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje su h visina pada, g ubrzanje sile teže.

Budući da tijelo slobodno pada s visine h, vrijeme pada t jednako je

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \cdot \frac{2}{g} \Rightarrow t^2 = \frac{2 \cdot h}{g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}.$$

Računamo udaljenost h_1 koju tijelo, slobodno padajući, prijeđe u prvoj polovici ukupnog vremena.

$$\left. \begin{array}{l} t_1 = \frac{1}{2} \cdot t \\ h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \end{array} \right\} \Rightarrow h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot t\right)^2 \Rightarrow h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}\right)^2 \Rightarrow h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2 \cdot h}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2 \cdot h}{g} \Rightarrow h_1 = \frac{h}{4} = \frac{5 \text{ m}}{4} = 1.25 \text{ m}.$$

U drugoj polovici vremena prijedena udaljenost h_2 iznosi:

$$h_2 = h - h_1 = 5 \text{ m} - 1.25 \text{ m} = 3.75 \text{ m}.$$

Vježba 401

Tijelo pada s visine 10 m. Podijelite tu udaljenost na dva dijela za koja tijelu treba jednako vrijeme.

Rezultat: 2.5 m, 7.5 m.

Zadatak 402 (Ivan, medicinska škola)

Na kolica mase m djelujemo stalnom silom F pa se ona ubrzavaju akceleracijom a. Na kolica se stavi uteg mase M i akceleracija kolica padne na $\frac{1}{5}$ prijašnje vrijednosti. Pod pretpostavkom da se sila nije mijenjala, izračunajte omjer mase utega i mase kolica.

Rješenje 402

$$m, \quad F, \quad a_1 = a, \quad M, \quad a_2 = \frac{1}{5} \cdot a, \quad \frac{M}{m} = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Budući da se sila F nije mijenjala omjer mase utega M i mase kolica m iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a_1 \\ F = (m+M) \cdot a_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow m \cdot a_1 = (m+M) \cdot a_2 \Rightarrow m \cdot a = (m+M) \cdot \frac{1}{5} \cdot a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot a = (m+M) \cdot \frac{1}{5} \cdot a \cdot \frac{5}{a} \Rightarrow 5 \cdot m = m+M \Rightarrow m+M = 5 \cdot m \Rightarrow M = 5 \cdot m - m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M = 4 \cdot m \Rightarrow M = 4 \cdot m \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow \frac{M}{m} = 4.$$

Vježba 402

Na kolica mase m djelujemo stalnom silom F pa se ona ubrzavaju akceleracijom a . Na kolica se stavi uteg mase M i akceleracija kolica padne na $\frac{1}{4}$ prijašnje vrijednosti. Pod pretpostavkom da se sila nije mijenjala, izračunajte omjer mase utega i mase kolica.

Rezultat: $\frac{M}{m} = 3.$

Zadatak 403 (Ivan, medicinska škola)

Akceleracija sile teže na sjevernom polu je 0.2% veća od one u Zagrebu. Za koliko je tijelo mase 1700 g teže na polu nego u Zagrebu? (akceleracija sile teže u Zagrebu $g_Z = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. 3.3 N B. 33 N C. 33 mN D. 170 mN

Rješenje 403

$$p = 0.2\% = 0.002, \quad m = 1700 \text{ g} = 1.7 \text{ kg}, \quad g_Z = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta G = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

1. inačica

Akceleracija sile teže g na sjevernom polu je 0.2% veća od akceleracije g_Z u Zagrebu i iznosi:

$$g = g_Z + p \cdot g_Z \Rightarrow g = g_Z \cdot (1 + p) \Rightarrow g = g_Z \cdot (1 + 0.002) \Rightarrow g = 1.002 \cdot g_Z.$$

Računamo za koliko je tijelo teže na polu nego u Zagrebu.

$$\Delta G = G - G_Z \Rightarrow \Delta G = m \cdot g - m \cdot g_Z \Rightarrow \Delta G = m \cdot (g - g_Z) \Rightarrow \Delta G = m \cdot (1.002 \cdot g_Z - g_Z) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta G = m \cdot 0.002 \cdot g_Z = 1.7 \text{ kg} \cdot 0.002 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0.033 \text{ N} = 33 \text{ mN}.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Budući da je akceleracija sile teže na sjevernom polu za 0.2% veća od one u Zagrebu, težina tijela također je veća za taj postotak.

$$\Delta G = p \cdot G \Rightarrow \Delta G = 0.002 \cdot m \cdot g_Z = 0.002 \cdot 1.7 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0.033 \text{ N} = 33 \text{ mN}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 403

Akceleracija sile teže na sjevernom polu je 0.2% veća od one u Zagrebu. Za koliko je tijelo mase 2000 g teže na polu nego u Zagrebu? (akceleracija sile teže u Zagrebu $g_Z = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. 3.9 N B. 39 N C. 39 mN D. 180 mN

Rezultat: C.

Zadatak 404 (Ivan, medicinska škola)

Vlak mase 4000 t giba se brzinom 10 m/s po horizontalnim tračnicama. Prije postaje vlak se počinje jednoliko usporavati silom kočenja $2 \cdot 10^5$ N. Koliki put prijeđe vlak za vrijeme prve minute kočenja?

Rješenje 404

$$m = 4000 \text{ t} = 4 \cdot 10^6 \text{ kg}, \quad v = 10 \text{ m/s}, \quad F = 2 \cdot 10^5 \text{ N}, \quad t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad s = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put:

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Određimo akceleraciju kojom vlak jednoliko usporava.

$$a = \frac{F}{m}.$$

Put koji će prijeći za vrijeme prve minute iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ s = v \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow s = v \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t^2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 60 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 10^5 \text{ N}}{4 \cdot 10^6 \text{ kg}} \cdot (60 \text{ s})^2 = 510 \text{ m}.$$



Vježba 404

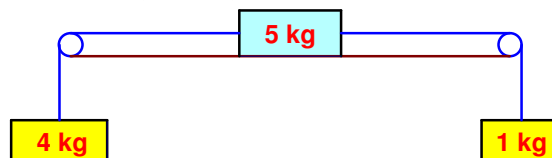
Vlak mase 4000 t giba se brzinom 36 km/h po horizontalnim tračnicama. Prije postaje vlak se počinje jednoliko usporavati silom kočenja 200 kN. Koliki put prijeđe vlak za vrijeme prve minute kočenja?

Rezultat: 510 m.

Zadatak 405 (Ivan, medicinska škola)

Crtež prikazuje sustav sastavljen od triju tijela. Zanemarite trenje s kolotutom i rastezanje niti, a za akceleraciju sile teže uzmite vrijednost $g = 10 \text{ m/s}^2$. Kolika je akceleracija sustava ako:

- nema trenja
- faktor trenja između tijela mase 5 kg i stola je 0.1?



Rješenje 405

$$m_1 = 4 \text{ kg}, \quad m_2 = 5 \text{ kg}, \quad m_3 = 1 \text{ kg}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad \mu = 0.1, \quad a = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

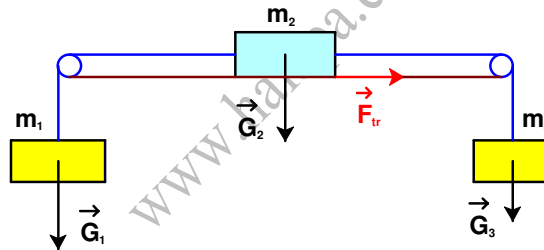
gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$



Akceleraciju sustava naći ćemo iz osnovnog zakona gibanja:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Sila F koja uzrokuje gibanje sustava jednaka je razlici djelovanja sile teže na tijelo mase m_1 te sile trenja tijela mase m_2 i sile teže na tijelo mase m_3 .

$$F = G_1 - F_{tr2} - G_3 \Rightarrow F = G_1 - \mu \cdot G_2 - G_3 \Rightarrow F = m_1 \cdot g - \mu \cdot m_2 \cdot g - m_3 \cdot g \Rightarrow \\ \Rightarrow F = g \cdot (m_1 - \mu \cdot m_2 - m_3).$$

Kako sila F pokreće sva tri tijela, to je masa

$$m = m_1 + m_2 + m_3$$

pa je akceleracija sustava dana formulom:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{g \cdot (m_1 - \mu \cdot m_2 - m_3)}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

a) Ako nema trenja, $\mu = 0$, akceleracija sustava iznosi:

$$a = \frac{g \cdot (m_1 - \mu \cdot m_2 - m_3)}{m_1 + m_2 + m_3} \left. \vphantom{a} \right\} \Rightarrow a = \frac{g \cdot (m_1 - 0 \cdot m_2 - m_3)}{m_1 + m_2 + m_3} \Rightarrow a = \frac{g \cdot (m_1 - m_3)}{m_1 + m_2 + m_3} =$$

$$\mu = 0$$

$$= \frac{10 \frac{m}{s^2} \cdot (4 \text{ kg} - 1 \text{ kg})}{4 \text{ kg} + 5 \text{ kg} + 1 \text{ kg}} = 3 \frac{m}{s^2}.$$

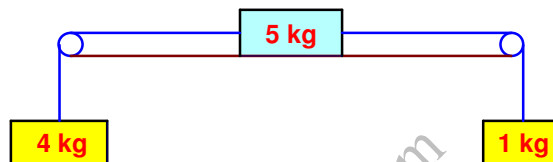
b) Ako je faktor trenja $\mu = 0.1$ akceleracija sustava iznosi:

$$a = \frac{g \cdot (m_1 - \mu \cdot m_2 - m_3)}{m_1 + m_2 + m_3} \left. \vphantom{a} \right\} \Rightarrow a = \frac{g \cdot (m_1 - 0.1 \cdot m_2 - m_3)}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{10 \frac{m}{s^2} \cdot (4 \text{ kg} - 0.1 \cdot 5 \text{ kg} - 1 \text{ kg})}{4 \text{ kg} + 5 \text{ kg} + 1 \text{ kg}} = 2.5 \frac{m}{s^2}.$$

$$\mu = 0.1$$

Vježba 405

Crtež prikazuje sustav sastavljen od triju tijela. Zanemarite trenje s kolotutom i rastezanje niti, a za akceleraciju sile teže uzmite vrijednost $g = 10 \text{ m/s}^2$. Kolika je akceleracija sustava ako je faktor trenja između tijela mase 5 kg i stola 0.2?



Rezultat: 2 m/s^2 .

Zadatak 406 (Mona, gimnazija)

Tijelo mase 1 kg bačeno je s visine 15 m okomito prema dolje početnom brzinom 2 m/s. Kolikom je brzinom tijelo udarilo o tlo? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 406

$$m = 1 \text{ kg}, \quad h = 15 \text{ m}, \quad v_0 = 2 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Hitac je složeno gibanje koje se sastoji od jednolikog gibanja po pravcu početnom brzinom v_0 i slobodnog pada s ubrzanjem g . Za vertikalni hitac prema dolje s visine h vrijedi izraz

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h,$$

gdje je v konačna brzina, a v_0 početna brzina.

Brzina tijela u trenutku pada na Zemlju iznosi (uočimo da masa tijela nije bitna)

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h} =$$

$$= \sqrt{\left(2 \frac{m}{s}\right)^2 + 2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 15 \text{ m}} = 17.27 \frac{m}{s}.$$

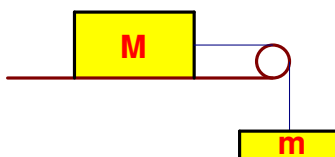
Vježba 406

Tijelo mase 1 kg bačeno je s visine 50 m okomito prema dolje početnom brzinom 3 m/s. Kolikom je brzinom tijelo udarilo o tlo? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 31.46 m/s .

Zadatak 407 (Barbara, gimnazija)

Crtež prikazuje dva tijela masa $M = 45 \text{ kg}$ i $m = 15 \text{ kg}$ povezana preko kolotura. Mase kolotura i niti su zanemarive. Otpor zraka je zanemariv. Odredite akceleraciju tijela M i napetost niti koja povezuje tijela. (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)



Rješenje 407

$$M = 45 \text{ kg}, \quad m = 15 \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad a = ?, \quad F = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

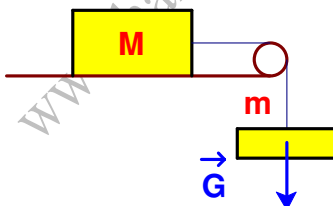
$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.



Akceleraciju ćemo naći iz osnovnog zakona gibanja:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Sila F koja sustavu mase $M + m$ daje akceleraciju a jednaka je težini tijela mase m .

$$F = G \Rightarrow (M + m) \cdot a = m \cdot g \Rightarrow (M + m) \cdot a = m \cdot g \cdot \frac{1}{M + m} \Rightarrow a = \frac{m \cdot g}{M + m} =$$

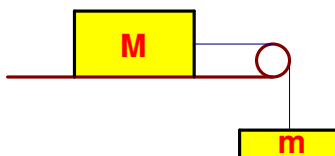
$$= \frac{15 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{45 \text{ kg} + 15 \text{ kg}} = 2.45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Napetost niti F koja povezuje tijela (koja vuče tijelo mase M akceleracijom a) je

$$F = M \cdot a = 45 \text{ kg} \cdot 2.45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 110.25 \text{ N}.$$

Vježba 407

Crtež prikazuje dva tijela masa $M = 85 \text{ kg}$ i $m = 15 \text{ kg}$ povezana preko kolotura. Mase kolotura i niti su zanemarive. Otpor zraka je zanemariv. Odredite akceleraciju tijela M . (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)



Rezultat: 1.47 m/s^2 .

Zadatak 408 (Barbara, gimnazija)

Djevojčica se zatrči na zaleđeno jezero i počne klizati brzinom 5 m/s pa se zaustavi nakon 4 s . Koliko iznosi faktor trenja klizanja između cipela i leda? Za akceleraciju sile teže uzmite približnu vrijednost $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Rješenje 408

$$v = 5 \text{ m/s}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad \mu = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t \Rightarrow a = \frac{v}{t},$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Za jednoliko usporeno gibanje vrijedi isti izraz.



Sila trenja F_{tr} je uzrok što se djevojčica zaustavila na ledu.

$$\left. \begin{array}{l} F_{tr} = F \\ a = \frac{v}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \\ a = \frac{v}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot \frac{v}{t} / \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow \mu = \frac{v}{t \cdot g} =$$

$$= \frac{5 \frac{m}{s}}{4 s \cdot 10 \frac{m}{s^2}} = 0.125.$$

Vježba 408

Djevojčica se zatrči na zaleđeno jezero i počne klizati brzinom 10 m/s pa se zaustavi nakon 8 s. Koliko iznosi faktor trenja klizanja između cipela i leda? Za akceleraciju sile teže uzmite približnu vrijednost $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Rezultat: 0.125.

Zadatak 409 (Barbara, gimnazija)

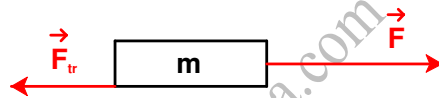
Horizontalna sila od 10 N djeluje na kutiju mase 1 kg. Kutija se giba po horizontalnoj podlozi akceleracijom od 3 m/s^2 . Koliki je iznos sile trenja između kutije i podloge?

Rješenje 409

$$F = 10 \text{ N}, \quad m = 1 \text{ kg}, \quad a = 3 \text{ m/s}^2, \quad F_{tr} = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$



Rezultantna sila koja djeluje na kutiju mase m i daje joj ubrzanje a jednaka je razlici horizontalne sile F i sile trenja F_{tr} .

$$m \cdot a = F - F_{tr} \Rightarrow F_{tr} = F - m \cdot a = 10 \text{ N} - 1 \text{ kg} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 7 \text{ N}.$$

Vježba 409

Horizontalna sila od 20 N djeluje na kutiju mase 3 kg. Kutija se giba po horizontalnoj podlozi akceleracijom od 3 m/s^2 . Koliki je iznos sile trenja između kutije i podloge?

Rezultat: 11 N.

Zadatak 410 (Darinka, studentica)

Kamion prijeđe 40 m u vremenu 8.5 s usporevajući na konačnu brzinu 10.08 km/h. Kolika je početna brzina kamiona? Koliko mu je usporenje?

Rješenje 410

$$s = 40 \text{ m}, \quad t = 8.5 \text{ s}, \quad v = 10.08 \text{ km/h} = [10.08 : 3.6] = 2.8 \text{ m/s}, \quad v_0 = ?, \quad a = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijede formule za konačnu brzinu v i put s :

$$v = v_0 - a \cdot t, \quad s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Postavimo sustav jednažbi koristeći formule za put s pri jednoliko usporenom gibanju i konačnu brzinu v . Iz toga sustava izračunamo početnu brzinu v_0 .

$$\begin{aligned}
\left. \begin{aligned} s &= v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ v &= v_0 - a \cdot t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} s &= v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ v &= v_0 - a \cdot t \cdot \frac{1}{t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} s &= v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ v \cdot t &= v_0 \cdot t - a \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} s &= v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ a \cdot t^2 &= v_0 \cdot t - v \cdot t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\
&\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot (v_0 \cdot t - v \cdot t) \Rightarrow s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \Rightarrow \\
&\Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot v \cdot t \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \cdot s = v_0 \cdot t + v \cdot t \Rightarrow v_0 \cdot t + v \cdot t = 2 \cdot s \Rightarrow \\
&\Rightarrow v_0 \cdot t = 2 \cdot s - v \cdot t \Rightarrow v_0 \cdot t = 2 \cdot s - v \cdot t \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow v_0 = \frac{2 \cdot s - v \cdot t}{t} = \\
&= \frac{2 \cdot 40 \text{ m} - 2.8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8.5 \text{ s}}{8.5 \text{ s}} = 6.61 \frac{\text{m}}{\text{s}}.
\end{aligned}$$



s

Računamo usporenje a kamiona.

1. inačica

$$\begin{aligned}
s &= v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \cdot s = 2 \cdot v_0 \cdot t - a \cdot t^2 \Rightarrow a \cdot t^2 = 2 \cdot v_0 \cdot t - 2 \cdot s \Rightarrow \\
&\Rightarrow a \cdot t^2 = 2 \cdot v_0 \cdot t - 2 \cdot s \cdot \frac{1}{t^2} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot v_0 \cdot t - 2 \cdot s}{t^2} = \frac{2 \cdot 6.61 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 8.5 \text{ s} - 2 \cdot 40 \text{ m}}{(8.5 \text{ s})^2} = 0.448 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.
\end{aligned}$$

2. inačica

$$v = v_0 - a \cdot t \Rightarrow a \cdot t = v_0 - v \Rightarrow a \cdot t = v_0 - v \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow a = \frac{v_0 - v}{t} = \frac{6.61 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8.5 \text{ s}} = 0.448 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 410

Kamion prijeđe 0.04 km u vremenu 8.5 s usporevajući na konačnu brzinu 10.08 km/h. Kolika je početna brzina kamiona?

Rezultat: 6.61 m/s.

Zadatak 411 (Ana, gimnazija)

Tijelo se giba brzinom 100 m/s. Odjednom mu se brzina počinje jednoliko smanjivati za 10 m/s². Odredi srednju brzinu za vrijeme prvih triju sekundi.

Rješenje 411

$$v_0 = 100 \text{ m/s}, \quad a = 10 \text{ m/s}^2, \quad t = 3 \text{ s}, \quad \overline{v}_3 = ?$$

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za konačnu brzinu v :

$$v = v_0 - a \cdot t.$$

Srednja brzina je

$$v_s = \frac{v_1 + v_2}{2},$$

gdje su v_1 početna brzina gibanja i v_2 konačna brzina gibanja.

Izračunamo brzinu v_3 na kraju treće sekunde pa se srednja brzina dobije kao aritmetička sredina početne brzine v_0 i konačne v_3 .

$$\left. \begin{array}{l} v_3 = v_0 - a \cdot t \\ \bar{v}_3 = \frac{v_0 + v_3}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{v}_3 = \frac{v_0 + v_0 - a \cdot t}{2} \Rightarrow \bar{v}_3 = \frac{2 \cdot v_0 - a \cdot t}{2} = \frac{2 \cdot 100 \frac{m}{s} - 10 \frac{m}{s^2} \cdot 3 s}{2} = 85 \frac{m}{s}.$$

Vježba 411

Tijelo se giba brzinom 100 m/s. Odjednom mu se brzina počinje jednoliko smanjivati za 8 m/s². Odredi srednju brzinu za vrijeme prvih triju sekundi.

Rezultat: 88 m/s.

Zadatak 412 (Marija, srednja škola)

Tijelo mase 100 g giba se iz stanja mirovanja pod utjecajem stalne sile te za 4 s prevali put 160 m. Kolika je sila?

A. 4 N B. 3 N C. 2 N D. 1 N

Rješenje 412

$$m = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad s = 160 \text{ m}, \quad F = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Budući da na tijelo djeluje stalna sila, ono se giba jednoliko ubrzano pa vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \cdot \frac{2}{t^2} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{2 \cdot s}{t^2} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow F = m \cdot \frac{2 \cdot s}{t^2} =$$

$$= 0.1 \text{ kg} \cdot \frac{2 \cdot 160 \text{ m}}{(4 \text{ s})^2} = 2 \text{ N}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 412

Tijelo mase 200 g giba se iz stanja mirovanja pod utjecajem stalne sile te za 4 s prevali put 160 m. Kolika je sila?

A. 4 N B. 3 N C. 2 N D. 1 N

Rezultat: A.

Zadatak 413 (Franjo, srednja škola)

Pod kojim elevacijskim kutom je domet jednak visini penjanja?

Rješenje 413

$$x = H, \quad \alpha = ?$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}, \quad \sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ili } b = 0 \text{ ili } a = b = 0.$$

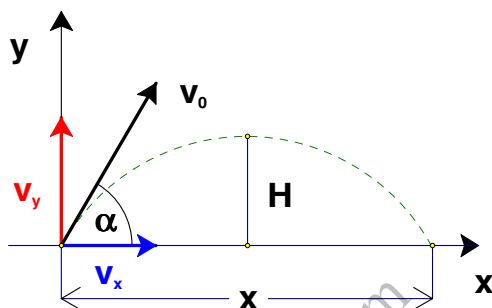
Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Kosi hitac sastoji se od jednolikoga gibanja brzinom v_0 po pravcu koji s horizontalnim smjerom zatvara kut α (kut elevacije) i slobodnog pada.

Najveća visina (visina penjanja) H je

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g},$$

a domet x iznosi:

$$x = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}.$$



Budući da je domet jednak visini penjanja, slijedi:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} \\ H &= \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{uvjet} \\ x = H \end{array} \right] \Rightarrow \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} \Rightarrow \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} \cdot \frac{2 \cdot g}{v_0^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \sin 2\alpha = \sin^2 \alpha \Rightarrow 2 \cdot 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin^2 \alpha \Rightarrow 4 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin^2 \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \sin^2 \alpha = 0 \Rightarrow \sin \alpha \cdot (4 \cdot \cos \alpha - \sin \alpha) = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \sin \alpha = 0 \text{ nema smisla} \\ 4 \cdot \cos \alpha - \sin \alpha = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot \cos \alpha - \sin \alpha = 0 \Rightarrow -\sin \alpha = -4 \cdot \cos \alpha \Rightarrow -\sin \alpha = -4 \cdot \cos \alpha \cdot \left(-\frac{1}{\cos \alpha} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 4 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 4 \Rightarrow \alpha = \operatorname{tg}^{-1} 4 \Rightarrow \alpha = 75^\circ 57' 50''.$$

Vježba 413

Pod kojim elevacijskim kutom je domet jednak dvostrukoj visini penjanja?

Rezultat: $63^\circ 26' 6''$.

Zadatak 414 (Ivica, srednja škola)

Vozač automobila pritisne papučicu gasa. Nepomičan automobil tako prijeđe 40 m i postigne brzinu 50 km/h. Automobil se ubrzava pod djelovanjem stalne sile F . Koliku brzinu postiže automobil kada pod djelovanjem jednake sile prijeđe put 160 m?

A. $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ B. $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ C. $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ D. $70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Rješenje 414

$$s_1 = 40 \text{ m}, \quad v_1 = 50 \text{ km/h}, \quad F, \quad s_2 = 160 \text{ m}, \quad v_2 = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi. Tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Budući da na automobil djeluje stalna sila F, bit će akceleracija jednaka u oba slučaja pa za brzine vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} v_1^2 = 2 \cdot a \cdot s_1 \\ v_2^2 = 2 \cdot a \cdot s_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{2 \cdot a \cdot s_2}{2 \cdot a \cdot s_1} \Rightarrow \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{2 \cdot a \cdot s_2}{2 \cdot a \cdot s_1} \Rightarrow \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{s_2}{s_1} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 = \frac{s_2}{s_1} \Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1} \right) = \frac{s_2}{s_1} / \sqrt{\quad} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{s_2}{s_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{s_2}{s_1}} / \cdot v_1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v_2 = v_1 \cdot \sqrt{\frac{s_2}{s_1}} = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \sqrt{\frac{160 \text{ m}}{40 \text{ m}}} = 100 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 414

Vozač automobila pritisne papučicu gasa. Nepomičan automobil tako prijeđe 40 m i postigne brzinu 60 km/h. Automobil se ubrzava pod djelovanjem stalne sile F. Koliku brzinu postiže automobil kada pod djelovanjem jednake sile prijeđe put 160 m?

$$A. 120 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad B. 100 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad C. 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \quad D. 70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Rezultat: A.

Zadatak 415 (Marija, gimnazija)

Balon mase 90 kg pada kroz zrak. Na balon djeluje sila otpora zraka od 300 N i sila uzgona od 60 N. Kolikom akceleracijom pada balon? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 415

$$m = 90 \text{ kg}, \quad F_{\text{oz}} = 300 \text{ N}, \quad F_u = 60 \text{ N}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad a = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi. Tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

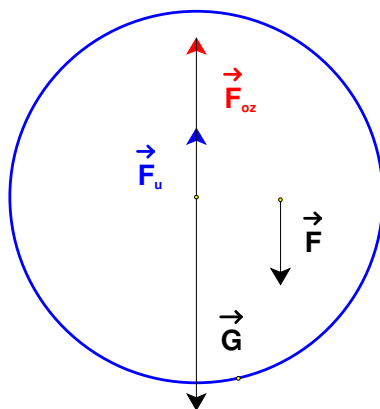
$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu

na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Na tijelo uronjeno u tekućinu (fluid) djeluje uzgon. To je sila usmjerena vertikalno prema gore, tj. suprotno smjeru sile teže.

Uzgon na uronjeno tijelo ima isti iznos kao težina istisnute tekućine (Arhimedov zakon). Uzgon ovisi samo o gustoći tekućine i o obujmu (volumenu) tijela uronjenog u tekućinu, a neovisan je o obliku tijela. Pojavljuje se i u plinovima, a prisutan je i u zraku.



Budući da sila otpora zraka i sila uzgona imaju suprotan smjer od težine tijela, rezultatna sila koja ubrzava tijelo prema Zemlji jednaka je po iznosu razlici težine tijela G i zbroja sile uzgona F_u i otpora zraka F_{oz} .

$$F = G - (F_u + F_{oz}) \Rightarrow F = G - F_u - F_{oz} \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g - F_u - F_{oz} \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g - F_u - F_{oz} \quad | : m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{m \cdot g - F_u - F_{oz}}{m} = \frac{90 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 60 \text{ N} - 300 \text{ N}}{90 \text{ kg}} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

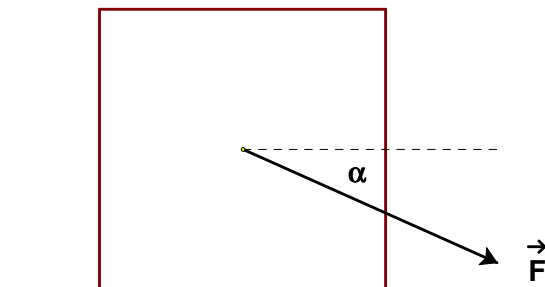
Vježba 415

Balon mase 180 kg pada kroz zrak. Na balon djeluje sila otpora zraka od 600 N i sila uzgona od 120 N. Kolikom akceleracijom pada balon? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 6 m/s^2 .

Zadatak 416 (Veky, gimnazija)

Na tijelo mase 30 kg djeluje se silom F pod kutom od 30° prema horizontali. Tijelo se giba jednoliko. Faktor trenja između tijela i podloge je 0.1. Odredite iznos sile. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Rješenje 416

$$m = 30 \text{ kg}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad v = \text{konst.}, \quad \mu = 0.1, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom

Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

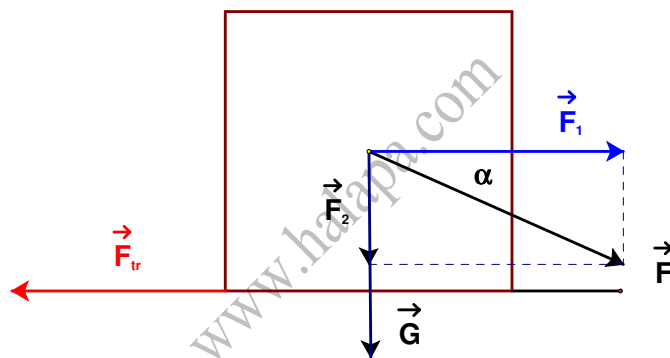
$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Sinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot toga kuta i duljine hipotenuze.

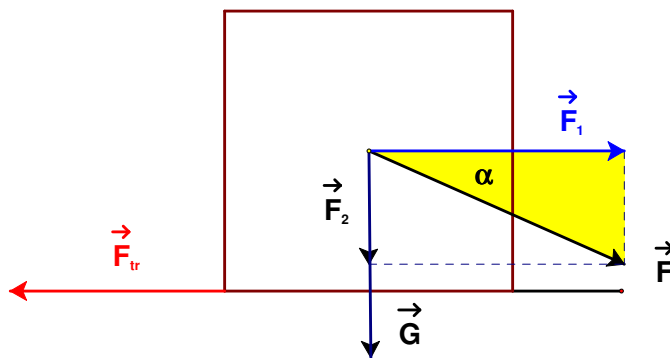
Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.



Silu F rastavimo na dvije komponente:

- komponentu F_1 usporednu s podlogom
- komponentu F_2 okomitu na podlogu.

Uočimo pravokutan trokut čije su katete komponente F_1 , F_2 i hipotenuza F .



Iz pravokutnog trokuta pomoću funkcija kosinus i sinus dobiju se komponente sile F :

- F_1 komponenta

$$\cos \alpha = \frac{F_1}{F} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{F_1}{F} \cdot F \Rightarrow F_1 = F \cdot \cos \alpha.$$

- F_2 komponenta

$$\sin \alpha = \frac{F_2}{F} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{F_2}{F} \cdot F \Rightarrow F_2 = F \cdot \sin \alpha.$$

Sila pritiska F_p kojom tijelo pritišće podlogu jednaka je zbroju komponente F_2 sile F i težine tijela G .

$$F_p = F_2 + G \Rightarrow F_p = F \cdot \sin \alpha + m \cdot g.$$

Tada sila trenja iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot F_p \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot (F \cdot \sin \alpha + m \cdot g) \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot F \cdot \sin \alpha + \mu \cdot m \cdot g.$$

Budući da se tijelo giba jednoliko po podlozi, komponenta F_1 sile F po iznosu jednaka je sili trenja F_{tr} i ima suprotan smjer.

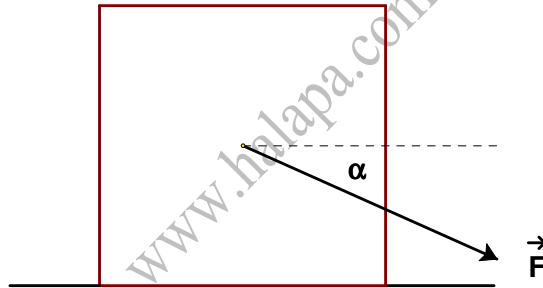
$$F_1 = F_{tr} \Rightarrow F \cdot \cos \alpha = \mu \cdot F \cdot \sin \alpha + \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow F \cdot \cos \alpha - \mu \cdot F \cdot \sin \alpha = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F \cdot (\cos \alpha - \mu \cdot \sin \alpha) = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow F \cdot (\cos \alpha - \mu \cdot \sin \alpha) = \mu \cdot m \cdot g \cdot \frac{1}{\cos \alpha - \mu \cdot \sin \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{\cos \alpha - \mu \cdot \sin \alpha} = \frac{0.1 \cdot 30 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\cos 30^\circ - 0.1 \cdot \sin 30^\circ} = 36.76 \text{ N}.$$

Vježba 416

Na tijelo mase 3000 dag djeluje se silom F pod kutom od 30° prema horizontali. Tijelo se giba jednoliko. Faktor trenja između tijela i podloge je 0.1. Odredite iznos sile. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



Rezultat: 36.76 N.

Zadatak 417 (Max, gimnazija)

Tijelo se giba jednoliko ubrzano i prešavši put $s_1 = 10 \text{ m}$ dostigne brzinu v_1 , a kad prijeđe put $s_2 = 90 \text{ m}$, brzinu v_2 . Nađi omjer tih brzina.

Rješenje 417

$$s_1 = 10 \text{ m}, \quad v_1, \quad s_2 = 90 \text{ m}, \quad v_2, \quad v_2 : v_1 = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s},$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Tijelo se giba jednoliko ubrzano, ima stalnu akceleraciju a , pa vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = \sqrt{2 \cdot a \cdot s_1} \\ v_2 = \sqrt{2 \cdot a \cdot s_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{omjer} \\ \text{brzina} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{2 \cdot a \cdot s_2}}{\sqrt{2 \cdot a \cdot s_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot a \cdot s_2}{2 \cdot a \cdot s_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot a \cdot s_2}{2 \cdot a \cdot s_1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{s_2}{s_1}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{90 \text{ m}}{10 \text{ m}}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{9} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 3.$$

Vježba 417

Tijelo se giba jednoliko ubrzano i prešavši put $s_1 = 10$ m dostigne brzinu v_1 , a kad prijeđe put $s_2 = 160$ m, brzinu v_2 . Nađi omjet tih brzina.

Rezultat: $\frac{v_2}{v_1} = 4.$

Zadatak 418 (VM, strukovna škola)

Tijelo se giba jednoliko po pravcu po vodoravnoj podlozi. Pritom na tijelo u vodoravnom smjeru djeluje sila trenja iznosa 5 N i vanjska sila F u smjeru gibanja. Koliki je iznos sile F ?

- A. $F = 0$ N B. 0 N $< F < 5$ N C. $F = 5$ N D. $F > 5$ N

Rješenje 418

$$v = \text{konst.}, \quad F_{\text{tr}} = 5 \text{ N}, \quad F = ?$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja.

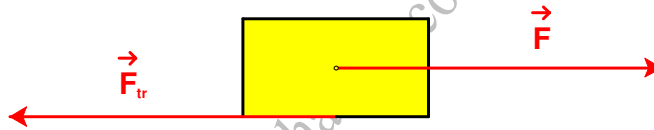
Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

Budući da se tijelo giba jednoliko po pravcu, vanjska sila F i sila trenja F_{tr} imaju jednake iznose i suprotne smjerove.

$$F = F_{\text{tr}} = 5 \text{ N}.$$

Odgovor je pod C.



Vježba 418

Tijelo se giba jednoliko po pravcu po vodoravnoj podlozi. Pritom na tijelo u vodoravnom smjeru djeluje sila trenja iznosa 7 N i vanjska sila F u smjeru gibanja. Koliki je iznos sile F ?

- A. $F = 0$ N B. 0 N $< F < 7$ N C. $F = 7$ N D. $F > 7$ N

Rezultat: C.

Zadatak 419 (Ana, gimnazija)

Skijaška žičara vuče skijašicu uzbrdo nagiba 30° . Masa skijašice sa skijama je 80 kg, a faktor trenja iznosi 0.02. Kolikom silom žičara vuče skijašicu ako se ona uzbrdo giba stalnom brzinom? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 419

$$\alpha = 30^\circ, \quad m = 80 \text{ kg}, \quad \mu = 0.02, \quad v = \text{konst.}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

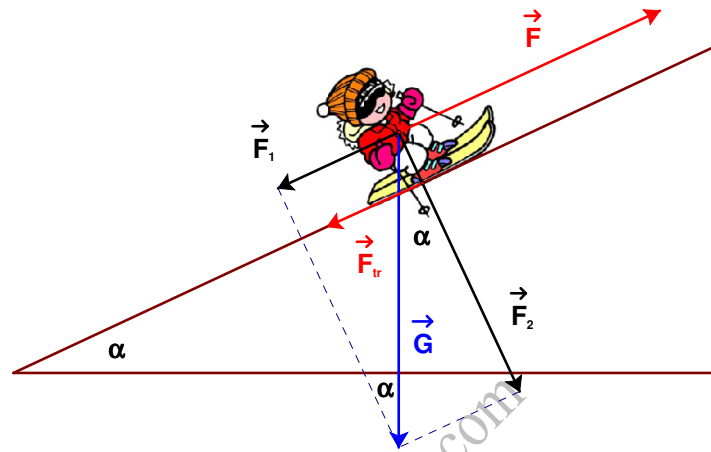
gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba.

Sinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot toga kuta i duljine hipotenuze.

Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.

Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.



Silu težu \vec{G} koja djeluje okomito prema zemlji možemo rastaviti u dvije komponente: komponentu \vec{F}_2 okomitu na kosinu i komponentu \vec{F}_1 paralelnu s kosinom. Sa slike vidi se:

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{F_1}{G} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{F_1}{G} \cdot G \Rightarrow F_1 = G \cdot \sin \alpha \Rightarrow F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha \\ \cos \alpha &= \frac{F_2}{G} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{F_2}{G} \cdot G \Rightarrow F_2 = G \cdot \cos \alpha \Rightarrow F_2 = m \cdot g \cdot \cos \alpha \end{aligned} \right\}$$

Tada sila trenja iznosi:

$$\left. \begin{aligned} F_{tr} &= \mu \cdot F_2 \\ F_2 &= m \cdot g \cdot \cos \alpha \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha.$$

Skijašica se giba uzbrdo (uz kosinu) pa sila trenja ima smjer suprotan smjeru gibanja, tj. ima smjer niz kosinu. Budući da se djevojka giba jednoliko (brzina je stalna), po prvom Newtonovom poučku rezultantna sila mora biti jednaka nuli. Sila F kojom žičara vuče skijašicu jednaka je po iznosu zbroju iznosa sila F_1 i F_{tr} , a ima suprotan smjer od smjera tih sila.

$$\begin{aligned} F &= F_1 + F_{tr} \Rightarrow F = F_1 + \mu \cdot F_2 \Rightarrow F = m \cdot g \cdot \sin \alpha + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \Rightarrow \\ \Rightarrow F &= m \cdot g \cdot (\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha) = 80 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (\sin 30^\circ + 0.02 \cdot \cos 30^\circ) = 413.86 \text{ N}. \end{aligned}$$

Vježba 419

Skijaška žičara vuče skijašicu uzbrdo nagiba 30° . Masa skijašice sa skijama je 100 kg, a faktor trenja iznosi 0.02. Kolikom silom žičara vuče skijašicu ako se ona uzbrdo giba stalnom brzinom? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 517.32 N.

Zadatak 420 (Ana, srednja škola)

Na tijelo djeluje stalna sila (po smjeru, orijentaciji i veličini). Koja je od navedenih tvrdnji u tom slučaju ispravna?

- A. Brzina tijela ostaje konstantna i po orijentaciji i po veličini.
- B. Brzina tijela ostaje konstantna samo po orijentaciji.
- C. Brzina tijela ostaje konstantna samo po veličini.
- D. Brzina tijela će se sigurno promijeniti.

Rješenje 420

Tijelu koje se giba može se mijenjati vrijednost ili smjer brzine ili oboje istodobno. Akceleracijom opisujemo promjenu brzine u određenom vremenskom intervalu. Akceleracija tijela može biti stalna ili promjenljiva. Kada se tijelo giba pravocrtno, akceleracija je pozitivna pri povećanju brzine, a negativna pri smanjenju brzine.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F . Akceleracija a tijela je razmjerna sili i ima smjer sile. Konstanta proporcionalnosti između sile i akceleracije je masa tijela m . Pri djelovanju sile na tijelo sila i akceleracija su međusobno ovisne i promjenljive veličine, dok masa ostaje konstantna. **Stalna sila stvara stalnu akceleraciju.** Budući da na tijelo djeluje stalna sila, akceleracija će biti stalna pa će se brzina mijenjati. Odgovor je pod D.

Vježba 420

Na tijelo ne djeluje sila. Koja je od navedenih tvrdnji u tom slučaju ispravna?

- A. Brzina tijela ostaje konstantna i po orijentaciji i po veličini.
- B. Brzina tijela ostaje konstantna samo po orijentaciji.
- C. Brzina tijela ostaje konstantna samo po veličini.
- D. Brzina tijela će se sigurno promijeniti.

Rezultat: A.