

### Zadatak 421 (Ana, srednja škola)

Tijelo vučemo stalnom silom po horizontalnoj podlozi. Ako trenje zanemarimo, tijelo se giba:

- A. stalnom brzinom      B. stalnom akceleracijom  
C. jednoliko usporeno      D. sve većom akceleracijom

### Rješenje 421

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila  $F$ . Akceleracija  $a$  tijela je razmjerna sili i ima smjer sile. Konstanta proporcionalnosti između sile i akceleracije je masa tijela  $m$ . Pri djelovanju sile na tijelo sila i akceleracija su međusobno ovisne i promjenljive veličine, dok masa ostaje konstantna. **Stalna sila stvara stalnu akceleraciju.** Budući da na tijelo djeluje stalna sila, akceleracija će biti stalna. Odgovor je pod B.

### Vježba 421

Tijelo vučemo sve većom silom po iznosu po horizontalnoj podlozi. Ako trenje zanemarimo, tijelo se giba:

- A. stalnom brzinom      B. stalnom akceleracijom  
C. jednoliko usporeno      D. sve većom akceleracijom

**Rezultat:** D.

### Zadatak 422 (Dajana, građevinska škola)

Na tijelo mase 2 kg djeluje stalna sila intenzitetom od 9 N. Ako se tijelo pokrenulo iz mirovanja i gibalo bez trenja izračunajte brzinu i kinetičku energiju nakon prijednog puta od 1 m.

### Rješenje 422

$$m = 2 \text{ kg}, \quad F = 9 \text{ N}, \quad s = 1 \text{ m}, \quad v = ?, \quad E_k = ?$$

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila  $F$ . Akceleracija  $a$  tijela je razmjerna sili i ima smjer sile, a obrnuto je razmjerna masi tijela. Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje je  $v$  brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

### Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Tijelo obavlja rad  $W$  ako djeluje nekom silom  $F$  na putu  $s$  na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru

gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Sila  $F$  koja djeluje na tijelo mase  $m$  daje mu akceleraciju  $a$  pa će:

- brzina  $v$  na kraju puta  $s$  biti jednaka:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ v^2 = 2 \cdot a \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot \frac{F}{m} \cdot s \Rightarrow v^2 = 2 \cdot \frac{F}{m} \cdot s \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot \frac{F}{m} \cdot s} = \sqrt{2 \cdot \frac{9 \text{ N}}{1 \text{ kg}} \cdot 1 \text{ m}} = 4.24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- kinetička energija  $E_k$  iznositi:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ v^2 = 2 \cdot a \cdot s \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v^2 = 2 \cdot \frac{F}{m} \cdot s \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot \frac{F}{m} \cdot s \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot \frac{F}{m} \cdot s \Rightarrow$$
$$\Rightarrow E_k = F \cdot s = 9 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 9 \text{ J}.$$

Ali može i ovako:

Kinetička energija  $E_k$  koju ima tijelo jednaka je radu  $W$  što ga sila  $F$  obavi na putu  $s$ .

$$\left. \begin{array}{l} E_k = W \\ W = F \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = F \cdot s = 9 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 9 \text{ J}.$$

### Vježba 422

Na tijelo mase 2 kg djeluje stalna sila intenzitetom od 36 N. Ako se tijelo pokrenulo iz mirovanja i gibalo bez trenja izračunajte brzinu i kinetičku energiju nakon prijeđenog puta od 1 m.

**Rezultat:** 8.49 m/s, 36 J.

### Zadatak 423 (Kolačić, gimnazija)

Automobil vozi brzinom 36 km/h i počne jednoliko kočiti tako da u prvih 10 sekundi od početka kočenja prijeđe put od 60 m. Kolika je akceleracija automobila? Koliki je put prešao automobil od trenutka kada je počeo kočiti pa do zaustavljanja?

### Rješenje 423

$$v_0 = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \quad t = 10 \text{ s}, \quad s = 60 \text{ m}, \quad a = ?, \quad s_1 = ?$$

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0$  vrijede formule za konačnu brzinu  $v$  i put  $s$ :

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot s, \quad s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje su  $v$  i  $s$  brzina, odnosno put za tijelo pošto se počelo usporavati i gibati jednoliko usporeno akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Budući da je automobil vozio brzinom  $v_0$  i počeo usporavati te za vrijeme  $t$  prešao put  $s$ , njegova akceleracija  $a$  iznosi:

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow 60 = 10 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot 10^2 \Rightarrow 60 = 100 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot 100 \Rightarrow$$

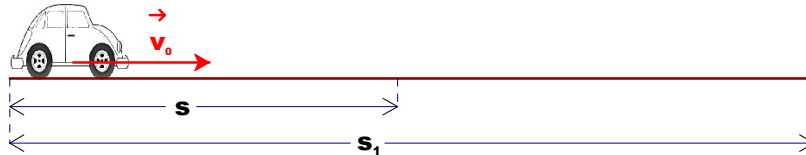
$$\Rightarrow 60 = 100 - 50 \cdot a \Rightarrow 50 \cdot a = 100 - 60 \Rightarrow 50 \cdot a = 40 \Rightarrow 50 \cdot a = 40 \quad / : 50 \Rightarrow a = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Automobil vozi brzinom  $v_0$  i nakon kočenja zaustavi se pa mu je konačna brzina  $v = 0$  m/s.

Put  $s_1$  koji je automobil prešao od trenutka kada je počeo kočiti pa do zaustavljanja jednak je:

$$\left. \begin{array}{l} v^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot s_1 \\ v = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot s_1 \Rightarrow 2 \cdot a \cdot s_1 = v_0^2 \Rightarrow 2 \cdot a \cdot s_1 = v_0^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s_1 = \frac{v_0^2}{2 \cdot a} = \frac{\left(10 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 0,8 \frac{m}{s^2}} = 62,5 \text{ m.}$$



### Vježba 423

Automobil vozi brzinom 36 km/h i počne jednoliko kočiti tako da u prvih 10 sekundi od početka kočenja prijeđe put od 50 m. Kolika je akceleracija automobila?

**Rezultat:**  $1 \text{ m/s}^2$ .

### Zadatak 424 (Matea, srednja škola)

Ako tijelo mase  $m$  pada ubrzanjem  $a = \frac{g}{2}$ , kolika je sila trenja koja na njega djeluje?

- A.  $2 \cdot m \cdot g$       B.  $4 \cdot m \cdot g$       C.  $\frac{m \cdot g}{2}$       D.  $\frac{m \cdot g}{4}$

### Rješenje 424

$$m, \quad a = \frac{g}{2}, \quad F_{tr} = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo težnom silom (silom težom). Pod djelovanjem težne sile sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  težna sila,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila  $F$ . Akceleracija  $a$  tijela je razmjerna sili i ima smjer sile.

Težna sila (sila teže ili sila teža)  $\vec{G}$  uzrok je padanja tijela. Tijekom padanja na njega djeluje sila trenja  $\vec{F}_{tr}$  koja ima suprotan smjer od smjera težne sile. Rezultantna sila  $\vec{F}$  jednaka je razlici težne sile i sile trenja.

$$F = G - F_{tr}.$$

Prema drugom Newtonovom poučku slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ F = G - F_{tr} \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot a = G - F_{tr} \Rightarrow F_{tr} = G - m \cdot a \Rightarrow F_{tr} = m \cdot g - m \cdot a \Rightarrow F_{tr} = m \cdot (g - a) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{uvjet} \\ a = \frac{g}{2} \end{array} \right] \Rightarrow F_{tr} = m \cdot \left( g - \frac{g}{2} \right) \Rightarrow F_{tr} = m \cdot \frac{g}{2} \Rightarrow F_{tr} = \frac{m \cdot g}{2}.$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 424

Ako tijelo mase  $m$  pada ubrzanjem  $a = \frac{3 \cdot g}{4}$ , kolika je sila trenja koja na njega djeluje?

- A.  $2 \cdot m \cdot g$       B.  $4 \cdot m \cdot g$       C.  $\frac{m \cdot g}{2}$       D.  $\frac{m \cdot g}{4}$

**Rezultat:** D.

### Zadatak 425 (Maturantica, gimnazija)

Automobil se giba uz konstantnu akceleraciju duž osi  $x$ . Kroz točku  $x_1 = 5$  m prolazi brzinom 12 m/s, a kroz točku  $x_2 = 10$  m brzinom 15 m/s. Akceleracija automobila iznosi:

- A.  $16.2 \frac{m}{s^2}$       B.  $0.6 \frac{m}{s^2}$       C.  $0.3 \frac{m}{s^2}$       D.  $8.1 \frac{m}{s^2}$

### Rješenje 425

$$x_1 = 5 \text{ m}, \quad v_1 = 12 \text{ m/s}, \quad x_2 = 10 \text{ m}, \quad v_2 = 15 \text{ m/s}, \quad a = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

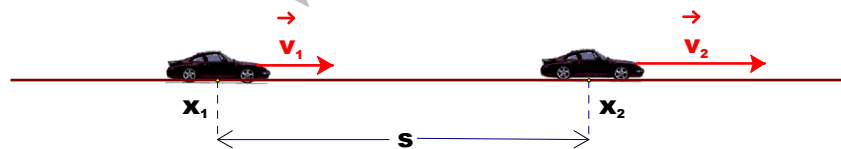
$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje je  $v$  brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0$  vrijedi formula za konačnu brzinu  $v$ :

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje su  $v$  i  $s$  brzina, odnosno put za tijelo pošto se počelo ubrzavati i gibati jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .



Put  $s$  koji je automobil prevalio od točke  $x_1$  do točke  $x_2$  je

$$s = \Delta x \Rightarrow s = x_2 - x_1.$$

Budući da je početna brzina  $v_1$  na kraju puta  $s$  povećana na  $v_2$ , vrijedi:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 2 \cdot a \cdot s \cdot \frac{1}{2 \cdot s} \Rightarrow a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot (x_2 - x_1)} = \frac{\left(15 \frac{m}{s}\right)^2 - \left(12 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot (10 \text{ m} - 5 \text{ m})} = 8.1 \frac{m}{s^2}.$$

Odgovor jer pod D.

### Vježba 425

Automobil se giba uz konstantnu akceleraciju duž osi x. Kroz točku  $x_1 = 3$  m prolazi brzinom 12 m/s, a kroz točku  $x_2 = 8$  m brzinom 15 m/s. Akceleracija automobila iznosi:

A.  $16.2 \frac{m}{s^2}$       B.  $0.6 \frac{m}{s^2}$       C.  $0.3 \frac{m}{s^2}$       D.  $8.1 \frac{m}{s^2}$

**Rezultat:** D.

### Zadatak 426 (WWW, gimnazija)

Dvije teške kugle bacimo vertikalno uvis jednakim početnim brzinama, jednu za drugom u vremenskom razmaku t sekundi. Kugle se sastanu  $t_1$  sekundi pošto je bačena prva kugla. Odredi početnu brzinu kugala. Otpor zraka zanemarimo. ( $g$  – ubrzanje sile teže)

### Rješenje 426

$$t, \quad t_1, \quad g, \quad v_0 = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac uvis je gibanje složeno od jednolikog pravocrtinoga gibanja prema gore i slobodnog pada prema dolje. Visina h u času kad je prošlo vrijeme t dana je izrazom

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je  $v_0$  početna brzina.

Neka je  $v_0$  početna brzina kugala. Prva od njih, nakon vremena  $t_1$ , nalazi se na visini  $h_1$ .

$$h_1 = v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2$$

Druga kugla bačena je t sekundi poslije prve pa se nakon vremena  $t_1 - t$  nalazi na visini  $h_2$ .

$$h_2 = v_0 \cdot (t_1 - t) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_1 - t)^2.$$

Budući da se kugle sastanu u zraku, vrijedi:

$$\begin{aligned} h_1 = h_2 &\Rightarrow v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = v_0 \cdot (t_1 - t) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_1 - t)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = v_0 \cdot t_1 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_1^2 - 2 \cdot t_1 \cdot t + t^2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = v_0 \cdot t_1 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 + g \cdot t_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = v_0 \cdot t_1 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 + g \cdot t_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow 0 = -v_0 \cdot t + g \cdot t_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0 \cdot t = g \cdot t_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow v_0 \cdot t = g \cdot t_1 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad /: t \Rightarrow v_0 = g \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0 = g \cdot \left( t_1 - \frac{1}{2} \cdot t \right). \end{aligned}$$

### Vježba 426

Dvije teške kugle bacimo vertikalno uvis jednakim početnim brzinama, jednu za drugom u vremenskom razmaku 2 sekunde. Kugle se sastanu 4 sekunde pošto je bačena prva kugla. Odredi početnu brzinu kugala. Otpor zraka zanemarimo. (ubrzanje sile teže  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:**  $v_0 = 30 \text{ m/s}$ .

### Zadatak 427 (Ana, gimnazija)

Balon se diže okomito uvis ubrzanjem  $a = 2 \text{ m/s}^2$ . Nakon 5 sekundi od početka gibanja iz njega ispadne predmet. Poslije koliko će vremena predmet pasti na tlo? (ubrzanje sile teže  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 427

$$a = 2 \text{ m/s}^2, \quad \Delta t = 5 \text{ s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad t = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje su  $v$  i  $s$  brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Vertikalni hitac uvis je gibanje složeno od jednolikog pravocrtne gibanja prema gore i slobodnog pada prema dolje. Visina  $h$  u času kad je prošlo vrijeme  $t$  dana je izrazom

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je  $v_0$  početna brzina.

Ako slovom  $h$  označimo koordinatnu os usmjerenu uvis čiji je početak na površini Zemlje tada jednadžba gibanja predmeta glasi:

$$h = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je:

$$h_0 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2, \quad v_0 = a \cdot \Delta t, \quad t - \text{vrijeme padanja predmeta.}$$

U trenutku pada predmeta na tlo vrijedi:

$$\begin{aligned} h = 0 &\Rightarrow h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 + a \cdot (\Delta t) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 = 0 \Rightarrow 25 + 10 \cdot t - 5 \cdot t^2 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -5 \cdot t^2 + 10 \cdot t + 25 = 0 \Rightarrow -5 \cdot t^2 + 10 \cdot t + 25 = 0 \quad /: (-5) \Rightarrow t^2 - 2 \cdot t - 5 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} t^2 - 2 \cdot t - 5 = 0 \\ a = 1, \quad b = -2, \quad c = -5 \end{array} \right\} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow t_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 20}}{2} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{24}}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = \frac{2 + \sqrt{24}}{2} \\ t_2 = \frac{2 - \sqrt{24}}{2} \text{ nema smisla jer je negativan broj} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow t = \frac{2 + \sqrt{24}}{2} \Rightarrow t = 3.45 \text{ s.} \end{aligned}$$

#### Vježba 427

Balon se diže okomito uvis ubrzanjem  $a = 20 \text{ dm/s}^2$ . Nakon 5 sekundi od početka gibanja iz njega ispadne predmet. Poslije koliko će vremena predmet pasti na tlo? (ubrzanje sile teže  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 3.45 s.

### Zadatak 428 (Danijel, gimnazija)

U vertikalnoj jami točka A (vrh jame) je 30 metara iznad točke B. Iz točke A ispusti se kamen u jamu bez početne brzine. Iz točke B ispusti se kamen jednu sekundu kasnije bez početne brzine. Oba kamena padnu istodobno na dno jame. Kolika je dubina jame? (ubrzanje sile teže  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 428

$$\Delta h = 30 \text{ m}, \quad \Delta t = 1 \text{ s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

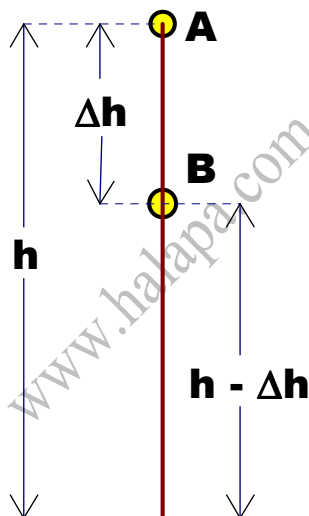
$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0 = 0 \text{ m/s}$  i konstantnom akceleracijom  $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje su h visina pada, g ubrzanje sile teže.



Kada se sa visine h (iz točke A) bez početne brzine ispusti kamen jednadžba gibanja glasi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je t vrijeme padanja.

Budući da se drugi kamen ispusti bez početne brzine jednu sekundu kasnije sa visine koja je za  $\Delta h$  manja od visine h, vrijedi jednadžba:

$$h - \Delta h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2.$$

Iz sustava jednadžbi izračunamo vrijeme padanja t prvog kamena.

$$\left. \begin{array}{l} h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ h - \Delta h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - \Delta h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 - 30 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (t - 1)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 - 30 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (t - 1)^2 \Rightarrow 5 \cdot t^2 - 30 = 5 \cdot (t - 1)^2 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 5 \cdot t^2 - 30 &= 5 \cdot (t-1)^2 \quad /: 5 \Rightarrow t^2 - 6 = (t-1)^2 \Rightarrow t^2 - 6 = t^2 - 2 \cdot t + 1 \Rightarrow t^2 - 6 = t^2 - 2 \cdot t + 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -6 = -2 \cdot t + 1 \Rightarrow 2 \cdot t = 1 + 6 \Rightarrow 2 \cdot t = 7 \Rightarrow 2 \cdot t = 7 \quad /: 2 \Rightarrow t = 3.5 \text{ s.} \end{aligned}$$

Računamo visinu h (dubinu jame).

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3.5 \text{ s})^2 = 61.25 \text{ m.}$$

### Vježba 428

U vertikalnoj jami točka A (vrh jame) je 300 dm iznad točke B. Iz točke A ispusti se kamen u jamu bez početne brzine. Iz točke B ispusti se kamen jednu sekundu kasnije bez početne brzine. Oba kamena padnu istodobno na dno jame. Kolika je dubina jame? (ubrzanje sile teže  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 61.25 m.

### Zadatak 429 (Valentina, gimnazija)

Brzina vlaka kočenjem se smanji od 60 km/h na 12 km/h na putu dugom 600 m. Kolika je sila zaustavljala vlak, ako je njegova masa 500 tona?

#### Rješenje 429

$$v_0 = 60 \text{ km/h} = [60 : 3.6] = 16.67 \text{ m/s}, \quad v = 12 \text{ km/h} = [12 : 3.6] = 3.33 \text{ m/s}, \quad s = 600 \text{ m}, \\ m = 500 \text{ t} = 500000 \text{ kg} = 5 \cdot 10^5 \text{ kg}, \quad F = ?$$

Tijelu koje se giba može se mijenjati vrijednost ili smjer brzine ili oboje istodobno.

Akceleracijom opisujemo promjenu brzine u određenom vremenskom intervalu. Akceleracija tijela može biti stalna ili promjenljiva. Kada se tijelo giba pravocrtno, akceleracija je pozitivna pri povećanju brzine, a negativna pri smanjenju brzine.

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F. Akceleracija a tijela je razmjerna sili i ima smjer sile.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t. Za jednoliko usporeno gibanje vrijedi isti izraz.

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0$  vrijedi formula za brzinu:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot s.$$

Budući da se brzina vlaka smanji sa  $v_0$  na v vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} v^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot s \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot a \cdot s = v_0^2 - v^2 \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot a \cdot s = v_0^2 - v^2 \quad /: \frac{1}{2 \cdot s} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{v_0^2 - v^2}{2 \cdot s} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow F = m \cdot \frac{v_0^2 - v^2}{2 \cdot s} =$$



$$= 5 \cdot 10^5 \text{ kg} \cdot \frac{\left(16.67 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(3.33 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 600 \text{ m}} = 111166.67 \text{ N}.$$

### Vježba 429

Brzina vlaka kočenjem se smanji od 60 km/h na 12 km/h na putu dugom 1200 m. Kolika je sila zaustavljala vlak, ako je njegova masa 1000 tona?

**Rezultat:** 111166.67 N.

### Zadatak 430 (Vlado, srednja škola)

Tijelo mase 10 kg miruje na glatkoj vodoravnoj površini. Kolika treba biti sila paralelna s površinom koja će pokrenuti tijelo i za 2 s dati mu brzinu 4 m/s, ako je sila trenja stalna i iznosi 5 N?

#### Rješenje 430

$$m = 10 \text{ kg}, \quad t = 2 \text{ s}, \quad v = 4 \text{ m/s}, \quad F_{tr} = 5 \text{ N}, \quad F = ?$$

Tijelu koje se giba može se mijenjati vrijednost ili smjer brzine ili oboje istodobno.

Akceleracijom opisujemo promjenu brzine u određenom vremenskom intervalu. Akceleracija tijela može biti stalna ili promjenljiva. Kada se tijelo giba pravocrtno, akceleracija je pozitivna pri povećanju brzine, a negativna pri smanjenju brzine.

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F.

Akceleracija a tijela je razmjerna sili i ima smjer sile.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t \Rightarrow a = \frac{v}{t},$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja.

Budući da sila F mora savladati trenje  $F_{tr}$  i tijelu mase m dati akceleraciju a, vrijedi:

$$F = F_{tr} + m \cdot a \Rightarrow F = F_{tr} + m \cdot \frac{v}{t} = 5 \text{ N} + 10 \text{ kg} \cdot \frac{4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ s}} = 25 \text{ N}.$$

### Vježba 430

Tijelo mase 10 kg miruje na glatkoj vodoravnoj površini. Kolika treba biti sila paralelna s površinom koja će pokrenuti tijelo i za 2 s dati mu brzinu 4 m/s, ako je sila trenja stalna i iznosi 7 N?

**Rezultat:** 27 N.

### Zadatak 431 (Ana, gimnazija)

Deset jednakih knjiga, svaka mase 3 kg, naslagane su jedna na drugu. Odredi silu potrebnu za izvlačenje (brojeći odozgo) sedme knjige, ako je koeficijent trenja 0.3. (ubrzanje sile teže  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 431

$$n = 10, \quad m = 3 \text{ kg}, \quad \mu = 0.3, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

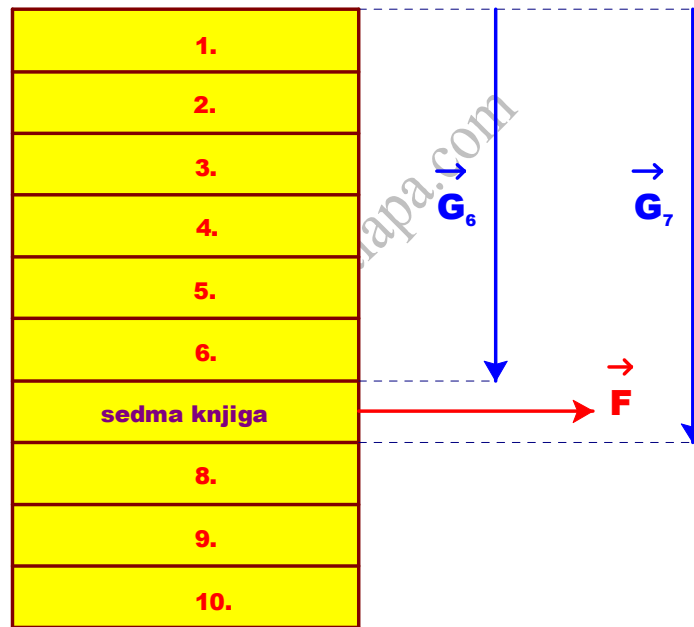
gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je  $F_{tr}$  trenje,  $\mu$  faktor trenja,  $F_N$  veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$



Na gornju površinu sedme knjige, koju izvlačimo silom F, djeluje težina šest knjiga koje su iznad nje

$$G_6 = 6 \cdot m \cdot g$$

pa sila trenja  $F_{tr6}$  iznosi:

$$F_{tr6} = \mu \cdot G_6 \Rightarrow F_{tr6} = \mu \cdot 6 \cdot m \cdot g \Rightarrow F_{tr6} = 6 \cdot \mu \cdot m \cdot g.$$

Na donju površinu sedme knjige, koju izvlačimo silom F, djeluje težina sedam knjiga (šest iznad nje i ona sama)

$$G_7 = 7 \cdot m \cdot g$$

pa sila trenja  $F_{tr7}$  iznosi:

$$F_{tr7} = \mu \cdot G_7 \Rightarrow F_{tr7} = \mu \cdot 7 \cdot m \cdot g \Rightarrow F_{tr7} = 7 \cdot \mu \cdot m \cdot g.$$

Ukupno trenje  $F_{tr}$  jednako je zbroju trenja  $F_{tr6}$  gornje i trenja  $F_{tr7}$  donje površine sedme knjige.

$$F_{tr} = F_{tr6} + F_{tr7} \Rightarrow F_{tr} = 6 \cdot \mu \cdot m \cdot g + 7 \cdot \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow F_{tr} = 13 \cdot \mu \cdot m \cdot g = 13 \cdot 0.3 \cdot 3 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 117 \text{ N}.$$

Sila F potrebna za izvlačenje sedme knjige mora biti veća ili jednaka sili trenja.

$$\left. \begin{array}{l} F \geq F_{tr} \\ F_{tr} = 117 \text{ N} \end{array} \right\} \Rightarrow F \geq 117 \text{ N}.$$

### Vježba 431

Deset jednakih knjiga, svaka mase 9 kg, naslagane su jedna na drugu. Odredi silu potrebnu za izvlačenje (brojeći odozgo) sedme knjige, ako je koeficijent trenja 0.1. (ubrzanje sile teže  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 117 N.

### Zadatak 432 (Ana, gimnazija)

Na automobil mase 1200 kg brzine 10 m/s djeluje u vremenu 6 s sila ubrzanja 900 N. Kolika je brzina nakon djelovanja sile?

### Rješenje 432

$$m = 1200 \text{ kg}, \quad v_0 = 10 \text{ m/s}, \quad t = 6 \text{ s}, \quad F = 900 \text{ N}, \quad v = ?$$

Tijelu koje se giba može se mijenjati vrijednost ili smjer brzine ili oboje istodobno.

Akceleracijom opisujemo promjenu brzine u određenom vremenskom intervalu. Akceleracija tijela može biti stalna ili promjenljiva. Kada se tijelo giba pravocrtno, akceleracija je pozitivna pri povećanju brzine, a negativna pri smanjenju brzine.

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F. Akceleracija a tijela je razmjerna sili i ima smjer sile.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t,$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0$  vrijedi formula za trenutnu brzinu v:

$$v = v_0 + a \cdot t.$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F, a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m.

1. inačica

Nakon djelovanja sile F automobil mase m i početne brzine  $v_0$  počinje jednoliko ubrzavati pa mu konačna brzina iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} v = v_0 + a \cdot t \\ a = \frac{F}{m} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow v = v_0 + \frac{F}{m} \cdot t = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{900 \text{ N}}{1200 \text{ kg}} \cdot 6 \text{ s} = 14.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2. inačica

Budući da na automobil mase  $m$ , u vremenskom intervalu  $t$ , djeluje sila  $F$ , njegova brzina  $v_1$  bit će:

$$F \cdot t = m \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot t = m \cdot v_1 \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow v_1 = \frac{F \cdot t}{m}.$$

Nakon djelovanja sile  $F$  konačna brzina  $v$  jednaka je zbroju brzina  $v_0$  i  $v_1$ .

$$\left. \begin{array}{l} v = v_0 + v_1 \\ v_1 = \frac{F \cdot t}{m} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow v = v_0 + \frac{F \cdot t}{m} = 10 \frac{m}{s} + \frac{900 \text{ N} \cdot 6 \text{ s}}{1200 \text{ kg}} = 14.5 \frac{m}{s}.$$

### Vježba 432

Na automobil mase 1200 kg brzine 10 m/s djeluje u vremenu 3 s sila ubrzanja 1800 N. Kolika je brzina nakon djelovanja sile?

**Rezultat:** 14.5 m/s.

### Zadatak 433 (Vesna, srednja škola)

Tijelo slobodno pada sa visine  $h$  na Zemlji i na Mjesecu. Koliki je omjer vremena slobodnog pada tijela na Zemlji i na Mjesecu? (ubrzanje Zemljine sile teže  $g_1 = 9.81 \text{ m/s}^2$ , ubrzanje Mjesečeve sile teže  $g_2 = 1.64 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 433

$$h, \quad g_1 = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad g_2 = 1.64 \text{ m/s}^2, \quad t_1 : t_2 = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

gdje je  $s$  put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0 = 0 \text{ m/s}$  i konstantnom akceleracijom  $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}},$$

gdje su  $h$  visina pada,  $g$  ubrzanje sile teže.

Budući da su vremena slobodnog pada sa visine  $h$

- na Zemlji  $t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g_1}}$
- na Mjesecu  $t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g_2}}$

njihov omjer iznosi:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot h}{g_1}}}{\sqrt{\frac{2 \cdot h}{g_2}}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{\frac{2 \cdot h}{g_1}}{\frac{2 \cdot h}{g_2}}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{1.64 \frac{m}{s^2}}{9.81 \frac{m}{s^2}}} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 0.41.$$

### Vježba 433

Tijelo slobodno pada sa visine  $h$  na Zemlji i na Mjesecu. Koliki je omjer vremena slobodnog pada tijela na Mjesecu i na Zemlji? (ubrzanje Zemljine sile teže  $g_1 = 9.81 \text{ m/s}^2$ , ubrzanje Mjesečeve sile teže  $g_2 = 1.64 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 2.45.

### Zadatak 434 (Lilly, medicinska škola)

Akceleracija sile teže na sjevernom polu je 0.2% veća od one u Zagrebu. Za koliko je tijelo mase 1700 grama teže na polu nego u Zagrebu? (ubrzanje sile teže u Zagrebu  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

A. 3.3 N      B. 33 N      C. 33 mN      D. 170 mN

### Rješenje 434

$$p = 0.2\% = \frac{0.2}{100} = 0.002, \quad m = 1700 \text{ g} = 1.7 \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta G = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo težnom silom (silom težom). Pod djelovanjem teže sile sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G težna sila, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Stoti dio nekog broja naziva se **postotak**. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

$$\text{Na primjer, } 9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 0.3\% = \frac{0.3}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x poveća za p% ?

$$x + \frac{p}{100} \cdot x.$$

1. inačica

Na sjevernom polu je akceleracija sile teže  $g_1$  veća za p posto od one u Zagrebu i iznosi:

$$g_1 = g + p \cdot g \Rightarrow g_1 = (1 + p) \cdot g \Rightarrow g_1 = (1 + 0.002) \cdot g \Rightarrow g_1 = 1.002 \cdot g.$$

Težina tijela mase m je:

- u Zagrebu

$$G = m \cdot g$$

- na polu

$$G_1 = m \cdot g_1 \Rightarrow G_1 = m \cdot 1.002 \cdot g.$$

Računamo koliko je tijelo teže na sjevernom polu nego u Zagrebu.

$$\begin{aligned} \Delta G &= G_1 - G \Rightarrow \Delta G = m \cdot 1.002 \cdot g - m \cdot g \Rightarrow \Delta G = m \cdot g \cdot (1.002 - 1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta G = m \cdot g \cdot 0.002 = 1.7 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.002 = 0.03335 \text{ N} = 33.35 \text{ mN} \approx 33 \text{ mN}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Budući da je akceleracija sile teže na sjevernom polu za p posto veća od one u Zagrebu, njezina promjena iznosi:

$$\Delta g = p \cdot g.$$

Tada je težina tijela mase m na sjevernom polu povećana za  $\Delta G$ .

$$\Delta G = m \cdot \Delta g \Rightarrow \Delta G = m \cdot p \cdot g = 1.7 \text{ kg} \cdot 0.002 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 0.03335 \text{ N} = 33.35 \text{ mN} \approx 33 \text{ mN}.$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 434

Akceleracija sile teže na sjevernom polu je 0.2% veća od one u Zagrebu. Za koliko je tijelo mase 1400 grama teže na polu nego u Zagrebu? (ubrzanje sile teže u Zagrebu  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

- A. 35.42 mN      B. 46.54 mN      C. 27.47 mN      D. 72.50 mN

**Rezultat:** C.

### Zadatak 435 (Marko, srednja škola)

Kamion se jednoliko giba brzinom 72 km/h. Iza njega vozi automobil na udaljenosti 200 m koji se kreće u istom smjeru i jednakom brzinom kao i kamion. Kolika treba biti akceleracija automobila da dostigne kamion za 0.2 min?

#### Rješenje 435

$$v = 72 \text{ km/h}, \quad s = 200 \text{ m}, \quad t = 0.2 \text{ min} = [0.2 \cdot 60 \text{ s}] = 12 \text{ s}, \quad a = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Kamion i automobil gibaju se jednakom brzinom pa je udaljenost među njima stalna i iznosi s. Budući da automobil mora dostići kamion za vrijeme t, počeo će ubrzavati akceleracijom a. Zato vrijedi:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \cdot \frac{2}{t^2} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2} = \frac{2 \cdot 200 \text{ m}}{(12 \text{ s})^2} = 2.78 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

### Vježba 435

Kamion se jednoliko giba brzinom 72 km/h. Iza njega vozi automobil na udaljenosti 800 m koji se kreće u istom smjeru i jednakom brzinom kao i kamion. Kolika treba biti akceleracija automobila da dostigne kamion za 0.4 min?

**Rezultat:** 2.78 m/s<sup>2</sup>.

### Zadatak 436 (Matej, srednja škola)

Tijelo leži na vodoravnoj podlozi. Za tijelo zavežemo nit kojom ga vučemo po podlozi. U jednome trenutku nit se prekine. Što je od navedenoga točno? Zanemarite trenje.

- A. Tijelo se trenutačno zaustavi.
- B. Tijelo se nastavi gibati usporeno.
- C. Tijelo se nastavi gibati jednoliko.
- D. Tijelo se nastavi gibati ubrzano.

#### Rješenje 436

##### Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

Budući da na tijelo ne djeluju sile (trenje je zanemareno), ono će se prema prvom Newtonovom poučku gibati jednoliko.

Odgovor je pod C.

### Vježba 436

Lopta je bačena vertikalno prema gore i vraća se dolje. Tijekom leta lopte vektori brzine i akceleracije lopte:

- A. uvijek su iste orijentacije;
- B. uvijek su suprotne orijentacije;
- C. prvo su suprotne orijentacije, a zatim iste orijentacije;
- D. prvo su iste orijentacije, a zatim suprotne orijentacije.

**Rezultat:** C.

**Zadatak 437 (Matej, srednja škola)**

Krenuvši iz mirovanja automobil se giba jednoliko ubrzano te nakon 10 s postigne brzinu 20 m/s. Automobil se sljedećih 10 s giba jednoliko brzinom koju je imao na kraju desete sekunde. Kolika je srednja brzina automobila za tih 20 s gibanja?

A.  $10 \frac{m}{s}$       B.  $15 \frac{m}{s}$       C.  $20 \frac{m}{s}$       D.  $30 \frac{m}{s}$

**Rješenje 437**

$$t_1 = 10 \text{ s}, \quad v_1 = 20 \text{ m/s}, \quad t_2 = 10 \text{ s}, \quad t = 20 \text{ s}, \quad v = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest količnik dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Ako je taj količnik stalan za svaki  $\Delta s$  i odgovarajući  $\Delta t$  duž nekog puta s, onda kažemo da se na tom putu tijelo giba jednoliko te vrijedi

$$v = \frac{s}{t}$$

1. inačica

Automobil se za vrijeme  $t_1$  jednoliko ubrzavao akceleracijom

$$v_1 = a \cdot t_1 \Rightarrow v_1 = a \cdot t_1 \cdot \frac{1}{t_1} \Rightarrow a = \frac{v_1}{t_1} = \frac{20 \frac{m}{s}}{10 \text{ s}} = 2 \frac{m}{s^2}.$$

Pritom je prešao put

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{m}{s^2} \cdot (10 \text{ s})^2 = 100 \text{ m}.$$

Za vrijeme  $t_2$  automobil se gibao jednoliko brzinom  $v_1$  (koju je imao na kraju desete sekunde) i prevalio put

$$s_2 = v_1 \cdot t_2 = 20 \frac{m}{s} \cdot 10 \text{ s} = 200 \text{ m}.$$

Budući da je ukupni put

$$s = s_1 + s_2$$

prevaljen za vrijeme t, srednja brzina v automobila iznosi:

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2}{t} = \frac{100 \text{ m} + 200 \text{ m}}{20 \text{ s}} = 15 \frac{m}{s}.$$

Odgovor je pod B.

2. inačica

Za vrijeme  $t_1$  automobil se gibao jednoliko ubrzano i postigao brzinu  $v_1$ . Pritom je prešao put

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot v_1 \cdot t_1 = \frac{1}{2} \cdot 20 \frac{m}{s} \cdot 10 \text{ s} = 100 \text{ m}.$$

Za vrijeme  $t_2$  automobil se gibao jednoliko brzinom  $v_1$  (koju je imao na kraju desete sekunde) i prevalio put

$$s_2 = v_1 \cdot t_2 = 20 \frac{m}{s} \cdot 10 s = 200 m.$$

Budući da je ukupni put

$$s = s_1 + s_2$$

prevaljen za vrijeme  $t$ , srednja brzina  $v$  automobila iznosi:

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2}{t} = \frac{100 m + 200 m}{20 s} = 15 \frac{m}{s}.$$

Odgovor je pod B.

Ili ovako:

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2}{t} = \frac{\frac{1}{2} \cdot v_1 \cdot t_1 + v_1 \cdot t_2}{t} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 20 \frac{m}{s} \cdot 10 s + 20 \frac{m}{s} \cdot 10 s}{20 s} = 15 \frac{m}{s}.$$

Odgovor je pod B.

### Vježba 437

Krenuvši iz mirovanja automobil se giba jednoliko ubrzano te nakon 10 s postigne brzinu 72 km/h. Automobil se sljedećih 10 s giba jednoliko brzinom koju je imao na kraju desete sekunde. Kolika je srednja brzina automobila za tih 20 s gibanja?

A.  $10 \frac{m}{s}$       B.  $15 \frac{m}{s}$       C.  $20 \frac{m}{s}$       D.  $30 \frac{m}{s}$

**Rezultat:** B.

### Zadatak 438 (Luka, tehnička škola)

Iz zrakoplova koji leti horizontalno na visini 1200 m izbačen je sanduk s hranom. Kojom je brzinom letio zrakoplov u času kad je izbacio sanduk ako je pao 500 m daleko od mjesta na tlu koje se nalazilo vertikalno ispod položaja zrakoplova u času kad je izbacio sanduk. (ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 438

$$y = 1200 \text{ m}, \quad x = 500 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0 = 0 \text{ m/s}$  i konstantnom akceleracijom  $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je  $h$  visina pada.

Tijelo se složeno giba kad istodobno obavlja dva ili više gibanja. Pri takvom gibanju vrijedi načelo **neovisnosti gibanja** koje glasi: Kad tijelo istodobno obavlja dva gibanja, giba se tako da se u svakom trenutku nalazi u točki do koje bi stiglo kad bi obavilo samo jedno gibanje u određenom vremenskom razmaku, a neovisno o tom gibanju istodobno i drugo gibanje u istome vremenskom razmaku.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

**Horizontalni hitac** je gibanje koje se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom  $v_0$  i slobodnog pada. Za vrijeme  $t$  tijelo je prešlo put u horizontalnom smjeru

$$x = v_0 \cdot t,$$

a u vertikalnom je smjeru palo za

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Brzina  $v_0$  je brzina u horizontalnom (vodoravnom) smjeru. Ona se s vremenom ne povećava, niti



smanjuje.

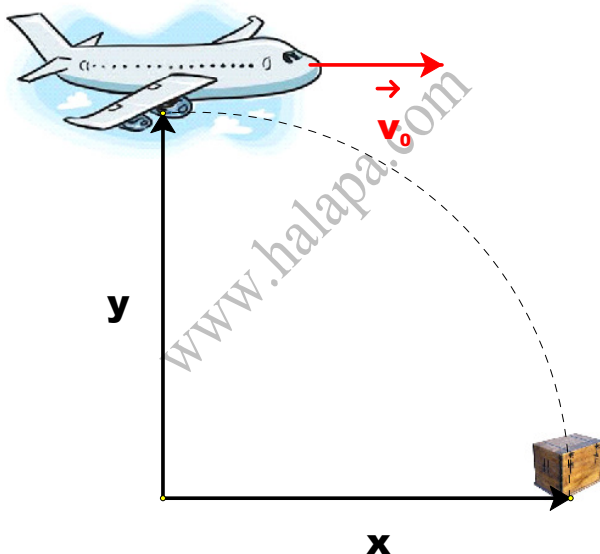
Računamo brzinu  $v_0$  kojom je letio zrakoplov u času kad je izbacio sanduk.

$$\left. \begin{array}{l} x = v_0 \cdot t \\ y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = v_0 \cdot t \cdot \frac{1}{v_0} \\ y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t = \frac{x}{v_0} \\ y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left( \frac{x}{v_0} \right)^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2} \cdot \frac{v_0^2}{y} \Rightarrow v_0^2 = \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot y} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot y} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot y}} \Rightarrow v_0 = x \cdot \sqrt{\frac{g}{2 \cdot y}} =$$

$$= 500 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \cdot 1200 \text{ m}}} = 31.97 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 32 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



### Vježba 438

Iz zrakoplova koji leti horizontalno na visini 1.2 km izbačen je sanduk s hranom. Kojom je brzinom letio zrakoplov u času kad je izbacio sanduk ako je pao 0.5 km daleko od mjesta na tlu koje se nalazilo vertikalno ispod položaja zrakoplova u času kad je izbacio sanduk. (ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 32 m/s.

### Zadatak 439 (LM, strukovna škola)

Za koje će vrijeme tijelo mase 5 kg postići brzinu 30 m/s ako na njega djeluje sila 50 N?

### Rješenje 439

$$m = 5 \text{ kg}, \quad v = 30 \text{ m/s}, \quad F = 50 \text{ N}, \quad t = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t,$$

gdje je  $v$  brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za

vrijeme  $t$ .

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase  $m$  na koje je za vrijeme  $t$  djelovala sila  $F$  vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina na kraju vremenskog intervala  $t$  za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile  $F$ , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase  $m$ .

1. inačica

Računamo vrijeme  $t$  za koje će tijelo mase  $m$  postići brzinu  $v$  ako na njega djeluje sila  $F$ .

$$\left. \begin{array}{l} v = a \cdot t \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = a \cdot t \cdot \frac{1}{t} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{v}{t} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow F = m \cdot \frac{v}{t} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow F = m \cdot \frac{v}{t} \cdot \frac{t}{F} \Rightarrow t = \frac{m \cdot v}{F} = \frac{5 \text{ kg} \cdot 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{50 \text{ N}} = 3 \text{ s}.$$

2. inačica

Iz formule koja povezuje impuls sile i količinu gibanja izračuna se vrijeme  $t$ .

$$F \cdot t = m \cdot v \Rightarrow F \cdot t = m \cdot v \cdot \frac{1}{F} \Rightarrow t = \frac{m \cdot v}{F} = \frac{5 \text{ kg} \cdot 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{50 \text{ N}} = 3 \text{ s}.$$

### Vježba 439

Za koje će vrijeme tijelo mase  $10 \text{ kg}$  postići brzinu  $15 \text{ m/s}$  ako na njega djeluje sila  $50 \text{ N}$ ?

**Rezultat:**  $3 \text{ s}$ .

### Zadatak 440 (Vlado, gimnazija)

Kolika je konačna brzina  $v$  tijela i koliki je put  $s$  tijelo prevalo ako klizi bez trenja  $8 \text{ s}$  niz kosinu, kojoj priklon iznosi  $30^\circ$  prema horizontalnoj ravnini? (ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 440

$$t = 8 \text{ s}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?, \quad s = ?$$

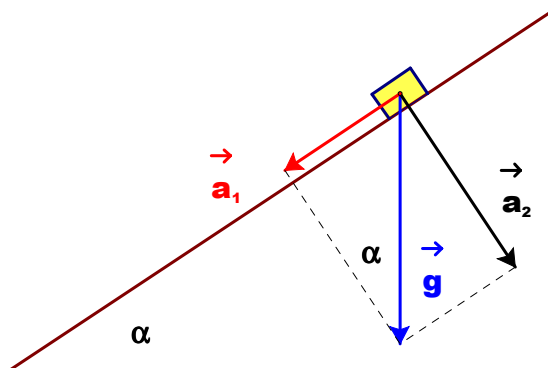
Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje su  $v$  i  $s$  brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

**Kosina** je ravnina nagnuta pod nekim kutom prema horizontalnoj ravnini, koja može poslužiti kao čvrsta podloga za dizanje ili spuštanje tereta.

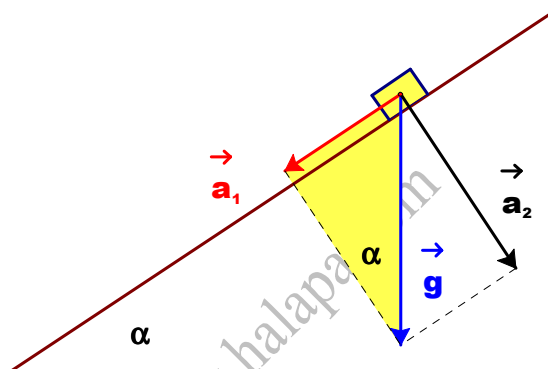
**Sinus** šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot toga kuta i duljine hipotenuze.



Ubrzanje sile teže  $g$  rastavimo u dvije komponente:

- jednu okomito na kosinu,  $a_2$
- drugu usporedno s kosinom,  $a_1$ .

Ubrzanje tijela pri klizanju niz kosinu je komponenta  $a_1$  ubrzanja sile teže  $g$  koja je usporedna s kosinom.



Pri klizanju tijela niz kosinu djeluje samo komponenta  $a_1$  ubrzanja sile teže  $g$ , koja je usporedna s kosinom. Iz pravokutnog trokuta čija je hipotenuza  $g$ , a jedna kateta  $a_1$  dobije se:

$$\sin \alpha = \frac{a_1}{g} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{a_1}{g} / \cdot g \Rightarrow a_1 = g \cdot \sin \alpha.$$

Stoga je:

- brzina

$$\left. \begin{array}{l} v = a_1 \cdot t \\ a_1 = g \cdot \sin \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow v = g \cdot \sin \alpha \cdot t = 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \sin 30^\circ \cdot 8 s = 39.24 \frac{m}{s}.$$

- put

$$\left. \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t^2 \\ a_1 = g \cdot \sin \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \sin 30^\circ \cdot (8 s)^2 = 156.96 m.$$

#### Vježba 440

Kolika je konačna brzina  $v$  tijela i koliki je put  $s$  tijelo prevalo ako klizi bez trenja 8 s niz kosinu, kojoj priklon iznosi  $45^\circ$  prema horizontalnoj ravlini? (ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:**  $v = 55.49 \text{ m/s}$ ,  $s = 221.97 \text{ m}$ .