

### Zadatak 461 (Matija, gimnazija)

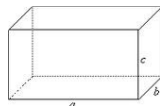
Na jednoj strani nepomičnog kolotura je drveni kvadar dimenzija 10 cm x 25 cm x 4 cm koji kliže po stolu, a na drugoj uteg mase 200 grama koji pada stalnom brzinom. Koliki je faktor trenja između kvadra i stola? Gustoća drva je  $800 \text{ kg/m}^3$ .

#### Rješenje 461

$a = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$ ,  $b = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}$ ,  $c = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$ ,  $m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}$ ,  
 $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu = ?$

**Kvadar** je uspravna četverostrana prizma kojoj je baza pravokutnik. Neka su a, b i c duljine bridova kvadra. Obujam kvadra izračunava se po formuli:

$$V = a \cdot b \cdot c.$$



**Gustoću**  $\rho$  neke tvari definiramo omjerom mase m i obujma V tijela:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo težnom silom (silom težom). Pod djelovanjem težne sile sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G težna sila, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

#### Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo **tromo**.

**Trenje** je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je  $F_{tr}$  trenje,  $\mu$  faktor trenja,  $F_N$  veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

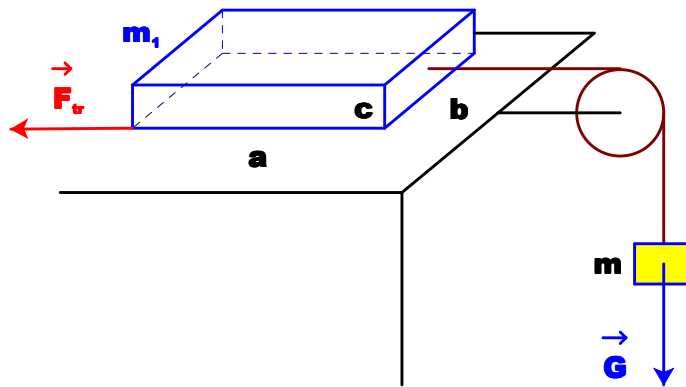
**Kolotur** je kotač koji ima na obodu žljeb u koji se ulaže uže. Kolotur može biti nepomičan i pomičan. Osovina čvrstog kolotura je učvršćena. Pomoću jednog nepomičnog kolotura mijenjamo samo smjer (ali ne i iznos) sile kojom podižemo teret. To je ekvivalentno poluzi jednakih krakova.

Najprije odredimo masu  $m_1$  drvenog kvadra.

$$\left. \begin{array}{l} V = a \cdot b \cdot c \\ \rho = \frac{m_1}{V} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} V = a \cdot b \cdot c \\ \rho = \frac{m_1}{V} \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} V = a \cdot b \cdot c \\ m_1 = \rho \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow m_1 = \rho \cdot a \cdot b \cdot c.$$

Budući da uteg mase m pada stalnom brzinom, sila trenja  $F_{tr}$  između drvenog kvadra mase  $m_1$  i stola po iznosu jednaka je težini G utega.

$$\begin{aligned} F_{tr} = G &\Rightarrow \mu \cdot m_1 \cdot g = m \cdot g \Rightarrow \mu \cdot m_1 \cdot g = m \cdot g \cdot \frac{1}{m_1 \cdot g} \Rightarrow \mu = \frac{m}{m_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[ m_1 = \rho \cdot a \cdot b \cdot c \right] \Rightarrow \mu = \frac{m}{\rho \cdot a \cdot b \cdot c} = \frac{0.2 \text{ kg}}{800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.1 \text{ m} \cdot 0.25 \text{ m} \cdot 0.04 \text{ m}} = 0.25. \end{aligned}$$



### Vježba 461

Na jednoj strani nepomičnog kolotura je drveni kvadar dimenzija 5 cm x 25 cm x 8 cm koji kliže po stolu, a na drugoj uteg mase 20 dekagrama koji pada stalnom brzinom. Koliki je faktor trenja između kvadra i stola? Gustoća drva je  $800 \text{ kg/m}^3$ .

**Rezultat:** 0.25.

### Zadatak 462 (Vesna, srednja škola)

Tijelo leži na vodoravnoj podlozi. Za tijelo zavežemo nit kojom ga vučemo po podlozi. U jednome trenutku nit se prekine. Što je od navedenoga točno? Zanemarite trenje.

- A. Tijelo se trenutačno zaustavi.      B. Tijelo se nastavi gibati usporeno.  
C. Tijelo se nastavi gibati jednoliko.      D. Tijelo se nastavi gibati ubrzano.

### Rješenje 462

$$F_{tr} = 0 \text{ N}$$

#### Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

**Trenje** je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja.

Kada tijelo vučemo pomoću niti po podlozi na njega djelujemo silom. Budući da nema trenja, ako nit pukne na tijelo ne djeluje nikakva sila pa se ono nastavi gibati jednoliko po pravcu.

Odgovor je pod C.

### Vježba 462

Tijelo leži na vodoravnoj podlozi. Za tijelo zavežemo nit kojom ga vučemo po podlozi. U jednome trenutku nit se prekine. Što je od navedenoga točno? Trenje postoji.

- A. Tijelo se trenutačno zaustavi.      B. Tijelo se nastavi gibati usporeno.  
C. Tijelo se nastavi gibati jednoliko.      D. Tijelo se nastavi gibati ubrzano.

**Rezultat:** B.

### Zadatak 463 (Vesna, srednja škola)

Krenuvši iz mirovanja, automobil se giba jednoliko ubrzano te nakon 10 s postigne brzinu 20 m/s. Automobil se sljedećih 10 s giba jednoliko brzinom koju je imao na kraju desete sekunde. Kolika je srednja brzina automobila za tih 20 s gibanja?

- A.  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$       B.  $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$       C.  $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$       D.  $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

### Rješenje 463

$$t_1 = 10 \text{ s}, \quad v = 20 \text{ m/s}, \quad t_2 = 10 \text{ s}, \quad v_s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je  $s$  put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo stalnom, konstantnom brzinom  $v$  za vrijeme  $t$ .

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t,$$

gdje su  $v$  i  $s$  brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

1. inačica

Prvi dio puta  $s_1$  automobil se giba jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$ .

$$v = a \cdot t_1 \Rightarrow v = a \cdot t_1 \cdot \frac{1}{t_1} \Rightarrow a = \frac{v}{t_1} = \frac{20 \frac{m}{s}}{10 s} = 2 \frac{m}{s^2}.$$

Prijeđeni put  $s_1$  iznosi:

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{m}{s^2} \cdot (10 s)^2 = 100 m.$$

Drugi dio puta  $s_2$  automobil se giba jednoliko stalnom brzinom  $v$  i prevali

$$s_2 = v \cdot t_2 = 20 \frac{m}{s} \cdot 10 s = 200 m.$$

Srednja brzina  $v_s$  jednaka je omjeru ukupno prevaljenog puta i proteklog vremena.

$$v_s = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{100 m + 200 m}{10 s + 10 s} = 15 \frac{m}{s}.$$

Odgovor je pod B.

2. inačica

Prvi dio puta  $s_1$  automobil se giba jednoliko ubrzano i prevali

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_1 = \frac{1}{2} \cdot 20 \frac{m}{s} \cdot 10 s = 100 m.$$

Drugi dio puta  $s_2$  automobil se giba jednoliko stalnom brzinom  $v$  i prevali

$$s_2 = v \cdot t_2 = 20 \frac{m}{s} \cdot 10 s = 200 m.$$

Srednja brzina  $v_s$  jednaka je omjeru ukupno prevaljenog puta i proteklog vremena.

$$v_s = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{100 m + 200 m}{10 s + 10 s} = 15 \frac{m}{s}.$$

Odgovor je pod B.

### Vježba 463

Krenuvši iz mirovanja, automobil se giba jednoliko ubrzano te nakon 20 s postigne brzinu 40 m/s. Automobil se sljedećih 20 s giba jednoliko brzinom koju je imao na kraju dvadesete sekunde. Kolika je srednja brzina automobila za tih 40 s gibanja?

- A.  $10 \frac{m}{s}$       B.  $15 \frac{m}{s}$       C.  $20 \frac{m}{s}$       D.  $30 \frac{m}{s}$

**Rezultat:** D.

### Zadatak 464 (Infiniti, gimnazija)

Tijelo se nalazi na vrhu kosine duge  $L = 6 \text{ m}$  i spušta se iz stanja mirovanja do dna za  $t = 2 \text{ s}$ . Trenje je zanemarivo. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

- Kolikom se akceleracijom tijelo giba?
- Kolika je visina kosine?

### Rješenje 464

$$L = 6 \text{ m}, \quad t = 2 \text{ s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad a = ?, \quad h = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo težnom silom (silom težom). Pod djelovanjem težne sile sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  težna sila,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila  $F$ .

Akceleracija  $a$  tijela je razmjerna sili i ima smjer sile, a obrnuto je razmjerna masi tijela.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

gdje je  $s$  put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Ako su  $a$  i  $b$  brojevi, kažemo da je kvocijent  $a : b$ ,  $b \neq 0$  omjer brojeva  $a$  i  $b$ .

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \quad \text{i} \quad c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera  $a$  i  $d$  jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera  $b$  i  $c$ .

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

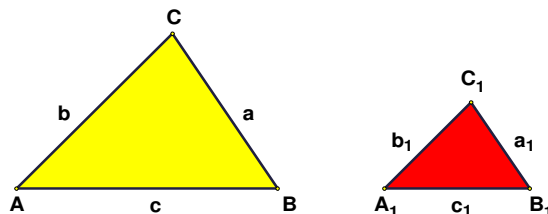
Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

### Sličnost trokuta

Kažemo da su dva trokuta slična ako postoji pridruživanje vrhova jednog vrhovima drugog tako da su odgovarajući kutovi jednaki, a odgovarajuće stranice proporcionalne.

$$\alpha = \alpha_1, \quad \beta = \beta_1, \quad \gamma = \gamma_1, \quad \frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1} = k.$$

Omjer stranica sličnih trokuta  $k$  zovemo koeficijent sličnosti.



### Prvi poučak sličnosti (K – K)

Dva su trokuta slična ako se podudaraju u dva kuta.

### Drugi poučak sličnosti (S – K – S)

Dva su trokuta slična ako se podudaraju u jednom kutu, a stranice koje određuju taj kut su proporcionalne.

### Treći poučak sličnosti (S – S – S)

Dva su trokuta slična ako su im sve odgovarajuće stranice proporcionalne.

### Četvrti poučak sličnosti (S – S – K)

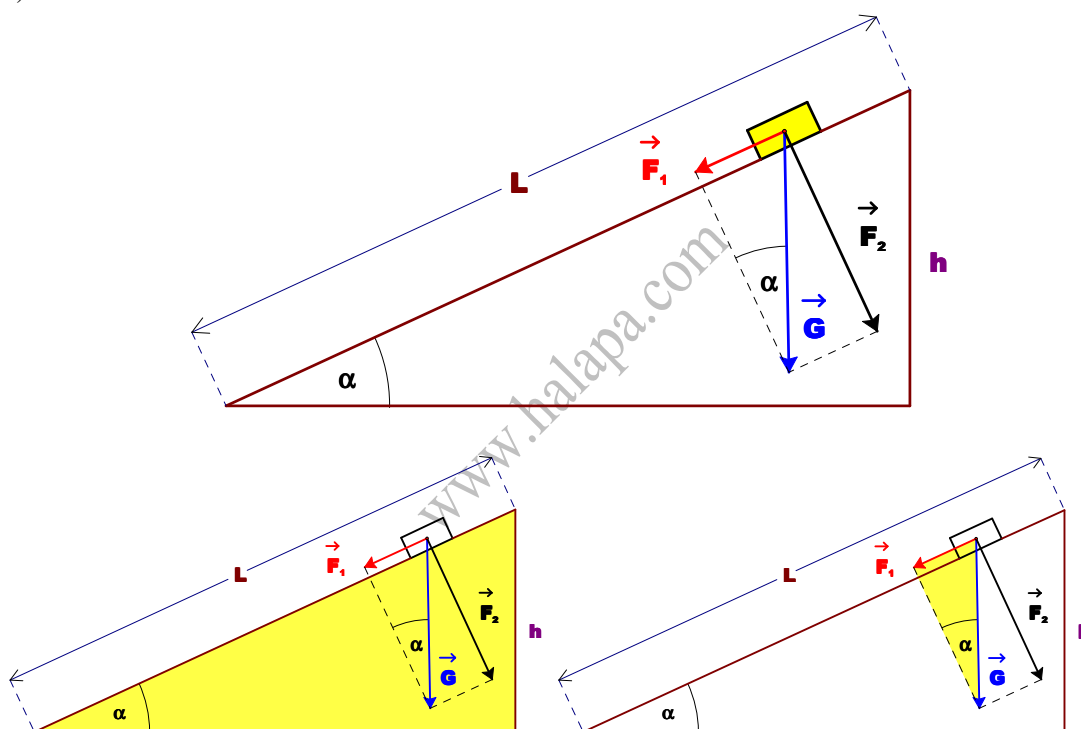
Dva su trokuta slična ako su im dvije stranice proporcionalne, a podudaraju se u kutu nasuprot većoj stranici.

a)

Budući da je trenje zanemarivo, tijelo se niz kosinu giba jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  pa za prijeđeni put  $L$  vrijedi

$$L = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow L = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \cdot \frac{2}{t^2} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot L}{t^2} = \frac{2 \cdot 6 \text{ m}}{(2 \text{ s})^2} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

b)



Sa slika vidi se da su pravokutni trokuti (trokut sa katetom  $h$  i hipotenuzom  $L$  i trokut sa katetom  $F_1$  i hipotenuzom  $G$ ) slični pa vrijedi razmjer:

$$\begin{aligned} h : L = F_1 : G &\Rightarrow h \cdot G = L \cdot F_1 \Rightarrow h \cdot G = L \cdot F_1 \cdot \frac{1}{G} \Rightarrow h = \frac{L \cdot F_1}{G} \Rightarrow h = \frac{L \cdot m \cdot a}{m \cdot g} \Rightarrow \\ \Rightarrow h &= \frac{L \cdot m \cdot a}{m \cdot g} \Rightarrow h = \frac{L \cdot a}{g} = \left[ a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = \frac{6 \text{ m} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1.8 \text{ m}. \end{aligned}$$

Ili ovako:

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{L \cdot a}{g} \\ L &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{h}{L} = \frac{\frac{L \cdot a}{g}}{\frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2} \Rightarrow \frac{h}{L} = \frac{\frac{L \cdot a}{g}}{\frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2} \Rightarrow \frac{h}{L} = \frac{\frac{L}{g}}{\frac{1}{2} \cdot t^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{h}{L} = \frac{2 \cdot L}{g \cdot t^2} \Rightarrow \frac{h}{L} = \frac{2 \cdot L}{g \cdot t^2} / \cdot L \Rightarrow h = \frac{2 \cdot L^2}{g \cdot t^2} = \frac{2 \cdot (6 \text{ m})^2}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2 \text{ s})^2} = 1.8 \text{ m}.$$

### Vježba 464

Tijelo se nalazi na vrhu kosine duge  $L = 8 \text{ m}$  i spušta se iz stanja mirovanja do dna za  $t = 2 \text{ s}$ . Trenje je zanemareno. Kolikom se akceleracijom tijelo giba?

**Rezultat:**  $4 \text{ m/s}^2$ .

### Zadatak 465 (Helena, gimnazija)

Kamen je izbačen vertikalno uvis s visine  $25.6 \text{ m}$  tako da je dosegao maksimalnu visinu  $28.8 \text{ m}$  s obzirom na tlo. Kolika je početna brzina kamena, a kolika mu je brzina neposredno prije udara o tlo? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 465

$$h_1 = 25.6 \text{ m}, \quad h_2 = 28.8 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = ?, \quad v = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac uvis je gibanje složeno od jednolikog pravocrtnoga gibanja prema gore i slobodnog pada prema dolje. Početna brzina  $v_0$  dana je izrazom

$$v_0^2 = 2 \cdot g \cdot H,$$

gdje je  $H$  maksimalna visina.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje je  $v$  brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0 = 0 \text{ m/s}$  i konstantnom akceleracijom  $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h,$$

gdje su  $h$  visina pada,  $g$  ubrzanje sile teže.

Izbačen s visine  $h_1$  kamen je prevalio put  $\Delta h$ .

$$\Delta h = h_2 - h_1.$$

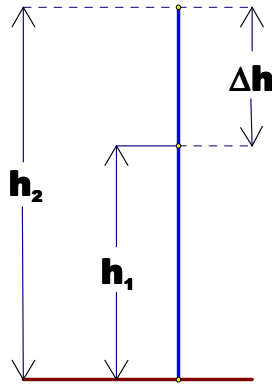
Računamo početnu brzinu  $v_0$  kamena.

$$\left. \begin{aligned} \Delta h &= h_2 - h_1 \\ v_0^2 &= 2 \cdot g \cdot \Delta h \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow v_0^2 = 2 \cdot g \cdot (h_2 - h_1) \Rightarrow v_0^2 = 2 \cdot g \cdot (h_2 - h_1) / \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_2 - h_1)} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (28.8 \text{ m} - 25.6 \text{ m})} = 7.92 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Budući da je kamen počeo padati s visine  $h_2$ , njegova brzina neposredno prije udara o tlo iznosi:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h_2 / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 28.8 \text{ m}} = 23.77 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



### Vježba 465

Kamen je izbačen vertikalno uvis s visine 32.4 m tako da je dosegao maksimalnu visinu 35.6 m s obzirom na tlo. Kolika je početna brzina kamena? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 7.92 m/s.

### Zadatak 466 (Bruno, tehnička škola)

Vučna sila lokomotive iznosi 240 kN, a snaga 3 MW. Za koje vrijeme vlak prijeđe put od 10.8 km, ako se giba stalnom brzinom?

#### Rješenje 466

$$F = 240 \text{ kN} = 2.4 \cdot 10^5 \text{ N}, \quad P = 3 \text{ MW} = 3 \cdot 10^6 \text{ W}, \quad s = 10.8 \text{ km} = 10800 \text{ m}, \quad t = ?$$

Tijelo obavlja rad  $W$  ako djeluje nekom silom  $F$  na putu  $s$  na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga  $P$  jednaka je omjeru rada  $W$  i vremena  $t$  za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}$$

Za trenutnu snagu možemo pisati

$$P = F \cdot v$$

pri čemu je  $v$  trenutna brzina.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je  $s$  put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo stalnom, konstantnom brzinom  $v$  za vrijeme  $t$ .

Snaga, sila i brzina mogu se povezati formulama:

$$P = \frac{W}{t}, \quad P = \frac{F \cdot s}{t}, \quad P = F \cdot v.$$

1. inačica

Vrijeme za koje vlak prijeđe put  $s$ , ako se giba stalnom brzinom iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} P = F \cdot v \\ s = v \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P = F \cdot v \cdot \frac{1}{F} \\ s = v \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = \frac{P}{F} \\ s = v \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow s = \frac{P}{F} \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \frac{P}{F} \cdot t \cdot \frac{F}{P} \Rightarrow t = \frac{s \cdot F}{P} = \frac{10800 \text{ m} \cdot 2.4 \cdot 10^5 \text{ N}}{3 \cdot 10^6 \text{ W}} = 864 \text{ s} = [864 : 60] = 14.4 \text{ min} =$$

$$= 14 \text{ min} + 0.4 \text{ min} = 14 \text{ min} + 0.4 \cdot 60 \text{ s} = 14 \text{ min } 24 \text{ s}.$$

2. inačica

Vrijeme za koje vlak prijeđe put s iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} P = \frac{W}{t} \\ W = F \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow P = \frac{F \cdot s}{t} \Rightarrow P = \frac{F \cdot s}{t} \cdot \frac{t}{P} \Rightarrow t = \frac{F \cdot s}{P} =$$
$$= \frac{2.4 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot 10800 \text{ m}}{3 \cdot 10^6 \text{ W}} = 864 \text{ s} = [864 : 60] = 14.4 \text{ min} =$$
$$= 14 \text{ min} + 0.4 \text{ min} = 14 \text{ min} + 0.4 \cdot 60 \text{ s} = 14 \text{ min } 24 \text{ s}.$$

### Vježba 466

Vučna sila lokomotive iznosi 480 kN, a snaga 6 MW. Za koje vrijeme vlak prijeđe put od 10.8 km, ako se giba stalnom brzinom?

**Rezultat:** 14 min 24 s.

### Zadatak 467 (Zlatko, srednja škola)

Na kvadar koji se nalazi na vodoravnoj podlozi djeluje sila iznosa 3 N. Sila je usporedna s podlogom. Kvadar se giba jednoliko u smjeru djelovanja sile. Što je od navedenoga točno za iznos sile trenja  $F_{tr}$  između kvadra i podloge?

- A.  $F_{tr} = 0 \text{ N}$       B.  $0 \text{ N} < F_{tr} < 3 \text{ N}$       C.  $F_{tr} = 3 \text{ N}$       D.  $3 \text{ N} < F_{tr}$

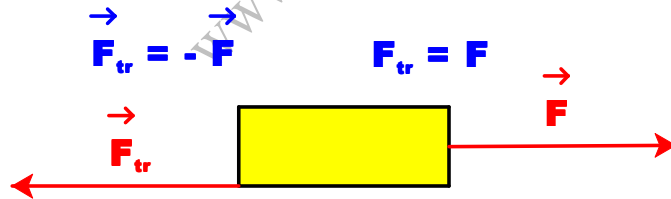
### Rješenje 467

$$F = 3 \text{ N}, \quad F_{tr} = ?$$

#### Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

**Trenje** je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. **Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja.**



Budući da se kvadar giba jednoliko, sila  $F$  i sila trenja  $F_{tr}$  jednake su po iznosu, ali imaju suprotne smjerove. (prvi Newtonov poučak)

Odgovor je pod C.

### Vježba 467

Na kvadar koji se nalazi na vodoravnoj podlozi djeluje sila iznosa 4 N. Sila je usporedna s podlogom. Kvadar se giba jednoliko u smjeru djelovanja sile. Što je od navedenoga točno za iznos sile trenja  $F_{tr}$  između kvadra i podloge?

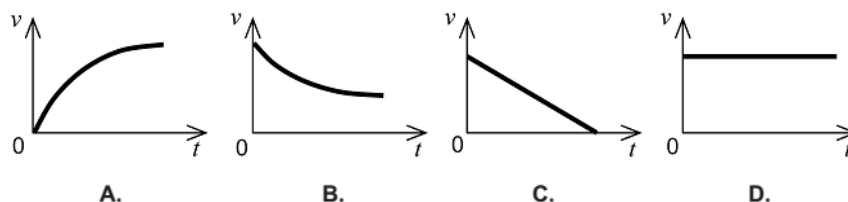
- A.  $F_{tr} = 0 \text{ N}$       B.  $0 \text{ N} < F_{tr} < 4 \text{ N}$       C.  $F_{tr} = 4 \text{ N}$       D.  $4 \text{ N} < F_{tr}$

**Rezultat:** C.



### Zadatak 468 (Zlatko, srednja škola)

Tijelo je bačeno vodoravno s neke visine. Koji od ponuđenih grafova prikazuje iznos vodoravne komponente brzine tijela u ovisnosti o vremenu tijekom pada? Zanemarite otpor zraka.



### Rješenje 468

$$v, \quad t, \quad v_0$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

**Horizontalni hitac** je gibanje koje se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom  $v_0$  i slobodnog pada. Za vrijeme  $t$  tijelo je prešlo put u horizontalnom smjeru

$$x = v_0 \cdot t,$$

a u vertikalnom je smjeru palo za

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Brzina  $v_0$  je brzina u horizontalnom (vodoravnom) smjeru. **Ona se s vremenom ne povećava, niti smanjuje.**

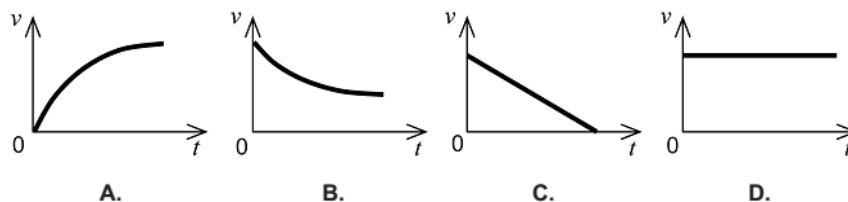
Kod jednolikog gibanja (brzina je stalna) pravac u  $v, t$  – grafu je usporedan (paralelan) s osi  $t$ .



Budući da je riječ o horizontalnom hici, vodoravna komponenta brzine tijela  $v_0$  je stalna pa je pravac u  $v, t$  – grafu usporedan s osi  $t$ . Odgovor je pod D.

### Vježba 468

Tijelo se giba jednoliko pravocrtno. Koji od ponuđenih grafova prikazuje iznos brzine tijela u ovisnosti o vremenu tijekom gibanja?



**Rezultat:** D.

### Zadatak 469 (Marijan, tehnička škola)

Koliki put prevali tijelo mase 15 kg za 10 sekundi, ako na njega djeluje sila 100 N? Kolika je njegova brzina na kraju tog puta?

### Rješenje 469

$$m = 15 \text{ kg}, \quad t = 10 \text{ s}, \quad F = 100 \text{ N}, \quad s = ?, \quad v = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t \quad , \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje su  $v$  i  $s$  brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila  $F$ . Računamo put i brzinu:

$$\bullet \left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{100 \text{ N}}{15 \text{ kg}} \cdot (10 \text{ s})^2 = 333.33 \text{ m}.$$

$$\bullet \left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ v = a \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow v = \frac{F}{m} \cdot t = \frac{100 \text{ N}}{15 \text{ kg}} \cdot 10 \text{ s} = 66.67 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

#### Vježba 469

Koliki put prevali tijelo mase 30 kg za 10 sekundi, ako na njega djeluje sila 200 N? Kolika je njegova brzina na kraju tog puta?

**Rezultat:**  $s = 333.33 \text{ m}$ ,  $v = 66.67 \text{ m/s}$ .

#### Zadatak 470 (Bingo, maturant)

Na dinamometar je obješeno tijelo mase 5 kg. Koju će vrijednost pokazati dinamometar ako se zajedno s tijelom giba prema gore ubrzanjem  $2 \text{ m/s}^2$ ? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 470

$$m = 5 \text{ kg}, \quad a = 2 \text{ m/s}^2, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Osnovni zakoni mehanike vrijede s obzirom na koordinatni sustav koji miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Ti zakoni ne vrijede ako tijelo promatramo s obzirom na koordinatni sustav koji se giba jednoliko ubrzano ili usporeno. Tijelo na koje ne djeluje nikakva sila neće mirovati s obzirom na takav sustav. Tijelo mase  $m$  koje postavimo u takav sustav koji ima stalnu akceleraciju  $a$ , neće mirovati s obzirom na sustav, nego će imati akceleraciju  $-a$ . U sustavu će nam se činiti da na tijelo djeluje sila  $F = -m \cdot a$ . Takvu silu zovemo inercijskom silom.

Težina tijela  $G$  jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,

$$G = m \cdot g.$$

Dinamometar dižemo akceleracijom  $a$  pa na nj ponajprije djeluje težina tijela mase  $m$ , ali i inercijska sila koja se javlja zato što dinamometar i tijelo vučemo gore akceleracijom  $a$ . Ukupna sila na dinamometar je

$$F = m \cdot (g + a) = 5 \text{ kg} \cdot \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 59.05 \text{ N}.$$

#### Vježba 470

Na dinamometar je obješeno tijelo mase 500 dag. Koju će vrijednost pokazati dinamometar ako se zajedno s tijelom giba prema gore ubrzanjem  $2 \text{ m/s}^2$ ? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:**  $59.05 \text{ N}$ .

### Zadatak 471 (Bingo, maturant)

Tijelo u slobodnom padu tijekom zadnje sekunde prijeđe trećinu visine  $s$  koje je počelo padati. Odredite početnu visinu. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 471

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je  $s$  put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0 = 0 \text{ m/s}$  i konstantnom akceleracijom  $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je  $h$  visina pada.

Uporabom relacije za slobodni pad i uzevši u obzir uvjete zadatka (ako zadnju sekundu prijeđe trećinu visine znači da je dvije trećine puta prešao za  $t - 1$  sekundi), dobivamo:

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ \frac{2}{3} \cdot h &= \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t-1)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{h}{\frac{2}{3} \cdot h} = \frac{\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2}{\frac{1}{2} \cdot g \cdot (t-1)^2} \Rightarrow \frac{h}{\frac{2}{3} \cdot h} = \frac{\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2}{\frac{1}{2} \cdot g \cdot (t-1)^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{t^2}{(t-1)^2} \Rightarrow \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{t^2}{(t-1)^2} \Rightarrow \frac{3}{2} = \left( \frac{t}{t-1} \right)^2 \Rightarrow \frac{3}{2} = \left( \frac{t}{t-1} \right)^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{t}{t-1} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{t}{t-1} \quad / \cdot (t-1) \Rightarrow (t-1) \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} = t \Rightarrow t \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{3}{2}} = t \Rightarrow t \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} - t = \sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t \cdot \left( \sqrt{\frac{3}{2}} - 1 \right) = \sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow t \cdot \left( \sqrt{\frac{3}{2}} - 1 \right) = \sqrt{\frac{3}{2}} \quad / \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2}} - 1} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\frac{3}{2}} - 1} \Rightarrow t = 5.45 \text{ s.}$$

Prijeđeni put (tj. visina  $s$  koje je tijelo padalo) je

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5.45 \text{ s})^2 = 145.69 \text{ m.}$$

#### Vježba 471

Tijekom posljednje sekunde slobodnog pada tijelo prevari polovinu od ukupne duljine puta. S koje visine je tijelo padalo? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 57 m.

### Zadatak 472 (Code, gimnazija)

Sa vrha tornja jedno je tijelo bačeno vertikalno uvis, a drugo nadolje istom brzinom  $v_0 = 5 \text{ m/s}$ , u istom trenutku. Poslije koliko će vremena međusobna udaljenost tijela biti jednaka desetini visine tornja, ako tijelo izbačeno dolje udari o zemlju 5 s nakon izbacivanja? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 472

$$v_0 = 5 \text{ m/s}, \quad t_0 = 5 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac uvis je gibanje složeno od jednolikog pravocrtne gibanja prema gore i slobodnog pada prema dolje. Visina  $h$  u času kad je prošlo vrijeme  $t$  dana je izrazom

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je  $v_0$  početna brzina.

Hitac je složeno gibanje koje se sastoji od jednolikog gibanja po pravcu početnom brzinom  $v_0$  i slobodnog pada s ubrzanjem  $g$ . Za vertikalni hitac prema dolje s visine  $h$  vrijedi izraz

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je  $v_0$  početna brzina.

Neka je  $h$  visina tornja sa čijeg je vrha jedno tijelo bačeno nadolje brzinom  $v_0$ . Nakon vremena  $t_0$  udarilo je o zemlju pa za visinu tornja vrijedi izraz:

$$h = v_0 \cdot t_0 + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_0^2.$$

Budući da je sa vrha tornja prvo tijelo bačeno vertikalno uvis, a drugo nadolje istom brzinom  $v_0$ , nakon vremena  $t$  za njihove visine valjane su formule:

- za tijelo bačeno gore

$$h_1 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

- za tijelo bačeno dolje

$$h_2 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Za proteklo vrijeme  $t$  međusobna udaljenost tijela mora biti jednaka desetini visine tornja pa slijedi:

$$\begin{aligned} h_1 + h_2 &= \frac{1}{10} \cdot h \Rightarrow v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{10} \cdot \left( v_0 \cdot t_0 + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_0^2 \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 &= \frac{1}{10} \cdot \left( v_0 \cdot t_0 + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_0^2 \right) \Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot t = \frac{1}{10} \cdot \left( v_0 \cdot t_0 + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_0^2 \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot t &= \frac{1}{10} \cdot \left( v_0 \cdot t_0 + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_0^2 \right) \cdot \frac{1}{2 \cdot v_0} \Rightarrow t = \frac{1}{20 \cdot v_0} \cdot \left( v_0 \cdot t_0 + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_0^2 \right) = \\ &= \frac{1}{20 \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot \left( 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5 \text{ s})^2 \right) = 1.48 \text{ s}. \end{aligned}$$

### Vježba 472

Sa vrha tornja jedno je tijelo bačeno vertikalno uvis, a drugo nadolje istom brzinom  $v_0 = 18 \text{ km/h}$ , u istom trenutku. Poslije koliko će vremena međusobna udaljenost tijela biti jednaka desetini visine tornja, ako tijelo izbačeno dolje udari o zemlju 5 s nakon izbacivanja? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 1.48 s.

### Zadatak 473 (Vlado, tehnička škola)

Kako bi visoko odskočio skakač vertikalno uvis s početnom brzinom 5 m/s:

- a) na ekvatoru Zemlje gdje je akceleracija slobodnog pada  $g_1 = 9.81 \text{ m/s}^2$
- b) na Mjesecu gdje je akceleracija slobodnog pada  $g_2 = 1.65 \text{ m/s}^2$
- c) na Jupiteru gdje je akceleracija slobodnog pada na ekvatoru  $g_3 = 21.17 \text{ m/s}^2$ ?

### Rješenje 473

$v_0 = 5 \text{ m/s}$ ,  $g_1 = 9.81 \text{ m/s}^2$ ,  $g_2 = 1.65 \text{ m/s}^2$ ,  $g_3 = 21.17 \text{ m/s}^2$ ,  $h_1 = ?$ ,  $h_2 = ?$ ,  $h_3 = ?$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac uvis je gibanje složeno od jednolikog pravocrtanoga gibanja prema gore i slobodnog pada prema dolje. Početna brzina  $v_0$  dana je izrazom

$$v_0^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

gdje je  $h$  maksimalna visina.

a)

Visina na koju odskoči skakač vertikalno uvis na ekvatoru Zemlje iznosi:

$$h_1 = \frac{v_0^2}{2 \cdot g_1} = \frac{\left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1.274 \text{ m.}$$

b)

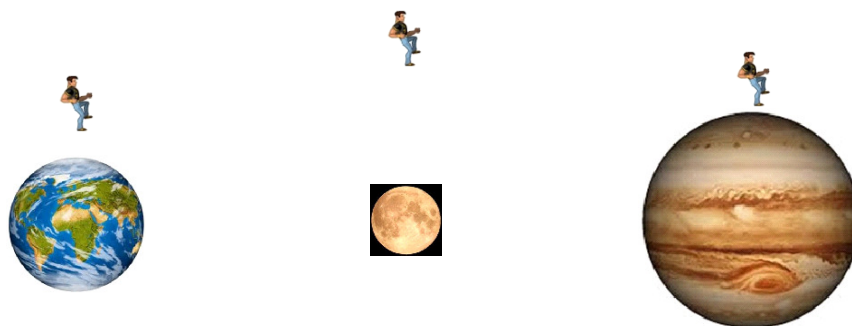
Visina na koju odskoči skakač vertikalno uvis na Mjesecu iznosi:

$$h_2 = \frac{v_0^2}{2 \cdot g_2} = \frac{\left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 1.65 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 7.576 \text{ m.}$$

c)

Visina na koju odskoči skakač vertikalno uvis na ekvatoru Jupitra iznosi:

$$h_3 = \frac{v_0^2}{2 \cdot g_3} = \frac{\left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 21.17 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.590 \text{ m.}$$



### Vježba 473

Kako bi visoko odskočio skakač vertikalno uvis s početnom brzinom  $10 \text{ m/s}$ :

a) na ekvatoru Zemlje gdje je akceleracija slobodnog pada  $g_1 = 9.81 \text{ m/s}^2$

b) na Mjesecu gdje je akceleracija slobodnog pada  $g_2 = 1.65 \text{ m/s}^2$

c) na Jupitru gdje je akceleracija slobodnog pada na ekvatoru  $g_3 = 21.17 \text{ m/s}^2$ ?

**Rezultat:**  $h_1 = 5.097 \text{ m}$  ,  $h_2 = 30.303 \text{ m}$  ,  $h_3 = 2.362 \text{ m}$ .

### Zadatak 474 (Anita, gimnazija)

Iskočivši iz zrakoplova padobranac slobodno pada bez trenja. Nakon 70 m slobodnog padanja otvara padobran i brzina padanja se počinje smanjivati deceleracijom  $2 \text{ m/s}^2$ . Padobranac se prizemljuje brzinom  $3 \text{ m/s}$ . Izračunajte visinu na kojoj je iskočio. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 474

$$h_0 = 70 \text{ m}, \quad a = 2 \text{ m/s}^2, \quad v = 3 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s},$$

gdje je  $v$  brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0 = 0 \text{ m/s}$  i konstantnom akceleracijom  $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

gdje je  $h$  visina pada.

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0$  vrijedi formula za put:

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Ukupna visina  $h$  na kojoj je padobranac skočio jednaka je zbroju visine  $h_0$  kada slobodno pada i visine  $h_a$  kada se giba jednoliko usporeno deceleracijom  $a$ . (deceleracija – usporenje)

Prevalivši visinu  $h_0$  slobodnim padom padobranac je postigao brzinu

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0}.$$

To je početna brzina za jednoliko usporeno gibanje deceleracijom  $a$  pa za trenutačnu brzinu  $v$  i prijeđeni put  $h_a$  vrijede formule:

$$v = v_0 - a \cdot t, \quad h_a = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Računamo visinu  $h_a$ .

$$\left. \begin{array}{l} v = v_0 - a \cdot t \\ v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} \\ h_a = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a \cdot t = v_0 - v \\ v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} \\ h_a = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a \cdot t = v_0 - v \quad / \cdot \frac{1}{a} \\ v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} \\ h_a = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} t = \frac{v_0 - v}{a} \\ \Rightarrow v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} \\ h_a = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} - v}{a} \\ h_a = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_a = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} - v}{a} - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left( \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} - v}{a} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_a = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} - v}{a} - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{(\sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} - v)^2}{a^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_a = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} - v}{a} - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{(\sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} - v)^2}{a^2} \Rightarrow$$

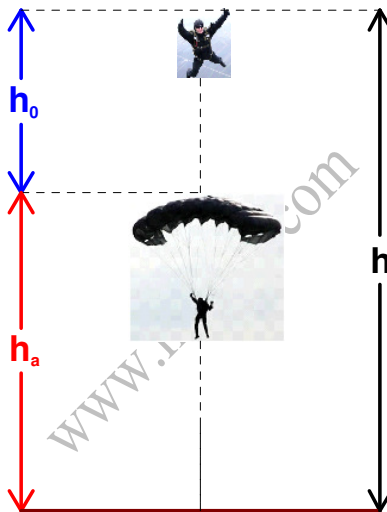
$$\Rightarrow h_a = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} - v}{a} - \frac{1}{2 \cdot a} \cdot (\sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} - v)^2.$$

Ukupna visina h iznosi:

$$h = h_0 + h_a \Rightarrow h = h_0 + \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} - v}{a} - \frac{1}{2 \cdot a} \cdot (\sqrt{2 \cdot g \cdot h_0} - v)^2 =$$

$$= 70 \text{ m} + \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 70 \text{ m}} \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 70 \text{ m}} - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} - \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot \left( \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 70 \text{ m}} - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 =$$

$$= 411.1 \text{ m}.$$



### Vježba 474

Iskočivši iz zrakoplova padobranac slobodno pada bez trenja. Nakon 70 m slobodnog padanja otvara padobran i brzina padanja se počinje smanjivati deceleracijom  $2 \text{ m/s}^2$ . Padobranac se prizemljuje brzinom  $10.8 \text{ km/h}$ . Izračunajte visinu na kojoj je iskočio. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 411.1 m.

### Zadatak 475 (Zvone, tehnička škola)

Dizalica diže teret mase  $2 \text{ t}$  stalnom akceleracijom  $0.8 \text{ m/s}^2$ . Koliki je rad obavljen za  $20 \text{ s}$ ? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 475

$$m = 2 \text{ t} = 2000 \text{ kg}, \quad a = 0.8 \text{ m/s}^2, \quad t = 20 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad W = ?$$

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila  $F$ .

Akceleracija  $a$  tijela je razmjerna sili i ima smjer sile, a obrnuto je razmjerna masi tijela. Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo težnom silom (silom težom). Pod djelovanjem težne sile sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu. Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  težna sila,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je  $s$  put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Tijelo obavlja rad  $W$  ako djeluje nekom silom  $F$  na putu  $s$  na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Sila  $m \cdot a$  kojom dizalica diže teret akceleracijom  $a$  jednaka je razlici ukupne sile  $F$  kojom djeluje dizalica i težini  $G$  tereta.

$$m \cdot a = F - G \Rightarrow F - G = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot a + G \Rightarrow F = m \cdot a + m \cdot g \Rightarrow F = m \cdot (a + g).$$

Za vrijeme  $t$  teret dosegne visinu

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

pa obavljeni rad  $W$  iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot (g + a) \\ h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow [W = F \cdot h] \Rightarrow W = m \cdot (g + a) \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 =$$

$$= 2000 \text{ kg} \cdot \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (20 \text{ s})^2 = 3.40 \cdot 10^6 \text{ J} = 3.40 \text{ MJ}.$$

### Vježba 475

Dizalica diže teret mase  $8 \text{ t}$  stalnom akceleracijom  $0.8 \text{ m/s}^2$ . Koliki je rad obavljen za  $10 \text{ s}$ ? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 3.40 MJ.

### Zadatak 476 (Banner, gimnazija)

Pri jednoliko ubrzanom gibanju tijelo prijeđe tijekom dva uzastopna vremenska intervala od  $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t = 4 \text{ s}$  putove  $s_1 = 24 \text{ m}$  i  $s_2 = 64 \text{ m}$ . Kolika je akceleracija tijela?

### Rješenje 476

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t = 4 \text{ s}, \quad s_1 = 24 \text{ m}, \quad s_2 = 64 \text{ m}, \quad a = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t,$$

gdje su  $v$  i  $s$  brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0$  vrijedi formula za konačnu brzinu  $v$ :

$$v = v_0 + a \cdot t.$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0$  vrijedi formula za put  $s$ :



$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Neka je  $v_0$  početna brzina tijela. Tijekom prvog vremenskog intervala  $\Delta t$  prijeđeni put  $s_1$  iznosi:

$$s_1 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2.$$

Na kraju tog puta tijelo je postiglo brzinu

$$v = v_0 + a \cdot t$$

koja je početna brzina za gibanje tijela na drugom dijelu puta  $s_2$  u jednakom vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

$$\left. \begin{array}{l} s_2 = v \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \\ v = v_0 + a \cdot \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow s_2 = (v_0 + a \cdot \Delta t) \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s_2 = v_0 \cdot \Delta t + a \cdot (\Delta t)^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2.$$

Iz sustava jednadžbi odredimo akceleraciju  $a$ .

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \\ s_2 = v_0 \cdot \Delta t + a \cdot (\Delta t)^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{oduzmemo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s_2 - s_1 = v_0 \cdot \Delta t + a \cdot (\Delta t)^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 - \left( v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s_2 - s_1 = v_0 \cdot \Delta t + a \cdot (\Delta t)^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 - v_0 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s_2 - s_1 = v_0 \cdot \Delta t + a \cdot (\Delta t)^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 - v_0 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow s_2 - s_1 = a \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \cdot (\Delta t)^2 = s_2 - s_1 \Rightarrow a \cdot (\Delta t)^2 = s_2 - s_1 \cdot \frac{1}{(\Delta t)^2} \Rightarrow a = \frac{s_2 - s_1}{(\Delta t)^2} =$$

$$= \frac{64 \text{ m} - 24 \text{ m}}{(4 \text{ s})^2} = 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

### Vježba 476

Pri jednoliko ubrzanom gibanju tijelo prijeđe tijekom dva uzastopna vremenska intervala od  $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t = 8 \text{ s}$  putove  $s_1 = 256 \text{ m}$  i  $s_2 = 96 \text{ m}$ . Kolika je akceleracija tijela?

**Rezultat:**  $2.5 \text{ m/s}^2$ .

### Zadatak 477 (Banner, gimnazija)

Pri jednoliko ubrzanom gibanju tijelo prijeđe tijekom dva uzastopna vremenska intervala od  $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t = 4 \text{ s}$  putove  $s_1 = 24 \text{ m}$  i  $s_2 = 64 \text{ m}$ . Kolika je početna brzina tijela?

### Rješenje 477

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t = 4 \text{ s}, \quad s_1 = 24 \text{ m}, \quad s_2 = 64 \text{ m}, \quad a = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t,$$

gdje su  $v$  i  $s$  brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ .

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0$  vrijedi formula za konačnu brzinu

v:

$$v = v_0 + a \cdot t.$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0$  vrijedi formula za put s:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Neka je  $v_0$  početna brzina tijela. Tijekom prvog vremenskog intervala  $\Delta t$  prijeđeni put  $s_1$  iznosi:

$$s_1 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2.$$

Na kraju tog puta tijelo je postiglo brzinu

$$v = v_0 + a \cdot t$$

koja je početna brzina za gibanje tijela na drugom dijelu puta  $s_2$  u jednakom vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

$$\left. \begin{array}{l} s_2 = v \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \\ v = v_0 + a \cdot \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow s_2 = (v_0 + a \cdot \Delta t) \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow s_2 = v_0 \cdot \Delta t + a \cdot (\Delta t)^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2.$$

Iz sustava jednadžbi odredimo početnu brzinu  $v_0$ .

$$\left. \begin{array}{l} s_1 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \\ s_2 = v_0 \cdot \Delta t + a \cdot (\Delta t)^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s_1 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \\ s_2 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{3}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenta} \end{array} \right] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} s_1 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \quad / \cdot (-3) \\ s_2 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{3}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -3 \cdot s_1 = -3 \cdot v_0 \cdot \Delta t - \frac{3}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \\ s_2 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{3}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -3 \cdot s_1 + s_2 = -2 \cdot v_0 \cdot \Delta t \Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot \Delta t = 3 \cdot s_1 - s_2 \Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot \Delta t = 3 \cdot s_1 - s_2 \quad / \cdot \frac{1}{2 \cdot \Delta t} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v_0 = \frac{3 \cdot s_1 - s_2}{2 \cdot \Delta t} = \frac{3 \cdot 24 \text{ m} - 64 \text{ m}}{2 \cdot 4 \text{ s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 477

Pri jednoliko ubrzanom gibanju tijelo prijeđe tijekom dva uzastopna vremenska intervala od  $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t = 8 \text{ s}$  putove  $s_1 = 48 \text{ m}$  i  $s_2 = 128 \text{ m}$ . Kolika je početna brzina tijela?

**Rezultat:** 1 m/s.

### Zadatak 478 (Ivan, tehnička škola)

Gibajući se jednoliko pravocrtno brzinom 20 m/s tijelo dobije ubrzanje 1.5 m/s<sup>2</sup> i tako prevali put duljine 100 m. Koliko se vremena tijelo gibalo ubrzano?

### Rješenje 478

$$v_0 = 20 \text{ m/s}, \quad a = 1.5 \text{ m/s}^2, \quad s = 100 \text{ m}, \quad t = ?$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0$  vrijedi formula za put s:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Preoblikovanjem jednadžbe  $s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$  dobije se:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t - s = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t - s = 0 \quad / \cdot \frac{2}{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 + \frac{2 \cdot v_0}{a} \cdot t - \frac{2 \cdot s}{a} = 0 \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{kvadratna jednadžba} \\ a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t^2 + \frac{2 \cdot v_0}{a} \cdot t - \frac{2 \cdot s}{a} = 0 \\ a = 1, b = \frac{2 \cdot v_0}{a}, c = -\frac{2 \cdot s}{a} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1, b = \frac{2 \cdot v_0}{a}, c = -\frac{2 \cdot s}{a} \\ t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-\frac{2 \cdot v_0}{a} \pm \sqrt{\left(\frac{2 \cdot v_0}{a}\right)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{2 \cdot s}{a}\right)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_{1,2} = \frac{-\frac{2 \cdot v_0}{a} \pm \sqrt{\frac{4 \cdot v_0^2}{a^2} + \frac{8 \cdot s}{a}}}{2} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-\frac{2 \cdot v_0}{a} \pm \sqrt{4 \cdot \left(\frac{v_0^2}{a^2} + \frac{2 \cdot s}{a}\right)}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_{1,2} = \frac{-\frac{2 \cdot v_0}{a} \pm 2 \cdot \sqrt{\frac{v_0^2}{a^2} + \frac{2 \cdot s}{a}}}{2} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{2 \cdot \left(-\frac{v_0}{a} \pm \sqrt{\frac{v_0^2}{a^2} + \frac{2 \cdot s}{a}}\right)}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_{1,2} = \frac{2 \cdot \left(-\frac{v_0}{a} \pm \sqrt{\frac{v_0^2}{a^2} + \frac{2 \cdot s}{a}}\right)}{2} \Rightarrow t_{1,2} = -\frac{v_0}{a} \pm \sqrt{\frac{v_0^2}{a^2} + \frac{2 \cdot s}{a}} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = -\frac{v_0}{a} + \sqrt{\frac{v_0^2}{a^2} + \frac{2 \cdot s}{a}} \\ t_2 = -\frac{v_0}{a} - \sqrt{\frac{v_0^2}{a^2} + \frac{2 \cdot s}{a}} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [t_2 \text{ nema smisla}] \Rightarrow t = -\frac{v_0}{a} + \sqrt{\frac{v_0^2}{a^2} + \frac{2 \cdot s}{a}} \Rightarrow t = -\frac{v_0}{a} + \sqrt{\left(\frac{v_0}{a}\right)^2 + \frac{2 \cdot s}{a}} =$$

$$= -\frac{20 \frac{m}{s}}{1.5 \frac{m}{s^2}} + \sqrt{\left(\frac{20 \frac{m}{s}}{1.5 \frac{m}{s^2}}\right)^2 + \frac{2 \cdot 100 \frac{m}}{1.5 \frac{m}{s^2}}} = 4.31 \text{ s.}$$

### Vježba 478

Gibajući se jednoliko pravocrtno brzinom 72 km/h tijelo dobije ubrzanje 1.5 m/s<sup>2</sup> i tako prevali put duljine 0.1 km. Koliko se vremena tijelo gibalo ubrzano?

**Rezultat:** 4.31 s.

### Zadatak 479 (Ivan, tehnička škola)

Egipćani su prevozili kamene blokove pomoću saonica koje su vukli po pijesku. Masa kamenog bloka je 2.5 t, a koeficijent trenja između saonica i pijeska 0.25. Koliko je najmanje ljudi bilo potrebno da se vuče kameni blok, ako je prosječna vučna sila jednog čovjeka 110 N? (ubrzanje

slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 479

$$m = 2.5 \text{ t} = 2500 \text{ kg}, \quad \mu = 0.25, \quad F_1 = 110 \text{ N}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad n = ?$$

#### Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo težnom silom (silom težom). Pod djelovanjem težne sile sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  težna sila,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

**Trenje** je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je  $F_{tr}$  trenje,  $\mu$  faktor trenja,  $F_N$  veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine  $G$  iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$



Budući da se saonice gibaju jednoliko, vučna sila  $F$  svih ljudi mora biti jednaka sili trenja  $F_{tr}$ . Sila na podlogu jednaka je težini kamenog bloka.

$$\left. \begin{array}{l} F = F_{tr} \\ F_{tr} = \mu \cdot G \end{array} \right\} \Rightarrow F = \mu \cdot G \Rightarrow F = \mu \cdot m \cdot g.$$

Najmanji broj ljudi potrebni za ovaj posao iznosi:

$$n = \frac{F}{F_1} \Rightarrow n = \frac{\mu \cdot m \cdot g}{F_1} = \frac{0.25 \cdot 2500 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{110 \text{ N}} = 55.74 \approx 56.$$

### Vježba 479

Egipćani su prevozili kamene blokove pomoću saonica koje su vukli po pijesku. Masa kamenog bloka je 1.25 t, a koeficijent trenja između saonica i pijeska 0.25. Koliko je najmanje ljudi bilo potrebno da se vuče kameni blok, ako je prosječna vučna sila jednog čovjeka 55 N? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 56.

### Zadatak 480 (Branka, strukovna škola)

Na automobil mase 1200 kg brzine 10 m/s djeluje u vremenu 6 s sila ubrzanja 900 N. Kolika je brzina nakon djelovanja sile?

### Rješenje 480

$$m = 1200 \text{ kg}, \quad v_1 = 10 \text{ m/s}, \quad \Delta t = 6 \text{ s}, \quad F = 900 \text{ N}, \quad v_2 = ?$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase  $m$  na koje je za vrijeme  $t$  djelovala sila  $F$  vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina na kraju vremenskog intervala  $t$  za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile  $F$ , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase  $m$ . Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1),$$

gdje su  $v_1$  i  $v_2$  početna i konačna brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$ .

Brzina  $v_2$  nakon djelovanja sile iznosi:

$$\begin{aligned} F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v &\Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1) \Rightarrow m \cdot (v_2 - v_1) = F \cdot \Delta t \Rightarrow \\ \Rightarrow m \cdot (v_2 - v_1) &= F \cdot \Delta t / \frac{1}{m} \Rightarrow v_2 - v_1 = \frac{F \cdot \Delta t}{m} \Rightarrow v_2 = \frac{F \cdot \Delta t}{m} + v_1 = \\ &= \frac{900 \text{ N} \cdot 6 \text{ s}}{1200 \text{ kg}} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 14.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

#### Vježba 480

Na automobil mase 2400 kg brzine 10 m/s djeluje u vremenu 12 s sila ubrzanja 900 N. Kolika je brzina nakon djelovanja sile?

**Rezultat:** 14.5 m/s.