

Zadatak 501 (Ella, gimnazija)

Kolika je masa tijela ako se ono pod djelovanjem sile od 500 N giba akceleracijom 3 m/s^2 ?
Koliki će put to tijelo prijeći i koliku će brzinu postići za pola minute?

Rješenje 501

$$F = 500 \text{ N}, \quad a = 3 \text{ m/s}^2, \quad t = 0.5 \text{ min} = 30 \text{ s}, \quad m = ?, \quad s = ?, \quad v = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F .
Akceleracija a tijela je razmjerna sili i ima smjer sile.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad v = a \cdot t,$$

gdje su s i v put, odnosno brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Masa tijela iznosi:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{F}{m} \cdot \frac{m}{a} \Rightarrow m = \frac{F}{a} = \frac{500 \text{ N}}{3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 166.67 \text{ kg}.$$

Put koji tijelo prijeđe za pola minute iznosi:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (30 \text{ s})^2 = 1350 \text{ m}.$$

Za pola minute tijelo će postići brzinu:

$$v = a \cdot t = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 30 \text{ s} = 90 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 501

Kolika je masa tijela ako se ono pod djelovanjem sile od 1000 N giba akceleracijom 6 m/s^2 ?

Rezultat: 166.67 kg.

Zadatak 502 (Tonkica, gimnazija)

Tijelo se giba jednoliko ubrzano po pravcu. Put od 63 m prijeđe za 6 s pri čemu se njegova početna brzina v_0 poveća pet puta. Odredite ubrzanje tijela.

Rješenje 502

$$s = 63 \text{ m}, \quad t = 6 \text{ s}, \quad v_0, \quad v = 5 \cdot v_0, \quad a = ?$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za konačnu brzinu v :

$$v = v_0 + a \cdot t.$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s :

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Ubrzanje tijela iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} v = v_0 + a \cdot t \\ s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 \cdot v_0 = v_0 + a \cdot t \\ v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = s \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 \cdot v_0 - v_0 = a \cdot t \\ v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = s \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4 \cdot v_0 = a \cdot t \\ v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = s \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4 \cdot v_0 = a \cdot t \cdot \frac{1}{4} \\ v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = s \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_0 = \frac{a \cdot t}{4} \\ v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = s \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a \cdot t}{4} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a \cdot t^2}{4} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = s \Rightarrow \frac{a \cdot t^2}{4} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = s \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow a \cdot t^2 + 2 \cdot a \cdot t^2 = 4 \cdot s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot a \cdot t^2 = 4 \cdot s \Rightarrow 3 \cdot a \cdot t^2 = 4 \cdot s \cdot \frac{1}{3 \cdot t^2} \Rightarrow a = \frac{4 \cdot s}{3 \cdot t^2} = \frac{4 \cdot 63 \text{ m}}{3 \cdot (6 \text{ s})^2} = 2.33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 502

Tijelo se giba jednoliko ubrzano po pravcu. Put od 252 m prijeđe za 12 s pri čemu se njegova početna brzina v_0 poveća pet puta. Odredite ubrzanje tijela.

Rezultat: 2.33 m/s^2 .

Zadatak 503 (Tonkica, gimnazija)

Predmet je bačen vertikalno dolje s visine 80 m početnom brzinom 20 m/s. Kolika mu je brzina na visini 30 m i koliko traje pad do te visine? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

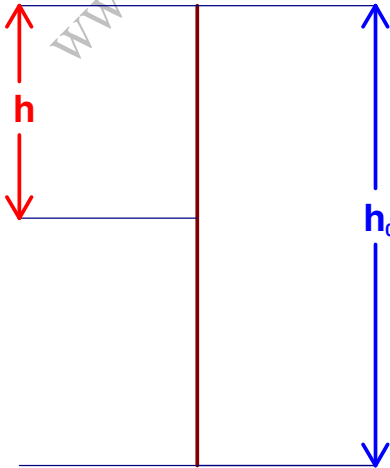
Rješenje 503

$$h_0 = 80 \text{ m}, \quad v_0 = 20 \text{ m/s}, \quad h = 30 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?, \quad t = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema dolje je gibanje složeno od jednolikog pravocrtanoga gibanja prema dolje i slobodnog pada. Visina h vertikalnog hica prema dolje s početnom brzinom v_0 u času kad je prošlo vrijeme t dana je izrazom

$$h = h_0 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je h_0 početna visina.



Računamo brzinu na visini h .

$$\left. \begin{array}{l} v = v_0 + g \cdot t \\ h = h_0 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_0 + g \cdot t = v \\ h = h_0 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} g \cdot t = v - v_0 \\ h = h_0 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} g \cdot t &= v - v_0 \quad / \cdot \frac{1}{g} \\ h &= h_0 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} t &= \frac{v - v_0}{g} \\ h &= h_0 - v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = h_0 - v_0 \cdot \frac{v - v_0}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v - v_0}{g} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = h_0 - \frac{v \cdot v_0 - v_0^2}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2}{g^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = h_0 - \frac{v \cdot v_0 - v_0^2}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2}{g^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = h_0 - \frac{v \cdot v_0 - v_0^2}{g} - \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = h_0 - \frac{v \cdot v_0 - v_0^2}{g} - \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2}{2 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = h_0 - \frac{v \cdot v_0 - v_0^2}{g} - \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2}{2 \cdot g} \quad / \cdot 2 \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = 2 \cdot g \cdot h_0 - 2 \cdot (v \cdot v_0 - v_0^2) - (v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = 2 \cdot g \cdot h_0 - 2 \cdot v \cdot v_0 + 2 \cdot v_0^2 - v^2 + 2 \cdot v \cdot v_0 - v_0^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = 2 \cdot g \cdot h_0 - 2 \cdot v \cdot v_0 + 2 \cdot v_0^2 - v^2 + 2 \cdot v \cdot v_0 - v_0^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = 2 \cdot g \cdot h_0 + 2 \cdot v_0^2 - v^2 - v_0^2 \Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = 2 \cdot g \cdot h_0 + v_0^2 - v^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h_0 + v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h_0 - 2 \cdot g \cdot h + v_0^2 \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot (h_0 - h) + v_0^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot (h_0 - h) + v_0^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_0 - h) + v_0^2} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (80 m - 30 m) + \left(20 \frac{m}{s} \right)^2} = 37.16 \frac{m}{s}.$$

Vrijeme pada iznosi:

$$t = \frac{v - v_0}{g} = \frac{37.16 \frac{m}{s} - 20 \frac{m}{s}}{9.81 \frac{m}{s^2}} = 1.75 \text{ s.}$$

Vježba 503

Predmet je bačen vertikalno dolje s visine 800 dm početnom brzinom 72 km / h. Kolika mu je brzina na visini 300 dm i koliko traje pad do te visine? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 37.16 m / s, 1.75 s.

Zadatak 504 (Robert, gimnazija)

Kolikom početnom brzinom v_0 treba baciti tijelo prema dolje da bi sa visine $h = 15$ m palo na zemlju za $t = 1$ s? Koliku brzinu v ima tijelo pri padu na tlo? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81$ m/s²)

Rješenje 504

$$h = 15 \text{ m}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = ?, \quad v = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0$ m/s i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81$ m/s². Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je h visina pada.

Ako tijelo ima početnu brzinu v_0 tada formula za slobodni pad glasi:

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Hitac je složeno gibanje koje se sastoji od jednolikog gibanja po pravcu početnom brzinom v_0 i slobodnog pada s ubrzanjem g . Za vertikalni hitac prema dolje vrijedi izraz

$$v = v_0 + g \cdot t,$$

gdje je v konačna brzina, a v_0 početna brzina.

Računamo početnu brzinu tijela.

$$\begin{aligned} h &= v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot h = 2 \cdot v_0 \cdot t + g \cdot t^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot t + g \cdot t^2 = 2 \cdot h \Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot t = 2 \cdot h - g \cdot t^2 \Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot t = 2 \cdot h - g \cdot t^2 \quad / \cdot \frac{1}{2 \cdot t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0 = \frac{2 \cdot h - g \cdot t^2}{2 \cdot t} = \frac{2 \cdot 15 \text{ m} - 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1 \text{ s})^2}{2 \cdot 1 \text{ s}} = 10.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Pri padu na tlo tijelo ima brzinu v .

$$v = v_0 + g \cdot t = 10.1 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ s} = 19.91 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 504

Kolikom početnom brzinom v_0 treba baciti tijelo prema dolje da bi sa visine $h = 150$ dm palo na zemlju za $t = 1$ s? Koliku brzinu v ima tijelo pri padu na tlo? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81$ m/s²)

Rezultat: 10.1 m/s, 19.91 m/s.

Zadatak 505 (Robert, gimnazija)

Automobil, mase 1400 kg, giba se stalnom brzinom 40 km/h. Koliko je potrebno povećati vučnu silu motora da bi se brzina automobila povećala dva puta na putu 280 m? Trenje zanemarite.

Rješenje 505

$$m = 1400 \text{ kg}, \quad v_0 = 40 \text{ km/h} = [40 : 3.6] = 11.11 \text{ m/s}, \quad v = 2 \cdot v_0 = 2 \cdot 11.11 \text{ m/s} = 22.22 \text{ m/s}, \quad s = 280 \text{ m}, \quad F = ?$$

Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F. Akceleracija a tijela je razmjerna sili i ima smjer sile.

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za konačnu brzinu v:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo počto se počelo ubrzavati i gibati jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Automobil se u početku gibao stalnom brzinom jer na nj nije djelovala sila. Na putu s zbog djelovanja sile F brzina automobila povećala se na v pa vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s = v^2 \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot a \cdot s = v^2 - v_0^2 \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot a \cdot s = v^2 - v_0^2 \quad / \cdot \frac{1}{2 \cdot s} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot s} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow F = m \cdot \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot s} \Rightarrow F = \frac{m}{2 \cdot s} \cdot (v^2 - v_0^2) =$$

$$= \frac{1400 \text{ kg}}{2 \cdot 280 \text{ m}} \cdot \left(\left(22.22 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left(11.11 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = 925.74 \text{ N}.$$

Vježba 505

Automobil, mase 1.4 t, giba se stalnom brzinom 40 km / h. Koliko je potrebno povećati vučnu silu motora da bi se brzina automobila povećala dva puta na putu 0.28 km? Trenje zanemarite.

Rezultat: 925.74 N.

Zadatak 506 (Marko, gimnazija)

Tijelo pada s visine h. U trenutku udara o tlo ima brzinu v. S koje visine je palo tijelo koje u trenutku udara ima brzinu $2 \cdot v$?

- A. $2 \cdot h$ B. $3 \cdot h$ C. $4 \cdot h$ D. $8 \cdot h$

Rješenje 506

$$h, \quad v, \quad v_1 = 2 \cdot v, \quad h_1 = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h,$$

gdje je h visina pada.

Za dvije promjenjive međusobno zavisne veličine x i y kažemo da su razmjerne, upravo razmjerne ili direktno proporcionalne s koeficijentom razmjernosti (proporcionalnosti) k, $k \neq 0$, ako je

$$y = k \cdot x, \quad \frac{y}{x} = k.$$

Svako povećanje (smanjenje) jedne veličine dovodi jednako toliko puta do povećanja (smanjenja) druge veličine.

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} v^2 = 2 \cdot g \cdot h \\ v_1^2 = 2 \cdot g \cdot h_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v^2 = 2 \cdot g \cdot h \\ (2 \cdot v)^2 = 2 \cdot g \cdot h_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v^2 = 2 \cdot g \cdot h \\ 4 \cdot v^2 = 2 \cdot g \cdot h_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot 2 \cdot g \cdot h = 2 \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow 8 \cdot g \cdot h = 2 \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow 2 \cdot g \cdot h_1 = 8 \cdot g \cdot h \Rightarrow 2 \cdot g \cdot h_1 = 8 \cdot g \cdot h / \frac{1}{2 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_1 = 4 \cdot h.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Preoblikujemo formulu za slobodni pad.

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = v^2 \Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = v^2 / \frac{1}{2 \cdot g} \Rightarrow h = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot v^2.$$

Vidimo da je visina razmjerna s kvadratom brzine jer je g konstantno.

$$h = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot v^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2 \cdot g} \cdot v^2 \Rightarrow h \sim v^2.$$

Poveća li se brzina 2 puta, visina će biti 4 puta veća ($2^2 = 4$).

Odgovor je pod C.

Vježba 506

Tijelo pada s visine h. U trenutku udara o tlo ima brzinu v. S koje visine je palo tijelo koje u trenutku udara ima brzinu $3 \cdot v$?

- A. $6 \cdot h$ B. $9 \cdot h$ C. $3 \cdot h$ D. $27 \cdot h$

Rezultat: B.

Zadatak 507 (Karlo, srednja škola)

Tijelo se giba akceleracijom $14 \text{ cm} / \text{s}^2$. Poslije 3 s od početka gibanja ima brzinu $82 \text{ cm} / \text{s}$.

a) Kolika je početna brzina?

b) Koliki je put prešlo tijelo za 10 s?

c) Nacrtajte v, t – dijagram.

Rješenje 507

$$a = 14 \text{ cm} / \text{s}^2, \quad t = 3 \text{ s}, \quad v = 82 \text{ cm} / \text{s}, \quad t_1 = 10 \text{ s}, \quad v_0 = ?, \quad s_1 = ?$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijede formule za brzinu v i put s:

$$v = v_0 + a \cdot t, \quad s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je a akceleracija, t vrijeme.

a)

Početna brzina tijela glasi:

$$v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v_0 + a \cdot t = v \Rightarrow v_0 = v - a \cdot t = 82 \frac{\text{cm}}{\text{s}} - 14 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot 3 \text{ s} = 40 \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

b)

Za vrijeme t_1 tijelo će prijeći put s_1 .

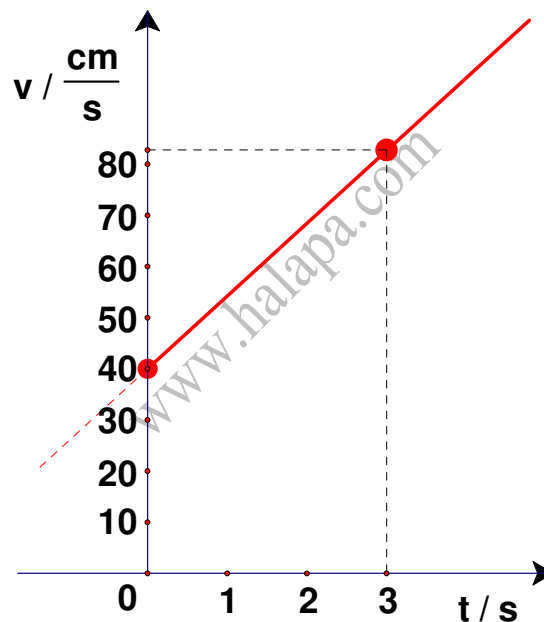
$$s_1 = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = 40 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot 10 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 14 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot (10 \text{ s})^2 = 1100 \text{ cm} = 11 \text{ m}.$$

c) Crtamo v, t – graf

$$v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v = 40 \frac{\text{cm}}{\text{s}} + 14 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot t$$

t / s	$v = 40 \frac{cm}{s} + 14 \frac{cm}{s^2} \cdot t$
$t = 0$	$v = 40 \frac{cm}{s} + 14 \frac{cm}{s^2} \cdot 0 \Rightarrow v = 40 \frac{cm}{s}$
$t = 1$	$v = 40 \frac{cm}{s} + 14 \frac{cm}{s^2} \cdot 1 s \Rightarrow v = 54 \frac{cm}{s}$
$t = 2$	$v = 40 \frac{cm}{s} + 14 \frac{cm}{s^2} \cdot 2 s \Rightarrow v = 68 \frac{cm}{s}$
$t = 3$	$v = 40 \frac{cm}{s} + 14 \frac{cm}{s^2} \cdot 3 s \Rightarrow v = 82 \frac{cm}{s}$

t / s	0	1	2	3
$v / \frac{cm}{s}$	40	54	68	82



Vježba 507

Tijelo se giba akceleracijom $7 \text{ cm} / \text{s}^2$. Poslije 6 s od početka gibanja ima brzinu $82 \text{ cm} / \text{s}$. Kolika je početna brzina?

Rezultat: $40 \text{ cm} / \text{s}$.

Zadatak 508 (Jurja, gimnazija)

Vagon mase 15 tona giba se početnom brzinom $10 \text{ m} / \text{s}$ i usporenjem $0.2 \text{ m} / \text{s}^2$.

- Kolika je sila kočenja?
- Za koje će se vrijeme vagon zaustaviti?
- Nadite zaustavni put vagona.

Rješenje 508

$$m = 15 \text{ t} = 1.5 \cdot 10^4 \text{ kg}, \quad v_0 = 10 \text{ m} / \text{s}, \quad a = 0.2 \text{ m} / \text{s}^2, \quad F = ?, \quad t = ?, \quad s = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i

sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F.

Akceleracija a tijela je razmjerna sili i ima smjer sile.

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijede formule za brzinu v i put s:

$$v = v_0 - a \cdot t, \quad s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je a akceleracija (usporenje, deceleracija), t vrijeme.

a)

Sila je po iznosu jednako velika kao kad bi morala vagon mase m jednoliko ubrzavati akceleracijom a do brzine v_0 . Sila kočenja iznosi:

$$F = m \cdot a = 1.5 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot 0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3000 \text{ N} = 3 \text{ kN}.$$

b)

Računamo vrijeme za koje se vagon zaustavi.

Budući da je konačna brzina jednaka nuli, vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} v = 0 \\ v = v_0 - a \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = v_0 - a \cdot t \Rightarrow a \cdot t = v_0 \Rightarrow a \cdot t = v_0 \cdot \frac{1}{a} \Rightarrow t = \frac{v_0}{a} = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 50 \text{ s}.$$

c) Zaustavni put vagona je:

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 50 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (50 \text{ s})^2 = 250 \text{ m}.$$

Vježba 508

Vagon mase 30 tona giba se početnom brzinom 10 m/s i usporenjem 0.1 m/s².

a) Kolika je sila kočenja?

b) Za koje će se vrijeme vagon zaustaviti?

Rezultat: 3 kN, 100 s.

Zadatak 509 (Jurja, gimnazija)

Kolika sila mora djelovati na vagon koji stoji na pruzi da bi se počeo gibati jednoliko ubrzano te za 20 s prešao put 16 m? Masa je vagona 20 tona. Za vrijeme gibanja na njega zbog trenja djeluje sila koja iznosi 0.05 težine vagona te ima smjer suprotan gibanju. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 509

$$t = 20 \text{ s}, \quad s = 16 \text{ m}, \quad m = 20 \text{ t} = 2 \cdot 10^4 \text{ kg}, \quad F_{\text{tr}} = 0.05 \cdot G, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2},$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F.

Akceleracija a tijela je razmjerna sili i ima smjer sile.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo težnom silom (silom težom). Pod djelovanjem težne sile sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

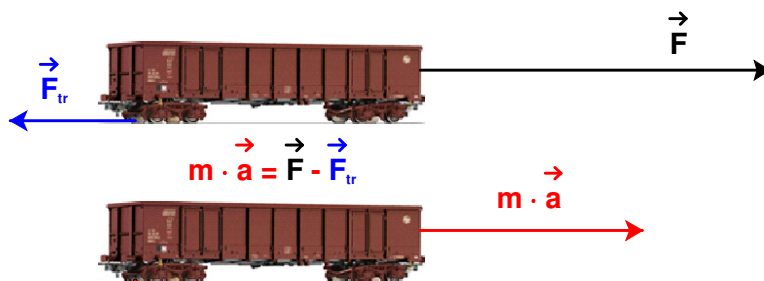
Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G težna sila, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja.

Sila $m \cdot a$ koja vagon mase m ubrza tako da za vrijeme t prijeđe put s jednaka je razlici ukupne vučne sile F i sile trenja F_{tr} .



$$m \cdot a = F - F_{tr} \Rightarrow F - F_{tr} = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot a + F_{tr} \Rightarrow F = m \cdot a + 0.05 \cdot G \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2 \cdot s}{t^2} \\ G = m \cdot g \end{cases} \Rightarrow F = m \cdot \frac{2 \cdot s}{t^2} + 0.05 \cdot m \cdot g \Rightarrow F = m \cdot \left(\frac{2 \cdot s}{t^2} + 0.05 \cdot g \right) =$$

$$= 2 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot \left(\frac{2 \cdot 16 \text{ m}}{(20 \text{ s})^2} + 0.05 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 11410 \text{ N}.$$

Vježba 509

Kolika sila mora djelovati na vagon koji stoji na pruzi da bi se počeo gibati jednoliko ubrzano te za 20 s prešao put 0.016 km? Masa je vagona 20 tona. Za vrijeme gibanja na njega zbog trenja djeluje sila koja iznosi 0.05 težine vagona te ima smjer suprotan gibanju. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 11410 N.

Zadatak 510 (Jurja, gimnazija)

Automobil vozi po horizontalnoj cesti brzinom 36 km/h. U jednom trenutku vozač isključi motor i automobil se zaustavi budući da je s isključenim motorom prešao 150 m. Koliko se dugo automobil gibao isključenog motora? Koliki je faktor trenja pri tom gibanju? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 510

$$v_0 = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \quad s = 150 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = ?, \quad \mu = ?$$

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijede formule za brzinu i put:

$$v = v_0 - a \cdot t, \quad s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je a akceleracija kojom tijelo usporava, t vrijeme gibanja.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

U trenutku kada se automobil zaustavi njegova je brzina jednaka nuli pa slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} v = 0 \\ v = v_0 - a \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = v_0 - a \cdot t \Rightarrow a \cdot t = v_0 \Rightarrow a \cdot t = v_0 \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow a = \frac{v_0}{t}.$$

Iz formule za put kod jednoliko usporenog gibanja izračunamo vrijeme t .

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{v_0}{t} \\ s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0}{t} \cdot t^2 \Rightarrow s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t \Rightarrow s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t = s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t = s \cdot \frac{2}{v_0} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot s}{v_0} = \frac{2 \cdot 150 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 30 \text{ s}.$$

Sila koja, nakon isključenja motora, zaustavlja automobil je sila trenja pa ćemo pomoću drugog Newtona poučka dobiti:

$$F = F_{tr} \Rightarrow m \cdot a = \mu \cdot G \Rightarrow m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow a = \mu \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu \cdot g = a \Rightarrow \left[a = \frac{v_0}{t} \right] \Rightarrow \mu \cdot g = \frac{v_0}{t} \Rightarrow \mu \cdot g = \frac{v_0}{t} \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow \mu = \frac{v_0}{t \cdot g} =$$

$$= \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{30 \text{ s} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.034.$$

Vježba 510

Automobil vozi po horizontalnoj cesti brzinom 36 km / h. U jednom trenutku vozač isključi motor i automobil se zaustavi budući da je s isključenim motorom prešao 0.15 km. Koliko se dugo automobil gibao isključenog motora?

Rezultat: 0.034.

Zadatak 511 (Walter, gimnazija)

Na tijelo mase 2 kg koje leži na vodoravnoj podlozi djeluje stalna sila i daje mu akceleraciju $0.20 \text{ m} / \text{s}^2$. Faktor trenja između tijela i podloge je 0.02. Kolika je vučna sila? (ubrzanje slobodnog pada $g \approx 10 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rješenje 511

$$m = 2 \text{ kg}, \quad a = 0.02 \text{ m/s}^2, \quad \mu = 0.02, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F . Akceleracija a tijela je razmjerna sili i ima smjer sile.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Sila $m \cdot a$ koja tijelo mase m ubrzava akceleracijom a jednaka je razlici ukupne vučne sile F i sile trenja F_{tr} .

$$m \cdot a = F - F_{tr} \Rightarrow F - F_{tr} = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot a + F_{tr} \Rightarrow F = m \cdot a + \mu \cdot G \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow F = m \cdot (a + \mu \cdot g) = 2 \text{ kg} \cdot \left(0.02 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0.02 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 0.8 \text{ N}.$$

Vježba 511

Na tijelo mase 200 dag koje leži na vodoravnoj podlozi djeluje stalna sila i daje mu akceleraciju 2 dm/s^2 . Faktor trenja između tijela i podloge je 0.02. Kolika je vučna sila? (ubrzanje slobodnog pada $g \approx 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.8 N.

Zadatak 512 (Darko, tehnička škola)

Na tijelo mase 2 kg koje se giba brzinom 5.5 m/s počne djelovati u smjeru gibanja tijela stalna sila od 10 N tijekom 2 s. Koliku će brzinu imati tijelo nakon prestanka djelovanja sile?

Rješenje 512

$$m = 2 \text{ kg}, \quad v_0 = 5.5 \text{ m/s}, \quad F = 10 \text{ N}, \quad t = 2 \text{ s}, \quad v = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F . Akceleracija a tijela je razmjerna sili i ima smjer sile.

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za konačnu brzinu v :

$$v = v_0 + a \cdot t.$$

Budući da sila F djeluje u smjeru gibanja tijela, ona ga ubrzava pa je tražena brzina v veća od početne brzine v_0 i iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ v = v_0 + a \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow v = v_0 + \frac{F}{m} \cdot t = 5.5 \frac{m}{s} + \frac{10 N}{2 kg} \cdot 2 s = 15.5 \frac{m}{s}.$$

Vježba 512

Na tijelo mase 3 kg koje se giba brzinom 5.5 m / s počne djelovati u smjeru gibanja tijela stalna sila od 10 N tijekom 3 s. Koliku će brzinu imati tijelo nakon prestanka djelovanja sile?

Rezultat: 15.5 m / s.

Zadatak 513 (Miro, gimnazija)

Dva su tijela bačena sa istog mjesta okomito uvis jednakim početnim brzinama 12 m / s. Prvo tijelo bačeno je 0.44 s ranije od drugog. Za koje će vrijeme od trenutka bacanja drugog tijela oba tijela biti na istoj visini? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 513

$$v_0 = 12 \text{ m / s}, \quad \Delta t = 0.44 \text{ s}, \quad t_1 = t, \quad t_2 = t + \Delta t, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad t = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac uvis je gibanje složeno od jednolikog pravocrtnoga gibanja prema gore i slobodnog pada prema dolje. Visina h u času kad je prošlo vrijeme t dana je izrazom

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je v_0 početna brzina.

Za vrijeme t_1 prvo će tijelo biti na visini h_1 .

$$h_1 = v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow h_1 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Za vrijeme t_2 drugo će tijelo biti na visini h_2 .

$$h_2 = v_0 \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 \Rightarrow h_2 = v_0 \cdot (t + \Delta t) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t + \Delta t)^2.$$

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\begin{aligned} h_1 = h_2 &\Rightarrow v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = v_0 \cdot (t + \Delta t) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t + \Delta t)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = v_0 \cdot (t + \Delta t) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t + \Delta t)^2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot t - g \cdot t^2 = 2 \cdot v_0 \cdot (t + \Delta t) - g \cdot (t + \Delta t)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot t - g \cdot t^2 = 2 \cdot v_0 \cdot t + 2 \cdot v_0 \cdot \Delta t - g \cdot (t^2 + 2 \cdot t \cdot \Delta t + (\Delta t)^2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot t - g \cdot t^2 = 2 \cdot v_0 \cdot t + 2 \cdot v_0 \cdot \Delta t - g \cdot t^2 - 2 \cdot g \cdot t \cdot \Delta t - g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot t - g \cdot t^2 = 2 \cdot v_0 \cdot t + 2 \cdot v_0 \cdot \Delta t - g \cdot t^2 - 2 \cdot g \cdot t \cdot \Delta t - g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 0 = 2 \cdot v_0 \cdot \Delta t - 2 \cdot g \cdot t \cdot \Delta t - g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow 2 \cdot g \cdot t \cdot \Delta t = 2 \cdot v_0 \cdot \Delta t - g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot g \cdot t \cdot \Delta t = 2 \cdot v_0 \cdot \Delta t - g \cdot (\Delta t)^2 \quad / \cdot \frac{1}{2 \cdot g \cdot \Delta t} \Rightarrow t = \frac{v_0}{g} - \frac{\Delta t}{2} = \frac{12 \frac{m}{s}}{9.81 \frac{m}{s^2}} - \frac{0.44 s}{2} = 1 s.$$

Vježba 513

Dva su tijela bačena sa istog mjesta okomito uvis jednakim početnim brzinama 24 m / s. Prvo tijelo bačeno je 0.88 s ranije od drugog. Za koje će vrijeme od trenutka bacanja drugog tijela oba tijela biti na istoj visini? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 15.5 m / s.

Zadatak 514 (Miro, gimnazija)

Dva tijela gibaju se jednoliko ubrzano pravocrtno jedno drugome u susret stalnim akceleracijama 6 m / s^2 i 4 m / s^2 i početnim brzinama 10 m / s i 15 m / s . Početna udaljenost između njih je 750 m. Za koje će se vrijeme tijela sresti?

Rješenje 514

$a_1 = 6 \text{ m / s}^2$, $a_2 = 4 \text{ m / s}^2$, $v_{01} = 10 \text{ m / s}$, $v_{02} = 15 \text{ m / s}$, $s = 750 \text{ m}$, $t = ?$
 Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put tijela počto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Za vrijeme t, do susreta, tijela prevale putove:

$$s_1 = v_{01} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t^2, \quad s_2 = v_{02} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t^2.$$

Budući da je

$$s_1 + s_2 = s,$$

sljedi:

$$\begin{aligned} v_{01} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t^2 + v_{02} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t^2 &= s \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{možemo zanemariti} \\ \text{mjernе jedinice} \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow 10 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot t^2 + 15 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t^2 &= 750 \Rightarrow 10 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot t^2 + 15 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t^2 = 750 \Rightarrow \\ \Rightarrow 10 \cdot t + 3 \cdot t^2 + 15 \cdot t + 2 \cdot t^2 &= 750 \Rightarrow 10 \cdot t + 3 \cdot t^2 + 15 \cdot t + 2 \cdot t^2 - 750 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 5 \cdot t^2 + 25 \cdot t - 750 &= 0 \Rightarrow 5 \cdot t^2 + 25 \cdot t - 750 = 0 \quad / : 5 \Rightarrow t^2 + 5 \cdot t - 150 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t^2 + 5 \cdot t - 150 = 0 \\ a = 1, b = 5, c = -150 \end{array} \right\} \Rightarrow t_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-150)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \\ \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 600}}{2} \Rightarrow t_{1,2} &= \frac{-5 \pm \sqrt{625}}{2} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-5 \pm 25}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = \frac{-5 + 25}{2} \\ t_2 = \frac{-5 - 25}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = \frac{20}{2} \\ t_2 = -\frac{30}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = \frac{20}{2} \\ t_2 = -\frac{30}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = 10 \text{ s} \\ t_2 = -15 \text{ s} \text{ nema fizikalnog smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow t = 10 \text{ s.}$$

Vježba 514

Dva tijela gibaju se jednoliko ubrzano pravocrtno jedno drugome u susret stalnim akceleracijama 6 m/s^2 i 4 m/s^2 i početnim brzinama 36 km/h i 54 km/h . Početna udaljenost između njih je 750 m . Za koje će se vrijeme tijela sresti?

Rezultat: 10 s.

Zadatak 515 (Miro, gimnazija)

Kolikom početnom brzinom treba baciti tijelo okomito prema dolje da bi sa visine 15 m palo na zemlju za 1 s ? Otpor zraka zanemarite. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 515

$$h = 15 \text{ m}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je h visina pada.

Ako tijelo ima početnu brzinu v_0 tada formula za slobodni pad glasi:

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Računamo početnu brzinu v_0 .

$$\begin{aligned} h &= v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \cdot / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot h = 2 \cdot v_0 \cdot t + g \cdot t^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot t + g \cdot t^2 = 2 \cdot h \Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot t = 2 \cdot h - g \cdot t^2 \Rightarrow 2 \cdot v_0 \cdot t = 2 \cdot h - g \cdot t^2 \cdot / \cdot \frac{1}{2 \cdot t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0 = \frac{h}{t} - \frac{g \cdot t}{2} = \frac{15 \text{ m}}{1 \text{ s}} - \frac{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ s}}{2} = 10.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 515

Kolikom početnom brzinom treba baciti tijelo okomito prema dolje da bi sa visine 150 dm palo na zemlju za 1 s ? Otpor zraka zanemarite. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 10.1 m/s.

Zadatak 516 (MaturantMSN, gimnazija)

Tijelo mase 20 kg bačeno je brzinom 12 m/s uz kosinu nagiba 30° . Ako je koeficijent trenja 0.29 , na kojoj će se udaljenosti od početka kosine zaustaviti? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 516

$$m = 20 \text{ kg}, \quad v = 12 \text{ m/s}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad \mu = 0.29, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad s = ?$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Sinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine hipotenuze.

Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine

hipotenuze.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo težnom silom (silom težom). Pod djelovanjem težne sile sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G težna sila, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

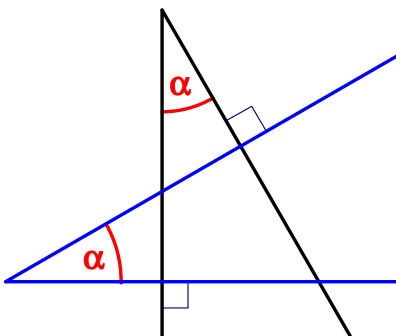
$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot a},$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Ista formula vrijedi i kod jednoliko usporenog gibanja.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

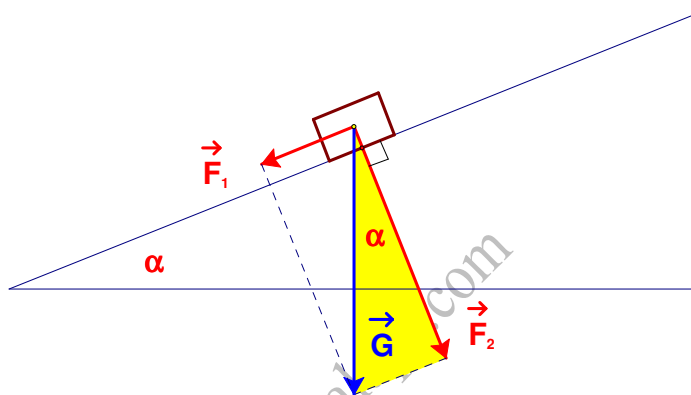
Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F . Akceleracija a tijela je razmjerna sili i ima smjer sile, a obrnuto je razmjerna masi tijela. Kutovi s međusobno okomitim kracima su sukladni.



1.inačica

Kada je tijelo na kosini njegovu težinu G rastavimo na dvije komponente:

- silu F_1 usporednu sa kosinom koja tijelo ubrzava niz kosinu
- silu F_2 okomitu na kosinu koja pritišće kosinu.

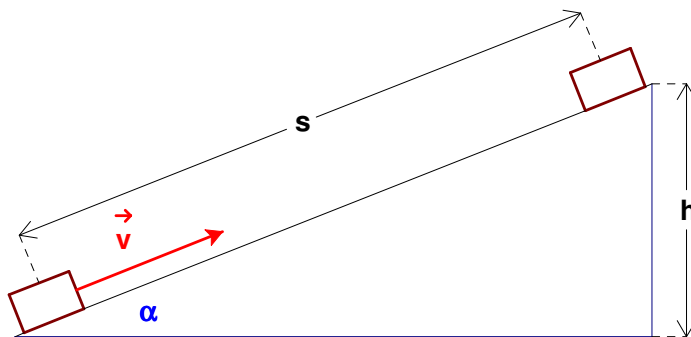


Sa slike vidi se:

$$\left. \begin{array}{l} \sin \alpha = \frac{F_1}{G} \\ \cos \alpha = \frac{F_2}{G} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \sin \alpha = \frac{F_1}{G} / \cdot G \\ \cos \alpha = \frac{F_2}{G} / \cdot G \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F_1 = G \cdot \sin \alpha \\ F_2 = G \cdot \cos \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha \\ F_2 = m \cdot g \cdot \cos \alpha \end{array} \right\}$$

Tada je sila trenja F_{tr} jednaka:

$$F_{tr} = \mu \cdot F_2 \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha.$$



Iz pravokutnog trokuta čija je kateta h , a hipotenuza s pomoću funkcije sinus dobije se:

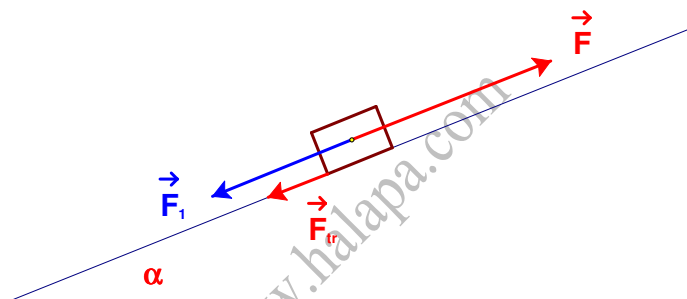
$$\sin \alpha = \frac{h}{s} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{h}{s} / \cdot s \Rightarrow h = s \cdot \sin \alpha.$$

Rad W koji obavi sila trenja F_{tr} na putu s jednak je razlici kinetičke energije E_k koju tijelo ima u

početnom trenutku (u trenutku bacanja) i gravitacijske potencijalne energije E_{gp} u trenutku zaustavljanja na visini h kosine.

$$\begin{aligned}
 W = E_k - E_{gp} &\Rightarrow F_{tr} \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot h \Rightarrow \left[\begin{array}{l} F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \\ h = s \cdot \sin \alpha \end{array} \right] \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha \Rightarrow \\
 \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot s + m \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow m \cdot g \cdot s \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \\
 \Rightarrow m \cdot g \cdot s \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad / \cdot \frac{1}{m \cdot g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)} \Rightarrow \\
 \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)} &= \frac{\left(12 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot (0.29 \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ)} = 9.77 \text{ m.}
 \end{aligned}$$

2.inačica



Sila F koja tijelo ubrzava uz kosinu po iznosu jednaka je zbroju sile trenja F_{tr} i komponente F_1 sile teže koja djeluje niz kosinu pa vrijedi:

$$\begin{aligned}
 F = F_{tr} + F_1 &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \\ F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha \end{array} \right] \Rightarrow F = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha + m \cdot g \cdot \sin \alpha \Rightarrow \\
 &\Rightarrow F = m \cdot g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha).
 \end{aligned}$$

Akceleracija a tijela mase m koje se giba uz kosinu pod djelovanjem sile F iznosi:

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{array}{l} F = m \cdot g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) \\ a = \frac{F}{m} \end{array} \right\} &\Rightarrow a = \frac{m \cdot g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)}{m} \Rightarrow a = \frac{m \cdot g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)}{m} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow a = g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha).
 \end{aligned}$$

Budući da se tijelo giba jednoliko usporeno uz kosinu, prijedeni put s iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} a = g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) \\ s = \frac{v^2}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)} =$$

$$= \frac{\left(12 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(0.29 \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ\right)} = 9.77 \text{ m.}$$

Vježba 516

Tijelo mase 20 kg bačeno je brzinom 12 m / s uz kosinu nagiba 30 °. Ako je koeficijent trenja 0.29, na kojoj će se udaljenosti od početka kosine zaustaviti? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 9.77 m.

Zadatak 517 (Marijan, tehnička škola)

Kojom brzinom treba baciti tijelo prema dolje da bi palo u dubinu 20 m za 1 sekundu prije nego kad bi slobodno padalo? Zanemarite otpor zraka. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 517

$$h = 20 \text{ m}, \quad \Delta t = 1 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad v_0 = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}},$$

gdje je h visina pada.

Ako tijelo ima početnu brzinu v_0 tada formula za slobodni pad glasi:

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Neka je t vrijeme za koje tijelo slobodno padne u dubinu h.

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}.$$

Kada ga bacimo brzinom v_0 u dubinu h, past će za Δt prije nego kad bi slobodno padalo.

$$\begin{aligned} h &= v_0 \cdot (t - \Delta t) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \Rightarrow v_0 \cdot (t - \Delta t) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 = h \Rightarrow \\ \Rightarrow v_0 \cdot (t - \Delta t) &= h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \Rightarrow v_0 \cdot (t - \Delta t) = h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2 \cdot \frac{1}{t - \Delta t} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - \Delta t)^2}{t - \Delta t} \Rightarrow \left[t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \right] \Rightarrow v_0 = \frac{h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} - \Delta t \right)^2}{\sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} - \Delta t} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{20 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(\sqrt{\frac{2 \cdot 20 \text{ m}}{9.81 \frac{m}{s^2}}} - 1 \text{ s} \right)^2}{\sqrt{\frac{2 \cdot 20 \text{ m}}{9.81 \frac{m}{s^2}}} - 1 \text{ s}} = 14.62 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

Vježba 517

Kojom brzinom treba baciti tijelo prema dolje da bi palo u dubinu 200 dm za 1 sekundu prije nego kad bi slobodno padalo? Zanemarite otpor zraka. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 14.62 m/s.

Zadatak 518 (Marijan, tehnička škola)

Tane i zvuk koji je pritom nastao dopru istodobno do visine 510 m. Kolikom je brzinom izašlo tane iz cijevi, ako je brzina zvuka 340 m/s? Otpor zraka zanemarimo. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 518

$$h = 510 \text{ m}, \quad v = 340 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_0 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je s put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo stalnom, konstantnom brzinom v za vrijeme t.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac uvis je gibanje složeno od jednolikog pravocrtznoga gibanja prema gore i slobodnog pada prema dolje. Visina h u času kad je prošlo vrijeme t dana je izrazom

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je v_0 početna brzina.

Neka je t vrijeme za koje tane i zvuk koji je pritom nastao dopru istodobno do visine h. Zvuk se širi stalnom brzinom v i vrijedi

$$h = v \cdot t,$$

a tane se giba jednoliko usporeno pa je

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Iz sustava jednadžbi dobijemo brzinu v_0 .

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} h = v \cdot t \\ h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} v \cdot t = h \\ h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v \cdot t = h \cdot \frac{1}{v} \\ h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t = \frac{h}{v} \\ h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda zamjene} \\ \text{(supstitucije)} \end{array} \right] \Rightarrow h = v_0 \cdot \frac{h}{v} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{h}{v} \right)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow v_0 \cdot \frac{h}{v} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{h}{v} \right)^2 = h &\Rightarrow v_0 \cdot \frac{h}{v} = h + \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{h}{v} \right)^2 \Rightarrow v_0 \cdot \frac{h}{v} = h + \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{h^2}{v^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_0 \cdot \frac{h}{v} = h + \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{h^2}{v^2} \cdot \frac{v}{h} &\Rightarrow v_0 = h \cdot \frac{v}{h} + \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{h^2}{v^2} \cdot \frac{v}{h} \Rightarrow v_0 = h \cdot \frac{v}{h} + \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{h^2}{v^2} \cdot \frac{v}{h} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_0 = v + \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{h}{v} &= 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{510 \text{ m}}{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 347.36 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 518

Tane i zvuk koji je pritom nastao dopru istodobno do visine 0.51 km. Kolikom je brzinom izašlo tane iz cijevi, ako je brzina zvuka 340 m / s? Otpor zraka zanemarimo. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 347.36 m / s.

Zadatak 519 (Tonka, medicinska škola)

Stojeći na koturaljkama učenik mase 60 kg odgurnuo se od zida tako da je dobio brzinu 2 m / s u vremenu dodira 0.6 s. Kolika je sila "odguravanja"?

Rješenje 519

$$m = 60 \text{ kg}, \quad v = 2 \text{ m / s}, \quad t = 0.6 \text{ s}, \quad F = ?$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m .

Tražena sila iznosi:

$$F \cdot t = m \cdot v \Rightarrow F \cdot t = m \cdot v \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow F = \frac{m \cdot v}{t} = \frac{60 \text{ kg} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.6 \text{ s}} = 200 \text{ N}.$$

Vježba 519

Stojeći na koturaljkama učenik mase 50 kg odgurnuo se od zida tako da je dobio brzinu 3 m / s u vremenu dodira 0.5 s. Kolika je sila "odguravanja"?

Rezultat: 300 N.

Zadatak 520 (Emaa, srednja škola ☺)

Vozač automobila počinje kočiti. Prilikom kočenja smanjuje brzinu ubrzanjem 2 m / s^2 . Nakon 20 s automobil se zaustavi. Koliku je brzinu imao u trenutku kada je počeo kočiti? Koliki je put prešao?

Rješenje 520

$$a = 2 \text{ m / s}^2, \quad t = 20 \text{ s}, \quad v_0 = ?, \quad s = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$v = a \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2, \quad s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t,$$

gdje su v i s brzina, odnosno put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijede formule za trenutačnu brzinu v i put s :

$$v = v_0 - a \cdot t, \quad s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

1. inačica

Kada bismo snimili kamerom zaustavljanje automobila i nakon toga pustili snimljenu vrpcu unatrag što bismo vidjeli? Automobil bi se gibao, doduše, unatrag, ali jednoliko ubrzano s jednakom vrijednošću akceleracije kojom je u stvarnosti usporavao. Pritom bi prešao isti put za isto vrijeme i postigao brzinu kojom se počeo usporavati. Brzinu koju je automobil imao u trenutku kada je počeo kočiti iznosi:

$$v_0 = a \cdot t = 2 \frac{m}{s^2} \cdot 20 s = 40 \frac{m}{s}.$$

Za to vrijeme automobil prijeđe put

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{m}{s^2} \cdot (20 s)^2 = 400 m.$$

Ili ovako:

$$s = \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 40 \frac{m}{s} \cdot 20 s = 400 m.$$

2. inačica

U trenutku zaustavljanja trenutačna brzina v automobila jednaka je nuli pa vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} v = v_0 - a \cdot t \\ v = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow v_0 - a \cdot t = 0 \Rightarrow v_0 = a \cdot t = 2 \frac{m}{s^2} \cdot 20 s = 40 \frac{m}{s}.$$

Prijeđeni put iznosi:

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 40 \frac{m}{s} \cdot 20 s - \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{m}{s^2} \cdot (20 s)^2 = 400 m.$$

Vježba 520

Vozač automobila počinje kočiti. Prilikom kočenja smanjuje brzinu ubrzanjem 2 m/s^2 . Nakon 10 s automobil se zaustavi. Koliku je brzinu imao u trenutku kada je počeo kočiti?

Rezultat: 20 m/s.