

Zadatak 721 (Tim3, maturanti)

Vlak se giba pravocrtno stalnom brzinom 60 km / h. U jednom trenutku vlakovođa počne jednoliko kočiti te vlak za 60 s prijeđe put od 600 m. Kolikom se brzinom vlak giba na kraju tog puta?

Rješenje 721

$$v_0 = 60 \text{ km / h} = [60 : 3.6] = 16.7 \text{ m / s}, \quad t = 60 \text{ s}, \quad s = 600 \text{ m}, \quad v = ?$$

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s :

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za konačnu brzinu v :

$$v = v_0 - a \cdot t.$$

Za jednoliko usporeno (ubrzano) pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s :

$$s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t,$$

gdje je v_0 početna brzina, v konačna brzina.

1. inačica

Iz formule za put odredimo akceleraciju a .

$$\begin{aligned} s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 &\Rightarrow s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot s = 2 \cdot v_0 \cdot t - a \cdot t^2 \Rightarrow a \cdot t^2 = 2 \cdot v_0 \cdot t - 2 \cdot s \Rightarrow \\ &\Rightarrow a \cdot t^2 = 2 \cdot v_0 \cdot t - 2 \cdot s \quad / \cdot \frac{1}{t^2} \Rightarrow a = \frac{2 \cdot v_0 \cdot t - 2 \cdot s}{t^2}. \end{aligned}$$

Sada je:

$$\begin{aligned} v = v_0 - a \cdot t &\Rightarrow v = v_0 - \frac{2 \cdot v_0 \cdot t - 2 \cdot s}{t^2} \cdot t \Rightarrow v = v_0 - \frac{2 \cdot v_0 \cdot t - 2 \cdot s}{t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = v_0 - \frac{2 \cdot v_0 \cdot t - 2 \cdot s}{t} \Rightarrow v = v_0 - \frac{2 \cdot v_0 \cdot t}{t} + \frac{2 \cdot s}{t} \Rightarrow v = v_0 - \frac{2 \cdot v_0 \cdot t}{t} + \frac{2 \cdot s}{t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = v_0 - 2 \cdot v_0 + \frac{2 \cdot s}{t} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot s}{t} - v_0 = \frac{2 \cdot 600 \text{ m}}{60 \text{ s}} - 16.7 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3.3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [3.3 \cdot 3.6] \approx 12 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

2. inačica

$$\begin{aligned} s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t &\Rightarrow \frac{v_0 + v}{2} \cdot t = s \Rightarrow \frac{v_0 + v}{2} \cdot t = s \quad / \cdot \frac{2}{t} \Rightarrow v_0 + v = \frac{2 \cdot s}{t} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot s}{t} - v_0 = \\ &= \frac{2 \cdot 600 \text{ m}}{60 \text{ s}} - 16.7 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3.3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = [3.3 \cdot 3.6] \approx 12 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

Vježba 721

Vlak se giba pravocrtno stalnom brzinom 72 km / h. U jednom trenutku vlakovođa počne jednoliko kočiti te vlak za 60 s prijeđe put od 600 m. Kolikom se brzinom vlak giba na kraju tog puta?

Rezultat: $v = 0 \text{ km / h}$, vlak je stao.

Zadatak 722 (Tim3, maturanti)

Dva trkača krenu istog trenutka iz mjesta A i B čija je međusobna udaljenost 81 m, jedan drugomu u susret. Oba trkača se jednako dugo ubrzavaju, prvi akceleracijom 2 m / s^2 , drugi akceleracijom 4 m / s^2 , a zatim nastavljaju trčati jednako dugo koliko su se ubrzavali, svaki brzinom koju je imao na kraju ubrzavanja i nakon određenog vremena se susretnu. Ptčica stalno leti s glave prvog trkača do glave drugog trkača ne zadržavajući se na trkačima.

a) Koliko vremena prođe dok se trkači ne susretnu?

- b) Koliki put prijeđe ptičica ako stalno leti pravocrtno brzinom 20 m / s?
 c) Kolika je maksimalna brzina trkača?
 d) Koliki put prijeđe prvi, a koliko drugi trkač dok se ne susretnu?

Rješenje 722

$$d = 81 \text{ m}, \quad a_1 = \text{m} / \text{s}^2, \quad a_2 = 4 \text{ m} / \text{s}^2, \quad v = 20 \text{ m} / \text{s}, \quad t = ?, \quad s = ?, \quad v_1 = ?, \\ v_2 = ?, \quad s_p = ?, \quad s_d = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba, t vrijeme gibanja.

a)

Neka je t potrebno vrijeme da se trkači susretnu.

Polovicu vremena oni se ubrzavaju i pretrče putove:

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2, \quad s_2 = \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2.$$

Drugu polovicu vremena nastavljaju trčati svaki brzinom koju je imao na kraju ubrzavanja:

$$v_1 = a_1 \cdot \frac{t}{2}, \quad v_2 = a_2 \cdot \frac{t}{2}.$$

Prevaljeni putovi iznose:

$$s_3 = v_1 \cdot \frac{t}{2} \Rightarrow s_3 = a_1 \cdot \frac{t}{2} \cdot \frac{t}{2} \Rightarrow s_3 = a_1 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 \\ s_4 = v_2 \cdot \frac{t}{2} \Rightarrow s_4 = a_2 \cdot \frac{t}{2} \cdot \frac{t}{2} \Rightarrow s_4 = a_2 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2.$$

Zbroj duljina njihovih putova jednak je udaljenosti d.

$$s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = d \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 + a_1 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 + a_2 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 = d \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 + a_1 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 + a_2 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 = d \cdot 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow a_1 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 + a_2 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 + 2 \cdot a_1 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 + 2 \cdot a_2 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 = 2 \cdot d \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 \cdot a_1 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 + 3 \cdot a_2 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 = 2 \cdot d \Rightarrow 3 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 \cdot (a_1 + a_2) = 2 \cdot d \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 \cdot (a_1 + a_2) = 2 \cdot d \cdot \frac{1}{3 \cdot (a_1 + a_2)} \Rightarrow \left(\frac{t}{2}\right)^2 = \frac{2 \cdot d}{3 \cdot (a_1 + a_2)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(\frac{t}{2}\right)^2 = \frac{2 \cdot d}{3 \cdot (a_1 + a_2)} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow \frac{t}{2} = \sqrt{\frac{2 \cdot d}{3 \cdot (a_1 + a_2)}} \Rightarrow \frac{t}{2} = \sqrt{\frac{2 \cdot d}{3 \cdot (a_1 + a_2)}} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot d}{3 \cdot (a_1 + a_2)}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 81 \text{ m}}{3 \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}} = 6 \text{ s.}$$

b)

$$s = v \cdot t = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 6 \text{ s} = 120 \text{ m.}$$

c)

$$v_1 = a_1 \cdot \frac{t}{2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{6 \text{ s}}{2} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_2 = a_2 \cdot \frac{t}{2} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{6 \text{ s}}{2} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

d)

Put prvog trkača iznosi:

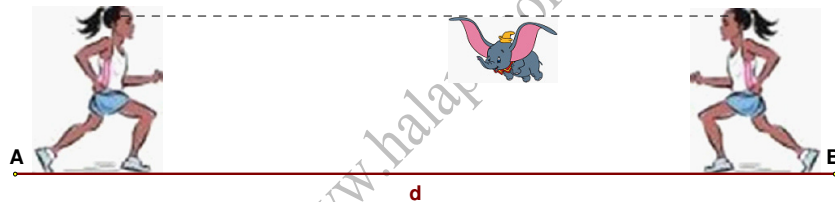
$$s_p = s_1 + s_3 \Rightarrow s_p = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 + a_1 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 \Rightarrow s_p = \frac{3}{2} \cdot a_1 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(\frac{6 \text{ s}}{2}\right)^2 = 27 \text{ m.}$$

Put drugog trkača iznosi:

$$s_d = s_2 + s_4 \Rightarrow s_d = \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 + a_2 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 \Rightarrow s_d = \frac{3}{2} \cdot a_2 \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(\frac{6 \text{ s}}{2}\right)^2 = 54 \text{ m.}$$

Ili

$$s_d = d - s_p = 81 \text{ m} - 27 \text{ m} = 54 \text{ m.}$$



se razboljela pa slonić mora odraditi zadatak! ☹️

Vježba 722

Dva trkača krenu istog trenutka iz mjesta A i B čija je međusobna udaljenost 144 m, jedan drugomu u susret. Oba trkača se jednako dugo ubrzavaju, prvi akceleracijom 2 m/s^2 , drugi akceleracijom 4 m/s^2 , a zatim nastavljaju trčati jednako dugo koliko su se ubrzavali, svaki brzinom koju je imao na kraju ubrzavanja i nakon određenog vremena se susretnu. Ptičica stalno leti s glave prvog trkača do glave drugog trkača ne zadržavajući se na trkačima.

- Koliko vremena prođe dok se trkači ne susretnu?
- Koliki put prijeđe ptičica ako stalno leti pravocrtno brzinom 20 m/s ?
- Kolika je maksimalna brzina trkača?
- Koliki put prijeđe prvi, a koliko drugi trkač dok se ne susretnu?

Rezultat: a) 8 s, b) 160 m, c) 8 m/s, 16 m/s, d) 48 m, 96 m.

Zadatak 723 (Help, maturant)

Tijelo leži na vodoravnoj podlozi. Za tijelo zavežemo nit kojom ga vučemo po podlozi. U jednome trenutku nit se prekine. Što je od navedenoga točno. Zanimarite trenje.

- Tijelo se trenutačno zaustavi.
- Tijelo se nastavi gibati usporeno.
- Tijelo se nastavi gibati jednoliko.
- Tijelo se nastavi gibati ubrzano.

Rješenje 723

$$F = 0 \text{ N}$$

Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu.

Budući da nema trenja, kada se nit prekine na tijelo ne djeluje vučna sila pa se ono nastavi gibati jednoliko.

Odgovor je pod C.

Vježba 723

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 724 (Help, maturant)

Krenuvši iz mirovanja automobil se giba jednoliko ubrzano te nakon 10 s postigne brzinu 20 m / s. Automobil se sljedećih 10 s giba jednoliko brzinom koju je imao na kraju desete sekunde. Kolika je srednja brzina automobila za tih 20 s gibanja?

$$A. 10 \frac{m}{s} \quad B. 15 \frac{m}{s} \quad C. 20 \frac{m}{s} \quad D. 30 \frac{m}{s}$$

Rješenje 724

$$t_1 = 10 \text{ s}, \quad v = 20 \text{ m / s}, \quad t_2 = 10 \text{ s}, \quad v_s = ?$$

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu Δt jest količnik dijela puta Δs , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka Δt :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

gdje je s put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje bez početne brzine vrijedi formula za put s :

$$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t,$$

gdje je v konačna brzina.

1. inačica

Prvi dio puta automobil ubrzava i postigne brzinu v . Prijeđeni put iznosi:

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_1.$$

Drugi dio puta automobil se giba jednoliko brzinom koju je imao na kraju prvog dijela puta. Prijeđeni put iznosi:

$$s_2 = v \cdot t_2.$$

Srednja brzina je:

$$v_s = \frac{s}{t} \Rightarrow v_s = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow v_s = \frac{\frac{1}{2} \cdot v \cdot t_1 + v \cdot t_2}{t_1 + t_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 20 \frac{m}{s} \cdot 10 s + 20 \frac{m}{s} \cdot 10 s}{10 s + 10 s} = 15 \frac{m}{s}$$

Odgovor je pod B.

2. inačica

Prvi dio puta automobil ubrzava akceleracijom a .

$$v = a \cdot t_1 \Rightarrow a \cdot t_1 = v \Rightarrow a \cdot t_1 = v / t_1 \Rightarrow a = \frac{v}{t_1} = \frac{20 \frac{m}{s}}{10 s} = 2 \frac{m}{s^2}$$

Prijeđeni put iznosi:

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{m}{s^2} \cdot (10 s)^2 = 100 m.$$

Drugi dio puta automobil se giba jednoliko brzinom

$$v = a \cdot t_1$$

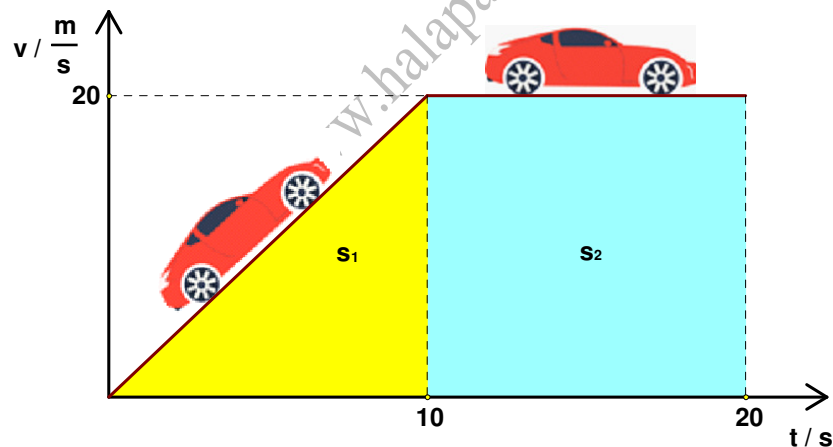
koju je imao na kraju prvog dijela puta. Prijedeći put iznosi:

$$s_2 = v \cdot t_2 \Rightarrow s_2 = a \cdot t_1 \cdot t_2 = 2 \frac{m}{s^2} \cdot 10 s \cdot 10 s = 200 m.$$

Srednja brzina je:

$$v_s = \frac{s}{t} \Rightarrow v_s = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{100 m + 200 m}{10 s + 10 s} = 15 \frac{m}{s}$$

Odgovor je pod B.



Vježba 724

Krenuvši iz mirovanja automobil se giba jednoliko ubrzano te nakon 10 s postigne brzinu 30 m/s. Automobil se sljedećih 10 s giba jednoliko brzinom koju je imao na kraju desete sekunde. Kolika je srednja brzina automobila za tih 20 s gibanja?

Rezultat: 22.5 m/s.

Zadatak 725 (Maturant, medicinska škola)

Na kvadar koji se nalazi na vodoravnoj podlozi djeluje sila iznosa 3 N. Sila je usporedna s podlogom. Kvadar se giba jednoliko u smjeru djelovanja sile. Što je od navedenoga točno za iznos sile trenja F_{tr} između kvadra i podloge?

- A. $F_{tr} = 0 N$ B. $0 N < F_{tr} < 3 N$ C. $F_{tr} = 3 N$ D. $3 N < F_{tr}$

Rješenje 725

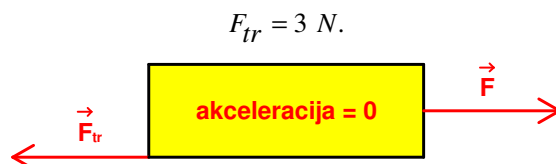
$$F = 3 \text{ N}, \quad F_{tr} = ?$$

Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja.

Budući da se kvadar giba jednoliko, rezultatna sila jednaka je nuli. Dakle, sila trenja F_{tr} po iznosu jednaka je sili F .



Odgovor je pod C.

Vježba 725

Na kvadar koji se nalazi na vodoravnoj podlozi djeluje sila iznosa 7 N. Sila je usporedna s podlogom. Kvadar se giba jednoliko u smjeru djelovanja sile. Što je od navedenoga točno za iznos sile trenja F_{tr} između kvadra i podloge?

- A. $F_{tr} = 0 \text{ N}$ B. $0 \text{ N} < F_{tr} < 7 \text{ N}$ C. $F_{tr} = 7 \text{ N}$ D. $7 \text{ N} < F_{tr}$

Rezultat: C.

Zadatak 726 (Loni, tehnička škola)

Sanjke mase 10 kg gibaju se pravocrtno po horizontalnoj snježnoj pisti. U početnome trenutku brzina im je 6 m / s. Tijekom sljedeće 2 s sanjkama se smanji brzina na 2 m / s zbog djelovanja sile trenja. Koliki je faktor trenja između sanjki i piste? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$.)

Rješenje 726

$$m = 10 \text{ kg}, \quad v_0 = 6 \text{ m} / \text{s}, \quad t = 2 \text{ s}, \quad v = 2 \text{ m} / \text{s}, \quad g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2, \quad \mu = ?$$

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za konačnu brzinu v :

$$v = v_0 - a \cdot t.$$

Jednoliko ubrzano (usporeno) gibanje po pravcu (jednoliko ubrzano (usporeno) pravocrtno gibanje) je gibanje tijela stalnom akceleracijom. Srednja akceleracija je količnik razlike brzina Δv u nekom vremenskom intervalu Δt i toga vremenskog intervala:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Trenutna akceleracija a je omjer promjene brzine Δv u neizmjerljivo malom vremenskom intervalu (trenutku) Δt i toga trenutka. Kada razmatramo slučajeve gibanja pri kojima se vrijednost akceleracije neće mijenjati, onda je:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom

Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Akceleracija kojom se sanjke usporavaju iznosi:

$$v = v_0 - a \cdot t \Rightarrow a \cdot t = v_0 - v \Rightarrow a \cdot t = v_0 - v \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow a = \frac{v_0 - v}{t}.$$

Budući da sila trenja usporava sanjke, po drugom Newtonovu poučku vrijedi:

$$F_{tr} = F \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow \mu = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} \Rightarrow \mu = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{a}{g} \Rightarrow \mu = \frac{\frac{v_0 - v}{t}}{g} \Rightarrow \mu = \frac{v_0 - v}{g \cdot t} = \frac{6 \frac{m}{s} - 2 \frac{m}{s}}{9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 2 s} = 0.2.$$

Vježba 726

Sanjke mase 15 kg gibaju se pravocrtno po horizontalnoj snježnoj pisti. U početnome trenutku brzina im je 7 m/s. Tijekom sljedeće 2 s sanjkama se smanji brzina na 3 m/s zbog djelovanja sile trenja. Koliki je faktor trenja između sanjki i piste? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.)

Rezultat: 0.2.

Zadatak 727 (Mihael, gimnazija)

Tijelo mase 2 kg giba se po horizontalnoj hrapavoj podlozi brzinom $v_1 = 4 \text{ m/s}$. U nekom trenutku na tijelo počne djelovati konstantna sila od 10 N pod kutom od 30° u odnosu na brzinu. Kolika je brzina tijela nakon prevaljenog puta od 2 m, ako je na rad sile trenja utrošeno 14 J?

Rješenje 727

$$m = 2 \text{ kg}, \quad v_1 = 4 \text{ m/s}, \quad F = 10 \text{ N}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad s = 2 \text{ m}, \quad W_{tr} = 14 \text{ J}, \quad v_2 = ?$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

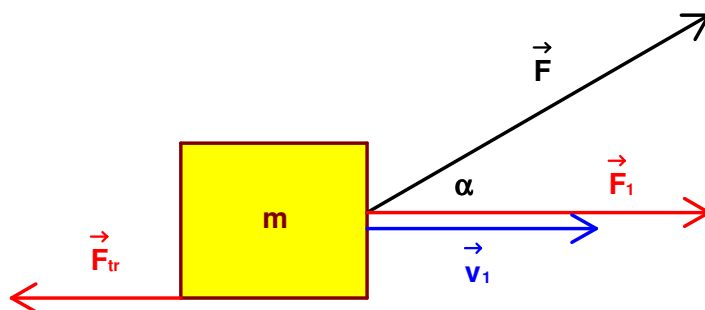
Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Za jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za konačnu brzinu v :

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s.$$



Na tijelo u smjeru gibanja djeluje komponenta F_1 sile F . Iz pravokutnog trokuta dobije se:

$$\cos \alpha = \frac{F_1}{F} \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \cos \alpha \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \cos \alpha \cdot F \Rightarrow F_1 = F \cdot \cos \alpha.$$

Sila trenja dana je formulom

$$W_{tr} = F_{tr} \cdot s \Rightarrow F_{tr} \cdot s = W_{tr} \Rightarrow F_{tr} \cdot s = W_{tr} \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow F_{tr} = \frac{W_{tr}}{s}.$$

Rezultantna sila koja ubrzava tijelo jednaka je razlici sile F_1 i sile trenja F_{tr} . Po drugom Newtonovu poučku vrijedi:

$$m \cdot a = F_1 - F_{tr} \Rightarrow m \cdot a = F_1 - F_{tr} \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow a = \frac{F_1 - F_{tr}}{m} \Rightarrow a = \frac{F \cdot \cos \alpha - \frac{W_{tr}}{s}}{m}.$$

Konačna brzina iznosi:

$$\begin{aligned} v_2^2 &= v_1^2 + 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow v_2^2 = v_1^2 + 2 \cdot a \cdot s \cdot \sqrt{} \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2 \cdot a \cdot s} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2 \cdot \frac{F \cdot \cos \alpha - \frac{W_{tr}}{s}}{m} \cdot s} \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2 \cdot \frac{s \cdot F \cdot \cos \alpha - W_{tr}}{m}} = \\ &= \sqrt{\left(4 \frac{m}{s}\right)^2 + 2 \cdot \frac{20 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ - 14 \text{ J}}{2 \text{ kg}}} = 4.4 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

Vježba 727

Tijelo mase 2 kg giba se po horizontalnoj hrapavoj podlozi brzinom $v_1 = 4 \text{ m/s}$. U nekom trenutku na tijelo počne djelovati konstantna sila od 20 N pod kutom od 30° u odnosu na brzinu. Kolika je brzina tijela nakon prevaljenog puta od 1 m, ako je na rad sile trenja utrošeno 14 J?

Rezultat: 4.4 m/s.

Zadatak 728 (NN, medicinska škola)

S visine 25 m izbačeno je tijelo u vodoravnom smjeru početnom brzinom 20 m/s. Koliki je iznos brzine tijela pri udaru o tlo? Otpor i uzgon u zraku su zanemarivi. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

A. $20 \frac{m}{s}$ B. $22.8 \frac{m}{s}$ C. $30 \frac{m}{s}$ D. $53.6 \frac{m}{s}$

Rješenje 728

$$h = 25 \text{ m}, \quad v_0 = 20 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete,

a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Pitagorin poučak

Trokut ABC je pravokutan ako i samo ako je kvadrat nad hipotenuzom jednak zbroju kvadrata nad katetama.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0$ m/s i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81$ m/s². Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}, \quad v = g \cdot t, \quad v^2 = 2 \cdot g \cdot h,$$

gdje je h visina pada.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Horizontalni hitac je gibanje koje se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom v_0 i slobodnog pada. Brzine nakon vremena t jesu v_0 i $g \cdot t$, a rezultantnu brzinu možemo izračunati iz Pitagorina poučka jer su komponente međusobno okomite.

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h}, \quad v = \sqrt{v_0^2 + (g \cdot t)^2}.$$

Brzina v_0 je brzina u horizontalnom (vodoravnom) smjeru. Ona se s vremenom ne povećava, niti smanjuje. Tijelo se složeno giba kad istodobno obavlja dva ili više gibanja. Pri takvom gibanju vrijedi načelo **neovisnosti gibanja** koje glasi: Kad tijelo istodobno obavlja dva gibanja, giba se tako da se u svakom trenutku nalazi u točki do koje bi stiglo kad bi obavilo samo jedno gibanje u određenom vremenskom razmaku, a neovisno o tom gibanju istodobno i drugo gibanje u istome vremenskom razmaku.

1. inačica

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{\left(20 \frac{m}{s}\right)^2 + 2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 25 m} = 30 \frac{m}{s}.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Najprije odredimo vrijeme padanja.

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25 m}{10 \frac{m}{s^2}}} = \sqrt{5} s.$$

Sada je

$$v = \sqrt{v_0^2 + (g \cdot t)^2} = \sqrt{\left(20 \frac{m}{s}\right)^2 + \left(10 \frac{m}{s^2} \cdot \sqrt{5} s\right)^2} = 30 \frac{m}{s}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 728

S visine 15 m izbačeno je tijelo u vodoravnom smjeru početnom brzinom 10 m / s. Koliki je iznos brzine tijela pri udaru o tlo? Otpor i uzgon u zraku su zanemarivi. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10$ m / s²)

$$A. 20 \frac{m}{s} \quad B. 22.8 \frac{m}{s} \quad C. 30 \frac{m}{s} \quad D. 53.6 \frac{m}{s}$$

Rezultat: A.

Zadatak 729 (Marko, tehnička škola)

Balon se diže uvis akceleracijom 2 m / s². Poslije 5 sekundi od početka gibanja iz njega ispadne kamen. Poslije koliko će vremena kamen pasti na tlo? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81$ m / s²)

Rješenje 729

$$a = 2 \text{ m/s}^2, \quad \Delta t = 5 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijede izrazi:

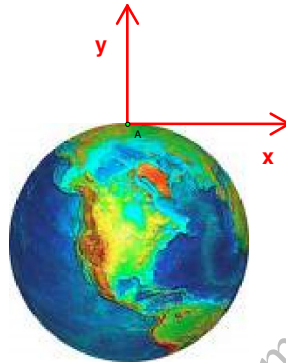
$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v = g \cdot t,$$

gdje je h visina pada.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Vertikalni hitac prema gore je složeno gibanje od jednolikoga gibanja brzinom v_0 i slobodnog pada u suprotnom smjeru, stoga je put (visina) h dan izrazom

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$



Postavimo koordinatno ishodište na površinu Zemlje, a koordinatna os y ima smjer uvis. Tada jednačba gibanja glasi:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_0 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \\ v_0 = a \cdot \Delta t \end{array} \right] \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 + a \cdot \Delta t \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

U trenutku pada kamena na tlo je $y = 0$ pa vrijedi:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 + a \cdot \Delta t \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 + a \cdot \Delta t \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad / \cdot (-2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 0 = -a \cdot (\Delta t)^2 - 2 \cdot a \cdot \Delta t \cdot t + g \cdot t^2 \Rightarrow g \cdot t^2 - 2 \cdot a \cdot \Delta t \cdot t - a \cdot (\Delta t)^2 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} g \cdot t^2 - 2 \cdot a \cdot \Delta t \cdot t - a \cdot (\Delta t)^2 = 0 \\ a = g, \quad b = -2 \cdot a \cdot \Delta t, \quad c = -a \cdot (\Delta t)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \\ t_{1,2} = \frac{-(-2 \cdot a \cdot \Delta t) \pm \sqrt{(-2 \cdot a \cdot \Delta t)^2 - 4 \cdot g \cdot (-a \cdot (\Delta t)^2)}}{2 \cdot g} \Rightarrow \\ t_{1,2} = \frac{2 \cdot a \cdot \Delta t \pm \sqrt{4 \cdot a^2 \cdot (\Delta t)^2 + 4 \cdot g \cdot a \cdot (\Delta t)^2}}{2 \cdot g} \Rightarrow \end{array} \right\} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow t_{1,2} = \frac{2 \cdot 2 \frac{m}{s} \cdot 5 s \pm \sqrt{4 \cdot \left(2 \frac{m}{s}\right)^2 \cdot (5 s)^2 + 4 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 2 \frac{m}{s} \cdot (5 s)^2}}{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}} =$$

$$\Rightarrow t_{1,2} = \frac{20 \frac{m}{s} \pm \sqrt{2362 \frac{m^2}{s^2}}}{19.62 \frac{m}{s^2}} \Rightarrow t_{1,2} = \frac{20 \frac{m}{s} \pm 48.6 \frac{m}{s}}{19.62 \frac{m}{s^2}} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = \frac{20 \frac{m}{s} + 48.6 \frac{m}{s}}{19.62 \frac{m}{s^2}} \\ t_2 = \frac{20 \frac{m}{s} - 48.6 \frac{m}{s}}{19.62 \frac{m}{s^2}} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = 3.5 s \\ t_2 = -1.46 s \text{ nema smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow t = 3.5 s.$$

Vježba 729

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 730 (Katarina, medicinska škola)

Tijelo se giba po pravcu stalnom brzinom 54 km/h pod djelovanjem stalne sile F. Koliko je vremena potrebno tijelu da se zaustavi nakon prestanka djelovanja sile F? Koeficijent trenja između tijela i podloge iznosi 0.6. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 730

$v_0 = 54 \text{ km/h} = [54 : 3.6] = 15 \text{ m/s}$, F , $v = 0 \text{ m/s}$, $\mu = 0.6$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$,
 $t = ?$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za brzinu:

$$v = v_0 - a \cdot t \Rightarrow a = \frac{v_0 - v}{t}$$

Tu je trenje sila koja tijelo usporava. Po drugom Newtonovu poučku slijedi:

$$F = F_{Tr} \Rightarrow m \cdot a = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow m \cdot \frac{v_0 - v}{t} = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow m \cdot \frac{v_0 - v}{t} = \mu \cdot m \cdot g \quad | \cdot \frac{t}{\mu \cdot m \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_0 - v}{\mu \cdot g} = t \Rightarrow t = \frac{15 \frac{m}{s} - 0 \frac{m}{s}}{0.6 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}} = 2.55 \text{ s.}$$

Vježba 730

Tijelo se giba po pravcu stalnom brzinom 72 km / h pod djelovanjem stalne sile F. Koliko je vremena potrebno tijelu da se zaustavi nakon prestanka djelovanja sile F? Koeficijent trenja između tijela i podloge iznosi 0.6. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 3.40 s.

Zadatak 731 (Maja2, maturantica)

Na horizontalnoj podlozi nalaze se dva tijela masa $m_1 > m_2$ međusobno povezana nerastezljivom niti kao što je prikazano na slici.



Kolika je napetost niti N koja povezuje tijela ako na tijelo manje mase djeluje stalna sila F i ako se tijela gibaju ubrzanjem a? Zanimarite silu trenja između podloge i tijela.

A. $N = m_2 \cdot a$ B. $N = m_2 \cdot a + F$ C. $N = m_1 \cdot a$ D. $N = F - m_1 \cdot a$

Rješenje 731

$m_1, \quad m_2, \quad F, \quad a, \quad N = ?$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

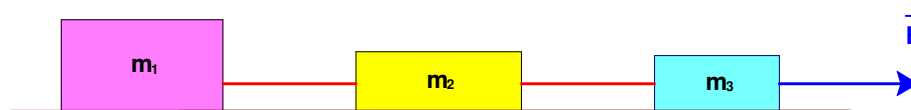
Budući da se tijela gibaju ubrzanjem a, napetost niti N koja povezuje tijela (na čijem kraju je tijelo mase m_1) iznosi:

$$N = m_1 \cdot a.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 731

Na horizontalnoj podlozi nalaze se tri tijela masa $m_1 > m_2 > m_3$ međusobno povezana nerastezljivim nitima kao što je prikazano na slici.



Kolika je napetost niti N koja povezuje tijela masa m_1 i m_2 ako na tijelo najmanje mase djeluje stalna sila F i ako se tijela gibaju ubrzanjem a? Zanimarite silu trenja između podloge i tijela.

A. $N = m_2 \cdot a$ B. $N = m_2 \cdot a + F$ C. $N = m_1 \cdot a$ D. $N = F - m_1 \cdot a$

Rezultat: C.

Zadatak 732 (Maja2, maturantica)

Tijelo mase m giba se po horizontalnoj podlozi stalnom brzinom v bez trenja. Nakon toga nailazi na hrapavu podlogu takvu da je koeficijent trenja između tijela i podloga μ . Koliki je ukupni put prešlo tijelo po hrapavoj podlozi prije nego što se zbog trenja zaustavilo? (ubrzanje slobodnog pada g)

$$A. \frac{2 \cdot v^2}{\mu \cdot g} \quad B. \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} \quad C. \frac{\mu \cdot v^2}{2 \cdot g} \quad D. 2 \cdot \mu \cdot g \cdot v^2$$

Rješenje 732

$$m, \quad v, \quad \mu, \quad g, \quad s = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow a = \frac{v^2}{2 \cdot s}$$

gdje su s i v put, odnosno brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Formula vrijedi i za jednoliko usporeno gibanje.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Tu je trenje sila koja usporava tijelo pa prema drugom Newtonovu poučku vrijedi:

$$\begin{aligned} F_{tr} = F &\Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{2 \cdot s} \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{2 \cdot s} \cdot \frac{s}{\mu \cdot m \cdot g} \Rightarrow \\ &\Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 732

Tijelo mase 7 kg giba se po horizontalnoj podlozi stalnom brzinom v bez trenja. Nakon toga nailazi na hrapavu podlogu takvu da je koeficijent trenja između tijela i podloga μ . Koliki je ukupni put prešlo tijelo po hrapavoj podlozi prije nego što se zbog trenja zaustavilo? (ubrzanje slobodnog pada g)

$$A. \frac{2 \cdot v^2}{\mu \cdot g} \quad B. \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g} \quad C. \frac{\mu \cdot v^2}{2 \cdot g} \quad D. 2 \cdot \mu \cdot g \cdot v^2$$

Rezultat: B.

Zadatak 733 (Zlatko, tehnička škola)

Tijelo prijeđe put od 63 m za 6 s pri čemu se njegova brzina poveća pet puta. Odredite akceleraciju tijela.

Rješenje 733

$$s = 63 \text{ m}, \quad t = 6 \text{ s}, \quad v_0, \quad v = 5 \cdot v_0, \quad a = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje po pravcu (jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje) je gibanje tijela stalnom akceleracijom. Srednja akceleracija je količnik razlike brzina Δv u nekom vremenskom intervalu Δt i toga vremenskog intervala:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad \bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Trenutna akceleracija a je omjer promjene brzine Δv u neizmjerljivo malom vremenskom intervalu (trenutku) Δt i toga trenutka. Kada razmatramo slučajeve gibanja pri kojima se vrijednost akceleracije neće mijenjati, onda je:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Za jednoliko **ubrzano** pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za put s :

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

1. inačica

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow [v = 5 \cdot v_0] \Rightarrow a = \frac{5 \cdot v_0 - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{4 \cdot v_0}{t}.$$

Iz formule za put dobije se:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow \left[a = \frac{4 \cdot v_0}{t} \right] \Rightarrow s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \cdot v_0}{t} \cdot t^2 \Rightarrow s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \cdot v_0}{t} \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = v_0 \cdot t + 2 \cdot v_0 \cdot t \Rightarrow s = 3 \cdot v_0 \cdot t \Rightarrow 3 \cdot v_0 \cdot t = s \Rightarrow 3 \cdot v_0 \cdot t = s \cdot \frac{1}{3 \cdot t} \Rightarrow v_0 = \frac{s}{3 \cdot t}.$$

Sada je

$$a = \frac{4 \cdot v_0}{t} \Rightarrow \left[v_0 = \frac{s}{3 \cdot t} \right] \Rightarrow a = \frac{4 \cdot \frac{s}{3 \cdot t}}{t} \Rightarrow a = \frac{4 \cdot s}{3 \cdot t^2} = \frac{4 \cdot 63 \text{ m}}{3 \cdot (6 \text{ s})^2} = 2.33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

2. inačica

$$a = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow [v = 5 \cdot v_0] \Rightarrow a = \frac{5 \cdot v_0 - v_0}{t} \Rightarrow a = \frac{4 \cdot v_0}{t} \Rightarrow \frac{4 \cdot v_0}{t} = a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4 \cdot v_0}{t} = a \cdot \frac{t}{4} \Rightarrow v_0 = \frac{a \cdot t}{4}.$$

Iz formule za put dobije se:

$$s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow \left[v_0 = \frac{a \cdot t}{4} \right] \Rightarrow s = \frac{a \cdot t}{4} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{1}{4} \cdot a \cdot t^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \frac{3}{4} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot a \cdot t^2 = s \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot a \cdot t^2 = s \cdot \frac{4}{3 \cdot t^2} \Rightarrow a = \frac{4 \cdot s}{3 \cdot t^2} = \frac{4 \cdot 63 \text{ m}}{3 \cdot (6 \text{ s})^2} = 2.33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Vježba 733

Tijelo prijeđe put od 252 m za 12 s pri čemu se njegova brzina poveća pet puta. Odredite akceleraciju tijela.

Rezultat: 2.33 m / s.

Zadatak 734 (Viktor, obrtnička škola)

Kamion težine 14 kN jednoliko usporava od 72 km / h do 36 km / h u vremenu 10 s. Koliki je iznos ukupne sile koja usporava kamion? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 734

$$G = 14 \text{ kN} = 14000 \text{ N}, \quad v_1 = 72 \text{ km / h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m / s}, \quad v_2 = 36 \text{ km / h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m / s}, \quad t = 10 \text{ s}, \quad g = 10 \text{ m / s}^2, \quad F = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje po pravcu (jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje) je gibanje tijela stalnom akceleracijom. Srednja akceleracija je količnik razlike brzina Δv u nekom vremenskom intervalu Δt i toga vremenskog intervala:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad \bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Trenutna akceleracija a je omjer promjene brzine Δv u neizmjerljivo malom vremenskom intervalu (trenutku) Δt i toga trenutka. Kada razmatramo slučajeve gibanja pri kojima se vrijednost akceleracije neće mijenjati, onda je:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g \Rightarrow m = \frac{G}{g},$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

$$F = m \cdot a \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = \frac{G}{g} \\ a = \frac{v_2 - v_1}{t} \end{array} \right] \Rightarrow F = \frac{G}{g} \cdot \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{14000 \text{ N}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \text{ s}} = -1400 \text{ N} = -1.4 \text{ kN}.$$

Predznak minus (-) znači da sila ima suprotan smjer od smjera gibanja kamiona.

Vježba 734

Kamion težine 28 kN jednoliko usporava od 72 km / h do 36 km / h u vremenu 20 s. Koliki je iznos ukupne sile koja usporava kamion? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: - 1.4 kN.

Zadatak 735 (Ivan, tehnička škola)

Željeznu kuglicu pustimo sa visoke zgrade. Nakon Δt vremena bacimo i drugu kuglicu sa početnom brzinom v_0 prema dolje. Koliko će vremena trebati drugoj kuglici da stigne prvu? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 735

$$\Delta t, \quad v_0, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je h visina pada.

Neka je t vrijeme za koje druga kuglica stigne prvu. Prva je puštena ranije za Δt pa za njezin put vrijedi:

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t + \Delta t)^2.$$

Put druge kuglice iznosi:

$$h_2 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Druga kuglica će stići prvu kada bude:

$$\begin{aligned} h_1 = h_2 &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t + \Delta t)^2 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t + \Delta t)^2 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad / \cdot \frac{2}{g} \Rightarrow \\ &\Rightarrow (t + \Delta t)^2 = \frac{2 \cdot v_0 \cdot t}{g} + t^2 \Rightarrow t^2 + 2 \cdot t \cdot \Delta t + (\Delta t)^2 = \frac{2 \cdot v_0 \cdot t}{g} + t^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow t^2 + 2 \cdot t \cdot \Delta t + (\Delta t)^2 = \frac{2 \cdot v_0 \cdot t}{g} + t^2 \Rightarrow 2 \cdot t \cdot \Delta t + (\Delta t)^2 = \frac{2 \cdot v_0 \cdot t}{g} \Rightarrow \frac{2 \cdot v_0 \cdot t}{g} = 2 \cdot t \cdot \Delta t + (\Delta t)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{2 \cdot v_0 \cdot t}{g} - 2 \cdot t \cdot \Delta t = (\Delta t)^2 \Rightarrow 2 \cdot t \cdot \left(\frac{v_0}{g} - \Delta t \right) = (\Delta t)^2 \Rightarrow 2 \cdot t \cdot \frac{v_0 - g \cdot \Delta t}{g} = (\Delta t)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot t \cdot \frac{v_0 - g \cdot \Delta t}{g} = (\Delta t)^2 \quad / \cdot \frac{g}{2 \cdot (v_0 - g \cdot \Delta t)} \Rightarrow t = \frac{g \cdot (\Delta t)^2}{2 \cdot (v_0 - g \cdot \Delta t)}. \end{aligned}$$

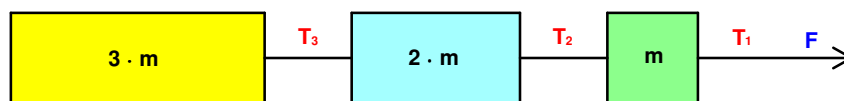
Vježba 735

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 736 (Sanja, medicinska škola)

Tri tijela različitih masa m , $2 \cdot m$ i $3 \cdot m$ povezana su konopcem i gibaju se jednoliko ubrzano stalnom akceleracijom a . Kakav je odnos sila napetosti konopca T_1 , T_2 i T_3 ?



A. $T_1 > T_2 > T_3$ B. $T_1 = T_2 = T_3$ C. $T_1 < T_2 < T_3$

D. Sve napetosti su jednake nuli.

Rješenje 736

$$m, \quad 2 \cdot m, \quad 3 \cdot m, \quad a, \quad T_1, \quad T_2, \quad T_3$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima

akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

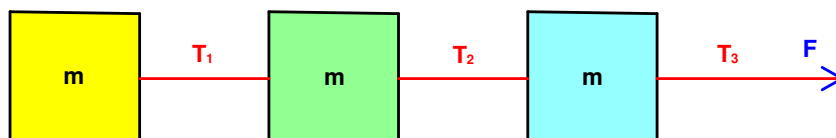
$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

$$\left. \begin{array}{l} T_1 = (m + 2 \cdot m + 3 \cdot m) \cdot a \\ T_2 = (2 \cdot m + 3 \cdot m) \cdot a \\ T_3 = 3 \cdot m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} T_1 = 6 \cdot m \cdot a \\ T_2 = 5 \cdot m \cdot a \\ T_3 = 3 \cdot m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow T_1 > T_2 > T_3.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 736

Tri tijela jednakih masa m povezana su konopcem i gibaju se jednoliko ubrzano stalnom akceleracijom a . Kakav je odnos sila napetosti konopca T_1 , T_2 i T_3 ?



- A. $T_1 > T_2 > T_3$ B. $T_1 = T_2 = T_3$ C. $T_1 < T_2 < T_3$

D. Sve napetosti su jednake nuli.

Rezultat: C.

Zadatak 737 (Sanja, medicinska škola)

Kolika je težina tijela koje sila od 30 N pokrene u horizontalnom smjeru akceleracijom 2 m/s^2 ? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 737

$$F = 30 \text{ N}, \quad a = 2 \text{ m/s}^2, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad G = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ G = m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \cdot \frac{m}{a} \\ G = m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = \frac{F}{a} \\ G = m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow G = \frac{F}{a} \cdot g =$$

$$= \frac{30 \text{ N}}{2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 147.15 \text{ N}.$$

Vježba 737

Kolika je težina tijela koje sila od 60 N pokrene u horizontalnom smjeru akceleracijom 4 m/s^2 ? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 147.15 N.

Zadatak 738 (Miroslav, strukovna škola)

Ivo i Mate vuku suprotne krajeve dinamometra. Obojica vuku silom od 30 N. Koliku će silu pokazivati dinamometar?

- A. 0 N B. 30 N C. 45 N D. 60 N

Rješenje 738

$$F = 30 \text{ N}$$

Treći Newtonov poučak

Ako neko tijelo mase m_1 djeluje na drugo tijelo mase m_2 nekom silom F_{21} , onda drugo tijelo djeluje na prvo silom F_{12} koja je jednaka sili F_{21} , ali je suprotnog smjera.

$$F_{12} = F_{21} \Rightarrow m_2 \cdot a_2 = m_1 \cdot a_1 \text{ ili vektorski } \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Svakom djelovanju postoji uvijek suprotno i jednako protudjelovanje, odnosno djelovanja dvaju tijela, jedno na drugo, su jednaka i suprotnog smjera. Međusobnim djelovanjem dvaju tijela uvijek nastaju dvije sile, sila i protusila. Sile nastaju u parovima.



Sila kojom Ivo vuče dinamometar jednaka je (i suprotnog smjera) sili kojom Marko vuče.

Dinamometar će pokazivati silu od 30 N.

Odgovor je pod B.

Vježba 738

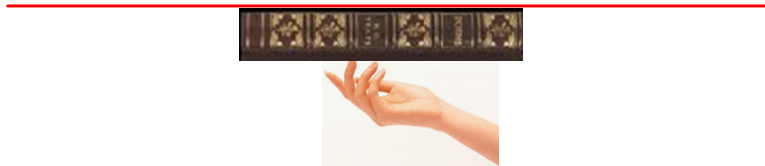
Dvije skupine natjecatelja u natezanju konopa vuku konop dvjema silama od 1000 N u suprotnim smjerovima. Kolikom silom je napet konop?

Rezultat: 1000 N.

Zadatak 739 (Miroslav, strukovna škola)

Osoba knjigu težine 20 N pritišće o strop silom od 25 N (slika). Sila kojom knjiga djeluje na ruku iznosi:

- A. 5 N B. 20 N C. 25 N D. 45 N



Rješenje 739

$$G = 20 \text{ N}, \quad F = 25 \text{ N}, \quad F_2 = ?$$

Treći Newtonov poučak

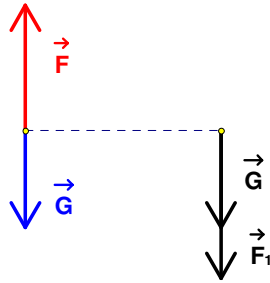
Ako neko tijelo mase m_1 djeluje na drugo tijelo mase m_2 nekom silom F_{21} , onda drugo tijelo djeluje na prvo silom F_{12} koja je jednaka sili F_{21} , ali je suprotnog smjera.

$$F_{12} = F_{21} \Rightarrow m_2 \cdot a_2 = m_1 \cdot a_1 \text{ ili vektorski } \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Svakom djelovanju postoji uvijek suprotno i jednako protudjelovanje, odnosno djelovanja dvaju tijela, jedno na drugo, su jednaka i suprotnog smjera. Međusobnim djelovanjem dvaju tijela uvijek nastaju dvije sile, sila i protusila. Sile nastaju u parovima.

Sila F_1 kojom knjiga djeluje na ruku je protusila sili F i iznosi:

$$F_1 = 25 \text{ N.}$$



Ukupna sila F_2 kojom knjiga djeluje na ruku je rezultanta sila G i F_1 .

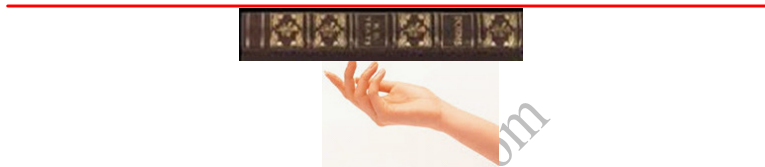
$$F_2 = G + F_1 = 20 \text{ N} + 25 \text{ N} = 45 \text{ N.}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 739

Osoba knjigu težine 10 N pritišće o strop silom od 15 N (slika). Sila kojom knjiga djeluje na ruku iznosi:

- A. 5 N B. 20 N C. 25 N D. 45 N

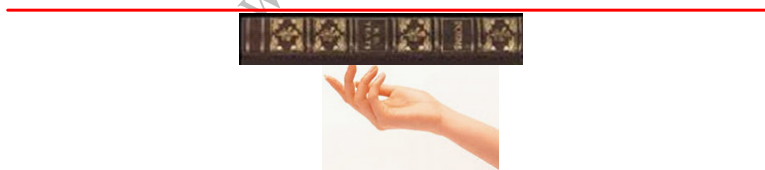


Rezultat: C.

Zadatak 740 (Miroslav, strukovna škola)

Osoba knjigu težine 20 N pritišće o strop silom od 25 N (slika). Sila kojom strop djeluje na knjigu iznosi:

- A. 5 N B. 20 N C. 25 N D. 45 N



Rješenje 740

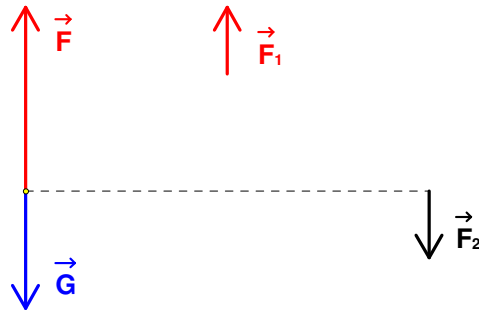
$$G = 20 \text{ N,} \quad F = 25 \text{ N,} \quad F_2 = ?$$

Treći Newtonov poučak

Ako neko tijelo mase m_1 djeluje na drugo tijelo mase m_2 nekom silom F_{21} , onda drugo tijelo djeluje na prvo silom F_{12} koja je jednaka sili F_{21} , ali je suprotnog smjera.

$$F_{12} = F_{21} \Rightarrow m_2 \cdot a_2 = m_1 \cdot a_1 \text{ ili vektorski } \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Svakom djelovanju postoji uvijek suprotno i jednako protudjelovanje, odnosno djelovanja dvaju tijela, jedno na drugo, su jednaka i suprotnog smjera. Međusobnim djelovanjem dvaju tijela uvijek nastaju dvije sile, sila i protusila. Sile nastaju u parovima.



Rezultanta F_1 kojom knjiga djeluje o strop jednaka je razlici sila F i G .

$$F_1 = F - G = 25 \text{ N} - 20 \text{ N} = 5 \text{ N}.$$

Sila F_2 kojom strop djeluje na knjigu jednakog je iznosa (suprotnog smjera).

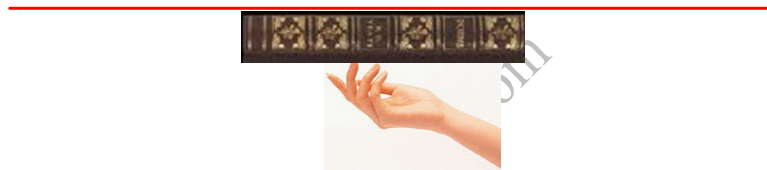
$$F_2 = 5 \text{ N}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 740

Osoba knjigu težine 20 N pritišće o strop silom od 45 N (slika). Sila kojom strop djeluje na knjigu iznosi:

- A. 5 N B. 20 N C. 25 N D. 45 N



Rezultat: C.