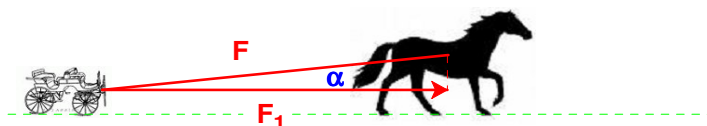


Zadatak 021 (Medicinka, medicinska škola)

Konj vuče kola stalnom silom od 150 N koja je pod kutom 45° prema horizontali. Koliki rad obavi konj na pravocrtnom putu 500 m?

Rješenje 021

$$F = 150 \text{ N}, \quad \alpha = 45^\circ, \quad s = 500 \text{ m}, \quad W = ?$$



Budući da je konj vukao kola stalnom silom, rad je jednak:

$$W = F_1 \cdot s = F \cdot \cos \alpha \cdot s = 150 \text{ N} \cdot \cos 45^\circ \cdot 500 \text{ m} = 5.3 \cdot 10^4 \text{ J}.$$

Vježba 021

Konj vuče kola stalnom silom od 300 N koja je pod kutom 45° prema horizontali. Koliki rad obavi konj na pravocrtnom putu 500 m?

Rezultat: $1.1 \cdot 10^5 \text{ J}.$

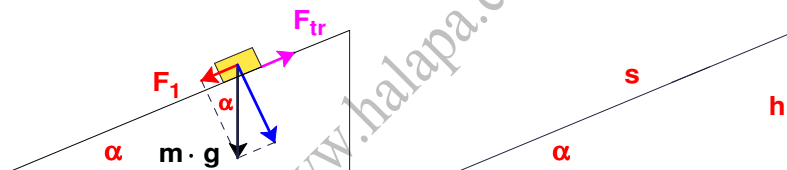
Zadatak 022 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Tijelo smo guranjem duž kosine podigli na visinu 1.5 m. Koliki smo rad pri tome obavili, ako je sila trenja 20 N, masa tijela 10 kg, a dužina kosine 12 m? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 022

$$h = 1.5 \text{ m}, \quad F_{tr} = 20 \text{ N}, \quad m = 10 \text{ kg}, \quad s = 12 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad W = ?$$

1. inačica



Sa slike se vidi:

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = m \cdot g \cdot \sin \alpha \\ \sin \alpha = \frac{h}{s} \end{array} \right\} \Rightarrow F_1 = m \cdot g \cdot \frac{h}{s}.$$

Da bismo tijelo gurali duž kosine, moramo savladati silu F_1 i silu trenja F_{tr} . Pri tome smo obavili rad:

$$W = (F_1 + F_{tr}) \cdot s = \left(m \cdot g \cdot \frac{h}{s} + F_{tr} \right) \cdot s = m \cdot g \cdot h + F_{tr} \cdot s = 10 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1.5 \text{ m} + 20 \text{ N} \cdot 12 \text{ m} = 390 \text{ J}.$$

2. inačica

Budući da smo tijelo guranjem duž kosine podigli na visinu h , obavljeni rad jednak je promjeni gravitacijske potencijalne energije:

$$W_1 = m \cdot g \cdot h.$$

Pri savladavanju sile trenja F_{tr} duž kosine duljine s , obavljen je rad:

$$W_2 = F_{tr} \cdot s.$$

Ukupni obavljeni rad iznosi:

$$W = W_1 + W_2 = m \cdot g \cdot h + F_{tr} \cdot s = 10 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1.5 \text{ m} + 20 \text{ N} \cdot 12 \text{ m} = 390 \text{ J}.$$

Vježba 022

Tijelo smo guranjem duž kosine podigli na visinu 3 m. Koliki smo rad pri tome obavili, ako je sila trenja 20 N, masa tijela 10 kg, a dužina kosine 12 m? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 540 J.

Zadatak 023 (Julija, gimnazija)

Šuplja olovna i puna aluminijska kugla jednakih su promjera i masa. Puste li se istodobno kotrljati s vrha kosine, koja će ranije stići na dno kosine?

Rješenje 023



Na vrhu kosine, visine h , kugle imaju gravitacijsku potencijalnu energiju:

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

Na dnu kosine kugle imaju kinetičku energiju translacije i rotacije:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 \Rightarrow \left[\omega = \frac{v}{r} \right] \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \left(\frac{v}{r} \right)^2.$$

Zbog zakona o očuvanju energije vrijedi:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \left(\frac{v}{r} \right)^2.$$

Zaključujemo da je brzina tijela manja ako je moment tromosti I veći. Puna aluminijska kugla ima manji moment tromosti od šuplje olovne kugle te će stići ranije.

Vježba 023

Šuplja olovna i puna aluminijska kugla jednakih su promjera i masa. Puste li se istodobno kotrljati s vrha kosine, koja će kasnije stići na dno kosine?

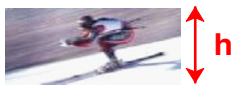
Rezultat: Šuplja olovna kugla.

Zadatak 024 (Mira, gimnazija)

Skijaš se spušta niz padinu krenuvši s mjesta s 200 m višom nadmorskom visinom od one na dnu padine. Njegova je konačna brzina 20 m/s. Koliko je postotaka njegove energije izgubljeno na trenje i otpor zraka? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 024

$$h = 200 \text{ m}, \quad v = 20 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \eta = ?$$



Na vrhu padine skijaš ima gravitacijsku potencijalnu energiju: $E_{gp} = m \cdot g \cdot h$,

a na dnu padine kinetičku energiju: $E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$.

Zbog trenja i otpora zraka vrijedi:

$$E_k < E_{gp}.$$

Postotak iznosi:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{E_{gp} - E_k}{E_{gp}} \cdot 100\% \Rightarrow \eta = \left(1 - \frac{E_k}{E_{gp}} \right) \cdot 100\% \Rightarrow \eta = \left(1 - \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{m \cdot g \cdot h} \right) \cdot 100\% \Rightarrow \eta = \left(1 - \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot h} \right) \cdot 100\% = \\ &= \left(1 - \frac{\left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 200 \text{ m}} \right) \cdot 100\% = 90\%. \end{aligned}$$

Vježba 024

Skijaš se spušta niz padinu krenuvši s mjesta s 200 m višom nadmorskom visinom od one na dnu padine. Njegova je konačna brzina 10 m/s. Koliko je postotaka njegove energije izgubljeno na trenje i otpor zraka? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 97%.

Zadatak 025 (Maja, gimnazija)

Šestcilindrični četverotaktni motor automobila ima promjer klipa 8.5 cm, a hod (duljina puta) klipa je 10 cm. Ako je srednji tlak na klip za vrijeme radnog takta $4.8 \cdot 10^5$ Pa, kolika je snaga koju razvije motor pri 2000 okretaja u minuti?

Rješenje 025

$$n = 6, \quad d = 8.5 \text{ cm} = 8.5 \cdot 10^{-2} \text{ m}, \quad s = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad p = 4.8 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \\ v = 2000 \text{ okr/min} = [2000 : 60] = 33.33 \text{ s}^{-1}, \quad P = ?$$



Snaga P motora jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen: $P = \frac{W}{t}$.

Rad W je jednak umnošku prosječne sile F na klip i puta s koji prijeđe klip. Za šestcilindrični motor rad iznosi:

$$W = n \cdot F \cdot s.$$

Budući da je površina cilindra $S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$, dobije se:

$$F = p \cdot S \Rightarrow F = p \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \Rightarrow W = n \cdot p \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot s.$$

Svaki klip klizi jednom gore i dolje za vrijeme jednog okreta motora. Motor je četverotaktni pa u sljedećem okretu nema paljenja. Zato je vrijeme ciklusa dvostruko veće od vremena okreta:

$$t = 2 \cdot T \Rightarrow t = 2 \cdot \frac{1}{v} \Rightarrow t = \frac{2}{v}.$$

Snaga motora iznosi:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{n \cdot p \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot s}{\frac{2}{v}} \Rightarrow P = \frac{n \cdot p \cdot d^2 \cdot \pi \cdot s \cdot v}{8} = \frac{6 \cdot 4.8 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot (8.5 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 0.1 \text{ m} \cdot 33.33 \frac{1}{\text{s}}}{8} = \\ = 27234.88 \text{ W} = 27.23 \cdot 10^3 \text{ W} = 27.23 \text{ kW}.$$

Vježba 025

Šestcilindrični četverotaktni motor automobila ima promjer klipa 8.5 cm, a hod (duljina puta) klipa je 20 cm. Ako je srednji tlak na klip za vrijeme radnog takta $4.8 \cdot 10^5$ Pa, kolika je snaga koju razvije motor pri 2000 okretaja u minuti?

Rezultat: 57.47 kW.

Zadatak 026 (Petra, gimnazija)

Da bismo grijačem snage 5 kW zagrijali 45 kg vode od 293 K do 373 K potrebno je grijati vodu 1 sat. Kolika se pritom snaga izgubi na okolinu? ($c = 4186 \text{ J/(kgK)}$)

Rješenje 026

$$P = 5 \text{ kW} = 5000 \text{ W}, \quad m = 45 \text{ kg}, \quad T_1 = 293 \text{ K}, \quad T_2 = 373 \text{ K}, \quad t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}, \\ c = 4186 \text{ J/(kgK)}, \quad \Delta P = ?$$

Ponovimo!

Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen: $P = \frac{W}{t}$.

Toplina Q koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je: $Q = m \cdot c \cdot \Delta t$, gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Računamo snagu potrebnu da se 45 kg vode zagrije od 293 K do 373 K za 1 sat:

$$P_1 = \frac{W}{t} \Rightarrow [W = Q] \Rightarrow P_1 = \frac{Q}{t} \Rightarrow P_1 = \frac{m \cdot c \cdot \Delta t}{t} \Rightarrow P_1 = \frac{m \cdot c \cdot (T_2 - T_1)}{t} \Rightarrow \\ \Rightarrow P_1 = \frac{45 \text{ kg} \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (373 \text{ K} - 293 \text{ K})}{3600 \text{ s}} = 4186 \text{ W}.$$

Snaga izgubljena na okolinu iznosi:

$$\Delta P = P - P_1 = 5000 \text{ W} - 4186 \text{ W} = 814 \text{ W} = 0.814 \text{ kW}.$$

Vježba 026

Da bismo grijačem snage 5 kW zagrijali 45 kg vode od 293 K do 373 K potrebno je grijati vodu 2 sata. Kolika se pritom snaga izgubi na okolinu? ($c = 4186 \text{ J/(kgK)}$)

Rezultat: 2907 W.

Zadatak 027 (Lily, medicinska škola)

Čestica mase 1 g titra frekvencijom od 30 Hz. Kolika je energija titranja ako je amplituda titranja 3 mm?

Rješenje 027

$$m = 1 \text{ g} = 0.001 \text{ kg}, \quad \nu = 30 \text{ Hz}, \quad A = 3 \text{ mm} = 0.003 \text{ m}, \quad E_k = ?$$

$$\left. \begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ v &= 2 \cdot A \cdot \pi \cdot \nu \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2 \cdot A \cdot \pi \cdot \nu)^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 4 \cdot (A \cdot \pi \cdot \nu)^2 \Rightarrow E_k = 2 \cdot m \cdot (A \cdot \pi \cdot \nu)^2 =$$
$$= 2 \cdot 0.001 \text{ kg} \cdot \left(0.003 \text{ m} \cdot \pi \cdot 30 \frac{1}{\text{s}} \right)^2 = 1.60 \cdot 10^{-4} \text{ J}.$$

Vježba 027

Čestica mase 2 g titra frekvencijom od 30 Hz. Kolika je energija titranja ako je amplituda titranja 3 mm?

Rezultat: $3.20 \cdot 10^{-4} \text{ J}$.

Zadatak 028 (Lily, medicinska škola)

Tijelo mase 1 kg bačeno je okomito uvis brzinom 10 m/s. Kolika mu je promjena potencijalne energije nakon 1 sekunde gibanja? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 028

$$m = 1 \text{ kg}, \quad v_0 = 10 \text{ m/s}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta E_{gp} = ?$$

Budući da je riječ o vertikalnom hicu (koji se sastoji od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada), put Δh u času kad je prošlo vrijeme t dan je ovim izrazom:

$$\Delta h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Promjena potencijalne energije iznosi:

$$\Delta E_{gp} = m \cdot g \cdot \Delta h \Rightarrow \Delta E_{gp} = m \cdot g \cdot \left(v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \right) = 1 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1 \text{ s})^2 \right) = 50 \text{ J}.$$

Vježba 028

Tijelo mase 2 kg bačeno je okomito uvis brzinom 10 m/s. Kolika mu je promjena potencijalne energije nakon 1 sekunde gibanja? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 100 J.

Zadatak 029 (Merlin, gimnazija)

Projektil mase 20 kg ispaljen je uvis brzinom 400 m/s i postigne visinu 4 km. Kolika je energija pritom utrošena na otpor zraka? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 029

$$m = 20 \text{ kg}, \quad v = 400 \text{ m/s}, \quad h = 4 \text{ km} = 4000 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta E = ?$$

1. inačica

Razlika početne kinetičke energije i konačne gravitacijske potencijalne daje energiju utrošenu na otpor zraka:

$$\Delta E = E_k - E_{gp} \Rightarrow \Delta E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot h \Rightarrow \Delta E = m \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v^2 - g \cdot h \right) =$$

$$= 20 \text{ kg} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(400 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4000 \text{ m} \right) = 815200 \text{ J} \approx 0.82 \text{ MJ}.$$

2. inačica

Da nema otpora zraka, projektil bi se popeo na maksimalnu visinu

$$H = \frac{v^2}{2 \cdot g}.$$

Razlika gravitacijskih potencijalnih energija na visinama h i H jednaka je utrošenoj energiji na otpor zraka:

$$\begin{aligned} \Delta E &= m \cdot g \cdot H - m \cdot g \cdot h \Rightarrow \Delta E = m \cdot g \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} - m \cdot g \cdot h \Rightarrow \Delta E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot h \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta E &= m \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v^2 - g \cdot h \right) = 20 \text{ kg} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(400 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4000 \text{ m} \right) = 815200 \text{ J} \approx 0.82 \text{ MJ}. \end{aligned}$$

Vježba 029

Projektil mase 40 kg ispaljen je uvis brzinom 400 m/s i postigne visinu 4 km. Kolika je energija pritom utrošena na otpor zraka? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

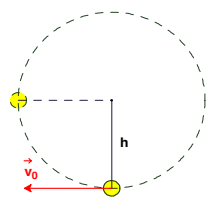
Rezultat: $1.6304 \cdot 10^6 \text{ J}$.

Zadatak 030 (Mario, elektrotehnička škola)

Na niti dugoj 2.5 m visi kuglica. Koliku brzinu u horizontalnom smjeru mora dobiti kuglica da bi se popela na visinu na kojoj se nalazi objesište? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 030

$$h = 2.5 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$



Iz jednakosti kinetičke energije koju kuglica brzine v ima u najnižem položaju i gravitacijske potencijalne energije na visini objesišta, dobije se brzina:

$$\begin{aligned} E_k &= E_{gp} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow \\ \Rightarrow v &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2.5 \text{ m}} = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 030

Na niti dugoj 10 m visi kuglica. Koliku brzinu u horizontalnom smjeru mora dobiti kuglica da bi se popela na visinu na kojoj se nalazi objesište? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 14 m/s.

Zadatak 031 (Kety, gimnazija)

Skakač s mosta ("bungee jumper") mase 80 kg, privezan je o elastično uže duljine 25 m u nerastegnutom stanju. Konstanta elastičnosti užeta je 200 N/m. Skakač se pusti s mosta bez početne brzine. Kolika je minimalna visina mosta da skakač ne dodirne površinu vode? Zanimarite masu užeta, visinu skakača i silu otpora zraka. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 031

$$m = 80 \text{ kg}, \quad l = 25 \text{ m}, \quad k = 200 \text{ N/m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad h_{\min} = ?$$

Gravitacijska potencijalna energija skakača na mostu jednaka je elastičnoj potencijalnoj energiji elastičnog užeta koje se produži za x, a ima konstantu elastičnosti k:



$$\begin{aligned} m \cdot g \cdot (l + x) &= \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{kvadratna jednačnja} \\ \text{po varijabli x} \end{array} \right] \Rightarrow 80 \cdot 10 \cdot (25 + x) = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot x^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 800 \cdot (25 + x) &= 100 \cdot x^2 \quad / : 100 \Rightarrow 8 \cdot (25 + x) = x^2 \Rightarrow 200 + 8 \cdot x = x^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow x^2 - 8 \cdot x - 200 &= 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 800}}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{pozitivno rješenje} \\ \text{ima smisla} \end{array} \right] \Rightarrow x = \frac{8 + \sqrt{864}}{2} = 18.7 \text{ m.}$$

Minimalna visina mosta iznosi:

$$h_{\min} = 1 + x = 25 \text{ m} + 18.7 \text{ m} = 43.7 \text{ m.}$$

Vježba 031

Skakač s mosta ("bungee jumper") mase 80 kg i visine 182 cm, privezan je o elastično uže duljine 25 m u nerastegnutom stanju. Konstanta elastičnosti užeta je 200 N/m. Skakač se pusti s mosta bez početne brzine. Kolika je minimalna visina mosta da skakač ne dodirne površinu vode? Zanimarite masu užeta i silu otpora zraka. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 45.52 m.

Zadatak 032 (Kety, gimnazija)

Olovno tane palo je s neke visine na zemlju. Zbog udarca o zemlju zagrijalo se, a na zagrijavanje se potrošilo 50% njegove energije. Temperatura mu se promijenila za 39 °C. S koje visine je palo tane? Toplinski kapacitet olova je 130 J/(kgK). ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 032

$$Q = 50\% E_{gp}, \quad \Delta t = 39 \text{ °C} = 39 \text{ K}, \quad c = 130 \text{ J/(kgK)}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Na visini h tane je imalo gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

Budući da je 50% energije potrošeno na zagrijavanje taneta, vrijedi:

$$50\% \cdot E_{gp} = Q \Rightarrow \frac{50}{100} \cdot m \cdot g \cdot h = m \cdot c \cdot \Delta t \quad /:m \Rightarrow 0.5 \cdot g \cdot h = c \cdot \Delta t \Rightarrow h = \frac{c \cdot \Delta t}{0.5 \cdot g} = \frac{130 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 39 \text{ K}}{0.5 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1014 \text{ m.}$$

Vježba 032

Olovno tane palo je s neke visine na zemlju. Zbog udarca o zemlju zagrijalo se, a na zagrijavanje se potrošilo 50% njegove energije. Temperatura mu se promijenila za 78 °C. S koje visine je palo tane? Toplinski kapacitet olova je 130 J/(kgK). ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 2028 m.

Zadatak 033 (Anastazija, gimnazija)

Na tijelo mase $m = 10 \text{ kg}$, koje miruje, počinje djelovati stalna sila $F = 0.5 \text{ N}$. Kolika je kinetička energija tijela nakon 6 s? (Trenje zanemarite.)

Rješenje 033

$$m = 10 \text{ kg}, \quad F = 0.5 \text{ N}, \quad t = 6 \text{ s}, \quad E_k = ?$$

Da bismo izračunali kinetičku energiju tijela, moramo znati kolika je brzina tijela. Nju možemo odrediti iz formule za brzinu $v = a \cdot t$. Iz formule vidimo da moramo prije znati akceleraciju, a nju možemo odrediti iz formule za silu $F = m \cdot a$.

$$\left. \begin{array}{l} v = a \cdot t, \quad F = m \cdot a \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (a \cdot t)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{F}{m} \cdot t \right)^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{F^2 \cdot t^2}{m^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{F^2 \cdot t^2}{m} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(0.5 \text{ N})^2 \cdot (6 \text{ s})^2}{10 \text{ kg}} = 0.45 \text{ J.}$$

Vježba 033

Na tijelo mase $m = 5 \text{ kg}$, koje miruje, počinje djelovati stalna sila $F = 0.5 \text{ N}$. Kolika je kinetička energija tijela nakon 6 s? (Trenje zanemarite.)

Rezultat: 0.9 J.

Zadatak 034 (Anastazija, gimnazija)

Komad bakra i komad aluminija jednakih volumena nalaze se na istoj visini. Koji od ova dva metala ima veću gravitacijsku potencijalnu energiju? ($\rho_{Cu} = 8900 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{Al} = 2700 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 034

$$V_{Cu} = V_{Al} = V, \quad \rho_{Cu} = 8900 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_{Al} = 2700 \text{ kg/m}^3, \quad k = ?$$

Računamo omjer gravitacijske potencijalne energije bakra i aluminija:

$$k = \frac{E_{gpCu}}{E_{gpAl}} \Rightarrow k = \frac{m_{Cu} \cdot g \cdot h}{m_{Al} \cdot g \cdot h} \Rightarrow k = \frac{m_{Cu}}{m_{Al}} \Rightarrow \left[\rho = \frac{m}{V} \right] \Rightarrow k = \frac{\rho_{Cu} \cdot V}{\rho_{Al} \cdot V} \Rightarrow k = \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}} = \frac{8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 3.3.$$

Gravitacijske potencijalne energije bakra i aluminija jednakih volumena i na istoj visini odnose se kao brojčane vrijednosti njihovih gustoća. Bakar ima 3.3 puta veću gravitacijsku potencijalnu energiju.

Vježba 034

Komad željeza i komad aluminija jednakih volumena nalaze se na istoj visini. Koji od ova dva metala ima veću gravitacijsku potencijalnu energiju? ($\rho_{Fe} = 7800 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{Al} = 2700 \text{ kg/m}^3$)

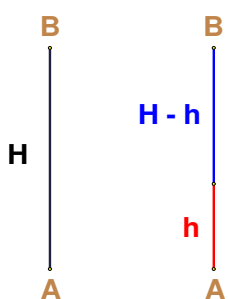
Rezultat: Željezo ima 2.9 puta veću gravitacijsku potencijalnu energiju.

Zadatak 035 (Hrvoje, tehnička škola)

Ako tijelo pada s visine od 100 m, na kojoj će visini gravitacijska potencijalna energija biti tri puta manja od kinetičke energije?

Rješenje 035

$$H = 100 \text{ m}, \quad E_{gp} = \frac{1}{3} \cdot E_k, \quad h = ?$$



Kinetička energija (ili energija gibanja) je naziv za energiju koju tijelo ima zbog svoga gibanja. Oznaka za kinetičku energiju je E_k . Kinetička energija tijela jednaka je polovici umnoška njegove mase i kvadrata njegove brzine:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Gravitacijska potencijalna energija tijela na površini Zemlje jest energija koju tijelo ima zbog svoga položaja u odnosu prema Zemlji. Gravitacijska potencijalna energija ovisna je o položaju ili stanju tijela u gravitacijskom polju.

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

h je visina tijela iznad Zemljine površine.

Zakon o sačuvanju energije.

U zatvorenom (izoliranom) sustavu tijela zbroj energija je stalan. Energija se može pretvarati iz jednog oblika u drugi.

Zato je zbroj gravitacijske potencijalne i kinetičke energije u bilo kojoj točki rastojanja \overline{AB} konstantan i jednak gravitacijskoj potencijalnoj energiji u točki B ili kinetičkoj energiji u točki A. Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\begin{aligned} E_{gp} &= \frac{1}{3} \cdot E_k \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad | : m \Rightarrow g \cdot h = \frac{1}{6} \cdot v^2 \Rightarrow \left[v^2 = 2 \cdot g \cdot (H - h) \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow g \cdot h = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot g \cdot (H - h) \quad | \cdot \frac{3}{g} \Rightarrow 3 \cdot h = H - h \Rightarrow 4 \cdot h = H \Rightarrow h = \frac{H}{4} = \frac{100 \text{ m}}{4} = 25 \text{ m}. \end{aligned}$$

Vježba 035

Ako tijelo pada s visine od 100 m, na kojoj će visini gravitacijska potencijalna energija biti dva puta manja od kinetičke energije?

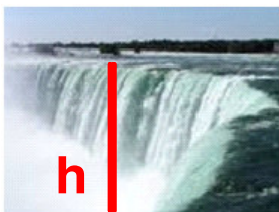
Rezultat: $h = 33.33 \text{ m}$.

Zadatak 036 (Medicinka, medicinska škola)

Kolika je snaga vodopada Niagare visine 61 m ako se u jednoj minuti ruši $425\,000 \text{ m}^3$ vode? ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 036

$$h = 61 \text{ m}, \quad t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad V = 425\,000 \text{ m}^3, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad P = ?$$



Gravitacijska potencijalna energija tijela na površini Zemlje jest energija koju tijelo ima zbog svoga položaja u odnosu prema Zemlji. Gravitacijska potencijalna energija ovisna je o položaju ili stanju tijela u gravitacijskom polju.

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

h je visina tijela iznad Zemljine površine.

Gravitacijska potencijalna energija vode na vrhu vodopada je $E_{gp} = m \cdot g \cdot h$

pa snaga vodopada iznosi:

$$P = \frac{E_{gp}}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \Rightarrow P = \frac{\rho \cdot V \cdot g \cdot h}{t} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 425\,000 \text{ m}^3 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 61 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 4.24 \cdot 10^9 \text{ W} = 4.24 \text{ GW}.$$

Vježba 036

Kolika je snaga vodopada visine 50 m ako se u jednoj minuti ruši 420 000 m³ vode? ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

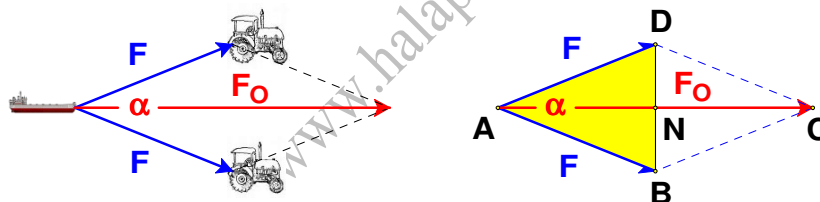
Rezultat: 3.43 GW.

Zadatak 037 (Medicinka, medicinska škola)

Dva traktora, svaki na jednoj obali rijeke, vuku uz tok rijeke natovareni čamac stalnom brzinom. Koliki otpor pruža voda kretanju čamca? Koliki rad treba utrošiti pri svladavanju tog otpora na putu 500 m, ako su sile koje napinju užad međusobno jednake, iznose 4000 N i čine kut 60° ?

Rješenje 037

$$s = 500 \text{ m}, \quad F_1 = F_2 = F = 4000 \text{ N}, \quad \alpha = 60^\circ, \quad F_O = ?, \quad W = ?$$



Uočimo da je trokut ABD jednakokraničan pa za duljinu visine $|AN|$ vrijedi:

$$|AN| = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot F.$$

Rezultantna sila F_O , tj. sila otpora vode iznosi:

$$F_O = 2 \cdot |AN| \Rightarrow F_O = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot F = \sqrt{3} \cdot 4000 \text{ N} = 6928.20 \text{ N}.$$

Uloženi rad je:

$$\begin{aligned} W &= F_O \cdot s \Rightarrow W = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot F \cdot s \Rightarrow W = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot F \cdot s \Rightarrow \\ &\Rightarrow W = \sqrt{3} \cdot F \cdot s = \sqrt{3} \cdot 4000 \text{ N} \cdot 500 \text{ m} = 3464101.615 \text{ J} \approx 3464 \cdot 10^3 \text{ J} = 3464 \text{ kJ}. \end{aligned}$$

Vježba 037

Dva traktora, svaki na jednoj obali rijeke, vuku uz tok rijeke natovareni čamac stalnom brzinom. Koliki otpor pruža voda kretanju čamca? Koliki rad treba utrošiti pri svladavanju tog otpora na putu 1000 m, ako su sile koje napinju užad međusobno jednake, iznose 4000 N i čine kut 60° ?

Rezultat: $F_O = 6928.20 \text{ N}$, $W = 6928203.23 \text{ J} \approx 6928 \text{ kJ}$.

Zadatak 038 (Medicinka, medicinska škola)

Elastična opruga stisne se za 0.2 m pod djelovanjem sile 20 N. Kolika je konstanta k te opruge? Koliki je rad utrošen pri tom sabijanju?

Rješenje 038

$$s = 0.2 \text{ m}, \quad F = 20 \text{ N}, \quad k = ?, \quad W = ?$$

Za silu koja se mijenja proporcionalno s putom s vrijedi:

$$F = k \cdot s \Rightarrow k = \frac{F}{s} = \frac{20 \text{ N}}{0.2 \text{ m}} = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

Elastična opruga produžena za s ima elastičnu potencijalnu energiju:

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2,$$

gdje je k konstanta opruge. Rad W po iznosu jednak je promjeni elastične potencijalne energije:

$$W = E_{ep} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0.2 \text{ m})^2 = 2 \text{ J}.$$

Vježba 038

Elastična opruga stisne se za 0.2 m pod djelovanjem sile 40 N. Kolika je konstanta k te opruge, a koliki izvršeni rad?

Rezultat: $k = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}, \quad W = 4 \text{ J}.$

Zadatak 039 (Meduza, gimnazija)

Pri brzom hodu čovjek je u jednoj minuti učinio 180 koraka. Kolika je snaga čovjeka koju je razvio pri hodu ako za svaki korak utroši rad 30 J?

Rješenje 039

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad n = 180 \text{ koraka}, \quad W_k = 30 \text{ J}, \quad P = ?$$

Budući da je za svaki korak utrošen rad W_k , ukupan rad za n koraka bit će:

$$W = n \cdot W_k.$$

Snaga čovjeka iznosi:



$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{n \cdot W_k}{t} = \frac{180 \cdot 30 \text{ J}}{60 \text{ s}} = 90 \text{ W}.$$

Vježba 039

Pri brzom hodu čovjek je u jednoj minuti učinio 180 koraka. Kolika je snaga čovjeka koju je razvio pri hodu ako za svaki korak utroši rad 60 J?

Rezultat: $P = 180 \text{ W}.$

Zadatak 040 (Meduza, gimnazija)

Dizalica je podigla tijelo mase 4.5 tone na visinu 8 m. Snaga dizalice je 8.832 kW. Za koje vrijeme dizalica dignete teret? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 040

$$m = 4.5 \text{ t} = 4500 \text{ kg}, \quad h = 8 \text{ m}, \quad P = 8.832 \text{ kW} = 8832 \text{ W}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad t = ?$$



Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Budući da je izvršen rad po iznosu jednak promjeni gravitacijske potencijalne energije, bit će:

$$W = E_{gp} \Rightarrow P = \frac{E_{gp}}{t} \Rightarrow t = \frac{E_{gp}}{P} \Rightarrow t = \frac{m \cdot g \cdot h}{P} = \frac{4500 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8 \text{ m}}{8832 \text{ W}} = 40 \text{ s.}$$

Vježba 040

Dizalica je podigla tijelo mase 9 tona na visinu 8 m. Snaga dizalice je 8.832 kW. Za koje vrijeme dizalica digna teret?

Rezultat: $t = 80 \text{ s.}$

www.halapa.com