

Zadatak 361 (Damir, gimnazija)

Kamen mase 0.2 kg pao je s neke visine. Vrijeme padanja bilo je 1.44 s. Njegova kinetička energija na polovici puta bila je:

A. 9.98 J B. 200 J C. 100 J D. 0.98 J

(ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 361

$$m = 0.2 \text{ kg}, \quad t = 1.44 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v^2 = 2 \cdot g \cdot h,$$

gdje je h visina pada, v brzina pada, t vrijeme pada.

1. inačica

Visina s koje je kamen pao je

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1.44 \text{ s})^2 = 10.17 \text{ m}.$$

Na polovici puta

$$h_1 = \frac{h}{2}$$

njegov kvadrat brzine je

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot \frac{h}{2} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot \frac{h}{2} \Rightarrow v^2 = g \cdot h$$

pa kinetička energija kamena iznosi:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 0.2 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10.17 \text{ m} = 9.98 \text{ J}.$$

Odgovor je pod A.

2. inačica

Ako zanemarimo otpor zraka zbroj gravitacijske potencijalne energije i kinetičke energije na bilo kojoj visini (zakon o očuvanju energije) jednak je najvećoj gravitacijskoj potencijalnoj energiji (energiji na najvećoj visini h)

$$E_k + E_{gp} = E_{gpm}.$$

Na pola puta obje su energije jednake pa vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} E_k = E_{gp} \\ E_k + E_{gp} = E_{gpm} \end{array} \right\} \Rightarrow E_k + E_k = E_{gpm} \Rightarrow 2 \cdot E_k = E_{gpm} \Rightarrow 2 \cdot E_k = E_{gpm} \quad /: 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot E_{gpm} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 0.2 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10.17 \text{ m} = 9.98 \text{ J}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 361

Kamen mase 200 g pao je s neke visine. Vrijeme padanja bilo je 1.44 s. Njegova kinetička energija na polovici puta bila je:

- A. 9.98 J B. 200 J C. 100 J D. 0.98 J

(ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: A.

Zadatak 362 (Ante, gimnazija)

Tijelo A je udaljeno 1 m, a tijelo B 4 m od površine Zemlje. Njihove su mase jednake i ako slobodno padaju, u trenutku sudara sa Zemljom i zanemariv otpor zraka

- A. kinetička energija tijela B je 2 puta veća od kinetičke energije tijela A
 B. kinetička energija tijela B je 4 puta veća od kinetičke energije tijela A
 C. kinetička energija tijela B je 16 puta veća od kinetičke energije tijela A
 D. kinetička energija tijela B je 8 puta veća od kinetičke energije tijela A

Rješenje 362

$$h_A = 1 \text{ m}, \quad h_B = 4 \text{ m}, \quad m_A = m_B = m, \quad \frac{E_{kB}}{E_{kA}} = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Budući da je kinetička energija pri udaru tijela o zemlju jednaka gravitacijskoj potencijalnoj energiji na visini s koje je ono palo, vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} E_{kA} = E_{gpA} \\ E_{kB} = E_{gpB} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{E_{kB}}{E_{kA}} = \frac{E_{gpB}}{E_{gpA}} \Rightarrow \frac{E_{kB}}{E_{kA}} = \frac{m_B \cdot g \cdot h_B}{m_A \cdot g \cdot h_A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{E_{kB}}{E_{kA}} = \frac{m \cdot g \cdot 4 \text{ m}}{m \cdot g \cdot 1 \text{ m}} \Rightarrow \frac{E_{kB}}{E_{kA}} = \frac{m \cdot g \cdot 4 \text{ m}}{m \cdot g \cdot 1 \text{ m}} \Rightarrow \frac{E_{kB}}{E_{kA}} = 4 \Rightarrow \frac{E_{kB}}{E_{kA}} = 4 \quad / \cdot E_{kA} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{kB} = 4 \cdot E_{kA}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 362

Tijelo A je udaljeno 2 m, a tijelo B 8 m od površine Zemlje. Njihove su mase jednake i ako slobodno padaju, u trenutku sudara sa Zemljom i zanemariv otpor zraka

- A. kinetička energija tijela B je 2 puta veća od kinetičke energije tijela A
- B. kinetička energija tijela B je 4 puta veća od kinetičke energije tijela A
- C. kinetička energija tijela B je 16 puta veća od kinetičke energije tijela A
- D. kinetička energija tijela B je 8 puta veća od kinetičke energije tijela A

Rezultat: B.

Zadatak 363 (Ivan, tehnička škola)

Na vagonu je smješten top iz kojeg treba ispaliti granatu. Za koliko će se promijeniti brzina vagona zbog ispaljivanja granate, ako je cijev topa nagnuta pod kutom od 60° u odnosu na smjer gibanja vagona i ako je masa granate 400 kg, a masa vagona zajedno s topom iznosi 20000 kg, a brzina granate pri ispaljivanju je 1050 m/s?

Rješenje 363

$$\alpha = 60^\circ, \quad m_1 = 400 \text{ kg}, \quad m_2 = 20000 \text{ kg}, \quad v_1 = 1050 \text{ m/s}, \quad v_2 = ?$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Zakon održanja količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela.

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'.$$

Za dva tijela mase m_1 i m_2 koja međusobno djeluju jedno na drugo vrijedi zakon akcije i reakcije

$$F_1 = -F_2,$$

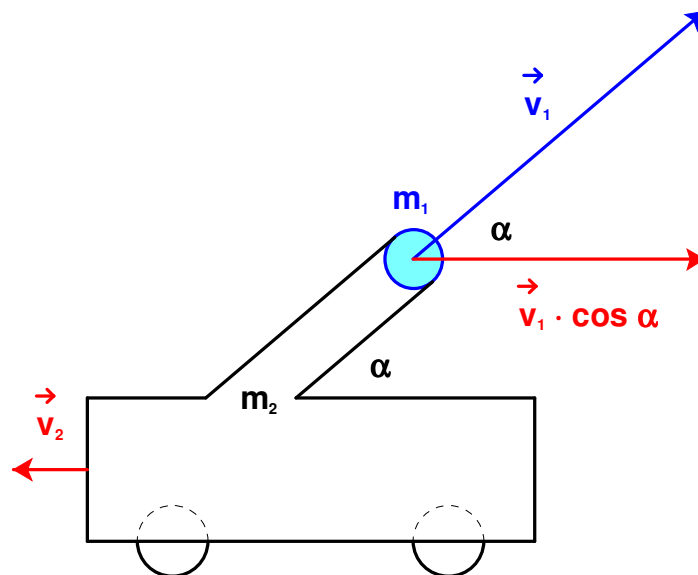
gdje F_1 znači silu kojom tijelo mase m_2 djeluje na tijelo mase m_1 i ima hvatište u tijelu mase m_1 , a F_2 silu kojom tijelo mase m_1 djeluje na tijelo mase m_2 te ima hvatište u tijelu mase m_2 . Te su dvije sile jednake veličinom i suprotna su smjera. Iz toga zakona proizlazi drugi, tj. zakona održanja količine gibanja koji glasi

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0,$$

ako su početne brzine obaju tijela bile jednake nuli. Brzine v_1 i v_2 brzine su tijela masa m_1 odnosno m_2 nakon njihova međusobnog djelovanja.

Neka je:

- p_1 količina gibanja granate u smjeru pruge, $p_1 = m_1 \cdot v_1 \cdot \cos \alpha$
- p_2 količina gibanja vagona s topom, $p_2 = m_2 \cdot v_2$.



Vagon prije ispaljivanja granate miruje pa količina gibanja vagona zajedno s topom iznosi nula. Prema zakonu o očuvanju količine gibanja i poslije ispaljivanja granate količina gibanja ovog sustava je jednaka nula. Zato vrijedi:

$$0 = p_1 + p_2 \Rightarrow p_1 + p_2 = 0 \Rightarrow p_2 = -p_1 \Rightarrow m_2 \cdot v_2 = -m_1 \cdot v_1 \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot v_2 = -m_1 \cdot v_1 \cdot \cos \alpha / \cdot \frac{1}{m_2} \Rightarrow v_2 = -\frac{m_1 \cdot v_1 \cdot \cos \alpha}{m_2} =$$

$$= -\frac{400 \text{ kg} \cdot 1050 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \cos 60^\circ}{20000 \text{ kg}} = -10.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Budući da iznos brzine v_2 ima negativan predznak, znači da će vagon poći u suprotnom smjeru od smjera ispaljivanja granate.

Vježba 363

Na vagonu je smješten top iz kojeg treba ispaliti granatu. Za koliko će se promijeniti brzina vagona zbog ispaljivanja granate, ako je cijev topa nagnuta pod kutom od 60° u odnosu na smjer gibanja vagona i ako je masa granate 800 kg, a masa vagona zajedno s topom iznosi 40000 kg, a brzina granate pri ispaljivanju je 1050 m / s?

Rezultat: $-10.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadatak 364 (Mihaela, srednja škola)

Toplinski stroj ima korisnost 40% i tijekom tri sekunde primi 12 kJ topline od okoline. Kolika je snaga stroja?

Rješenje 364

$$\eta = \frac{40}{100} = 0.40, \quad t = 3 \text{ s}, \quad Q_u = 12 \text{ kJ} = 1.2 \cdot 10^4 \text{ J} \text{ ukupna, primljena, uložena, dovedena energija, } P_i = ? \text{ iskorištena, dobivena, korisna snaga}$$

Korisnost η stroja ili uređaja je omjer korisnog rada (iskorištene energije ili snage) i uloženog rada (dovedene ili uložene energije ili snage).

$$\eta = \frac{W_k}{W_u}, \quad \eta = \frac{Q_k}{Q_u}, \quad \eta = \frac{P_k}{P_u}, \quad \eta = \frac{W_i}{W_u}, \quad \eta = \frac{Q_i}{Q_u}, \quad \eta = \frac{P_i}{P_u}.$$

Često se η iskazuje u postocima.

Na primjer,

$$\eta = 0.3 \Rightarrow \eta = 30\%.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}$$
$$\left. \begin{array}{l} P_u = \frac{Q_u}{t} \\ \eta = \frac{P_i}{P_u} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P_u = \frac{Q_u}{t} \\ \eta = \frac{P_i}{P_u} \cdot P_u \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P_u = \frac{Q_u}{t} \\ \eta \cdot P_u = P_i \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} P_u = \frac{Q_u}{t} \\ P_i = \eta \cdot P_u \end{array} \right\} \Rightarrow P_i = \eta \cdot \frac{Q_u}{t} =$$
$$= 0.40 \cdot \frac{1.2 \cdot 10^4 \text{ J}}{3 \text{ s}} = 1600 \text{ W} = 1.6 \text{ kW}.$$

Vježba 364

Toplinski stroj ima korisnost 40% i tijekom 6 s primi 24 kJ topline od okoline. Kolika je snaga stroja?

Rezultat: 1.6 kW.

Zadatak 365 (Ivek, tehnička škola)

Automobil, koji se giba brzinom v , kočenjem se zaustavi na putu s . Kolika je sila kočenja uz pretpostavku da je konstantna?

Rješenje 365

$$m, \quad v, \quad s, \quad F = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje je v brzina za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Za jednoliko usporeno gibanje vrijedi isti izraz.

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

1. inačica

Da bi se automobil zaustavio na putu s sila kočenja F mora obaviti rad W koji je jednak kinetičkoj energiji E_k tijela koju ono ima radi svoje brzine v .

$$W = E_k \Rightarrow F \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow F \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow F = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot s}.$$

2. inačica

Automobil usporava akceleracijom a pa uporabom drugog Newtonovog poučka za silu kočenja F

vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} v^2 = 2 \cdot a \cdot s \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot a \cdot s = v^2 \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot a \cdot s = v^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot s} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{v^2}{2 \cdot s} \\ F = m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow F = m \cdot \frac{v^2}{2 \cdot s} \Rightarrow F = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot s}.$$

Vježba 365

Automobil, koji se giblje brzinom $2 \cdot v$, kočenjem se zaustavi na putu $2 \cdot s$. Kolika je sila kočenja uz pretpostavku da je konstantna?

Rezultat: $F = \frac{m \cdot v^2}{s}$.

Zadatak 366 (Marijan, tehnička škola)

Dvije kugle jednakog polumjera, jedna od olova, druga od željeza, gibaju se jednakom brzinom. Kako se odnose njihove količine gibanja? (gustoća olova $\rho_1 = 11300 \text{ kg / m}^3$, gustoća željeza $\rho_2 = 7900 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 366

$$r_1 = r_2 = r, \quad v_1 = v_2 = v, \quad \rho_1 = 11300 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_2 = 7900 \text{ kg / m}^3, \quad p_1 : p_2 = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$$

Obujam kugle

Obujam (volumen) kugle polumjera r iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{p_2} &= \frac{m_1 \cdot v_1}{m_2 \cdot v_2} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1 \cdot V_1 \cdot v}{\rho_2 \cdot V_2 \cdot v} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1 \cdot \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi \cdot v}{\rho_2 \cdot \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \cdot v} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1 \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi}{\rho_2 \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1 \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi}{\rho_2 \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{11300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{7900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{11300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{7900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{11300}{7900} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{11300 : 1000}{7900 : 1000} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{11.3}{7.9}. \end{aligned}$$

Vježba 366

Dvije kugle jednakog polumjera, jedna od aluminija, druga od bakra, gibaju se jednakom brzinom. Kako se odnose njihove količine gibanja? (gustoća aluminija $\rho_1 = 2700 \text{ kg / m}^3$, gustoća bakra $\rho_2 = 8900 \text{ kg / m}^3$)

Rezultat: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{2.7}{8.9}$.

Zadatak 367 (Gimnazijalka, gimnazija)

Sa mosta visokog 20 m bačen je u vodu kamen mase 0.5 kg brzinom 5 m / s usmjerenom vertikalno dolje.

a) Kolika je kinetička energija kamena poslije 1 s?

b) Sa kolikom kinetičkom energijom kamen uleti u vodu? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 367

$$h = 20 \text{ m}, \quad m = 0.5 \text{ kg}, \quad v_0 = 5 \text{ m / s}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad E_{k1} = ?, \quad E_k = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

U zatvorenome sustavu zbroj potencijalne i kinetičke energije je konstantan.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici.

Vertikalni hitac prema dolje sastoji se od jednolikoga gibanja prema dolje brzinom v_0 i slobodnog pada. Zato mu je brzina v u času kad je prošlo vrijeme t i kada je prijeđen put h dana ovim izrazima:

$$v = v_0 + g \cdot t, \quad v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h.$$

a) Nakon vremena t kamen će postići brzinu

$$v = v_0 + g \cdot t$$

pa njegova kinetička energija iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} v = v_0 + g \cdot t \\ E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_0 + g \cdot t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.5 \text{ kg} \cdot \left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ s} \right)^2 = 54.83 \text{ J}.$$

b) Računamo sa kolikom kinetičkom energijom kamen uleti u vodu.

1. inačica

Nakon pada sa visine h kvadrat brzine kamena je:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h$$

pa njegova kinetička energija ima vrijednost:

$$\left. \begin{array}{l} v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0.5 \text{ kg} \cdot \left(\left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + 2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m} \right) = 104.35 \text{ J}.$$

2. inačica

Zbog zakona očuvanja energije kinetička energija koju kamen ima pri padu u vodu jednaka je zbroju gravitacijske potencijalne energije na visini h i kinetičke energije pri početnoj brzini v_0 .

U trenutku bacanja sa visine h početnom brzinom v_0 kamen ima:

- gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h$$

- kinetičku energiju

$$E_{k0} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2.$$

Zato je:

$$\begin{aligned} E_k &= E_{gp} + E_{k0} \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \Rightarrow E_k = m \cdot \left(g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot v_0^2 \right) = \\ &= 0.5 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot \left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = 104.35 \text{ J}. \end{aligned}$$

Vježba 367

Sa mosta visokog 200 dm bačen je u vodu kamen mase 500 g brzinom 5 m / s usmjerenom vertikalno dolje.

a) Kolika je kinetička energija kamena poslije 1 s?

b) Sa kolikom kinetičkom energijom kamen uleti u vodu? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 54.83 J, 104.35 J.

Zadatak 368 (Maturant, gimnazija)

Učenik mase 60 kg popeo se na šesti kat, svaki kat visine 2.7 m, za 1 minutu. Odredi snagu potrebnu za penjanje. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 368

$$m = 60 \text{ kg}, \quad n = 6, \quad h = 2.7 \text{ m}, \quad t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad P = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Visina H na koju se učenik popeo je

$$H = n \cdot h$$

pa snaga iznosi:

$$\left. \begin{aligned} W &= E_{gp} \\ P &= \frac{W}{t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \frac{E_{gp}}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot g \cdot H}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot g \cdot n \cdot h}{t} =$$

$$= \frac{60 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6 \cdot 2.7 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 158.92 \text{ W}.$$

Vježba 368

Učenik mase 60 kg popeo se na treći kat, svaki kat visine 2.7 m, za pola minute. Odredi snagu potrebnu za penjanje. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 158.92 W.

Zadatak 369 (Maturant, gimnazija)

Na vozilo u mirovanju djeluje u vremenu $t = 10 \text{ s}$ sila od 1200 N. Kinetička energija nakon tih 10 s iznosi 132 kJ. Kolika je brzina (trenje zanemarujemo) koju je postiglo vozilo?

Rješenje 369

$$v_0 = 0 \text{ m/s}, \quad t = 10 \text{ s}, \quad F = 1200 \text{ N}, \quad E_k = 132 \text{ kJ} = 1.32 \cdot 10^5 \text{ J}, \quad v = ?$$

Za jednoliko ubrzano gibanje duž puta s vrijedi izraz

$$v = a \cdot t \Rightarrow a = \frac{v}{t},$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$F = m \cdot a.$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi (impuls sile i količina gibanja):

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala.

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{v}{t} \\ F = m \cdot a \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = m \cdot \frac{v}{t} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot \frac{v}{t} = F \\ 2 \cdot E_k = m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot \frac{v}{t} = F \cdot \frac{t}{v} \\ m \cdot v^2 = 2 \cdot E_k \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = \frac{F \cdot t}{v} \\ m \cdot v^2 = 2 \cdot E_k \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{F \cdot t}{v} \cdot v^2 = 2 \cdot E_k \Rightarrow \frac{F \cdot t}{v} \cdot v^2 = 2 \cdot E_k \Rightarrow F \cdot t \cdot v = 2 \cdot E_k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F \cdot t \cdot v = 2 \cdot E_k \cdot \frac{1}{F \cdot t} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot E_k}{F \cdot t} = \frac{2 \cdot 1.32 \cdot 10^5 \text{ J}}{1200 \text{ N} \cdot 10 \text{ s}} = 22 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} F \cdot t = m \cdot v \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot v = F \cdot t \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot v = F \cdot t \cdot \frac{1}{v} \\ 2 \cdot E_k = m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot v^2 = F \cdot t \cdot v \\ m \cdot v^2 = 2 \cdot E_k \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F \cdot t \cdot v = 2 \cdot E_k \Rightarrow F \cdot t \cdot v = 2 \cdot E_k \cdot \frac{1}{F \cdot t} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot E_k}{F \cdot t} = \frac{2 \cdot 1.32 \cdot 10^5 \text{ J}}{1200 \text{ N} \cdot 10 \text{ s}} = 22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3. inačica

$$\left. \begin{array}{l} F \cdot t = m \cdot v \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot v = F \cdot t \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \cdot 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot v = F \cdot t \\ 2 \cdot E_k = m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot v = F \cdot t \\ m \cdot v^2 = 2 \cdot E_k \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{m \cdot v} = \frac{2 \cdot E_k}{F \cdot t} \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{m \cdot v} = \frac{2 \cdot E_k}{F \cdot t} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot E_k}{F \cdot t} = \frac{2 \cdot 1.32 \cdot 10^5 \text{ J}}{1200 \text{ N} \cdot 10 \text{ s}} = 22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vježba 369

Na vozilo u mirovanju djeluje u vremenu $t = 20$ s sila od 1200 N. Kinetička energija nakon tih 20 s iznosi 264 kJ. Kolika je brzina (trenje zanemarujemo) koju je postiglo vozilo?

Rezultat: 22 m / s.

Zadatak 370 (Davor, gimnazija)

Tijelo mase 3 kg bačeno je početnom brzinom 40 m / s vertikalno uvis sa površine Zemlje. Pri svladavanju otpora zraka tijelo je potrošilo 340 J energije. Do koje se najveće visine tijelo podiglo? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 370

$$m = 3 \text{ kg}, \quad v_0 = 40 \text{ m / s}, \quad E = 340 \text{ J}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad h = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Razlika kinetičke energije E_k koju tijelo ima kada ga bacimo početnom brzinom v_0 i utrošene energije E na svladavanju otpora zraka jednaka je gravitacijskoj potencijalnoj energiji kada se podigne do visine h .

$$E_{gp} = E_k - E \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - E \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v_0^2 - 2 \cdot E}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v_0^2 - 2 \cdot E}{2} \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow h = \frac{m \cdot v_0^2 - 2 \cdot E}{2 \cdot m \cdot g}$$

$$= \frac{3 \text{ kg} \cdot \left(40 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 2 \cdot 340 \text{ J}}{2 \cdot 3 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 69.997 \text{ m} \approx 70 \text{ m}.$$

Vježba 370

Tijelo mase 6 kg bačeno je početnom brzinom 40 m / s vertikalno uvis sa površine Zemlje. Pri svladavanju otpora zraka tijelo je potrošilo 680 J energije. Do koje se najveće visine tijelo podiglo? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 70 m.

Zadatak 371 (Davor, gimnazija)

Kolika je snaga motora automobila, mase 800 kg, ako iz mirovanja za 4 s postigne brzinu 72 km / h? Trenje zanemarite.

Rješenje 371

$$m = 800 \text{ kg}, \quad v_1 = 0 \text{ m / s}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad v_2 = 72 \text{ km / h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m / s}, \quad P = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}$$

Rad koji motor obavi da automobil postigne brzinu v_2 za vrijeme t jednak je promjeni njegove kinetičke energije pa snaga motora iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} W = E_{k2} - E_{k1} \\ P = \frac{W}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{E_{k2} - E_{k1}}{t} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2}{t} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \frac{m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{2 \cdot t} = \frac{800 \text{ kg} \cdot \left(\left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \right)}{2 \cdot 4 \text{ s}} = 40000 \text{ W} = 40 \text{ kW}.$$



Vježba 371

Kolika je snaga motora automobila, mase 800 kg, ako iz mirovanja za 4 s postigne brzinu 72 km / h? Trenje zanemarite.

Rezultat: 22 m / s.

Zadatak 372 (Maturantica ☺, gimnazija)

Loptica mase 250 g giba se brzinom 13 m / s u + x smjeru. Nakon udarca palicom njezina je brzina 19 m / s u – x smjeru. Djelovanje palice na lopticu trajalo je 0.01 s. Kolika je srednja sila promijenila smjer i iznos brzine gibanja loptice?

Rješenje 372

$m = 250 \text{ g} = 0.25 \text{ kg}$, $v_1 = 13 \text{ m/s}$, $v_2 = -19 \text{ m/s}$ suprotan smjer, $\Delta t = 0.01 \text{ s}$,
 $F = ?$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m . Kad početna brzina nije nula, vrijedi

$$F \cdot \Delta t = \Delta(m \cdot v),$$

tj. promjena količine gibanja jednaka je impulsu sile koji je tu promjenu uzrokovao. Ako je masa stalna, možemo pisati

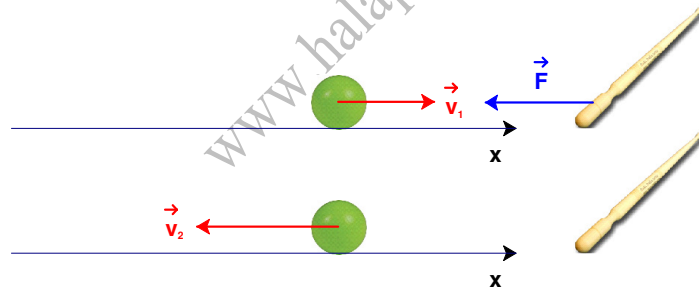
$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1),$$

gdje su v_1 i v_2 početna i konačna brzina tijela u vremenskom intervalu Δt .

Sila koja je promijenila smjer i iznos brzine gibanja loptice iznosi:

$$\begin{aligned} F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1) \Rightarrow F \cdot \Delta t = m \cdot (v_2 - v_1) \cdot \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow F &= \frac{m \cdot (v_2 - v_1)}{\Delta t} = \\ &= \frac{0.25 \text{ kg} \cdot \left(-19 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 13 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{0.01 \text{ s}} = -800 \text{ N}. \end{aligned}$$

Sila je negativna jer ima smjer suprotan smjeru početne brzine v_1 . Iznos sile je $F = 800 \text{ N}$.



Vježba 372

Loptica mase 50 dag giba se brzinom 13 m/s u $+x$ smjeru. Nakon udarca palicom njezina je brzina 19 m/s u $-x$ smjeru. Djelovanje palice na lopticu trajalo je 0.02 s . Kolika je srednja sila promijenila smjer i iznos brzine gibanja loptice?

Rezultat: 800 N .

Zadatak 373 (Maturantica ☺, gimnazija)

Jezgra atoma ima masu $3.8 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$ i miruje. Jezgra je radioaktivna i u jednom trenutku iz nje izleti čestica mase $6.6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ brzinom $1.5 \cdot 10^7 \text{ m/s}$. Koliko brzinom se tada giba jezgra atoma?

Rješenje 373

$$m = 3.8 \cdot 10^{-25} \text{ kg}, \quad v = 0 \text{ m/s}, \quad m_1 = 6.6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad v_1 = 1.5 \cdot 10^7 \text{ m/s}, \quad v_2 = ?$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Zakon o očuvanju količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih

količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela. Ukupna količina gibanja dva tijela nakon sudara jednaka je ukupnoj količini gibanja prije sudara. Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

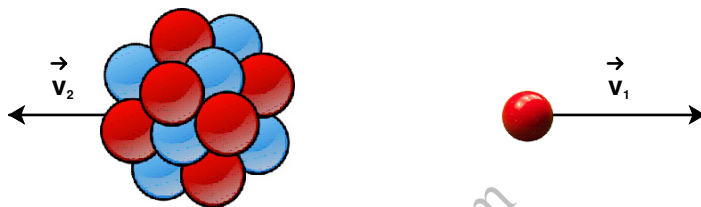
Za dva tijela mase m_1 i m_2 koja međusobno djeluju jedno na drugo vrijedi zakon akcije i reakcije

$$F_1 = -F_2,$$

gdje F_1 znači silu kojom tijelo mase m_2 djeluje na tijelo mase m_1 i ima hvatište u tijelu mase m_1 , a F_2 silu kojom tijelo mase m_1 djeluje na tijelo mase m_2 te ima hvatište u tijelu mase m_2 . Te su dvije sile jednake veličinom i suprotna su smjera. Iz toga zakona proizlazi drugi, tj. zakona održanja količine gibanja koji glasi

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0,$$

ako su početne brzine obaju tijela bile jednake nuli. Brzine v_1 i v_2 brzine su tijela masa m_1 odnosno m_2 nakon njihova međusobnog djelovanja.



Kada iz jezgre atoma mase m izleti čestica mase m_1 jezgra atoma ima masu m_2 koja iznosi:

$$m_2 = m - m_1.$$

Tada je brzina jezgre v_2 i njezin je smjer suprotan smjeru brzine čestice v_1 .

1. inačica

$$m \cdot v = m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 \Rightarrow m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1 - m \cdot v \Rightarrow m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1 - m \cdot v \cdot \frac{1}{m_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{m_1 \cdot v_1 - m \cdot v}{m_2} \Rightarrow \left[m_2 = m - m_1 \right] \Rightarrow v_2 = \frac{m_1 \cdot v_1 - m \cdot v}{m - m_1} =$$

$$= \frac{6.6 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 1.5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 3.8 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3.8 \cdot 10^{-25} \text{ kg} - 6.6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 265131.23 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 2.7 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2. inačica

Budući da je jezgra atoma prije raspada mirovala, slijedi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0 \Rightarrow m_2 \cdot v_2 = -m_1 \cdot v_1 \Rightarrow m_2 \cdot v_2 = -m_1 \cdot v_1 \cdot \frac{1}{m_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 = -\frac{m_1 \cdot v_1}{m_2} \Rightarrow \left[m_2 = m - m_1 \right] \Rightarrow v_2 = -\frac{m_1 \cdot v_1}{m - m_1} =$$

$$= -\frac{6.6 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 1.5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3.8 \cdot 10^{-25} \text{ kg} - 6.6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = -265131.23 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx -2.7 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Brzina ima negativan predznak jer je suprotnog smjera od smjera brzine v_1 . Iznos brzine je:

$$v_2 = 2.7 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 373

Jezgra atoma ima masu $3.8 \cdot 10^{-25}$ kg i miruje. Jezgra je radioaktivna i u jednom trenutku iz nje izleti čestica mase $6.6 \cdot 10^{-27}$ kg brzinom $1.5 \cdot 10^4$ km / s. Koliko brzinom se tada giba jezgra atoma?

Rezultat: $v_2 = 2.7 \cdot 10^5 \frac{m}{s}$.

Zadatak 374 (Marija, gimnazija)

Kolika je brzina deuteronu mase $2.01 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27}$ kg koji, izlijećući iz ciklotrona, ima energiju 9.8 MeV?

Rješenje 374

$$m = 2.01 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 3.34 \cdot 10^{-27} \text{ kg}, \quad E_k = 9.8 \text{ MeV} = 9.8 \cdot 10^6 \text{ eV} = \\ = [9.8 \cdot 10^6 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19}] = 1.57 \cdot 10^{-12} \text{ J}, \quad v = ?$$

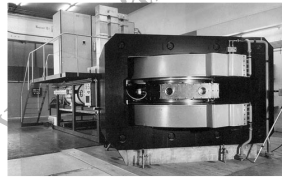
Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Elektronvolt je jedinica za energiju. Energiju 1 eV dobije čestica nabijena istim električnim nabojem kao što ga ima elektron ($1.602 \cdot 10^{-19}$ C) kada prođe električnim poljem razlike potencijala 1 V:

$$1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = E_k \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = E_k \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.57 \cdot 10^{-12} \text{ J}}{3.34 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 3.07 \cdot 10^7 \frac{m}{s}.$$



Vježba 374

Kolika je brzina deuteronu mase $2.01 \cdot 1.66 \cdot 10^{-30}$ t koji, izlijećući iz ciklotrona, ima energiju 9.8 MeV?

Rezultat: $3.07 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$.

Zadatak 375 (Ana, gimnazija)

Tijelo mase m giba se konstantnom brzinom v i ima kinetičku energiju 90 J. Kolikom bi se brzinom trebalo gibati tijelo da mu kinetička energija bude 810 J?

A. $9 \cdot v$ B. $3 \cdot v$ C. $\frac{v}{3}$ D. $90 \cdot v$

Rješenje 375

$$v_1 = v, \quad E_{k1} = 90 \text{ J}, \quad E_{k2} = 810 \text{ J}, \quad v_2 = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

$$\begin{aligned}
\left. \begin{aligned} E_{k1} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \\ E_{k2} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} E_{k1} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ E_{k2} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= E_{k1} \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 &= E_{k2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \\
\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2} = \frac{E_{k2}}{E_{k1}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2} = \frac{E_{k2}}{E_{k1}} \Rightarrow \frac{v_2^2}{v^2} = \frac{E_{k2}}{E_{k1}} \Rightarrow \frac{v_2^2}{v^2} = \frac{E_{k2}}{E_{k1}} \cdot v^2 \Rightarrow \\
\Rightarrow v_2^2 = v^2 \cdot \frac{E_{k2}}{E_{k1}} \Rightarrow v_2^2 = v^2 \cdot \frac{E_{k2}}{E_{k1}} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow v_2 = \sqrt{v^2 \cdot \frac{E_{k2}}{E_{k1}}} \Rightarrow v_2 = v \cdot \sqrt{\frac{E_{k2}}{E_{k1}}} = \\
= v \cdot \sqrt{\frac{810 \text{ J}}{90 \text{ J}}} = 3 \cdot v.
\end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 375

Tijelo mase m giba se konstantnom brzinom v i ima kinetičku energiju 45 J. Kolikom bi se brzinom trebalo gibati tijelo da mu kinetička energija bude 405 J?

- A. $9 \cdot v$ B. $3 \cdot v$ C. $\frac{v}{3}$ D. $90 \cdot v$

Rezultat: B.

Zadatak 376 (Marko, srednja škola)

Nerastegnuta opruga duga je 15 cm. Tu oprugu, konstante elastičnosti 400 N / m, sabijemo na polovinu dužine. Koliko smo energije pohranili u opruzi?

Rješenje 376

$$l = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m}, \quad k = 400 \text{ N/m}, \quad x = \frac{1}{2} \cdot l = \frac{1}{2} \cdot 0.15 \text{ m} = 0.075 \text{ m}, \quad E_{ep} = ?$$

Potencijalna energija elastične deformacije opruge konstante k kojoj se duljina djelovanjem sile smanji ili poveća za x :

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2.$$

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 400 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0.075 \text{ m})^2 = 1.125 \text{ J}.$$

Vježba 376

Nerastegnuta opruga duga je 150 mm. Tu oprugu, konstante elastičnosti 400 N / m, sabijemo na polovinu dužine. Koliko smo energije pohranili u opruzi?

Rezultat: 1.125 J.

Zadatak 377 (Azra, medicinska škola)

Traktor snage motora 40 kW vuče balvan konstantnom brzinom od 36 km / h po horizontalnoj podlozi. Koeficijent trenja između podloge i balvana je 0.4. Koliku najveću masu može vući traktor:

- A. 1119 kg B. 1901 kg C. 1009 kg D. 1109 kg E. 1019 kg

(ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 377

$$P = 40 \text{ kW} = 40000 \text{ W}, \quad v = 36 \text{ km/h} = [36 : 3.6] = 10 \text{ m/s}, \quad \mu = 0.4, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad m = ?$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga se može izračunati izrazom

$$P = F \cdot v \Rightarrow F = \frac{P}{v},$$

gdje je F sila u smjeru gibanja tijela, a v brzina tijela.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Prvi Newtonov poučak

Ako na tijelo ne djeluje nikakva sila ili je rezultanta svih sila jednaka nuli, tijelo miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Zato kažemo da je tijelo tromo.

Budući da traktor vuče balvan jednolikom brzinom, vučna sila traktora F jednaka je sili trenja između podloge i balvana F_{tr} .

$$F = F_{tr} \Rightarrow \frac{P}{v} = \mu \cdot G \Rightarrow \frac{P}{v} = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = \frac{P}{v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = \frac{P}{v} / \frac{1}{\mu \cdot g} \Rightarrow m = \frac{P}{\mu \cdot g \cdot v} = \frac{40000 \text{ W}}{0.4 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 1019 \text{ kg}.$$

Odgovor je pod E.



Vježba 377

Traktor snage motora 20 kW vuče balvan konstantnom brzinom od 36 km/h po horizontalnoj podlozi. Koeficijent trenja između podloge i balvana je 0.2. Koliku najveću masu može vući traktor:

- A. 1119 kg B. 1901 kg C. 1009 kg D. 1109 kg E. 1019 kg

(ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: E.

Zadatak 378 (Azra, medicinska škola)

Tijelo mase 1 kg palo je s visine za 5 s. Kinetička energija tijela pri udaru o tlo je:

- A. 1202.95 J B. 25 kJ C. 25 mJ D. 49.05 J E. 49.05 MJ

(ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 378

$$m = 1 \text{ kg}, \quad t = 5 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0$ m/s i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81$ m/s². Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$v = g \cdot t,$$

gdje su v brzina pada, t vrijeme padanja, g ubrzanje sile teže.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

$$\left. \begin{array}{l} v = g \cdot t \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ s} \right)^2 = 1202.95 \text{ J}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 378

Tijelo mase 100 dag palo je s visine za 5 s. Kinetička energija tijela pri udaru o tlo je:

- A. 1202.95 J B. 25 kJ C. 25 mJ D. 49.05 J E. 49.05 MJ

(ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81$ m / s²)

Rezultat: A.

Zadatak 379 (Ante, srednja škola)

Tijelo u početku miruje. Zbog utjecaja sile od 30 N kroz 4 s ono dobije kinetičku energiju od 720 J. Koliko tada iznosi brzina tijela?

- A. $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ B. $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ C. $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ D. $7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Rješenje 379

$$F = 30 \text{ N}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad E_k = 720 \text{ J}, \quad v = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v = a \cdot t,$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}.$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m .

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

1.inačica

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ v = a \cdot t \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = \frac{F \cdot t}{m} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v = \frac{F \cdot t}{m} \cdot \frac{m}{v} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = \frac{F \cdot t}{v} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \\
 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{F \cdot t}{v} \cdot v^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{F \cdot t}{v} \cdot v^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot F \cdot t \cdot v \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot F \cdot t \cdot v = E_k \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot F \cdot t \cdot v = E_k \cdot \frac{2}{F \cdot t} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot E_k}{F \cdot t} = \frac{2 \cdot 720 \text{ J}}{30 \text{ N} \cdot 4 \text{ s}} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Odgovor je pod A.

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} F \cdot t = m \cdot v \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{E_k}{F \cdot t} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{m \cdot v} \Rightarrow \frac{E_k}{F \cdot t} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{m \cdot v} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{E_k}{F \cdot t} = \frac{1}{2} \cdot v \Rightarrow \frac{E_k}{F \cdot t} = \frac{1}{2} \cdot v \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot v = \frac{E_k}{F \cdot t} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot v = \frac{E_k}{F \cdot t} \cdot 2 \Rightarrow v = \frac{2 \cdot E_k}{F \cdot t} = \\
 = \frac{2 \cdot 720 \text{ J}}{30 \text{ N} \cdot 4 \text{ s}} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 379

Tijelo u početku miruje. Zbog utjecaja sile od 0.03 kN kroz 4 s ono dobije kinetičku energiju od 0.72 kJ. Koliko tada iznosi brzina tijela?

- A. $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ B. $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ C. $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ D. $7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Rezultat: A.

Zadatak 380 (Zagy, gimnazija)

Skakač s mosta (bungee jumper), mase 75 kg, vezan je za uže koje u neopterećenom stanju ima duljinu 15 m. Uže ima svojstva opruge. Konstanta opiranja užeta iznosi 50 N / m. Kolika je maksimalna dubina do koje skakač dospije? Zanemarite masu užeta i dimenzije skakača. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rješenje 380

$$m = 75 \text{ kg}, \quad d = 15 \text{ m}, \quad k = 50 \text{ N} / \text{m}, \quad g = 10 \text{ m} / \text{s}^2, \quad h = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

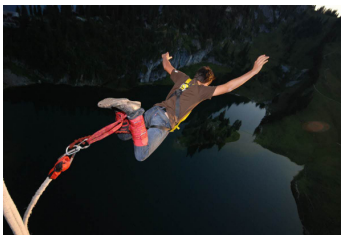
Pomaknemo li oprugu iz ravnotežnog položaja stiskanjem ili rastezanjem, ona titra oko tog položaja. Svaki pomak od ravnotežnog položaja nazivamo elongacijom, a najveći pomak od položaja ravnoteže nazivamo amplitudom. Elastična potencijalna energija opruge dana je formulom

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2,$$

gdje je x pomak od ravnotežnog položaja, k koeficijent elastičnosti opruge.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.



Udaljenost od mosta do maksimalne dubine do koje skakač dospije je

$$h = d + y,$$

gdje je d duljina užeta u neopterećenom stanju, y elongacija, pomak iz ravnotežnog položaja. Zbog zakona očuvanja energije gravitacijska potencijalna energija koju ima skakač na mostu jednaka je elastičnoj potencijalnoj energiji užeta kada skakač dospije do maksimalne dubine.

$$\begin{aligned}
 E_{gp} &= E_{ep} \Rightarrow m \cdot g \cdot (d + y) = \frac{1}{2} \cdot k \cdot y^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot y^2 = m \cdot g \cdot (d + y) \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot y^2 = m \cdot g \cdot d + m \cdot g \cdot y \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot y^2 = m \cdot g \cdot d + m \cdot g \cdot y \quad / \cdot 2 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow k \cdot y^2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot d + 2 \cdot m \cdot g \cdot y \Rightarrow k \cdot y^2 - 2 \cdot m \cdot g \cdot y - 2 \cdot m \cdot g \cdot d = 0 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} k \cdot y^2 - 2 \cdot m \cdot g \cdot y - 2 \cdot m \cdot g \cdot d = 0 \\ a = k, \quad b = -2 \cdot m \cdot g, \quad c = -2 \cdot m \cdot g \cdot d \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = k, \quad b = -2 \cdot m \cdot g, \quad c = -2 \cdot m \cdot g \cdot d \\ y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow y_{1,2} = \frac{-(-2 \cdot m \cdot g) \pm \sqrt{(-2 \cdot m \cdot g)^2 - 4 \cdot k \cdot (-2 \cdot m \cdot g \cdot d)}}{2 \cdot k} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow y_{1,2} = \frac{2 \cdot m \cdot g \pm \sqrt{4 \cdot (m \cdot g)^2 + 8 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot d}}{2 \cdot k} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow y_{1,2} = \frac{2 \cdot m \cdot g \pm \sqrt{4 \cdot ((m \cdot g)^2 + 2 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot d)}}{2 \cdot k} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow y_{1,2} = \frac{2 \cdot m \cdot g \pm \sqrt{4} \cdot \sqrt{(m \cdot g)^2 + 2 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot d}}{2 \cdot k} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow y_{1,2} = \frac{2 \cdot m \cdot g \pm 2 \cdot \sqrt{(m \cdot g)^2 + 2 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot d}}{2 \cdot k} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow y_{1,2} = \frac{2 \cdot \left(m \cdot g \pm \sqrt{(m \cdot g)^2 + 2 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot d} \right)}{2 \cdot k} \Rightarrow
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow y_{1,2} = \frac{2 \cdot \left(m \cdot g \pm \sqrt{(m \cdot g)^2 + 2 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot d} \right)}{2 \cdot k} \Rightarrow y_{1,2} = \frac{m \cdot g \pm \sqrt{(m \cdot g)^2 + 2 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot d}}{k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_{1,2} = \frac{75 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \pm \sqrt{\left(75 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)^2 + 2 \cdot 50 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 75 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 15 \text{ m}}}{50 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_{1,2} = \frac{750 \text{ N} \pm \sqrt{(750 \text{ N})^2 + 1125000 \text{ N}^2}}{50 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \Rightarrow y_{1,2} = \frac{750 \text{ N} \pm \sqrt{1687500 \text{ N}^2}}{50 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_{1,2} = \frac{750 \text{ N} \pm 1299 \text{ N}}{50 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y_1 = \frac{750 \text{ N} + 1299 \text{ N}}{50 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \\ y_2 = \frac{750 \text{ N} - 1299 \text{ N}}{50 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} y_1 = 41 \text{ m} \\ y_2 = -11 \text{ m} \text{ nema smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow y = 41 \text{ m}.$$

Maksimalna dubina iznosi:

$$h = d + y = 15 \text{ m} + 41 \text{ m} = 56 \text{ m}.$$

Vježba 380

Skakač s mosta (bungee jumper), mase 75 kg, vezan je za užu koje u neopterećenom stanju ima duljinu 150 dm. Uže ima svojstva opruge. Konstanta opiranja užeta iznosi 0.05 kN / m. Kolika je maksimalna dubina do koje skakač dopiše? Zanemarite masu užeta i dimenzije skakača. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rezultat: 56 m.