

Zadatak 381 (Lana, gimnazija)

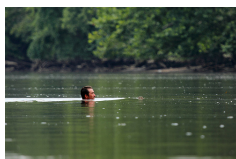
Čovjek pliva u rijeci koja teče brzinom v . Ako prestane plivati (ne maše ni rukama, ni nogama) održavajući se na površini što se s njime događa? Ima li on kinetičku energiju?

Rješenje 381

$$v, \quad E_k = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$



Kada čovjek prestane plivati rijeka ga nosi nizvodno brzinom v pa mu je kinetička energija jednaka

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Vježba 381

Čovjek pliva u jezeru brzinom v . Ako prestane plivati (ne maše ni rukama, ni nogama) održavajući se na površini što se s njime događa? Ima li on kinetičku energiju?

Rezultat: Čovjek miruje, nema kinetičke energije.

Zadatak 382 (Miroslav, gimnazija)

Dizalica podiže teret mase 1000 kg iz mirovanja jednoliko ubrzano akceleracijom 0.2 m/s^2 . Koliki rad obavi motor dizalice za prve tri sekunde podizanja tereta, ako je:

a) korisnost dizalice 100%

b) korisnost dizalice 80%?

(ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 382

$$m = 1000 \text{ kg}, \quad a = 0.2 \text{ m/s}^2, \quad t = 3 \text{ s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad \eta_1 = 100\% = 1, \\ \eta_2 = 80\% = 0.80, \quad W_{1u} = ?, \quad W_{2u} = ?$$

Osnovni zakoni mehanike vrijede s obzirom na koordinatni sustav koji miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Ti zakoni ne vrijede ako tijelo promatramo s obzirom na koordinatni sustav koji se giba jednoliko ubrzano ili usporeno. Tijelo na koje ne djeluje nikakva sila neće mirovati s obzirom na takav sustav. Tijelo mase m koje postavimo u takav sustav koji ima stalnu akceleraciju a , neće mirovati s obzirom na sustav, nego će imati akceleraciju $-a$. U sustavu će nam se činiti da na tijelo djeluje sila $F = -m \cdot a$. Takvu silu zovemo inercijskom silom.

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži,

$$G = m \cdot g.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Djelotvornost (korisnost) η stroja ili uređaja je kvocijent korisnog rada (iskorištene energije ili snage) i uloženi rad (dovedene ili uložene energije ili snage).

$$\eta = \frac{W_k}{W_u} \Rightarrow W_u = \frac{W_k}{\eta}.$$

Često se η iskazuje u postocima.

Na primjer,

$$\eta = 0.3 \Rightarrow \eta = 30\%.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.



Inercijska sila nastala zbog ubrzanog gibanja tereta ima smjer suprotan smjeru ubrzanja. Ona ima smjer kao i težina tereta pa je rezultatna sila F jednaka:

$$F = G + F_i \Rightarrow F = m \cdot g + m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot (g + a).$$

Kada se teret, pod djelovanjem sile F, podigne na visinu h obavljen je rad

$$\left. \begin{array}{l} W_k = F \cdot h \\ F = m \cdot (g + a) \\ h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow W_k = m \cdot (g + a) \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow W_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot a \cdot (g + a) \cdot t^2.$$

Računamo rad W_u koji obavi motor dizalice:

$$\begin{aligned} \bullet \quad \eta_1 = \frac{W_k}{W_{1u}} \Rightarrow W_{1u} = \frac{W_k}{\eta_1} \Rightarrow W_{1u} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot a \cdot (g + a) \cdot t^2}{\eta_1} = \\ &= \frac{\frac{1}{2} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot (3 \text{ s})^2}{1} = 9180 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \eta_2 = \frac{W_k}{W_{2u}} \Rightarrow W_{2u} = \frac{W_k}{\eta_2} \Rightarrow W_{2u} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot a \cdot (g + a) \cdot t^2}{\eta_2} = \\ &= \frac{\frac{1}{2} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot (3 \text{ s})^2}{0.80} = 11475 \text{ J} \end{aligned}$$

Vježba 382

Dizalica podiže teret mase 1 t iz mirovanja jednoliko ubrzano akceleracijom $2 \text{ dm} / \text{s}^2$. Koliki rad obavi motor dizalice za prve tri sekunde podizanja tereta, ako je korisnost dizalice 80%? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rezultat: 11475 J.

Zadatak 383 (Miroslav, gimnazija)

Pomoću užeta koje može izdržati maksimalnu napetost 2000 N podiže se teret mase 100 kg iz stanja mirovanja jednoliko ubrzano vertikalno prema gore. Sila otpora zraka je stalna i iznosi 20 N. Na koju najveću visinu možemo podići teret za 2 s? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 383

$$F_N = 2000 \text{ N}, \quad m = 100 \text{ kg}, \quad F_O = 20 \text{ N}, \quad t = 2 \text{ s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Osnovni zakoni mehanike vrijede s obzirom na koordinatni sustav koji miruje ili se giba jednoliko po pravcu. Ti zakoni ne vrijede ako tijelo promatramo s obzirom na koordinatni sustav koji se giba jednoliko ubrzano ili usporeno. Tijelo na koje ne djeluje nikakva sila neće mirovati s obzirom na takav sustav. Tijelo mase m koje postavimo u takav sustav koji ima stalnu akceleraciju a , neće mirovati s obzirom na sustav, nego će imati akceleraciju $-a$. U sustavu će nam se činiti da na tijelo djeluje sila $F = -m \cdot a$. Takvu silu zovemo inercijskom silom.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2,$$

gdje je s put tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Inercijska sila nastala zbog ubrzanog gibanja tereta ima smjer suprotan smjeru ubrzanja. Ona ima smjer kao i težina tereta pa je napetost užeta F jednaka:

$$F = G + F_i \Rightarrow F = m \cdot g + m \cdot a.$$

Zbog otpora zraka F_O maksimalna napetost užeta F_N iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F_N = F + F_O \\ F = m \cdot g + m \cdot a \end{array} \right\} \Rightarrow F_N = m \cdot g + m \cdot a + F_O \Rightarrow m \cdot g + m \cdot a + F_O = F_N \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot a = F_N - m \cdot g - F_O \Rightarrow m \cdot a = F_N - m \cdot g - F_O \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow a = \frac{F_N - m \cdot g - F_O}{m}.$$

Visina h na koju se teret može podići za vrijeme t iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{F_N - m \cdot g - F_O}{m} \\ h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_N - m \cdot g - F_O}{m} \cdot t^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2000 \text{ N} - 100 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 20 \text{ N}}{100 \text{ kg}} \cdot (2 \text{ s})^2 = 19.6 \text{ m.}$$

Vježba 383

Pomoću užeta koje može izdržati maksimalnu napetost 2 kN podiže se teret mase 0.1 t iz stanja mirovanja jednoliko ubrzano vertikalno prema gore. Sila otpora zraka je stalna i iznosi 20 N. Na koju najveću visinu možemo podići teret za 2 s? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 19.6 m.

Zadatak 384 (Lara, gimnazija)

Nije točno određeni zadatak, ali sam našla nekoliko primjera zadataka u kojima se traži rad ako je zadan put i sila koja djeluje pod različitim kutovima. Znam kako izračunati ako je kut 30° , no što ako je kut 60° , 45° , 90° ? Ako biste mogli na nekom primjeru objasniti te objaviti, hvala Vam unaprijed! :)

Rješenje 384

Poštovana Lara, Vaš prijedlog je usvojen ☺!

F, s, $\alpha = 30^\circ$, $\alpha = 60^\circ$, $\alpha = 45^\circ$, $\alpha = 90^\circ$, W = ?

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 90^\circ = 0.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Ako na tijelo djeluje sila pod šiljastim (tupim) kutom u odnosu na pravac duž kojeg se giba tijelo, rad sile je pozitivan (negativan):

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha,$$

gdje je F sila, s prijedeni put, α kut između smjera gibanja i smjera djelovanja sile.

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Jednakostraničan trokut ima sve tri stranice jednake. Svaki unutarnji kut iznosi 60° .

Kod jednakokrakog trokuta duljine dviju stranica su jednake. Stranice jednakih duljina zovu se kraci trokuta. Uočimo da su kutovi koji leže na trećoj stranici jednaki zbog činjenice da se nasuprot jednakim stranicama nalaze jednaki kutovi.

Visine su trokuta dužine kojima je jedan kraj vrh trokuta, a drugi sjecište okomice (koja prolazi promatranim vrhom) s pravcem na kojem leži suprotna stranica trokuta.

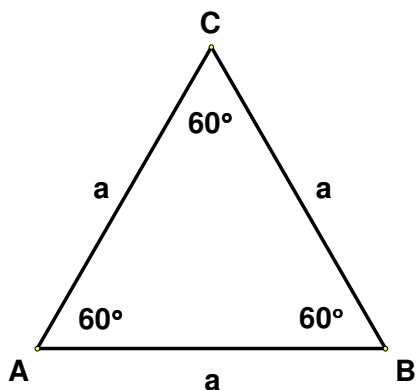
Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.

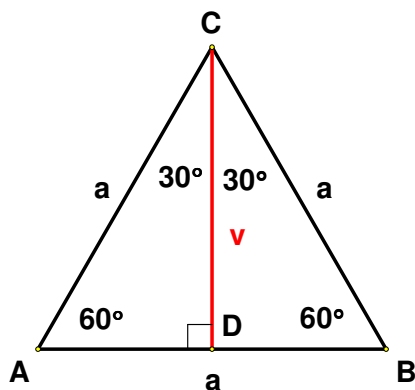
Pitagorin poučak: Trokut ABC je pravokutan ako i samo ako je kvadrat nad hipotenuzom jednak zbroju kvadrata nad katetama.

1. inačica

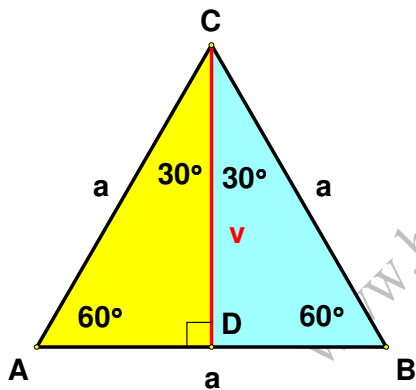
Nacrtamo jednakostraničan trokut ABC s duljinom stranice a.



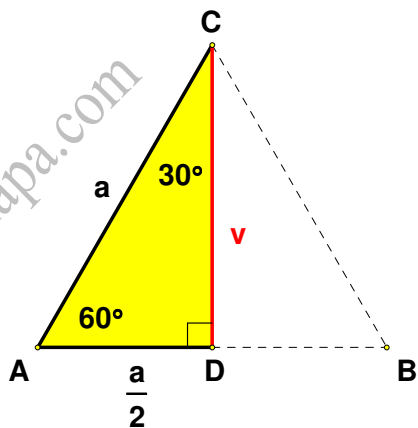
Konstruiramo visinu v spuštenu iz vrha C.



Visina v dijeli trokut ABC na dva sukladna pravokutna trokuta $\triangle ADC$ i $\triangle BCD$.

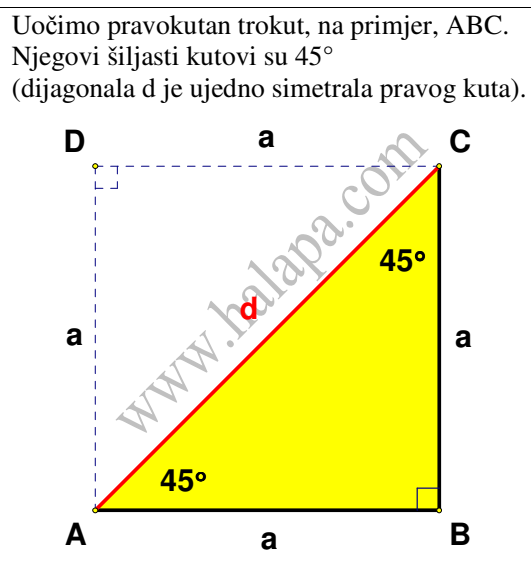
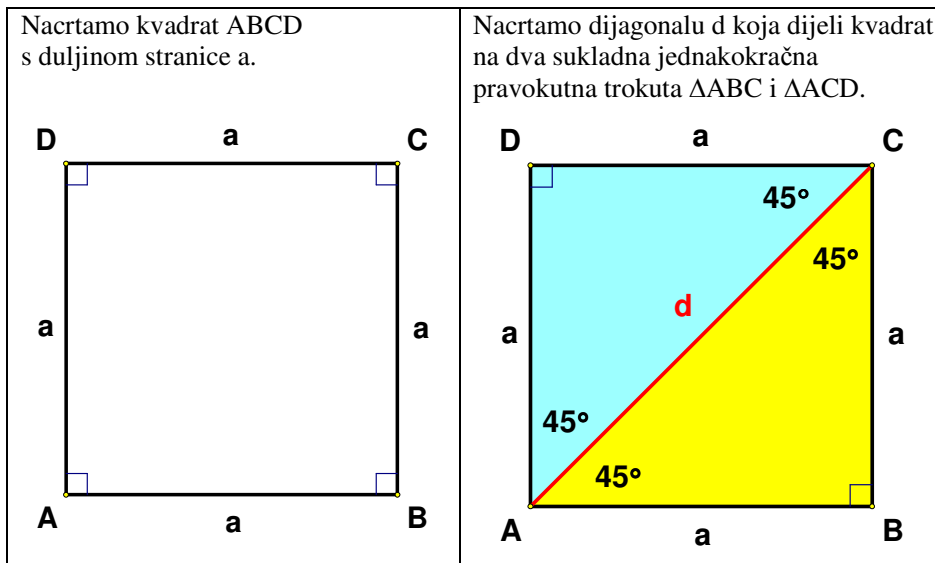


Uočimo pravokutan trokut ADC. Njegovi šiljasti kutovi su 30° (visina v ujedno je simetrala kuta $\angle BCA$) i 60° .



Uporabom Pitagorina poučka dobije se visina v kao funkcija stranice a.

$$\begin{aligned}
 v^2 &= a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow v^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} \Rightarrow v^2 = \frac{a^2}{1} - \frac{a^2}{4} \Rightarrow v^2 = \frac{4 \cdot a^2 - a^2}{4} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow v^2 = \frac{3 \cdot a^2}{4} \Rightarrow v^2 = \frac{3 \cdot a^2}{4} \quad / \sqrt{} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3 \cdot a^2}{4}} \Rightarrow v = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a.
 \end{aligned}$$



Uporabom Pitagorina poučka dobije se dijagonala d kao funkcija stranice a.

$$d^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow d^2 = 2 \cdot a^2 \Rightarrow d^2 = 2 \cdot a^2 \cdot \sqrt{\sqrt{}} \Rightarrow d = \sqrt{2 \cdot a^2} \Rightarrow d = a \cdot \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{2} \cdot a.$$

Također vrijedi:

$$d = a \cdot \sqrt{2} \Rightarrow a \cdot \sqrt{2} = d \Rightarrow a \cdot \sqrt{2} = d \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow a = \frac{d}{\sqrt{2}} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{racionalizacija} \\ \text{nazivnika} \end{array} \right] \Rightarrow$$

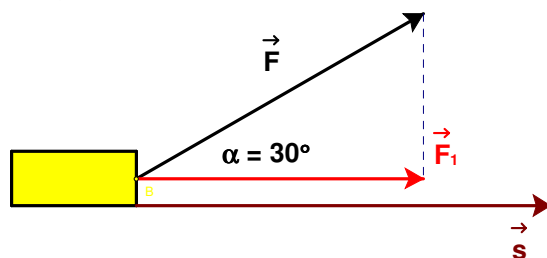
$$\Rightarrow a = \frac{d}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow a = \frac{d \cdot \sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} \Rightarrow a = \frac{d \cdot \sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = d \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot d.$$

Kada sila F ne djeluje u smjeru puta s nego pod kutom α , tada djeluje samo ona komponenta koja je

okomita projekcija sile F na pravac puta s .

- Računamo rad W kada je kut $\alpha = 30^\circ$.

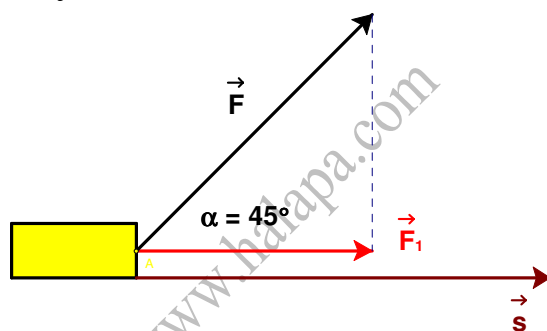


$$F_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot F$$

Sila F ne djeluje u smjeru puta pa samo njezina komponenta F_1 obavlja rad.

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot F \\ W = F_1 \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow W = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot F \cdot s.$$

- Računamo rad W kada je kut $\alpha = 45^\circ$.

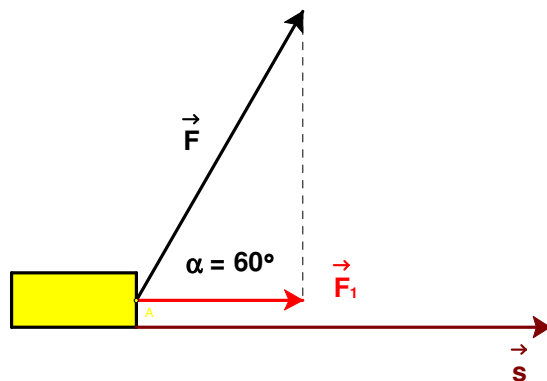


$$F_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot F$$

Sila F ne djeluje u smjeru puta pa samo njezina komponenta F_1 obavlja rad.

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot F \\ W = F_1 \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow W = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot F \cdot s.$$

- Računamo rad W kada je kut $\alpha = 60^\circ$.

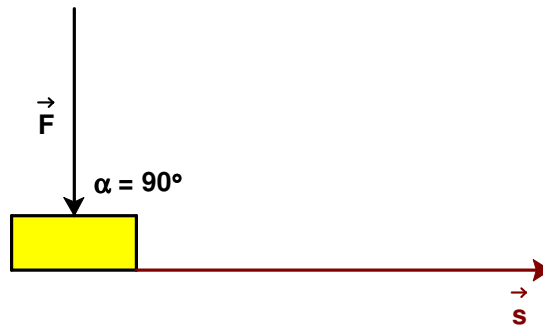


$$F_1 = \frac{1}{2} \cdot F$$

Sila F ne djeluje u smjeru puta pa samo njezina komponenta F_1 obavlja rad.

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = \frac{1}{2} \cdot F \\ W = F_1 \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot F \cdot s.$$

- Računamo rad W kada je kut $\alpha = 90^\circ$.



$$F_1 = 0$$

Sila F djeluje okomito na smjer puta pa je njezina komponenta $F_1 = 0$ N, sila ne obavlja rad.

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = 0 \\ W = F_1 \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow W = 0 \text{ J.}$$

2. inačica

Budući da sila F nije u smjeru puta koristimo sljedeću formulu za rad:

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha.$$

- $\alpha = 30^\circ$
 $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha \left\} \Rightarrow W = F \cdot s \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow W = F \cdot s \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow W = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot F \cdot s.$
- $\alpha = 45^\circ$
 $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha \left\} \Rightarrow W = F \cdot s \cdot \cos 45^\circ \Rightarrow W = F \cdot s \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow W = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot F \cdot s.$
- $\alpha = 60^\circ$
 $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha \left\} \Rightarrow W = F \cdot s \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow W = F \cdot s \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot F \cdot s.$
- $\alpha = 90^\circ$
 $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha \left\} \Rightarrow W = F \cdot s \cdot \cos 90^\circ \Rightarrow W = F \cdot s \cdot 0 \Rightarrow W = 0 \text{ J.}$

Vježba 384

Konj vuče kola stalnom silom od 150 N koja je pod kutom 45° prema horizontali. Koliki rad obavi konj na putu od 500 m?

Rezultat: 53033 kJ.

Zadatak 385 (Lara, gimnazija)

Tlačnom pumpom treba premjestiti 500 litara vode u minuti na visinu 10 m. Izračunajte rad pumpe u jednom satu. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 385

$$V = 500 \text{ l} = 500 \text{ dm}^3 = 0.5 \text{ m}^3, \quad t_1 = 1 \text{ min}, \quad h = 10 \text{ m}, \quad t = 1 \text{ h} = 60 \text{ min}, \\ \rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad W = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Rad pumpe jednak je promjeni gravitacijske potencijalne energije. Ako je taj rad u jednoj minuti jednak

$$W_1 = E_{gp} \Rightarrow W_1 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow W_1 = \rho \cdot V \cdot g \cdot h,$$

Tada će u jednom satu rad biti 60 puta veći ($t : t_1$).

$$W = 60 \cdot W_1 \Rightarrow W = 60 \cdot \rho \cdot V \cdot g \cdot h = 60 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.5 \text{ m}^3 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m} = 2.943 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

Vježba 385

Tlačnom pumpom treba premjestiti 1000 litara vode u minuti na visinu 5 m. Izračunajte rad pumpe u jednom satu. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: $2.943 \cdot 10^6 \text{ J}.$

Zadatak 386 (Lara, gimnazija)

Tlačnom pumpom treba premjestiti 500 litara vode u minuti na visinu 10 m. Izračunajte potrebnu snagu pumpe. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 386

$$V = 500 \text{ l} = 500 \text{ dm}^3 = 0.5 \text{ m}^3, \quad t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad h = 10 \text{ m}, \quad \rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \\ g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad W = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}$$

Budući da je promjena gravitacijske potencijalne energije jednaka utrošenom radu, vrijedi:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = \frac{E_{gp}}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow P = \frac{\rho \cdot V \cdot g \cdot h}{t} =$$

$$= \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.5 \text{ m}^3 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 817.5 \text{ W}.$$

Vježba 386

Tlačnom pumpom treba premjestiti 1000 litara vode u minuti na visinu 5 m. Izračunajte potrebnu snagu pumpe. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 817.5 W.

Zadatak 387 (Azra, medicinska škola)

Automobil se giba pravocrtno i ima kinetičku energiju 8 MJ. Koliki je rad potrebno uložiti da se automobil zaustavi?

- A. 0 J B. 0.08 MJ C. 0.8 MJ D. 8 MJ E. 80 MJ

Rješenje 387

$$E_k = 8 \text{ MJ}, \quad W = ?$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$\left. \begin{array}{l} W = E_k \\ E_k = 8 \text{ MJ} \end{array} \right\} \Rightarrow W = 8 \text{ MJ}.$$

Odgovor je pod D,

Vježba 387

Automobil se giba pravocrtno i ima kinetičku energiju 0.8 MJ. Koliki je rad potrebno uložiti da se automobil zaustavi?

- A. 0 J B. 0.08 MJ C. 0.8 MJ D. 8 MJ E. 80 MJ

Rezultat: C.

Zadatak 388 (Mateo, srednja škola)

Kroz presjek rijeke protječe svake sekunde 8000 litara vode prosječnom brzinom 2 m / s. Kolika je snaga struje na tom mjestu rijeke? Gustoća vode je 1000 kg / m³.

Rješenje 388

$$t = 1 \text{ s}, \quad V = 8000 \text{ l} = 8000 \text{ dm}^3 = 8 \text{ m}^3, \quad v = 2 \text{ m / s}, \quad \rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad P = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}$$



$$\left. \begin{aligned} W &= E_k \\ P &= \frac{W}{t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \frac{E_k}{t} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot t} \Rightarrow P = \frac{\rho \cdot V \cdot v^2}{2 \cdot t} =$$

$$= \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 8 \text{ m}^3 \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 1 \text{ s}} = 16000 \text{ W} = 16 \text{ kW}.$$

Vježba 388

Kroz presjek rijeke protječe svake sekunde 80 hektolitara vode prosječnom brzinom 2 m / s. Kolika je snaga struje na tom mjestu rijeke? Gustoća vode je 1000 kg / m³.

Rezultat: 16 kW.

Zadatak 389 (Davor, srednja škola)

Projektil mase 20 kg ispaljen je uvis brzinom 400 m / s i postigne visinu 4 km. Kolika je energija pritom utrošena na otpor zraka? (ubrzanje slobodnog pada g = 9.81 m / s²)

Rješenje 389

$$m = 20 \text{ kg}, \quad v_0 = 400 \text{ m / s}, \quad h = 4 \text{ km} = 4000 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad \Delta E = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema gore sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v₀ i slobodnog pada.

Najviši domet H što ga tijelo može postići pri vertikalnom hicu jest put u času kad je v = 0. Onda je

$$H = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}.$$

1. inačica

Razlika početne kinetičke energije i konačne gravitacijske potencijalne daje energiju utrošenu na otpor zraka.

$$\Delta E = E_k - E_{gp} \Rightarrow \Delta E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - m \cdot g \cdot h \Rightarrow \Delta E = m \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v_0^2 - g \cdot h \right) =$$

$$= 20 \text{ kg} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(400 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4000 \text{ m} \right) = 815200 \text{ J} \approx 0.82 \text{ MJ}.$$

2. inačica

Da nema otpora zraka tijelo bi se popelo na maksimalnu visinu

$$H = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

Energija utrošena na otpor zraka jednaka je razlici gravitacijskih potencijalnih energija na visinama H i h.

$$\begin{aligned} \Delta E = E_{gpH} - E_{gph} &\Rightarrow \Delta E = m \cdot g \cdot H - m \cdot g \cdot h \Rightarrow \Delta E = m \cdot g \cdot \frac{v_0^2}{2 \cdot g} - m \cdot g \cdot h \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta E = m \cdot g \cdot \frac{v_0^2}{2 \cdot g} - m \cdot g \cdot h \Rightarrow \Delta E = m \cdot \frac{v_0^2}{2} - m \cdot g \cdot h \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta E = m \cdot \left(\frac{v_0^2}{2} - g \cdot h \right) \Rightarrow \\ &= 20 \text{ kg} \cdot \left(\frac{\left(400 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2} - 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4000 \text{ m} \right) = 815\,200 \text{ J} \approx 0.82 \text{ MJ}. \end{aligned}$$

Vježba 389

Projektile mase 0.02 t ispaljen je uvis brzinom 400 m / s i postigne visinu 4 km. Kolika je energija pritom utrošena na otpor zraka? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 0.82 MJ.

Zadatak 390 (Ana, medicinska škola)

Predmet mase 2 kg nalazi se na visini 100 m i počinje padati. Odredite zbroj gravitacijske potencijalne i kinetičke energije na visini h ($0 \text{ m} \leq h \leq 100 \text{ m}$) ne računajući gubitke energije. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 390

$$m = 2 \text{ kg}, \quad H = 100 \text{ m}, \quad 0 \leq h \leq H, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad E = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

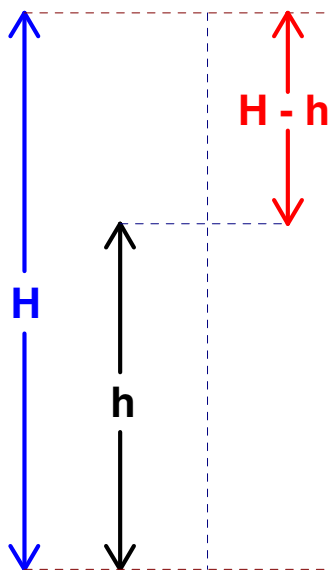
- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom

akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

gdje je h visina pada, v brzina pada, t vrijeme pada.



Na visini h tijelo ima brzinu

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot (H - h)}$$

jer je prešlo put pada $H - h$.

Zato je zbroj gravitacijske potencijalne i kinetičke energije na visini h jednak:

$$\begin{aligned} E &= E_{gp} + E_k \Rightarrow E = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \left[v^2 = 2 \cdot g \cdot (H - h) \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow E &= m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g \cdot (H - h) \Rightarrow E = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g \cdot (H - h) \Rightarrow \\ \Rightarrow E &= m \cdot g \cdot h + m \cdot g \cdot (H - h) \Rightarrow E = m \cdot g \cdot h + m \cdot g \cdot H - m \cdot g \cdot h \Rightarrow \\ \Rightarrow E &= m \cdot g \cdot h + m \cdot g \cdot H - m \cdot g \cdot h \Rightarrow E = m \cdot g \cdot H = 2 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m} = 1962 \text{ J}. \end{aligned}$$

Vježba 390

Predmet mase 200 dag nalazi se na visini 100 m i počinje padati. Odredite zbroj gravitacijske potencijalne i kinetičke energije na visini h ($0 \text{ m} \leq h \leq 100 \text{ m}$) ne računajući gubitke energije. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 1962 J.

Zadatak 391 (Azra, medicinska škola)

Automobil se giba pravocrtno i ima kinetičku energiju 8 MJ. Kolika je snaga potrebna da se zaustavi za 10 s?

A. 0 W B. $8 \cdot 10^4 \text{ W}$ C. $8 \cdot 10^5 \text{ W}$ D. $8 \cdot 10^6 \text{ W}$ E. $8 \cdot 10^7 \text{ W}$

Rješenje 391

$$E_k = 8 \text{ MJ} = 8 \cdot 10^6 \text{ J}, \quad t = 10 \text{ s}, \quad P = ?$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}$$

$$\left. \begin{array}{l} W = E_k \\ P = \frac{W}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{E_k}{t} = \frac{8 \cdot 10^6 \text{ J}}{10 \text{ s}} = 8 \cdot 10^5 \text{ W.}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 391

Automobil se giba pravocrtno i ima kinetičku energiju 8 MJ. Kolika je snaga potrebna da se zaustavi za 100 s?

A. 0 W B. $8 \cdot 10^4 \text{ W}$ C. $8 \cdot 10^5 \text{ W}$ D. $8 \cdot 10^6 \text{ W}$ E. $8 \cdot 10^7 \text{ W}$

Rezultat: B.

Zadatak 392 (Ivana, gimnazija)

Uteg mase 8 kg iz mirovanja giba se s vrha kosine visine 3 m. Za vrijeme klizanja utega niz kosinu u toplinu je pretvorena količina energije od 229.7 J. Kolika je brzina utega u podnožju kosine? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 392

$$m = 8 \text{ kg}, \quad h = 3 \text{ m}, \quad Q = 229.7 \text{ J}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

U zatvorenome sustavu zbroj potencijalne i kinetičke energije je konstantan.

Kosina je nagnuta ravna ploha koja služi kao čvrsta podloga za dizanje ili spuštanje tereta.

Zbog zakona očuvanja energije gravitacijska potencijalna energija na vrhu kosine E_{gp} jednaka je zbroju količine energije pretvorene u toplinu Q i kinetičke energije utega u podnožju kosine E_k .

$$E_{gp} = Q + E_k \Rightarrow Q + E_k = E_{gp} \Rightarrow E_k = E_{gp} - Q \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h - Q \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h - Q \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h - \frac{2 \cdot Q}{m} \Rightarrow v^2 = 2 \cdot \left(g \cdot h - \frac{Q}{m} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = 2 \cdot \left(g \cdot h - \frac{Q}{m} \right) \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot \left(g \cdot h - \frac{Q}{m} \right)} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot \left(9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 3 m - \frac{229.7 J}{8 kg} \right)} = 1.20 \frac{m}{s}.$$

Vježba 392

Uteg mase 8 kg iz mirovanja giba se s vrha kosine visine 5 m. Za vrijeme klizanja utega niz kosinu u toplinu je pretvorena količina energije od 229.7 J. Kolika je brzina utega u podnožju kosine? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 6.38 m/s.

Zadatak 393 (Nikola, gimnazija)

Kamen mase 1 kg bačen je s visine 60 m početnom brzinom 5 m/s prema dolje. U zemlju udari brzinom 34 m/s. Kolika se energija utroši zbog svladavanja otpora zraka? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 393

$$m = 1 \text{ kg}, \quad h = 60 \text{ m}, \quad v_0 = 5 \text{ m/s}, \quad v = 34 \text{ m/s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta E = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

U zatvorenome sustavu zbroj potencijalne i kinetičke energije je konstantan.

Budući da je kamen bačen s visine h početnom brzinom v_0 , ima gravitacijsku potencijalnu energiju i kinetičku energiju.

$$E_{gpk} = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2.$$

Pri udaru o tlo brzinom v ima samo kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Razlika tih energija je tražena energija ΔE .

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_{gpk} - E_k \Rightarrow \Delta E = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta E &= m \cdot \left(g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot v_0^2 - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) \Rightarrow \Delta E = m \cdot \left(g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot (v_0^2 - v^2) \right) = \\ &= 1 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 60 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot \left(\left(5 \frac{m}{s} \right)^2 - \left(34 \frac{m}{s} \right)^2 \right) \right) = 23.1 \text{ J}. \end{aligned}$$

Vježba 393

Kamen mase 100 dag bačen je s visine 600 dm početnom brzinom 5 m / s prema dolje. U zemlju udari brzinom 34 m / s. Kolika se energija utroši zbog svladavanja otpora zraka? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 23.1 J.

Zadatak 394 (Ante, gimnazija)

Tijelo mase 0.1 kg bačeno je s visine 2.5 m početnom brzinom 10 m / s prema dolje. Kolika je kinetička energija tijela na visini 1 m iznad tla? Otpor i uzgon u zraku su zanemarivi. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

A. 1.0 J B. 6.0 J C. 6.5 J D. 7.5 J

Rješenje 394

$m = 0.1 \text{ kg}$, $H = 2.5 \text{ m}$, $v_0 = 10 \text{ m / s}$, $h = 1 \text{ m}$, $g = 9.81 \text{ m / s}^2$, $E_k = ?$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

U zatvorenome sustavu zbroj potencijalne i kinetičke energije je konstantan.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

Ako tijelo ima početnu brzinu v_0 tada formula za brzinu kod slobodnog pada glasi:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h,$$

gdje je h visina pada.

1. inačica

Tijelo mase m bačeno je s visine H početnom brzinom v_0 pa je njegova ukupna energija jednaka zbroju gravitacijske potencijalne i kinetičke energije.

$$E_{gpk} = m \cdot g \cdot H + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2.$$

Kada se tijelo nađe na visini h iznad tla ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

a pripadna kinetička energija iznosi:

$$E_k = E_{gpk} - E_{gp} \Rightarrow E_k = m \cdot g \cdot H + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - m \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = m \cdot \left(g \cdot H + \frac{1}{2} \cdot v_0^2 - g \cdot h \right) \Rightarrow E_k = m \cdot \left(g \cdot (H-h) + \frac{1}{2} \cdot v_0^2 \right) =$$

$$= 0.1 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2.5 \text{ m} - 1 \text{ m}) + \frac{1}{2} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = 6.5 \text{ J}.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Tijelo mase m bačeno je s visine H početnom brzinom v_0 . Na visini h iznad tla (kada je prešlo put $H-h$) za njegovu trenutačnu brzinu vrijedi

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (H-h),$$

a kinetička energija iznosi:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(v_0^2 + 2 \cdot g \cdot (H-h) \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0.1 \text{ kg} \cdot \left(\left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + 2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2.5 \text{ m} - 1 \text{ m}) \right) = 6.5 \text{ J}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 394

Tijelo mase 100 g bačeno je s visine 25 dm početnom brzinom 10 m/s prema dolje. Kolika je kinetička energija tijela na visini 100 cm iznad tla? Otpor i uzgon u zraku su zanemarivi. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. 1.0 J B. 6.0 J C. 6.5 J D. 7.5 J

Rezultat: C.

Zadatak 395 (Marija, gimnazija)

Vozilo 1 ima dva puta veću masu od vozila 2. Oba vozila imaju jednake kinetičke energije. Kolika je brzina drugog vozila v_2 iskazana pomoću brzine prvog vozila v_1 ?

- A. $v_2 = 2 \cdot v_1$ B. $v_2 = 4 \cdot v_1$ C. $v_2 = v_1$ D. $v_2 = \sqrt{2} \cdot v_1$

Rješenje 395

$$m_1 = 2 \cdot m, \quad m_2 = m, \quad E_{k1} = E_{k2} = E_k, \quad \frac{v_2}{v_1} = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}}.$$

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 \\ E_{k2} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} E_k = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v_1^2 \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v_1^2 \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v_2^2 = 2 \cdot v_1^2 \Rightarrow v_2^2 = 2 \cdot v_1^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{2 \cdot v_1^2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2} \cdot v_1.$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 \\ E_{k2} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} E_k = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v_1^2 \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{E_k}{E_k} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2}{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v_1^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{E_k}{E_k} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2}{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v_1^2} \Rightarrow 1 = \frac{v_2^2}{2 \cdot v_1^2} \Rightarrow \frac{v_2^2}{2 \cdot v_1^2} = 1 \Rightarrow \frac{v_2^2}{2 \cdot v_1^2} = 1 \cdot 2 \cdot v_1^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v_2^2 = 2 \cdot v_1^2 \Rightarrow v_2^2 = 2 \cdot v_1^2 \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2 \cdot v_1^2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2} \cdot v_1.$$

Odgovor je pod D.

3. inačica

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot E_{k2}}{m_2}}}{\sqrt{\frac{2 \cdot E_{k1}}{m_1}}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{\frac{2 \cdot E_{k2}}{m_2}}{\frac{2 \cdot E_{k1}}{m_1}}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{\frac{m}{2 \cdot E_k}}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{2 \cdot E_k} \cdot \frac{m}{m}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{2} \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2} \cdot v_1.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 395

Vozilo 1 ima četiri puta veću masu od vozila 2. Oba vozila imaju jednake kinetičke energije. Kolika je brzina drugog vozila v_2 iskazana pomoću brzine prvog vozila v_1 ?

A. $v_2 = 2 \cdot v_1$ B. $v_2 = 4 \cdot v_1$ C. $v_2 = v_1$ D. $v_2 = \sqrt{2} \cdot v_1$

Rezultat: A.

Zadatak 396 (Katarina, medicinska škola)

Lokomotiva ima snagu od 3200 kW. Za koliko će vremena prijeći udaljenost 12.8 km, ako je njezina vučna sila 200 kN?

Rješenje 396

$$P = 3200 \text{ kW} = 3.2 \cdot 10^6 \text{ W}, \quad s = 12.8 \text{ km} = 12800 \text{ m}, \quad F = 200 \text{ kN} = 2 \cdot 10^5 \text{ N}, \quad t = ?$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

$$\left. \begin{array}{l} W = F \cdot s \\ P = \frac{W}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{F \cdot s}{t} \Rightarrow P = \frac{F \cdot s}{t} \cdot \frac{t}{P} \Rightarrow t = \frac{F \cdot s}{P} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot 12800 \text{ m}}{3.2 \cdot 10^6 \text{ W}} = 800 \text{ s.}$$

Vježba 396

Lokomotiva ima snagu od 6400 kW. Za koliko će vremena prijeći udaljenost 12.8 km, ako je njezina vučna sila 400 kN?

Rezultat: 800 s.

Zadatak 397 (Ivan, tehnička škola)

Satelit mase 1000 kg giba se kružnom stazom polumjera $7 \cdot 10^6$ m oko Zemlje. Na toj visini je $g = 9.8 \text{ m/s}^2$. Kolika je kinetička energija satelita?

Rješenje 397

$$m = 1000 \text{ kg}, \quad r = 7 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2, \quad E_k = ?$$

Da bi se tijelo, mase m , gibalo po kružnici, polumjera r , potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

gdje je v obodna ili linearna brzina.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

U tom je slučaju sila teža uzrok kružnog gibanja satelita oko Zemlje. Zato mora biti F_{cp} jednaka sili teži G .

$$F_{cp} = G \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot g \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot g \cdot \frac{r}{r} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{m \cdot g \cdot r}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \right] \Rightarrow E_k = \frac{m \cdot g \cdot r}{2} = \frac{1000 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 7 \cdot 10^6 \text{ m}}{2} = 3.43 \cdot 10^{10} \text{ J.}$$



Vježba 397

Satelit mase 1 t giba se kružnom stazom polumjera 7000 km oko Zemlje. Na toj visini je $g = 9.8 \text{ m/s}^2$. Kolika je kinetička energija satelita?

Rezultat: $3.43 \cdot 10^{10} \text{ J.}$

Zadatak 398 (Ante, tehnička škola)

Saonice mase 100 kg spuštaju se iz mirovanja niz brijeg duljine 100 m i visine 8 m. Ako je brzina saonice pri dnu brijega 10 m / s, onda su na putu niz brijeg saonice svladale trenje:

- A. 28.48 N B. 10.00 N C. 20.00 N D. 14.72 N

(ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 398

$$m = 100 \text{ kg}, \quad s = 100 \text{ m}, \quad h = 8 \text{ m}, \quad v = 10 \text{ m/s}, \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2, \quad F_{tr} = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja.

Kinetička energija saonice na dnu kosine jednaka je razlici početne gravitacijske potencijalne energije na visini h i rada pri gibanju niz kosinu zbog svladavanja sile trenja.

$$\begin{aligned} E_k &= E_{gp} - W \Rightarrow W = E_{gp} - E_k \Rightarrow F_{tr} \cdot s = E_{gp} - E_k \Rightarrow F_{tr} \cdot s = E_{gp} - E_k \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow \\ \Rightarrow F_{tr} &= \frac{E_{gp} - E_k}{s} \Rightarrow F_{tr} = \frac{m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{s} \Rightarrow F_{tr} = \frac{m \cdot \left(g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right)}{s} = \\ &= \frac{100 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right)}{100 \text{ m}} = 28.48 \text{ N}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 398

Saonice mase 0.1 t spuštaju se iz mirovanja niz brijeg duljine 0.1 km i visine 8 m. Ako je brzina saonice pri dnu brijega 10 m / s, onda su na putu niz brijeg saonice svladale trenje:

- A. 28.48 N B. 10.00 N C. 20.00 N D. 14.72 N

(ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: A.

Zadatak 399 (Ante, tehnička škola)

Helikopter leti brzinom od 40 m / s na visini od 100 m iznad površine mora. Na tom mjestu (i u okolici) dubina mora iznosi 40 m. Iz helikoptera se ispusti kamen mase 2 kg. Za koliko će mehanička energija kamena u konačnom položaju (mirovanje na dnu mora) biti manja od početne? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. 3562 J B. 1600 J C. 2777 J D. 4347 J

Rješenje 399

$$v = 40 \text{ m/s}, \quad H = 100 \text{ m}, \quad h = 40 \text{ m}, \quad m = 2 \text{ kg}, \quad g = 9.8 \text{ m/s}^2, \quad E_m = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

U zatvorenome sustavu zbroj potencijalne i kinetičke energije je konstantan.

Mehanička energija kamena pri mirovanju na dnu mora je 0, a njegova početna mehanička energija je zbroj gravitacijske potencijalne energije na visini $H + h$ i kinetičke energije.

$$\begin{aligned} E_m &= E_{gp} + E_k \Rightarrow E_m = m \cdot g \cdot (H + h) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \\ &= 2 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (100 \text{ m} + 40 \text{ m}) + \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ kg} \cdot \left(40 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 4346.8 \text{ J} \approx 4347 \text{ J}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 399

Helikopter leti brzinom od 144 km/h na visini od 0.1 km iznad površine mora. Na tom mjestu (i u okolici) dubina mora iznosi 40 m. Iz helikoptera se ispusti kamen mase 2 kg. Za koliko će mehanička energija kamena u konačnom položaju (mirovanje na dnu mora) biti manja od početne? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. 3562 J B. 1600 J C. 2777 J D. 4347 J

Rezultat: D.

Zadatak 400 (Josip, srednja škola)

Tijelo mase m giba se brzinom v po podlozi (bez trenja) i udara o nepomično tijelo jednake mase. Nakon sudara tijela se gibaju zajedno. Kakav je odnos kinetičkih energija nakon i prije sudara?

$$\begin{aligned} \text{A. } E_{k(\text{nakon})} &= \frac{E_{k(\text{prije})}}{4} & \text{B. } E_{k(\text{nakon})} &= \frac{E_{k(\text{prije})}}{2} \\ \text{C. } E_{k(\text{nakon})} &= \frac{E_{k(\text{prije})}}{\sqrt{2}} & \text{D. } E_{k(\text{nakon})} &= \frac{E_{k(\text{prije})}}{8} \end{aligned}$$

Rješenje 400

$$m_1 = m, \quad v_1 = v, \quad m_2 = m, \quad v_2 = 0, \quad v_1' = v_2' = v' = ?$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad , \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Zakon održanja količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela.
Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Najprije odredimo brzinu kojom se tijela nakon sudara gibaju zajedno.

$$\begin{aligned} m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 &= (m_1 + m_2) \cdot v' \Rightarrow m \cdot v + m \cdot 0 = (m + m) \cdot v' \Rightarrow m \cdot v = 2 \cdot m \cdot v' \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot m \cdot v' = m \cdot v \Rightarrow 2 \cdot m \cdot v' = m \cdot v \quad / \cdot \frac{1}{2 \cdot m} \Rightarrow v' = \frac{v}{2}. \end{aligned}$$

Kinetička energija iznosi:

- prije sudara

$$E_{k(\text{prije})} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 \Rightarrow E_{k(\text{prije})} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot 0 \Rightarrow E_{k(\text{prije})} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

- nakon sudara

$$\begin{aligned} E_{k(\text{nakon})} &= \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot (v')^2 \Rightarrow E_{k(\text{nakon})} = \frac{1}{2} \cdot (m + m) \cdot \left(\frac{v}{2}\right)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow E_{k(\text{nakon})} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot \frac{v^2}{4} \Rightarrow E_{k(\text{nakon})} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot \frac{v^2}{4} \Rightarrow E_{k(\text{nakon})} = m \cdot \frac{v^2}{4}. \end{aligned}$$

Sada je:

$$\begin{aligned} \frac{E_{k(\text{nakon})}}{E_{k(\text{prije})}} &= \frac{m \cdot \frac{v^2}{4}}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2} \Rightarrow \frac{E_{k(\text{nakon})}}{E_{k(\text{prije})}} = \frac{m \cdot \frac{v^2}{4}}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2} \Rightarrow \frac{E_{k(\text{nakon})}}{E_{k(\text{prije})}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{E_{k(\text{nakon})}}{E_{k(\text{prije})}} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{E_{k(\text{nakon})}}{E_{k(\text{prije})}} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{E_{k(\text{nakon})}}{E_{k(\text{prije})}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{E_{k(\text{nakon})}}{E_{k(\text{prije})}} = \frac{1}{2} \quad / \cdot E_{k(\text{prije})} \Rightarrow E_{k(\text{nakon})} = \frac{E_{k(\text{prije})}}{2}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 400

Tijelo mase m giba se brzinom v po podlozi (bez trenja) i udara o nepomično tijelo jednake mase. Nakon sudara tijela se gibaju zajedno. Kakav je odnos kinetičkih energija prije i nakon sudara?

- A. $E_{k(\text{prije})} = 4 \cdot E_{k(\text{nakon})}$ B. $E_{k(\text{prije})} = 2 \cdot E_{k(\text{nakon})}$
C. $E_{k(\text{prije})} = \sqrt{2} \cdot E_{k(\text{nakon})}$ D. $E_{k(\text{prije})} = 8 \cdot E_{k(\text{nakon})}$

Rezultat: B.

www.halapa.com