

Zadatak 421 (Valentina, gimnazija)

Na nepomično tijelo mase 1 kg počinje djelovati stalna sila od 14 N u smjeru puta i pritom tijelo prijeđe put od 5 m. Tijelo postigne brzinu od 2 m / s. Kolika je sila trenja između tijela i podloge?

Rješenje 421

$$m = 1 \text{ kg}, \quad F = 14 \text{ N}, \quad s = 5 \text{ m}, \quad v = 2 \text{ m / s}, \quad F_{tr} = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

U zatvorenome sustavu zbroj potencijalne i kinetičke energije je konstantan.

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Rad W koji obavi sila F na putu s jednak je zbroju kinetičke energije E_k tijela pri brzini v i rada W_{tr} utrošenog na svladavanje sile trenja F_{tr} .

$$\begin{aligned} W &= E_k + W_{tr} \Rightarrow E_k + W_{tr} = W \Rightarrow W_{tr} = W - E_k \Rightarrow F_{tr} \cdot s = F \cdot s - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow F_{tr} \cdot s &= F \cdot s - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad / \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow F_{tr} = F - \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot s} = 14 \text{ N} - \frac{1 \text{ kg} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 5 \text{ m}} = 13.6 \text{ N}. \end{aligned}$$

Vježba 421

Na nepomično tijelo mase 1000 g počinje djelovati stalna sila od 14 N u smjeru puta i pritom tijelo prijeđe put od 50 dm. Tijelo postigne brzinu od 2 m / s. Kolika je sila trenja između tijela i podloge?

Rezultat: 13.6 N.

Zadatak 422 (Ana, medicinska škola)

Koliko se visoko popne tijelo mase 0.1 kg kad ga bacimo vertikalno uvis kinetičkom energijom od 9.8 J? Zanemarite otpor zraka. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 422

$$m = 0.1 \text{ kg}, \quad E_k = 9.8 \text{ J}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad h = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.

- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

U zatvorenome sustavu zbroj potencijalne i kinetičke energije je konstantan.

Zbog zakona očuvanja energije kinetička energija kojom je tijelo bačeno uvis jednaka je gravitacijskoj potencijalnoj energiji na maksimalnoj visini h .

$$E_k = E_{gp} \Rightarrow E_{gp} = E_k \Rightarrow m \cdot g \cdot h = E_k \Rightarrow m \cdot g \cdot h = E_k \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{E_k}{m \cdot g} = \frac{9.8 \text{ J}}{0.1 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 10 \text{ m.}$$

Vježba 422

Koliko se visoko popne tijelo mase 100 g kad ga bacimo vertikalno uvis kinetičkom energijom od 9.8 J? Zanemarite otpor zraka. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 10 m.

Zadatak 423 (Ana, medicinska škola)

Planinar čija je masa 80 kg noseći uprtnjaču mase 20 kg penje se na brdo visoko 1000 m. Koliki je rad izvršen pri penjanju ako se planinar počinje penjati s visine 300 m? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 423

$$m_1 = 80 \text{ kg}, \quad m_2 = 20 \text{ kg}, \quad h_1 = 1000 \text{ m}, \quad h_2 = 300 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad W = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.



$$\left. \begin{aligned} E_{gp1} &= (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h_1 \\ E_{gp2} &= (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow [W = E_{gp1} - E_{gp2}] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h_1 - (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow W = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot (h_1 - h_2) =$$

$$= (80 \text{ kg} + 20 \text{ kg}) \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1000 \text{ m} - 300 \text{ m}) = 686700 \text{ J} \approx 6.87 \cdot 10^5 \text{ J.}$$

Vježba 423

Planinar čija je masa 85 kg noseći uprtnjaču mase 15 kg penje se na brdo visoko 1000 m. Koliki je rad izvršen pri penjanju ako se planinar počinje penjati s visine 300 m? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $6.87 \cdot 10^5 \text{ J}$.

Zadatak 424 (Ana, medicinska škola)

Spiralna opruga zanemarive mase postavljena je vertikalno na horizontalnu podlogu. Na oprugu isпустimo tijelo mase 1 kg s udaljenosti 25 cm od vrha opruge i pritom se opruga stlači za 5 cm. Kolika je konstanta opruge? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 424

$$m = 1 \text{ kg}, \quad h = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}, \quad d = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad k = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

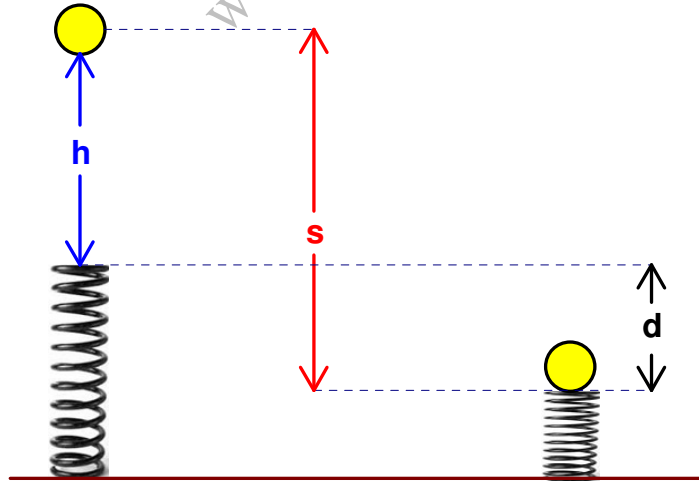
gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Potencijalna energija elastične deformacije opruge konstante k kojoj se duljina djelovanjem sile smanji ili poveća za x :

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.



Zbog zakona očuvanja energije gravitacijska potencijalna energija tijela jednaka je potencijalnoj energiji elastične deformacije opruge.

$$\begin{aligned} E_{gp} &= E_{ep} \Rightarrow E_{ep} = E_{gp} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot d^2 = m \cdot g \cdot s \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot k \cdot d^2 = m \cdot g \cdot s \cdot \frac{2}{d^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow k = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot s}{d^2} \Rightarrow [s = h + d] \Rightarrow k = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot (h + d)}{d^2} = \end{aligned}$$

$$= \frac{2 \cdot 1 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0.25 \text{ m} + 0.05 \text{ m})}{(0.05 \text{ m})^2} = 2400 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 2.4 \frac{\text{kN}}{\text{m}}.$$

Vježba 424

Spiralna opruga zanemarive mase postavljena je vertikalno na horizontalnu podlogu. Na oprugu isпустimo tijelo mase 1000 g s udaljenosti 250 mm od vrha opruge i pritom se opruga stlači za 50 mm. Kolika je konstanta opruge? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 2.4 kN / m.

Zadatak 425 (Ante, tehnička škola)

Tijelo je bačeno vertikalno uvis početnom brzinom 12 m / s. Do koje visine se uspne ako se 40% njegove energije pretvori u toplinu zbog otpora zraka? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 425

$$v = 12 \text{ m/s}, \quad p = 40\% = 0.40, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$E_{gp} = (1-p) \cdot E_k \Rightarrow m \cdot g \cdot h = (1-p) \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot h = (1-p) \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad / \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow h = \frac{(1-p) \cdot v^2}{2 \cdot g} = \frac{(1-0.40) \cdot \left(12 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4.32 \text{ m}.$$

Vježba 425

Tijelo je bačeno vertikalno uvis početnom brzinom 43.2 km / h. Do koje visine se uspne ako se 40% njegove energije pretvori u toplinu zbog otpora zraka? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 4.32 m.

Zadatak 426 (Lucija, gimnazija)

Kolikom brzinom izlazi mlaz vode iz otvora cijevi ako se mlaz penje vertikalno do visine 4.1 m? Zanemarite gubitak zbog trenja. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 426

$$h = 4.1 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

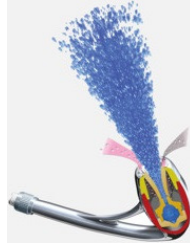
Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$



Budući da se gubitak energije zbog trenja može zanemariti, kinetička energija mlaza pretvara se u gravitacijsku potencijalnu energiju.

$$E_k = E_{gp} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h / \frac{2}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 4.1 m} = 8.97 \frac{m}{s}.$$

Vježba 426

Kolikom brzinom izlazi mlaz vode iz otvora cijevi ako se mlaz penje vertikalno do visine 41 dm? Zanemarite gubitak zbog trenja. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 8.97 m/s.

Zadatak 427 (Mario, gimnazija)

Na nepomično tijelo mase m koje se nalazi na horizontalnoj podlozi počinje djelovati stalna horizontalna sila od 50 N i na putu od 20 m tijelo postigne brzinu 10 m/s. Ako je faktor trenja između tijela i podloge 0.61 odredite masu tijela. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 427

$$F = 50 \text{ N}, \quad s = 20 \text{ m}, \quad v = 10 \text{ m/s}, \quad \mu = 0.61, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad m = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Rad sile F na putu s jednak je zbroju rada sile trenja F_{tr} na tom putu i kinetičke energije tijela pri brzini v .

$$\begin{aligned} W &= W_{tr} + E_k \Rightarrow F \cdot s = F_{tr} \cdot s + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow F \cdot s = \mu \cdot m \cdot g \cdot s + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow F \cdot s = m \cdot \left(\mu \cdot g \cdot s + \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) \Rightarrow m \cdot \left(\mu \cdot g \cdot s + \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) = F \cdot s \Rightarrow \\ &\Rightarrow m \cdot \left(\mu \cdot g \cdot s + \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) = F \cdot s \cdot \frac{1}{\mu \cdot g \cdot s + \frac{1}{2} \cdot v^2} \Rightarrow m = \frac{F \cdot s}{\mu \cdot g \cdot s + \frac{1}{2} \cdot v^2} = \\ &= \frac{50 \text{ N} \cdot 20 \text{ m}}{0.61 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 20 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2} = 5.89 \text{ kg}. \end{aligned}$$

Vježba 427

Na nepomično tijelo mase m koje se nalazi na horizontalnoj podlozi počinje djelovati stalna horizontalna sila od 0.05 kN i na putu od 20 m tijelo postigne brzinu 10 m / s. Ako je faktor trenja između tijela i podloge 0.61 odredite masu tijela. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 5.89 kg.

Zadatak 428 (XY, maturantica)

Tijelo mase 8 kg giba se brzinom 3 m / s. Koliki je iznos impulsa sile potreban da zaustavi to tijelo?

Rješenje 428

$$m = 8 \text{ kg}, \quad v = 3 \text{ m / s}, \quad I = ?$$

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala. Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F , a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja mase m .

$$\left. \begin{array}{l} I = F \cdot t \\ p = m \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow [I = p] \Rightarrow I = m \cdot v = 8 \text{ kg} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 24 \text{ Ns}.$$

Vježba 428

Tijelo mase 4 kg giba se brzinom 6 m / s. Koliki je iznos impulsa sile potreban da zaustavi to tijelo?

Rezultat: 24 Ns.

Zadatak 429 (Lucka, medicinska škola)

Tijelo je s dna kosine gurnuto uz kosinu početnom brzinom 3 m / s. Giba se jednoliko usporeno i dosegne visinu 0.3 m gdje se trenutačno zaustavi, a zatim se giba prema dnu kosine. Kolika će biti brzina tijela u trenutku kada stigne na dno kosine? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 429

$$v_0 = 3 \text{ m / s}, \quad h = 0.3 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m / s}^2, \quad v_1 = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

S dna kosine tijelo je gurnuto početnom brzinom v_0 pa ima kinetičku energiju

$$E_{k_0} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2.$$

Na visini h kosine tijelo se zaustavi i u tom trenutku njegova je gravitacijska potencijalna energija

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

Rad sile trenja W_{tr} jednak je razlici energija.

$$W_{tr} = E_{k_0} - E_{gp}.$$

Pri spuštanju tijela niz kosinu rad sile trenja W_{tr} jednak je razlici gravitacijske potencijalne energije na visini h i kinetičke energije na dnu kosine gdje tijelo ima brzinu v_1 .

$$W_{tr} = E_{gp} - E_{k1}.$$

Dalje slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} W_{tr} = E_{k_0} - E_{gp} \\ W_{tr} = E_{gp} - E_{k1} \end{array} \right\} \Rightarrow E_{k_0} - E_{gp} = E_{gp} - E_{k1} \Rightarrow E_{k1} = E_{gp} - E_{k_0} + E_{gp} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{k1} = 2 \cdot E_{gp} - E_{k_0} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = 2 \cdot m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v_1^2 = 4 \cdot g \cdot h - v_0^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 4 \cdot g \cdot h - v_0^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v_1 = \sqrt{4 \cdot g \cdot h - v_0^2} =$$

$$= \sqrt{4 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.3 \text{ m} - \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 1.73 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 429

Tijelo je s dna kosine gurnuto uz kosinu početnom brzinom 3 m / s. Giba se jednoliko usporeno i dosegne visinu 3 dm gdje se trenutačno zaustavi, a zatim se giba prema dnu kosine. Kolika će biti brzina tijela u trenutku kada stigne na dno kosine? (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 1.73 m / s.

Zadatak 430 (Ivan, maturant)

Kolika je količina gibanja bakrene kugle, polumjera 10 cm, kada se giba brzinom 2 m / s? (gustoća bakra $\rho = 8900 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 430

$$r = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad v = 2 \text{ m / s}, \quad \rho = 8900 \text{ kg / m}^3, \quad p = ?$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Obujam kugle

Obujam (volumen) kugle polumjera r iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

$$\left. \begin{array}{l} V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \\ m = \rho \cdot V \\ p = m \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \\ p = m \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow p = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot v =$$
$$= 8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{4}{3} \cdot (0.1 \text{ m})^3 \cdot \pi \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 74.56 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 430

Kolika je količina gibanja bakrene kugle, polumjera 1 dm, kada se giba brzinom 2 m / s? (gustoća bakra $\rho = 8900 \text{ kg / m}^3$)

Rezultat: $74.56 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}.$

Zadatak 431 (Luka, gimnazija)

Rad W , koji obavi Zemlja tijekom jednog obilaska T , gibajući se oko Sunca po kružnoj stazi polumjera r , jednak je:

$$A. W = F \cdot r \quad B. W = F \cdot r \cdot T \quad C. W = 0 \quad D. W = F \cdot 2 \cdot r \cdot \pi$$

Rješenje 431

$$T, \quad r, \quad W = ?$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Ako na tijelo djeluje sila pod šiljastim (tupim) kutom u odnosu na pravac duž kojeg se giba tijelo, rad sile je pozitivan (negativan):

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha,$$

gdje je F sila, s prijedeni put, α kut između smjera gibanja i smjera djelovanja sile.

Ako sila F djeluje okomito na smjer puta ne obavlja rad, $W = 0$.

Pri gibanju satelita po kružnoj stazi sila privlačenja i put međusobno su okomiti pa je rad jednak nuli, $W = 0$.

Odgovor je pod C.

Vježba 431

Rad W , koji obavi Mjesec tijekom jednog obilaska T , gibajući se oko Zemlje po kružnoj stazi polumjera r , jednak je:

$$A. W = F \cdot r \quad B. W = F \cdot r \cdot T \quad C. W = 0 \quad D. W = F \cdot 2 \cdot r \cdot \pi$$

Rezultat: C.

Zadatak 432 (Manuela, gimnazija)

Kamen privezan o nit dugu 80 cm vrtimo u vertikalnoj ravnini tako da učini 3 okreta u sekundi. Na koju će visinu odletjeti kamen ako nit pukne upravo u trenutku kad je brzina kamena usmjerena vertikalno gore? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 432

$$r = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}, \quad v = 3 \text{ Hz}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Tijelo rotira kada se njegove čestice gibaju po kružnicama čija središta leže u istoj točki ili na istom pravcu. Brzina točke udaljene r od središta vrtnje (rotacije) iznosi

$$v = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \nu,$$

gdje je ν frekvencija broj okretaja u jedinici vremena (u jednoj sekundi).

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

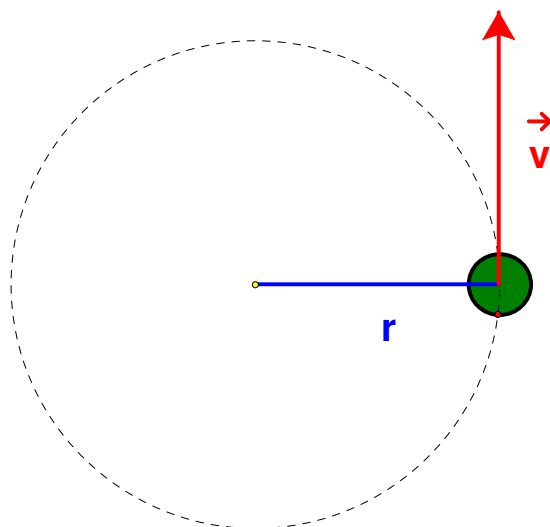
U zatvorenome sustavu zbroj potencijalne i kinetičke energije je konstantan.

Zbog zakona očuvanja energije kinetička energija E_k kamena brzine v usmjerene vertikalno prema gore jednaka je njegovoj gravitacijskoj potencijalnoj energiji E_{gp} na maksimalnoj visini h .

$$E_k = E_{gp} \Rightarrow E_{gp} = E_k \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad / \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} \Rightarrow [v = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \nu] \Rightarrow h = \frac{(2 \cdot r \cdot \pi \cdot \nu)^2}{2 \cdot g} \Rightarrow h = \frac{4 \cdot (r \cdot \pi \cdot \nu)^2}{2 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{4 \cdot (r \cdot \pi \cdot \nu)^2}{2 \cdot g} \Rightarrow h = \frac{2 \cdot (r \cdot \pi \cdot \nu)^2}{g} = \frac{2 \cdot \left(0.8 \text{ m} \cdot \pi \cdot 3 \frac{1}{\text{s}}\right)^2}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 11.59 \text{ m}.$$



Vježba 432

Kamen privezan o nit dugu 8 dm vrtimo u vertikalnoj ravnini tako da učini 3 okreta u sekundi. Na koju će visinu odletjeti kamen ako nit pukne upravo u trenutku kad je brzina kamena usmjerena vertikalno gore? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 11.59 m.

Zadatak 433 (Ana, gimnazija)

Ana vozi bicikl i u jednom trenutku prestane okretati pedale te ima brzinu v_0 . Tada joj se brzina počinje smanjivati. U trenutku kad Ana prestane okretati pedale kinetička energija sustava je

E_0 . Nakon što se brzina smanji na pola početne brzine, tj. $\frac{v_0}{2}$ kinetička energija sustava iznosi:

A. $\frac{E_0}{2}$ B. $\frac{E_0}{4}$ C. $\frac{E_0}{8}$ D. $\frac{E_0}{\sqrt{2}}$

Rješenje 433

$$v_0, \quad E_0, \quad v = \frac{v_0}{2}, \quad E_k = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

$$\left. \begin{array}{l} E_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} E_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{v_0}{2}\right)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} E_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{v_0^2}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{E_k}{E_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{v_0^2}{4}}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2} \Rightarrow \frac{E_k}{E_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2} \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{E_k}{E_0} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{E_k}{E_0} = \frac{1}{4} / \cdot E_0 \Rightarrow E_k = \frac{E_0}{4}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 433

Ana vozi bicikl i u jednom trenutku prestane okretati pedale te ima brzinu v_0 . Tada joj se brzina počinje smanjivati. U trenutku kad Ana prestane okretati pedale kinetička energija sustava je E_0 . Nakon što se brzina smanji na pola početne brzine, tj. $\frac{v_0}{3}$ kinetička energija sustava iznosi:

$$A. \frac{E_0}{3} \quad B. \frac{E_0}{9} \quad C. \frac{E_0}{27} \quad D. \frac{E_0}{\sqrt{3}}$$

Rezultat: B.

Zadatak 434 (Zvonimir, srednja škola)

Da se automobil ubrza iz stanja mirovanja do brzine 10 m / s treba utrošiti rad W_0 . Zanimarite li silu trenja i silu otpora zraka, koliko je rada potrebno uložiti da se automobil ubrza od brzine 10 m / s do brzine 30 m / s?

$$A. 8 \cdot W_0 \quad B. 4 \cdot W_0 \quad C. 3 \cdot W_0 \quad D. 2 \cdot W_0$$

Rješenje 434

$$v_0 = 0 \text{ m / s}, \quad v_1 = 10 \text{ m / s}, \quad W_0, \quad v_2 = 30 \text{ m / s}, \quad W = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Budući da je rad jednak promjeni kinetičke energije, možemo izračunati omjer:

$$\begin{aligned} \frac{W}{W_0} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2} \Rightarrow \frac{W}{W_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_1^2 - v_0^2)} \Rightarrow \frac{W}{W_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_1^2 - v_0^2)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{W}{W_0} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{v_1^2 - v_0^2} \Rightarrow \frac{W}{W_0} = \frac{\left(30 \frac{m}{s}\right)^2 - \left(10 \frac{m}{s}\right)^2}{\left(10 \frac{m}{s}\right)^2 - \left(0 \frac{m}{s}\right)^2} \Rightarrow \frac{W}{W_0} = \frac{900 \frac{m^2}{s^2} - 100 \frac{m^2}{s^2}}{100 \frac{m^2}{s^2} - 0 \frac{m^2}{s^2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{W}{W_0} = \frac{800 \frac{m^2}{s^2}}{100 \frac{m^2}{s^2}} \Rightarrow \frac{W}{W_0} = \frac{800 \frac{m^2}{s^2}}{100 \frac{m^2}{s^2}} \Rightarrow \frac{W}{W_0} = 8 \Rightarrow \frac{W}{W_0} = 8 / \cdot W_0 \Rightarrow W = 8 \cdot W_0. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 434

Da se automobil ubrza iz stanja mirovanja do brzine 10 m / s treba utrošiti rad W_0 . Zanimarite li silu trenja i silu otpora zraka, koliko je rada potrebno uložiti da se automobil ubrza od brzine 10 m / s do brzine 20 m / s?

$$A. 8 \cdot W_0 \quad B. 4 \cdot W_0 \quad C. 3 \cdot W_0 \quad D. 2 \cdot W_0$$

Rezultat: C.

Zadatak 435 (Zvonimir, srednja škola)

Da se automobil ubrza iz stanja mirovanja do brzine 10 m / s treba utrošiti rad W_0 . Zanimarite li silu trenja i silu otpora zraka, koliko je rada potrebno uložiti da se automobil zaustavi kada ima brzinu 30 m / s?

- A. $2 \cdot W_0$ B. $4 \cdot W_0$ C. $8 \cdot W_0$ D. $9 \cdot W_0$

Rješenje 435

$$v_0 = 0 \text{ m / s}, \quad v_1 = 10 \text{ m / s}, \quad W_0, \quad v_2 = 30 \text{ m / s}, \quad W = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Budući da je rad jednak promjeni kinetičke energije, možemo izračunati omjer:

$$\begin{aligned} \frac{W}{W_0} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2} \Rightarrow [v_0 = 0] \Rightarrow \frac{W}{W_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2} \Rightarrow \frac{W}{W_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{W}{W_0} = \frac{v_2^2}{v_1^2} \Rightarrow \frac{W}{W_0} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{W}{W_0} = \left(\frac{30 \frac{m}{s}}{10 \frac{m}{s}}\right)^2 \Rightarrow \frac{W}{W_0} = \left(\frac{30 \frac{m}{s}}{10 \frac{m}{s}}\right)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{W}{W_0} = 3^2 \Rightarrow \frac{W}{W_0} = 9 \Rightarrow \frac{W}{W_0} = 9 / \cdot W_0 \Rightarrow W = 9 \cdot W_0. \end{aligned}$$



Odgovor je pod D.

Vježba 435

Da se automobil ubrza iz stanja mirovanja do brzine 10 m / s treba utrošiti rad W_0 . Zanimarite li silu trenja i silu otpora zraka, koliko je rada potrebno uložiti da se automobil zaustavi kada ima brzinu 20 m / s?

- A. $2 \cdot W_0$ B. $4 \cdot W_0$ C. $8 \cdot W_0$ D. $9 \cdot W_0$

Rezultat: B.

Zadatak 436 (Branimir, srednja škola)

Igračica golfa udari lopticu brzinom v . Loptica ne pogodi rupu već prijeđe svega jednu četvrtinu puta do rupe. Ako je sila otpora trave konstantna, koliku brzinu je igračica trebala dati loptici da ona dođe do rupe?

- A. $2 \cdot v$ B. $3 \cdot v$ C. $4 \cdot v$ D. $8 \cdot v$

Rješenje 436

$$v_1 = v, \quad s_1 = \frac{1}{4} \cdot s, \quad s_2 = s, \quad F_{tr}, \quad v_2 = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja. Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Rad sile trenja između loptice i trave jednak je promjeni kinetičke energije loptice.

$$\left. \begin{array}{l} E_{k1} = W_{tr1} \\ E_{k2} = W_{tr2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = F_{tr} \cdot s_1 \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 = F_{tr} \cdot s_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = F_{tr} \cdot \frac{1}{4} \cdot s \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 = F_{tr} \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2} = \frac{F_{tr} \cdot s}{F_{tr} \cdot \frac{1}{4} \cdot s} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2} = \frac{F_{tr} \cdot s}{F_{tr} \cdot \frac{1}{4} \cdot s} \Rightarrow \frac{v_2^2}{v^2} = \frac{1}{\frac{1}{4}} \Rightarrow \frac{v_2^2}{v^2} = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_2^2}{v^2} = 4 \quad / \cdot v^2 \Rightarrow v_2^2 = 4 \cdot v^2 \Rightarrow v_2^2 = 4 \cdot v^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v_2 = \sqrt{4 \cdot v^2} \Rightarrow v_2 = 2 \cdot v.$$

Odgovor je pod A.



Vježba 436

Igračica golfa udari lopticu brzinom v . Loptica ne pogodi rupu već prijeđe svega jednu devetinu puta do rupe. Ako je sila otpora trave konstantna, koliku brzinu je igračica trebala dati loptici da ona dođe do rupe?

- A. $2 \cdot v$ B. $3 \cdot v$ C. $4 \cdot v$ D. $8 \cdot v$

Rezultat: B.

Zadatak 437 (Branimir, srednja škola)

Kutiju vučete stalnom silom F po hrapavom podu i pomaknete je za s . Kakav je rad sile trenja u tom slučaju?

- A. Rad sile trenja je veći od 0.
B. Rad sile trenja je manji od 0.
C. Sila trenja ne obavlja rad.

Rješenje 437

$$F, \quad s, \quad \alpha = 180^\circ, \quad W = ?$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Ako na tijelo djeluje sila pod šiljastim (tupim) kutom u odnosu na pravac duž kojeg se giba tijelo, rad sile je pozitivan (negativan):

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha,$$

gdje je F sila, s prijedeni put, α kut između smjera gibanja i smjera djelovanja sile.

Sila F i put s veći su od 0. Budući da sila trenja djeluje suprotno od puta s (djeluje pod ispruženim kutom, $\alpha = 180^\circ$), vrijedi:

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha \Rightarrow [\alpha = 180^\circ] \Rightarrow W = F \cdot s \cdot \cos 180^\circ \Rightarrow [\cos 180^\circ = -1] \Rightarrow \\ \Rightarrow W = F \cdot s \cdot (-1) \Rightarrow W = -F \cdot s \Rightarrow W < 0.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 437

Kutiju vučete stalnom silom F po hrapavom podu i pomaknete je za $2 \cdot s$. Kakav je rad sile trenja u tom slučaju?

- A. Rad sile trenja je veći od 0.
- B. Rad sile trenja je manji od 0.
- C. Sila trenja ne obavlja rad.

Rezultat: B.

Zadatak 438 (Ante, srednja škola)

Učenik se biciklom dovezao na vrh uzbrdice brzinom 8 km/h i spustivši se bez pogona niz podnožje nizbrdice duljine 12 m, visine 3 m postigao brzinu 27 km/h. Odredi prosječnu zaustavnu silu, ako je masa učenika i bicikla 75 kg. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 438

$$v_1 = 8 \text{ km/h} = [8 : 3.6] = 2.22 \text{ m/s}, \quad s = 12 \text{ m}, \quad h = 3 \text{ m}, \quad v_2 = 27 \text{ km/h} = \\ = [27 : 3.6] = 7.5 \text{ m/s}, \quad m = 75 \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

U zatvorenome sustavu zbroj potencijalne i kinetičke energije je konstantan.

Zbroj kinetičke i gravitacijske potencijalne energije koju učenik i bicikl imaju na vrhu uzbrdice jednak je zbroju rada zaustavne sile niz brijeg i kinetičke energije učenika i bicikla.

$$E_{k1} + E_{gp} = W + E_{k2} \Rightarrow W + E_{k2} = E_{k1} + E_{gp} \Rightarrow \\ \Rightarrow F \cdot s + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + m \cdot g \cdot h \Rightarrow F \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \quad / \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow F = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \frac{m \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v_1^2 + g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot v_2^2 \right)}{s} =$$

$$= \frac{75 \text{ kg} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(2.22 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot \left(7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right)}{12 \text{ m}} = 23.56 \text{ N.}$$



Vježba 438

Učenik se biciklom dovezao na vrh uzbrdice brzinom 8 km/h i spustivši se bez pogona niz podnožje nizbrdice duljine 120 dm, visine 300 cm postigao brzinu 27 km/h. Odredi prosječnu zaustavnu silu, ako je masa učenika i bicikla 75 kg. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 23.56 N.

Zadatak 439 (Tomislav, gimnazija)

Sila od 15 N djeluje na masu 75 kg jednoliko je ubrzavajući. Odredi rad i snagu nakon 5 s.

Rješenje 439

$$F = 15 \text{ N}, \quad m = 75 \text{ kg}, \quad t = 5 \text{ s}, \quad W = ?, \quad P = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijede izrazi

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot s}{t^2}, \quad v = a \cdot t,$$

gdje su s i v put, odnosno brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t .

Drugi Newtonov poučak:

Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow P = F \cdot v.$$

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ W = F \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t^2 \\ W = F \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow W = F \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t^2 \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \frac{F^2}{m} \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \frac{(F \cdot t)^2}{m} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(15 \text{ N} \cdot 5 \text{ s})^2}{75 \text{ kg}} = 37.5 \text{ J}.$$

Snaga iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot a \\ v = a \cdot t \\ P = F \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow P = m \cdot a \cdot a \cdot t \Rightarrow P = m \cdot a^2 \cdot t \Rightarrow \left[a = \frac{F}{m} \right] \Rightarrow P = m \cdot \left(\frac{F}{m} \right)^2 \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = m \cdot \frac{F^2}{m^2} \cdot t \Rightarrow P = m \cdot \frac{F^2}{m^2} \cdot t \Rightarrow P = \frac{F^2}{m} \cdot t = \frac{(15 \text{ N})^2}{75 \text{ kg}} \cdot 5 \text{ s} = 15 \text{ W}.$$

Vježba 439

Sila od 15 N djeluje na masu 0.075 t jednoliko je ubrzavajući. Odredi rad i snagu nakon 5 s.

Rezultat: 37.5 J, 15 W.

Zadatak 440 (Antonia, gimnazija)

Tijelo mase 150 g i brzine 1 m/s neelastično se sudari s tijelom mase 250 g i brzine 0.5 m/s. Tijela se gibaju po istome pravcu jedno prema drugome. Koliko iznosi kinetička energija tijela nakon sudara?

Rješenje 440

$m_1 = 150 \text{ g} = 0.15 \text{ kg}$, $v_1 = 1 \text{ m/s}$, $m_2 = 250 \text{ g} = 0.25 \text{ kg}$, $v_2 = -0.5 \text{ m/s}$ **tijela se gibaju jedno prema drugome**, $E_k = ?$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Zakon održanja količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela. Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'.$$

Savršeno neelastičan sudar

Dva tijela masa m_1 i m_2 i brzina v_1 i v_2 centralno se sudare pa se nakon sudara gibaju zajedno brzinom v .

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v.$$

Budući da je sudar neelastičan, brzina v kojom se tijela zajedno gibaju nakon sudara iznosi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 \quad / \cdot \frac{1}{m_1 + m_2} \Rightarrow v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$$

Tada kinetička energija oba tijela (ukupne mase $m_1 + m_2$) iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} m = m_1 + m_2 \\ v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot \left(\frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} \right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot \frac{(m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot \frac{(m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{(m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2)^2}{m_1 + m_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(0.15 \text{ kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0.25 \text{ kg} \cdot \left(-0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \right)^2}{0.15 \text{ kg} + 0.25 \text{ kg}} = 7.81 \cdot 10^{-4} \text{ J.}$$

Vježba 440

Tijelo mase 15 dag i brzine 1 m / s neelastično se sudari s tijelom mase 25 dag i brzine 0.5 m / s. Tijela se gibaju po istome pravcu jedno prema drugome. Koliko iznosi kinetička energija tijela nakon sudara?

Rezultat: $7.81 \cdot 10^{-4} \text{ J.}$