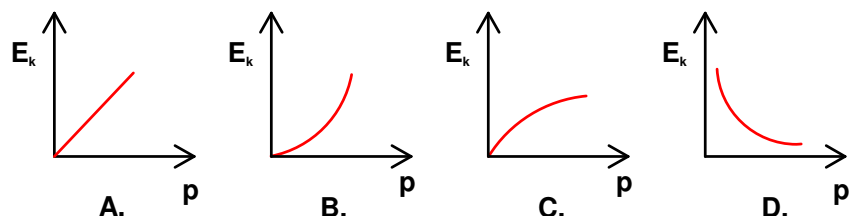


Zadatak 441 (Valentina, gimnazija)

Tijelo se giba jednoliko ubrzano. Koji graf prikazuje kako se kinetička energija tijela E_k mijenja ovisno o količini gibanja p ? Na početku je tijelo mirovalo.



Rješenje 441

$$E_k, \quad p$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Najjednostavniji oblik polinoma drugog stupnja je funkcija $f(x) = a \cdot x^2$. Njezin graf je krivulja koja se zove parabola. Ako je $a > 0$ parabola će imati 'otvor prema gore'.

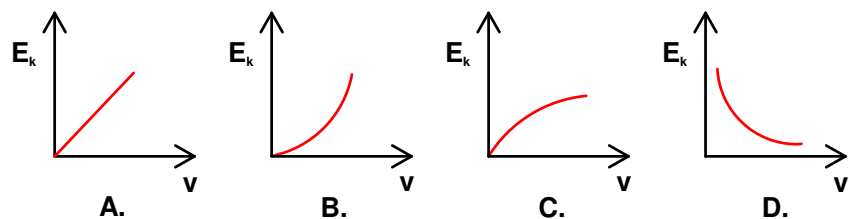
Preoblikujmo formulu za kinetičku energiju.

$$\begin{aligned} E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{m^2 \cdot v^2}{m} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{(m \cdot v)^2}{m} \Rightarrow [p = m \cdot v] \Rightarrow \\ &\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2 \cdot m} \cdot p^2 \Rightarrow \left. \begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2 \cdot m} \cdot p^2 \text{ fizika} \\ f(x) &= a \cdot x^2 \text{ matematika} \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

Kinetička energija tijela E_k razmjerna je s kvadratom količine gibanja p . Graf je parabola. Odgovor je pod B.

Vježba 441

Tijelo se giba jednoliko ubrzano. Koji graf prikazuje kako se kinetička energija tijela E_k mijenja ovisno o brzini v ? Na početku je tijelo mirovalo.



Rezultat: B.

Zadatak 442 (Pixy, tehnička škola)

Prvo tijelo mase m bačeno je vertikalno uvis početnom brzinom v_0 i postiglo je maksimalnu visinu H_1 . Drugo tijelo mase $2 \cdot m$ bačeno je vertikalno uvis početnom brzinom $3 \cdot v_0$ i postiglo je maksimalnu visinu H_2 . Koliki je omjer tih visina?

$$A. \frac{9}{4} \quad B. \frac{3}{2} \quad C. 3 \quad D. 9$$

Rješenje 442

$$m, \quad v_0, \quad H_1, \quad 2 \cdot m, \quad 3 \cdot v_0, \quad H_2, \quad \frac{H_2}{H_1} = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac uvis je gibanje složeno od jednolikoga pravocrtnog gibanja prema gore i slobodnog pada prema dolje. Najviši domet h što ga tijelo može postići pri vertikalnom hicu jest put u času kad je $v = 0$. Onda je

$$h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

1. inačica

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \\ H_2 &= \frac{(3 \cdot v_0)^2}{2 \cdot g} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{H_2}{H_1} = \frac{\frac{(3 \cdot v_0)^2}{2 \cdot g}}{\frac{v_0^2}{2 \cdot g}} \Rightarrow \frac{H_2}{H_1} = \frac{(3 \cdot v_0)^2}{v_0^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{H_2}{H_1} = \frac{(3 \cdot v_0)^2}{v_0^2} \Rightarrow \frac{H_2}{H_1} = \frac{9 \cdot v_0^2}{v_0^2} \Rightarrow \frac{H_2}{H_1} = \frac{9 \cdot v_0^2}{v_0^2} \Rightarrow \frac{H_2}{H_1} = 9.$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

Zbog zakona očuvanja kinetička energija kojom je tijelo bačeno vertikalno uvis jednaka je gravitacijskoj potencijalnoj energiji koju tijelo ima na maksimalnoj visini. Iz sustava jednadžba slijedi:

$$\left. \begin{aligned} E_{k1} &= E_{gp1} \\ E_{k2} &= E_{gp2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 &= m \cdot g \cdot H_1 \\ \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot (3 \cdot v_0)^2 &= 2 \cdot m \cdot g \cdot H_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot (3 \cdot v_0)^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2} = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot H_2}{m \cdot g \cdot H_1} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot 9 \cdot v_0^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2} = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot H_2}{m \cdot g \cdot H_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot 9 \cdot v_0^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2} = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot H_2}{m \cdot g \cdot H_1} \Rightarrow \frac{18}{1} = \frac{2 \cdot H_2}{H_1} \Rightarrow \frac{2 \cdot H_2}{H_1} = \frac{18}{1} \Rightarrow \frac{2 \cdot H_2}{H_1} = \frac{18}{1} \quad / \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{H_2}{H_1} = \frac{9}{1} \Rightarrow \frac{H_2}{H_1} = 9.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 442

Prvo tijelo mase m bačeno je vertikalno uvis početnom brzinom v_0 i postiglo je maksimalnu visinu H_1 . Drugo tijelo mase $3 \cdot m$ bačeno je vertikalno uvis početnom brzinom $3 \cdot v_0$ i postiglo je maksimalnu visinu H_2 . Koliki je omjer tih visina?

A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 3 D. 9

Rezultat: D.

Zadatak 443 (Pixy, tehnička škola)

Automobil se ubrza iz stanja mirovanja do brzine 30 m/s za 10 s . Kolika je masa automobila ako je srednja snaga motora potrebna za ubrzanje 4800 W ?

Rješenje 443

$$v_1 = 0 \text{ m/s}, \quad v_2 = 30 \text{ m/s}, \quad t = 10 \text{ s}, \quad P = 4800 \text{ W}, \quad m = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju.

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

$$\left. \begin{array}{l} W = \Delta E_k \\ P = \frac{W}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{\Delta E_k}{t} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2}{t} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P = \frac{m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{2 \cdot t} \Rightarrow \frac{m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{2 \cdot t} = P \Rightarrow \frac{m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{2 \cdot t} = P \quad / \cdot \frac{2 \cdot t}{v_2^2 - v_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \frac{2 \cdot t \cdot P}{v_2^2 - v_1^2} = \frac{2 \cdot 10 \text{ s} \cdot 4800 \text{ W}}{\left(30 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 100 \text{ kg}.$$

Vježba 443

Automobil se ubrza iz stanja mirovanja do brzine 30 m/s za 10 s . Kolika je masa automobila ako je srednja snaga motora potrebna za ubrzanje 4.8 kW ?

Rezultat: 100 kg.

Zadatak 444 (Ana, medicinska škola)

Gumena lopta mase 100 g padne na vodoravnu površinu stola s visine 25.6 cm i odskočivši od nje podigne se na visinu 19.6 cm. Koliku je energiju izgubila lopta pri udaru u površinu stola? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. 0.09 J B. 0.02 J C. 0.04 J D. 0.06 J

Rješenje 444

$$m = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg}, \quad h_1 = 25.6 \text{ cm} = 0.256 \text{ m}, \quad h_2 = 19.6 \text{ cm} = 0.196 \text{ m}, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta E = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

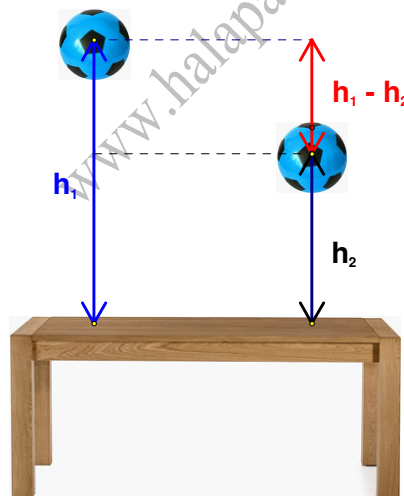
$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Gubitak energije lopte jednak je razlici gravitacijske potencijalne energije koju ona ima na visini h_1 i visini h_2 .

$$\Delta E = E_{gp1} - E_{gp2} \Rightarrow \Delta E = m \cdot g \cdot h_1 - m \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow \Delta E = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = \\ = 0.1 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0.256 \text{ m} - 0.196 \text{ m}) = 0.06 \text{ J}.$$

Odgovor je pod D.



Vježba 444

Gumena lopta mase 100 g padne na vodoravnu površinu stola s visine 25.3 cm i odskočivši od nje podigne se na visinu 19.3 cm. Koliku je energiju izgubila lopta pri udaru u površinu stola? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. 0.09 J B. 0.02 J C. 0.04 J D. 0.06 J

Rezultat: D.

Zadatak 445 (Petra, medicinska škola)

Vagon mase 10 t giba se stalnom brzinom od 20 km / h. Drugi vagon, mase 12 t, sustigne ga brzinom od 29.2 km / h, a zatim se gibaju zajedno. Kolikom će se brzinom gibati oba vagona zajedno?

A. $20.0 \frac{km}{h}$ B. $24.0 \frac{km}{h}$ C. $25.0 \frac{km}{h}$ D. $26.0 \frac{km}{h}$

Rješenje 445

$$m_1 = 10 \text{ t} = 10^4 \text{ kg}, \quad v_1 = 20 \text{ km / h}, \quad m_2 = 12 \text{ t} = 1.2 \cdot 10^4 \text{ kg}, \quad v_2 = 29.2 \text{ km / h},$$
$$v_1 = v_2 = v = ?$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Zakon održanja količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela.

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

Savršeno neelastičan sudar

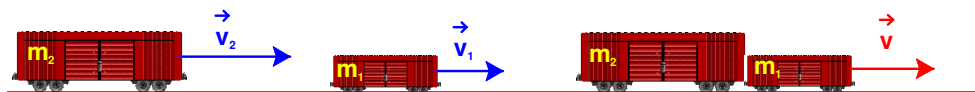
Dva tijela masa m_1 i m_2 i brzina v_1 i v_2 centralno se sudare pa se nakon sudara gibaju zajedno brzinom v .

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v.$$

Budući da je sudar neelastičan, brzina v kojom se vagoni zajedno gibaju nakon sudara iznosi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 \cdot \frac{1}{m_1 + m_2} \Rightarrow v = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} =$$
$$= \frac{10^4 \text{ kg} \cdot 20 \frac{km}{h} + 1.2 \cdot 10^4 \text{ kg} \cdot 29.2 \frac{km}{h}}{10^4 \text{ kg} + 1.2 \cdot 10^4 \text{ kg}} = 25.0 \frac{km}{h}.$$

Odgovor je pod C.



Vježba 445

Vagon mase 20 t giba se stalnom brzinom od 20 km / h. Drugi vagon, mase 24 t, sustigne ga brzinom od 29.2 km / h, a zatim se gibaju zajedno. Kolikom će se brzinom gibati oba vagona zajedno?

A. $20.0 \frac{km}{h}$ B. $24.0 \frac{km}{h}$ C. $25.0 \frac{km}{h}$ D. $26.0 \frac{km}{h}$

Rezultat: C.

Zadatak 446 (Ante, tehnička škola)

Kamion mase 3 t i brzine 54 km / h sudari se s automobilom mase 1 t, brzine 90 km / h. Nakon sudara se kamion i automobil gibaju zajedno. Kolika je energija deformacije?

Rješenje 446

$$m_1 = 3 \text{ t} = 3000 \text{ kg}, \quad v_1 = 54 \text{ km / h} = [54 : 3.6] = 15 \text{ m / s}, \quad m_2 = 1 \text{ t} = 1000 \text{ kg},$$

$$v_2 = 90 \text{ km/h} = [90 : 3.6] = 25 \text{ m/s}, \quad Q = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Zakon održanja količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela.

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'.$$

Savršeno neelastičan sudar

Dva tijela masa m_1 i m_2 i brzina v_1 i v_2 centralno se sudare pa se nakon sudara gibaju zajedno brzinom v .

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v.$$

Pri sudaru vrijedi zakon očuvanja količine gibanja, dok kinetička energija nije očuvana jer se dio energije gubi na promjenu unutarnje energije, dakle, pri sudaru dolazi do 'gubitka' mehaničke energije. Ukupna energija Q pretvorena u druge oblike je:

$$Q = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2$$

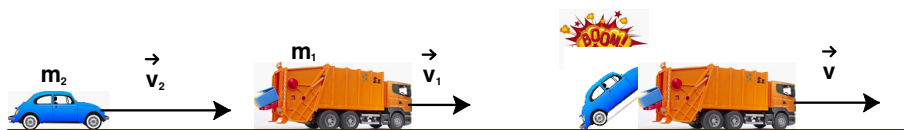
ili

$$Q = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{(m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2)^2}{m_1 + m_2}$$

$$Q = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{(m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2)^2}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 3000 \text{ kg} \cdot \left(15 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot \left(25 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(3000 \text{ kg} \cdot 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 1000 \text{ kg} \cdot 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{3000 \text{ kg} + 1000 \text{ kg}} =$$

$$= 37500 \text{ J} = 37.5 \text{ kJ}.$$



Vježba 446

Nema zadatka.

Rezultat: !

Zadatak 447 (Darko, srednja škola)

Komad bakra i komad aluminija jednakih volumena nalaze se na jednakoj visini. Koja od ove dvije kovine ima veću gravitacijsku potencijalnu energiju i koliko puta veću? (gustoća bakra $\rho_1 = 8900 \text{ kg/m}^3$, gustoća aluminija $\rho_2 = 2700 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 447

$$V_1 = V_2 = V, \quad h_1 = h_2 = h, \quad \rho_1 = 8900 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_2 = 2700 \text{ kg / m}^3, \quad \frac{E_{gp1}}{E_{gp2}} = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

$$\begin{aligned} \frac{E_{gp1}}{E_{gp2}} &= \frac{m_1 \cdot g \cdot h_1}{m_2 \cdot g \cdot h_2} \Rightarrow \frac{E_{gp1}}{E_{gp2}} = \frac{\rho_1 \cdot V_1 \cdot g \cdot h_1}{\rho_2 \cdot V_2 \cdot g \cdot h_2} \Rightarrow \frac{E_{gp1}}{E_{gp2}} = \frac{\rho_1 \cdot V \cdot g \cdot h}{\rho_2 \cdot V \cdot g \cdot h} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{E_{gp1}}{E_{gp2}} = \frac{\rho_1 \cdot V \cdot g \cdot h}{\rho_2 \cdot V \cdot g \cdot h} \Rightarrow \frac{E_{gp1}}{E_{gp2}} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \Rightarrow \frac{E_{gp1}}{E_{gp2}} = \frac{8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \Rightarrow \frac{E_{gp1}}{E_{gp2}} = 3.3. \end{aligned}$$

Vježba 447

Komad srebra i komad čelika jednakih volumena nalaze se na jednakoj visini. Koja od ove dvije kovine ima veću gravitacijsku potencijalnu energiju i koliko puta veću? (gustoća srebra $\rho_1 = 10500 \text{ kg / m}^3$, gustoća čelika $\rho_2 = 7700 \text{ kg / m}^3$)

Rezultat: 1.36.

Zadatak 448 (Darko, srednja škola)

Tri kugle od aluminija, bakra i zlata imaju jednake volumene. Na kojoj visini trebaju biti ove kugle da imaju jednake gravitacijske potencijalne energije, ako se zna da je kugla od aluminija na visini 10 m? (gustoća aluminija $\rho_1 = 2700 \text{ kg / m}^3$, gustoća bakra $\rho_2 = 8900 \text{ kg / m}^3$, gustoća zlata $\rho_3 = 19300 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 448

$$V_1 = V_2 = V_3 = V, \quad h_1 = 10 \text{ m}, \quad \rho_1 = 2700 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_2 = 8900 \text{ kg / m}^3, \\ \rho_3 = 19300 \text{ kg / m}^3, \quad h_2 = ?, \quad h_3 = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

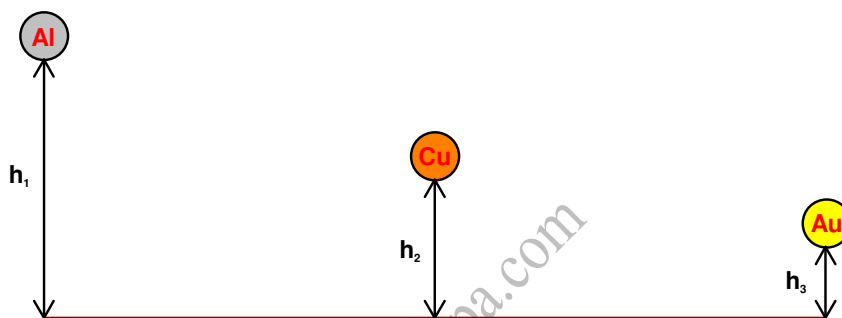
gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kugla od aluminija nalazi se na visini h_1 . Budući da sve tri kugle imaju jednaku gravitacijsku potencijalnu energiju, vrijedi:

$$\left. \begin{aligned} E_{gp2} &= E_{gp1} \\ E_{gp3} &= E_{gp1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} m_2 \cdot g \cdot h_2 &= m_1 \cdot g \cdot h_1 \\ m_3 \cdot g \cdot h_3 &= m_1 \cdot g \cdot h_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \rho_2 \cdot V_2 \cdot g \cdot h_2 &= \rho_1 \cdot V_1 \cdot g \cdot h_1 \\ \rho_3 \cdot V_3 \cdot g \cdot h_3 &= \rho_1 \cdot V_1 \cdot g \cdot h_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \rho_2 \cdot V \cdot g \cdot h_2 = \rho_1 \cdot V \cdot g \cdot h_1 \\ \rho_3 \cdot V \cdot g \cdot h_3 = \rho_1 \cdot V \cdot g \cdot h_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \rho_2 \cdot V \cdot g \cdot h_2 = \rho_1 \cdot V \cdot g \cdot h_1 \cdot \frac{1}{\rho_2 \cdot V \cdot g} \\ \rho_3 \cdot V \cdot g \cdot h_3 = \rho_1 \cdot V \cdot g \cdot h_1 \cdot \frac{1}{\rho_3 \cdot V \cdot g} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} h_2 = \frac{\rho_1 \cdot h_1}{\rho_2} \\ h_3 = \frac{\rho_1 \cdot h_1}{\rho_3} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} h_2 = \frac{2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \text{ m}}{8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \\ h_3 = \frac{2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \text{ m}}{19300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} h_2 = 3.03 \text{ m} \\ h_3 = 1.40 \text{ m} \end{array} \right\}.$$



Vježba 448

Tri kugle od aluminija, bakra i zlata imaju jednake volumene. Na kojoj visini trebaju biti ove kugle da imaju jednake gravitacijske potencijalne energije, ako se zna da je kugla od aluminija na visini 100 dm? (gustoća aluminija $\rho_1 = 2700 \text{ kg / m}^3$, gustoća bakra $\rho_2 = 8900 \text{ kg / m}^3$, gustoća zlata $\rho_3 = 19300 \text{ kg / m}^3$)

Rezultat: $h_2 = 3.03 \text{ m}$, $h_3 = 1.40 \text{ m}$.

Zadatak 449 (Ante, tehnička škola)

Automobil mase 1 t ubrza se iz stanja mirovanja do brzine 25 m / s za 10 s. Kolika je srednja snaga motora potrebna za ubrzavanje?

Rješenje 449

$$m = 1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}, \quad v_1 = 0 \text{ m / s}, \quad v_2 = 25 \text{ m / s}, \quad t = 10 \text{ s}, \quad P = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned} W &= \Delta E_k \\ P &= \frac{W}{t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \frac{\Delta E_k}{t} \Rightarrow P = \frac{E_{k2} - E_{k1}}{t} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2}{t} \Rightarrow \\
 \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{t} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot \left(\left(25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left(0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right)}{10 \text{ s}} = 31250 \text{ W}.
 \end{aligned}$$

Vježba 449

Automobil mase 1 t ubrza se iz stanja mirovanja do brzine 90 km / h za 10 s. Kolika je srednja snaga motora potrebna za ubrzavanje?

Rezultat: 31250 W.

Zadatak 450 (Ante, tehnička škola)

Dizalica snage 3.5 kW podiže tijelo mase 250 kg na visinu 16 m. Koliko dugo traje podizanje? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 450

$$P = 3.5 \text{ kW} = 3500 \text{ W}, \quad m = 250 \text{ kg}, \quad h = 16 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad t = ?$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

$$\left. \begin{aligned} W &= E_{gp} \\ P &= \frac{W}{t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \frac{E_{gp}}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \Rightarrow P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \cdot \frac{t}{P} \Rightarrow t = \frac{m \cdot g \cdot h}{P} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{250 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 16 \text{ m}}{3500 \text{ W}} = 11.21 \text{ s}.
 \end{aligned}$$

Vježba 450

Dizalica snage 7.0 kW podiže tijelo mase 500 kg na visinu 16 m. Koliko dugo traje podizanje? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 11.21 s.