

Zadatak 501 (Ivana, medicinska škola)

Tijelo mase m pada s visine h . Početna brzina tijela je nula. Tijelo udara o tlo brzinom v . Koliko se pritom mehaničke energije pretvorilo u druge oblike energije tijekom padanja?

A. $m \cdot g \cdot h$ B. $\frac{m \cdot v^2}{2}$ C. $m \cdot g \cdot h + \frac{m \cdot v^2}{2}$ D. $m \cdot g \cdot h - \frac{m \cdot v^2}{2}$

Rješenje 501

m , h , v

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

Tijelo je na visini h imalo gravitacijsku potencijalnu energiju.

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h.$$

Kada tijelo udara o tlo ima energiju u obliku kinetičke energije.

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

U druge oblike energije pretvori se:

$$E_{gp} - E_k = m \cdot g \cdot h - \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 501

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 502 (Mario, tehnička škola)

Uteg mase 0.2 kg harmonički titra na opruzi konstante elastičnosti 80 N / m s amplitudom 0.1 m. Kolika je brzina toga utega kada mu je elongacija 0.05 m?

Rješenje 502

$m = 0.2$ kg, $k = 80$ N / m, $A = 0.1$ m, $x = 0.05$ m, $v = ?$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Elastična opruga produžena za s ima elastičnu potencijalnu energiju

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot s^2.$$

gdje je k konstanta opruge.

Kinetička energija utega pri brzini v jednaka je razlici elastičnih potencijalnih energija.

$$\begin{aligned} E_k = E_{epA} - E_{epx} &\Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 - \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Rightarrow \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 - \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v^2 = \frac{k}{m} \cdot A^2 - \frac{k}{m} \cdot x^2 \Rightarrow v^2 = \frac{k}{m} \cdot (A^2 - x^2) \Rightarrow v = \frac{k}{m} \cdot (A^2 - x^2) \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m} \cdot (A^2 - x^2)} = \sqrt{\frac{80 \frac{N}{m}}{0.2 \text{ kg}} \cdot ((0.1 \text{ m})^2 - (0.05 \text{ m})^2)} = 1.73 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

Vježba 502

Uteg mase 0.2 kg harmonički titra na opruzi konstante elastičnosti 100 N / m s amplitudom 0.1 m. Kolika je brzina toga utega kada mu je elongacija 0.05 m?

Rezultat: 1.94 m / s.

Zadatak 503 (Tic-tac, tehnička škola)

Tijelo je s dna kosine gurnuto uz kosinu početnom brzinom 3 m / s. Giba se jednoliko usporeno i dosegne visinu 0.3 m gdje se trenutačno zaustavi, a zatim se giba prema dnu kosine. Kolika će biti brzina tijela u trenutku kada stigne na dno kosine? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rješenje 503

$$v_0 = 3 \text{ m} / \text{s}, \quad h = 0.3 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2, \quad v = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Rad sile trenja W_{tr} uz kosinu jednak je razlici kinetičke energije koju tijelo ima na dnu kosine pri brzini v_0 i gravitacijske potencijalne energije na visini h .

$$W_{tr} = \frac{m \cdot v_0^2}{2} - m \cdot g \cdot h.$$

Rad sile trenja W_{tr} niz kosinu jednak je razlici gravitacijske potencijalne energije na visini h i kinetičke energije koju tijelo ima na dnu kosine pri brzini v .

$$W_{tr} = m \cdot g \cdot h - \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Dalje slijedi:

$$\left. \begin{aligned} W_{tr} &= \frac{m \cdot v_0^2}{2} - m \cdot g \cdot h \\ W_{tr} &= m \cdot g \cdot h - \frac{m \cdot v^2}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{m \cdot v_0^2}{2} - m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot h - \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m \cdot v_0^2}{2} - m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot h - \frac{m \cdot v^2}{2} \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v_0^2 - 2 \cdot g \cdot h = 2 \cdot g \cdot h - v^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h - v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v^2 = 4 \cdot g \cdot h - v_0^2 \Rightarrow v^2 = 4 \cdot g \cdot h - v_0^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{4 \cdot g \cdot h - v_0^2} = \sqrt{4 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 0.3 m - \left(3 \frac{m}{s}\right)^2} = 1.66 \frac{m}{s}.$$

Vježba 503

Tijelo je s dna kosine gurnuto uz kosinu početnom brzinom 4 m / s. Giba se jednoliko usporeno i dosegne visinu 0.5 m gdje se trenutačno zaustavi, a zatim se giba prema dnu kosine. Kolika će biti brzina tijela u trenutku kada stigne na dno kosine? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 1.90 m / s.

Zadatak 504 (Petra, medicinska škola)

Tijelo mase 0.1 kg bačeno je s visine 2.5 m početnom brzinom 10 m / s prema dolje. Kolika je kinetička energija tijela na visini 1 m iznad tla? Otpor i uzgon u zraku su zanemarivi. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

A. 1.0 J B. 6.0 J C. 6.5 J D. 7.5 J

Rješenje 504

$$m = 0.1 \text{ kg}, \quad h_1 = 2.5 \text{ m}, \quad v_1 = 10 \text{ m / s}, \quad h_2 = 1 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad E_{k2} = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema dolje je složeno gibanje od jednolikoga gibanja brzinom v_0 i slobodnog pada u istom smjeru, stoga je konačna brzina v dana izrazom

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot h.$$

1. inačica

Na visini h_1 tijelo ima kinetičku energiju

$$E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2$$

i gravitacijsku potencijalnu

$$E_{gp1} = m \cdot g \cdot h_1.$$

Ukupna energija je

$$E_{k1} + E_{gp1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + m \cdot g \cdot h_1.$$

Na visini h_2 tijelo ima kinetičku energiju

$$E_{k2}$$

i gravitacijsku potencijalnu

$$E_{gp2} = m \cdot g \cdot h_2.$$

Ukupna energija je

$$E_{k2} + E_{gp2} = E_{k2} + m \cdot g \cdot h_2.$$

Zbog zakona očuvanja energije vrijedi:

$$\begin{aligned} E_{k2} + m \cdot g \cdot h_2 &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + m \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow E_{k2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + m \cdot g \cdot h_1 - m \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow E_{k2} &= m \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v_1^2 + g \cdot h_1 - g \cdot h_2 \right) \Rightarrow E_{k2} = m \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v_1^2 + g \cdot (h_1 - h_2) \right) = \\ &= 0.1 \text{ kg} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2.5 \text{ m} - 1 \text{ m}) \right) = 6.5 \text{ J}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Tijelo s početnom brzinom v_1 kada prijeđe put $h_1 - h_2$ ima brzinu v_2 ,

$$v_2^2 = v_1^2 + 2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$$

pa njegova kinetička energija iznosi:

$$\begin{aligned} E_{k2} &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \Rightarrow E_{k2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(v_1^2 + 2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2) \right) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0.1 \text{ kg} \cdot \left(\left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + 2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2.5 \text{ m} - 1 \text{ m}) \right) = 6.5 \text{ J}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 504

Tijelo mase 10 dag bačeno je s visine 2.5 m početnom brzinom 36 km/h prema dolje. Kolika je kinetička energija tijela na visini 10 dm iznad tla? Otpor i uzgon u zraku su zanemarivi. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. 1.0 J B. 6.0 J C. 6.5 J D. 7.5 J

Rezultat: C.

Zadatak 505 (Tomislava, srednja škola)

Kolica mase 120 kg gibaju se po vodoravnoj površini brzinom 6 m/s. Sa kolica skoči čovjek mase 80 kg pod kutom 30° u smjeru gibanja kolica. Brzina kolica pritom se smanji na 4 m/s. Kolika je brzina skakača?

Rješenje 505

$$m_1 = 120 \text{ kg}, \quad v_1 = v_2 = v = 6 \text{ m/s}, \quad m_2 = 80 \text{ kg}, \quad \alpha = 30^\circ, \quad v_1' = 4 \text{ m/s}, \quad v_2' = ?$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

Zakon održanja količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela.

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa m_1 i m_2 , kojima su početne brzine bile v_1 i v_2 , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja v_1' i v_2' , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.

Zakon očuvanja količine gibanja može se primijeniti samo na komponente količine gibanja u smjeru gibanja. Zato brzinu skakača nakon iskakanja moramo rastaviti u dvije komponente: komponentu u smjeru gibanja kolica i komponentu okomitu na smjer gibanja kolica.



$$\begin{aligned} m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 &= m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \cdot \cos \alpha \Rightarrow m_1 \cdot v + m_2 \cdot v = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \cdot \cos \alpha \Rightarrow \\ &\Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \cdot \cos \alpha \Rightarrow m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \cdot \cos \alpha = (m_1 + m_2) \cdot v \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_2 \cdot v_2' \cdot \cos \alpha = (m_1 + m_2) \cdot v - m_1 \cdot v_1' \Rightarrow m_2 \cdot v_2' \cdot \cos \alpha = (m_1 + m_2) \cdot v - m_1 \cdot v_1' \cdot \frac{1}{m_2 \cdot \cos \alpha} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_2' = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v - m_1 \cdot v_1'}{m_2 \cdot \cos \alpha} = \frac{(120 \text{ kg} + 80 \text{ kg}) \cdot 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 120 \text{ kg} \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{80 \text{ kg} \cdot \cos 30^\circ} = 10.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 505

Kolica mase 240 kg gibaju se po vodoravnoj površini brzinom 6 m / s. Sa kolica skoči čovjek mase 160 kg pod kutom 30° u smjeru gibanja kolica. Brzina kolica pritom se smanji na 4 m / s. Kolika je brzina skakača?

Rezultat: 10.4 m / s.

Zadatak 506 (Maturant, obrtnička škola)

Automobil mase 1200 kg ubrzava iz mirovanja do brzine 90 km / h za 8 s. Kolika je prosječna snaga motora toga automobila? Zanimarite trenje.

Rješenje 506

$$m = 1200 \text{ kg}, \quad v_1 = 0 \text{ m / s}, \quad v_2 = 90 \text{ km / h} = [90 : 3.6] = 25 \text{ m / s}, \quad t = 8 \text{ s}, \quad P = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned} W &= \Delta E_k \\ P &= \frac{W}{t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \frac{\Delta E_k}{t} \Rightarrow P = \frac{E_{k2} - E_{k1}}{t} \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2}{t} \Rightarrow \\
 \Rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{t} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1200 \text{ kg} \cdot \left(\left(25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - 0 \right)}{8 \text{ s}} = 46875 \text{ W}.
 \end{aligned}$$

Vježba 506

Automobil mase 2400 kg ubrzava iz mirovanja do brzine 90 km/h za 16 s. Kolika je prosječna snaga motora toga automobila? Zanimarite trenje.

Rezultat: 46875 W.

Zadatak 507 (Sanja, maturantica)

Koliki je iznos stalne sile potrebne za ubrzanje automobila mase 1300 kg iz stanja mirovanja do brzine 72 km/h na putu 80 m?

Rješenje 507

$m = 1300 \text{ kg}$, $v_1 = 0 \text{ m/s}$, $v_2 = 72 \text{ km/h} = [72 : 3.6] = 20 \text{ m/s}$, $s = 80 \text{ m}$, $F = ?$
Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E_k$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s$$

Promjena kinetičke energije automobila jednaka je radu sile F na putu s .

$$\left. \begin{aligned} W &= F \cdot s \\ \Delta E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \\ W &= \Delta E_k \end{aligned} \right\} \Rightarrow F \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow [v_1 = 0] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 \Rightarrow F \cdot s = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 / \frac{1}{s} \Rightarrow F = \frac{m \cdot v_2^2}{2 \cdot s} = \frac{1300 \text{ kg} \cdot \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2 \cdot 80 \text{ m}} = 3250 \text{ N}.$$

Vježba 507

Koliki je iznos stalne sile potrebne za ubrzanje automobila mase 2600 kg iz stanja mirovanja do brzine 72 km/h na putu 160 m?

Rezultat: 3250 N.

Zadatak 508 (Marija, srednja škola)

Na tijelo mase 2 g djeluje sila od 10 N. Kolika je kinetička energija nakon puta od 1 m, ako je tijelo pokrenuto iz mirovanja i giba se bez trenja?

Rješenje 508

$m = 2 \text{ g} = 0.002 \text{ kg}$, $F = 10 \text{ N}$, $s = 1 \text{ m}$, $E_k = ?$
Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s,$$

gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}.$$

Drugi Newtonov poučak opisuje ponašanje tijela kad na njega djeluje određena vanjska sila F. Akceleracija a tijela je razmjerna sili i ima smjer sile.

1. inačica

Promjena kinetičke energije tijela jednaka je radu sile F na putu s.

$$\left. \begin{array}{l} E_k = W \\ W = F \cdot s \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = F \cdot s = 10 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 10 \text{ J}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{F}{m} \\ v^2 = 2 \cdot a \cdot s \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v^2 = 2 \cdot \frac{F}{m} \cdot s \\ E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot \frac{F}{m} \cdot s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot \frac{F}{m} \cdot s \Rightarrow E_k = F \cdot s = 10 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 10 \text{ J}.$$

Vježba 508

Na tijelo mase 7 g djeluje sila od 20 N. Kolika je kinetička energija nakon puta od 5 m, ako je tijelo pokrenuto iz mirovanja i giba se bez trenja?

Rezultat: 100 J.

Zadatak 509 (Sanja, srednja škola)

Teška kugla za boćanje i lagana loptica za stolni tenis imaju jednake količine gibanja. Kada ih zaustavite jednakom srednjom silom, što možete zaključiti o vremenu zaustavljanja tih tijela?

- A. Kugli za boćanje treba više vremena za zaustavljanje.
- B. Loptici za stolni tenis treba više vremena za zaustavljanje.
- C. Vrijeme zaustavljanja je jednako za oba tijela.
- D. Ima premalo podataka za bilo kakav zaključak.

Rješenje 509

$$p_1 = p_2 = p, \quad F, \quad t = ?$$

Umnožak

$$I = F \cdot t$$

zovemo impulsom sile F, a umnožak

$$p = m \cdot v$$

količinom gibanja tijela mase m.

Ako je početna brzina nula, za tijelo mase m na koje je za vrijeme t djelovala sila F vrijedi:

$$F \cdot t = m \cdot v \Rightarrow F \cdot t = p,$$

gdje je v brzina na kraju vremenskog intervala t za koji je sila djelovala.

$$\left. \begin{array}{l} F \cdot t_1 = p_1 \\ F \cdot t_2 = p_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F \cdot t_1 = p \\ F \cdot t_2 = p \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F \cdot t_1 = p \cdot \frac{1}{F} \\ F \cdot t_2 = p \cdot \frac{1}{F} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} t_1 = \frac{p}{F} \\ t_2 = \frac{p}{F} \end{array} \right\} \Rightarrow t_1 = t_2.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 509

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 510 (Sanja, srednja škola)

Tijelo mase 1 kg klizi niz kosinu. Na vrhu kosine visine 0.1 m brzina tijela jednaka je nuli, a u podnožju 1 m / s. ($g \approx 10 \text{ m / s}^2$) Rad sile trenja jednak je:

A. 1 J B. 2 J C. 0.5 J D. 0.25 J

Rješenje 510

$$m = 1 \text{ kg}, \quad h = 0.1 \text{ m}, \quad v = 1 \text{ m / s}, \quad g \approx 10 \text{ m / s}^2, \quad W = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Razlika gravitacijske potencijalne energije na vrhu kosine i kinetičke energije na dnu kosine jednaka je obavljenom radu.

$$\begin{aligned} W = E_{gp} - E_k &\Rightarrow W = m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow W = m \cdot \left(g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot v^2 \right) = \\ &= 1 \text{ kg} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.1 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot \left(1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = 0.5 \text{ J}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 510

Tijelo mase 2 kg klizi niz kosinu. Na vrhu kosine visine 0.1 m brzina tijela jednaka je nuli, a u podnožju 1 m/s. ($g \approx 10 \text{ m/s}^2$) Rad sile trenja jednak je:

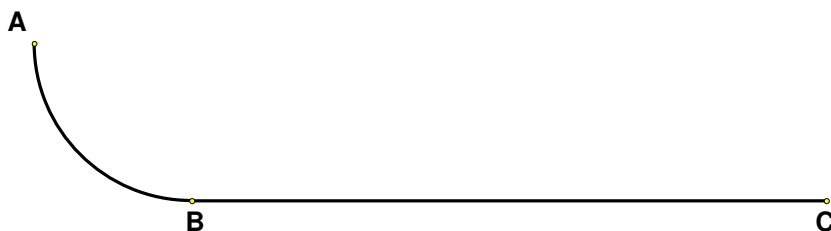
- A. 1 J B. 2 J C. 0.5 J D. 0.25 J

Rezultat: A.

Zadatak 511 (Ivan, tehnička škola)

Tijelo težine 8.9 N pusti se iz točke A po stazi koja čini jedan kvadrant kruga polumjera 1.2 m. Ono klizi niz stazu i stigne u točku B brzinom 3.6 m/s. Od točke B tijelo klizi po ravnoj površini do točke C udaljene 2.7 m od B i zaustavi se. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- a) Koliki je koeficijent trenja klizanja po ravnoj površini?
b) Koliki je rad obavila sila trenja za vrijeme klizanja po kružnoj stazi od točke A do točke B?



Rješenje 511

$G = 8.9 \text{ N}$, $r = 1.2 \text{ m}$, $v_b = 3.6 \text{ m/s}$, $s = |BC| = 2.7 \text{ m}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$,
 $a = ?$, $W = ?$

Za jednoliko usporeno pravocrtno gibanje sa početnom brzinom v_0 vrijedi formula za konačnu brzinu v :

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot s.$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g \Rightarrow m = \frac{G}{g},$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži.

Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o

međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

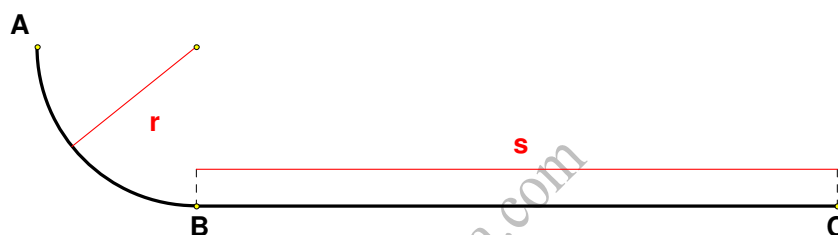
$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.



a)

U točki B tijelo ima brzinu v_b i dalje se giba jednoliko usporeno te zaustavi u točki C.

$$v_c^2 = v_b^2 - 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow [v_c = 0] \Rightarrow 0 = v_b^2 - 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow 2 \cdot a \cdot s = v_b^2 \Rightarrow 2 \cdot a \cdot s = v_b^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot s} \Rightarrow a = \frac{v_b^2}{2 \cdot s}.$$

Sila koja je tijelo zaustavila jest sila trenja pa po drugom Newtonovu poučku slijedi:

$$F = F_{tr} \Rightarrow F_{tr} = F \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot \frac{v_b^2}{2 \cdot s} \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot \frac{v_b^2}{2 \cdot s} \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow \mu = \frac{v_b^2}{2 \cdot g \cdot s} = \frac{\left(3.6 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s} \cdot 2.7 m} = 0.245.$$

b)

Zbog zakona o očuvanju energije gravitacijska potencijalna energija tijela u točki A (na visini r) jednaka je zbroju kinetičke energije tijela u točki B i rada sile trenja na putu s .

$$E_{gp} = E_k + W \Rightarrow E_k + W = E_{gp} \Rightarrow W = E_{gp} - E_k \Rightarrow W = m \cdot g \cdot r - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_b^2 \Rightarrow W = m \cdot \left(g \cdot r - \frac{1}{2} \cdot v_b^2\right) \Rightarrow \left[m = \frac{G}{g}\right] \Rightarrow W = \frac{G}{g} \cdot \left(g \cdot r - \frac{1}{2} \cdot v_b^2\right) =$$

$$= \frac{8.9 \text{ N}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1.2 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot \left(3.6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = 4.8 \text{ J}.$$

Vježba 511

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 512 (VT123, tehnička škola)

Iz bunara dubine 5 m čovjek stalnom brzinom podiže kantu u kojoj je 10 litara vode gustoće $1000 \text{ kg} / \text{m}^3$. Masa prazne kante iznosi 1.5 kg. Koliki rad obavi čovjek podižući kantu s vodom iz bunara? Zanimajte trenje. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m} / \text{s}^2$)

A. 75 J B. 250 J C. 575 J D. 1000 J

Rješenje 512

$h = 5 \text{ m}$, $V = 10 \text{ L} = 10 \text{ dm}^3 = 0.01 \text{ m}^3$, $\rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$, $m_1 = 1.5 \text{ kg}$,
 $g = 10 \text{ m} / \text{s}^2$, $W = ?$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Rad koji čovjek obavi jednak je promjeni gravitacijske potencijalne energije kante s vodom.

$$\left. \begin{aligned} W &= E_{gp} \\ E_{gp} &= (m + m_1) \cdot g \cdot h \end{aligned} \right\} \Rightarrow W = (m + m_1) \cdot g \cdot h \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow W = (\rho \cdot V + m_1) \cdot g \cdot h =$$

$$= \left(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.01 \text{ m}^3 + 1.5 \text{ kg} \right) \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m} = 575 \text{ J}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 512

Iz bunara dubine 10 m čovjek stalnom brzinom podiže kantu u kojoj je 10 litara vode gustoće $1000 \text{ kg} / \text{m}^3$. Masa prazne kante iznosi 1.5 kg. Koliki rad obavi čovjek podižući kantu s vodom iz bunara? Zanimajte trenje. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m} / \text{s}^2$)

A. 750 J B. 850 J C. 1000 J D. 1150 J

Rezultat: D.

Zadatak 513 (Lero, tehnička škola)

Dijete rastegne elastičnu vrpce pračke za 25 cm i izbacilo lopticu mase 20 g. Kolikom brzinom izleti loptica? Konstanta elastičnosti vrpce jest $2 \text{ N} / \text{cm}$.

Rješenje 513

$x = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}$, $m = 20 \text{ g} = 0.02 \text{ kg}$, $k = 2 \text{ N} / \text{cm} = 200 \text{ N} / \text{m}$, $v = ?$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Elastična opruga produžena za x ima elastičnu potencijalnu energiju

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2,$$

gdje je k konstanta opruge.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kinetička energija izbačene loptice jednaka je elastičnoj potencijalnoj energiji pračke.

$$E_k = E_{ep} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{k}{m} \cdot x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{k}{m} \cdot x^2 \cdot \sqrt{} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m} \cdot x^2} \Rightarrow v = x \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.25 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{200 \frac{\text{N}}{\text{m}}}{0.02 \text{ kg}}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



Vježba 513

Dijete rastegne elastičnu vrpču pračke za 25 cm i izbaci lopticu mase 40 g. Kolikom brzinom izleti loptica? Konstanta elastičnosti vrpče jest 4 N / cm.

Rezultat: 25 m / s.

Zadatak 514 (Bolek, gimnazija)

S tornja visokog 100 m ispušten je kamen mase 15 kg bez početne brzine. Kolika mu je **ukupna** energija prema tlu nakon 4 s padanja? Zanemarite silu otpora. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rješenje 514

$$h = 100 \text{ m}, \quad m = 15 \text{ kg}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad g \approx 9.81 \text{ m} / \text{s}^2, \quad E = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Na vrhu tornja kinetička energija kamena jednaka je nuli jer nema početne brzine. Zato je ukupna energija kamena jednaka njegovoj gravitacijskoj potencijalnoj energiji na visini h.

$$\left. \begin{array}{l} E = E_{gp} \\ E_{gp} = m \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow E = m \cdot g \cdot h = 15 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m} = 14715 \text{ J}.$$

Vježba 514

S tornja visokog 50 m ispušten je kamen mase 30 kg bez početne brzine. Kolika mu je **ukupna** energija prema tlu nakon 4 s padanja? Zanemarite silu otpora. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 14715 J.

Zadatak 515 (Bolek, gimnazija)

S tornja visokog 100 m ispušten je kamen mase 15 kg bez početne brzine. Kolika mu je **potencijalna** energija prema tlu nakon 4 s padanja? Zanemarite silu otpora. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 515

$$h = 100 \text{ m}, \quad m = 15 \text{ kg}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad g \approx 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_{gp} = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom $v_0 = 0 \text{ m/s}$ i konstantnom akceleracijom $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v = g \cdot t,$$

gdje je h visina pada.

1. inačica

Za vrijeme t kamen prijeđe put

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

pa se nalazi na visini H iznad tla.

$$H = h - h_1 \Rightarrow H = h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

Njegova gravitacijska potencijalna energija iznosi:

$$\begin{aligned} E_{gp} = m \cdot g \cdot H \Rightarrow E_{gp} = m \cdot g \cdot \left(h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \right) &= 15 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(100 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (4 \text{ s})^2 \right) = \\ &= 3166.67 \text{ J}. \end{aligned}$$

2. inačica

Kamen slobodno pada pa nakon vremena t ima brzinu

$$v = g \cdot t$$

i kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2.$$

Zbog zakona očuvanja energije gravitacijska potencijalna energija kamena nakon vremena t jednaka je razlici gravitacijske potencijalne energije na visini h i kinetičke energije nakon vremena t .

$$\begin{aligned} E_{gp} &= m \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot m \cdot (g \cdot t)^2 \Rightarrow E_{gp} = m \cdot \left(g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot (g \cdot t)^2 \right) = \\ &= 15 \text{ kg} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ s} \right)^2 \right) = 3166.67 \text{ J}. \end{aligned}$$

Vježba 515

S tornja visokog 100 m ispušten je kamen mase 30 kg bez početne brzine. Kolika mu je **potencijalna** energija prema tlu nakon 4 s padanja? Zanimarite silu otpora. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 6333.34 J.

Zadatak 516 (Davor, strukovna škola)

Nerastegnuta opruga duga je 15 cm. Tu oprugu, konstante elastičnosti 400 N/m, sabijemo na polovinu dužine. Koliko smo energije pohranili u opruzi?

Rješenje 516

$$d = 15 \text{ cm} = 0.15 \text{ m}, \quad k = 400 \text{ N/m}, \quad x = \frac{d}{2}, \quad E_{ep} = ?$$

Elastična opruga produžena za x ima elastičnu potencijalnu energiju

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2,$$

gdje je k konstanta opruge.

$$E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 \Rightarrow E_{ep} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 400 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \left(\frac{0.15 \text{ m}}{2} \right)^2 = 1.125 \text{ J}.$$

Vježba 516

Nerastegnuta opruga duga je 30 cm. Tu oprugu, konstante elastičnosti 400 N/m, sabijemo na polovinu dužine. Koliko smo energije pohranili u opruzi?

Rezultat: 4.5 J.

Zadatak 517 (Wixy, strukovna škola)

Na dva nepomična tijela masa m i $4 \cdot m$ počine djelovati jednaka sila F na putu s . Koliki je omjer:

a) kinetičkih energija na kraju puta s

b) brzina tijela na kraju puta s ?

Rješenje 517

$$m_1 = m, \quad m_2 = 4 \cdot m, \quad F, \quad s, \quad \frac{E_{k1}}{E_{k2}} = ?, \quad \frac{v_1}{v_2} = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

a)

Budući da na oba tijela djeluje jednaka sila F na putu s , obavljen je jednaki rad W .

$$\left. \begin{array}{l} E_{k1} = W \\ E_{k2} = W \end{array} \right\} \Rightarrow E_{k1} = E_{k2}.$$

Energije su jednake.

b)

Tijela na kraju puta imaju jednake kinetičke energije pa slijedi:

$$\begin{aligned} E_{k1} = E_{k2} &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot m \cdot v_2^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 &= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot m \cdot v_2^2 \quad / \cdot \frac{2}{m \cdot v_2^2} \Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = 4 \Rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2 = 4 \Rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2} \right) = 4 / \sqrt{\quad} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{4} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 2. \end{aligned}$$

Vježba 517

Na dva nepomična tijela masa m i $9 \cdot m$ počinje djelovati jednaka sila F na putu s . Koliki je omjer:

- a) kinetičkih energija na kraju puta s
b) brzina tijela na kraju puta s ?

Rezultat: a) Energije su jednake, b) $v_1 : v_2 = 3$.

Zadatak 518 (Alf, tehnička škola)

Planinar mase 80 kg penje se na brdo visoko 1000 m. Koliki je rad obavljen pri penjanju ako se planinar počinje penjati s visine 200 m? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

A. 5.2 MJ B. 35 J C. $2.5 \cdot 10^4 \text{ J}$ D. $6.3 \cdot 10^5 \text{ J}$ E. 64 kJ

Rješenje 518

$$m = 80 \text{ kg}, \quad h_1 = 1000 \text{ m}, \quad h_2 = 200 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad W = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Obavljeni rad W jednak je razlici gravitacijskih potencijalnih energija.

$$W = E_{gp1} - E_{gp2} \Rightarrow W = m \cdot g \cdot h_1 - m \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow W = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2) =$$

$$= 80 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1000 \text{ m} - 200 \text{ m}) = 627840 \text{ J} \approx 6.3 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

Odgovor je pod D.



Vježba 518

Planinar mase 80 kg penje se na brdo visoko 1200 m. Koliki je rad obavljen pri penjanju ako se planinar počinje penjati s visine 400 m? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. 5.2 MJ B. 35 J C. $2.5 \cdot 10^4 \text{ J}$ D. $6.3 \cdot 10^5 \text{ J}$ E. 64 kJ

Rezultat: D.

Zadatak 519 (Alf, tehnička škola)

Tijelo mase 1 kg bačeno je vertikalno uvis brzinom 10 m/s. Kolika mu je promjena potencijalne energije nakon što se gibalo jednu sekundu? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. 50 J B. 10 J C. 100 J D. 1 J E. 60 J

Rješenje 519

$$m = 1 \text{ kg}, \quad v_0 = 10 \text{ m/s}, \quad t = 1 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta E_{gp} = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema gore (uvis) je složeno gibanje od jednolikoga gibanja brzinom v_0 i slobodnog pada u suprotnom smjeru, stoga je put (visina) h dan izrazom

$$h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2.$$

$$\begin{aligned} \Delta E_{gp} &= m \cdot g \cdot h \Rightarrow \Delta E_{gp} = m \cdot g \cdot \left(v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \right) \Rightarrow \Delta E_{gp} = m \cdot g \cdot t \cdot \left(v_0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t \right) = \\ &= 1 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ s} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ s} \right) = 49.98 \text{ J} \approx 50 \text{ J}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 519

Tijelo mase 2 kg bačeno je vertikalno uvis brzinom 10 m/s. Kolika mu je promjena potencijalne energije nakon što se gibalo jednu sekundu? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. 50 J B. 10 J C. 100 J D. 1 J E. 60 J

Rezultat: C.

Zadatak 520 (Tončica, gimnazija)

Tijelo mase 0.1 kg bačeno je vertikalno uvis kinetičkom energijom od 9.81 J. Zanimarite otpor zraka. Kolika je visina koju dostigne tijelo? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 520

$$m = 0.1 \text{ kg}, \quad E_k = 9.81 \text{ J}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Vertikalni hitac prema gore sastoji se od jednolikoga gibanja prema gore brzinom v_0 i slobodnog pada. Najviši domet h što ga tijelo može postići pri vertikalnom hicu jest put u času kad je $v = 0$. Onda je

$$h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}.$$

1. inačica

Iz kinetičke energije izračunamo početnu brzinu v_0 .

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = E_k \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = E_k \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v_0^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0^2 = \frac{2 \cdot E_k}{m} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9.81 \text{ J}}{0.1 \text{ kg}}} = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Maksimalna brzina iznosi:

$$h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(14 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10 \text{ m}.$$

2. inačica

Zbog zakona o očuvanju energije kinetička energija koju tijelo ima pri bacanju jednaka je gravitacijskoj potencijalnoj na maksimalnoj visini.

$$E_{gp} = E_k \Rightarrow m \cdot g \cdot h = E_k \Rightarrow m \cdot g \cdot h = E_k \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow h = \frac{E_k}{m \cdot g} = \frac{9.81 \text{ J}}{0.1 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10 \text{ m}.$$

Vježba 520

Tijelo mase 0.2 kg bačeno je vertikalno uvis kinetičkom energijom od 19.62 J. Zanemarite otpor zraka. Kolika je visina koju dostigne tijelo? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 10 m.