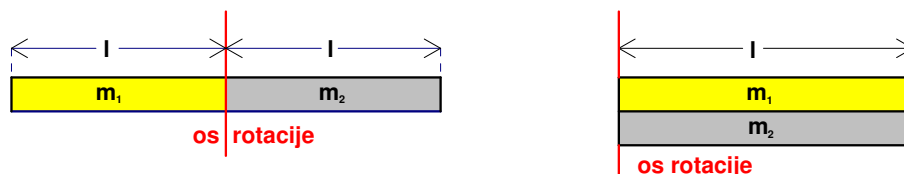


Zadatak 241 (Ivan, gimnazija)

Bakreni štap, duljine 0.5 m i mase 2 kg, i aluminijski štap jednake duljine i mase 1 kg, spojeni su na dva načina prikazana na slici. Koliki su momenti tromosti oba štapa u tim slučajevima?



Rješenje 241

$$l = 0.5 \text{ m}, \quad m_1 = 2 \text{ kg}, \quad m_2 = 1 \text{ kg}, \quad I = ?$$

Moment tromosti štapa duljine l s obzirom na os rotacije koja prolazi krajem štapa i okomita je na njegovu duljinu

$$I = \frac{1}{3} \cdot m \cdot l^2,$$

Momenti tromosti štapova u odnosu na os rotacije su:

$$I_1 = \frac{1}{3} \cdot m_1 \cdot l^2, \quad I_2 = \frac{1}{3} \cdot m_2 \cdot l^2$$

pa je ukupni moment tromosti jednak zbroju I_1 i I_2 .

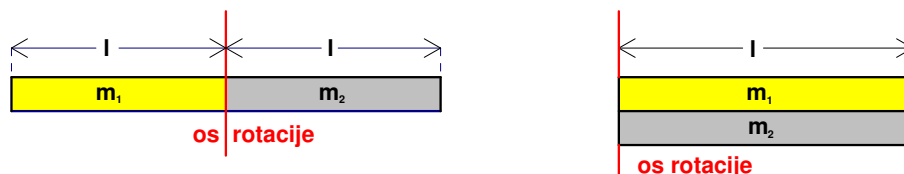
$$\begin{aligned} I = I_1 + I_2 &\Rightarrow I = \frac{1}{3} \cdot m_1 \cdot l^2 + \frac{1}{3} \cdot m_2 \cdot l^2 \Rightarrow I = \frac{1}{3} \cdot l^2 \cdot (m_1 + m_2) = \\ &= \frac{1}{3} \cdot (0.5 \text{ m})^2 \cdot (2 \text{ kg} + 1 \text{ kg}) = 0.25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2. \end{aligned}$$

Moment tromosti je i u drugom slučaju, također, jednak

$$I = 0.25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Vježba 241

Bakreni štap, duljine 5 dm i mase 200 dag, i aluminijski štap jednake duljine i mase 1 kg, spojeni su na dva načina prikazana na slici. Koliki su momenti tromosti oba štapa u tim slučajevima?



Rezultat: $I = 0.25 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$

Zadatak 242 (Marina, gimnazija)

Polumjer R kružne staze satelita koji se giba brzinom v tik uz površinu Zemlje može se izračunati iz formule:

$$A. R = \frac{v}{g} \quad B. R = \frac{v^2}{g} \quad C. R = \frac{v^2}{g^2} \quad D. R = v \cdot g$$

Rješenje 242

$$v, \quad g, \quad R = ?$$

Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

$$G = m \cdot g.$$

Na tijelo mase m koje se nalazi u blizini Zemljine površine djeluje vertikalno prema dolje sila teža $G = m \cdot g$ koja je rezultanta gravitacijske i centrifugalne sile zbog vrtnje Zemlje oko svoje osi. U većini slučajeva može se zanemariti utjecaj centrifugalne sile i uzeti da je sila teža jednaka gravitacijskoj sili.

Da bi se tijelo, mase m , gibalo po kružnici, polumjera r , potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

gdje je v obodna ili linearna brzina.

U tom je slučaju sila teža uzrok kružnoga gibanja satelita. Zato mora biti centripetalna sila F_{cp} jednaka sili teži G .

$$F_{cp} = G \Rightarrow G = F_{cp} \Rightarrow m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{R} / \cdot \frac{R}{m \cdot g} \Rightarrow R = \frac{v^2}{g}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 242

Brzina v kojom se satelit giba po kružnoj stazi polumjera R tik uz površinu Zemlje može se izračunati iz formule:

$$A. v = R \cdot g \quad B. v = \sqrt{R \cdot g} \quad C. v = g \cdot \sqrt{R} \quad D. v = \frac{R}{g}$$

Rezultat: B.

Zadatak 243 (Franjo, srednja škola)

Kolikom se brzinom treba gibati automobil po izbočenom mostu polumjera zakrivljenosti 40 m da bi centripetalno ubrzanje bilo 10 m/s^2 ?

Rješenje 243

$$r = 40 \text{ m}, \quad a_{cp} = 10 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Kod jednolikoga gibanja po kružnici brzina v je konstantna po iznosu, ali ne i po smjeru. Budući da postoji promjena brzine po smjeru, mora postojati akceleracija koju nazivamo centripetalnom akceleracijom. Ona iznosi:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r}.$$

$$\begin{aligned} a_{cp} = \frac{v^2}{r} &\Rightarrow \frac{v^2}{r} = a_{cp} \Rightarrow \frac{v^2}{r} = a_{cp} / \cdot r \Rightarrow v^2 = a_{cp} \cdot r \Rightarrow v^2 = a_{cp} \cdot r / \sqrt{\quad} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \sqrt{a_{cp} \cdot r} = \sqrt{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 40 \text{ m}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 243

Kolikom se brzinom treba gibati automobil po izbočenom mostu polumjera zakrivljenosti 0.04 km da bi centripetalno ubrzanje bilo 10 m/s^2 ?

Rezultat: 20 m/s.

Zadatak 244 (Franjo, srednja škola)

Kružna ploča promjera 5 m zakrene se za 90° u 2 s. Kolika je obodna brzina tijela koje se nalazi na rubu ploče?

Rješenje 244

$$2 \cdot r = 5 \text{ m} \Rightarrow r = 2.5 \text{ m}, \quad \alpha = 90^\circ, \quad t = 2 \text{ s}, \quad v = ?$$

Puni kut je kut s mjerom od 360° (360 kutnih stupnjeva).

Tijelo rotira kada se njegove čestice gibaju po kružnicama čija središta leže u istoj točki ili na istom pravcu. Brzina točke udaljene r od središta vrtnje (rotacije) iznosi

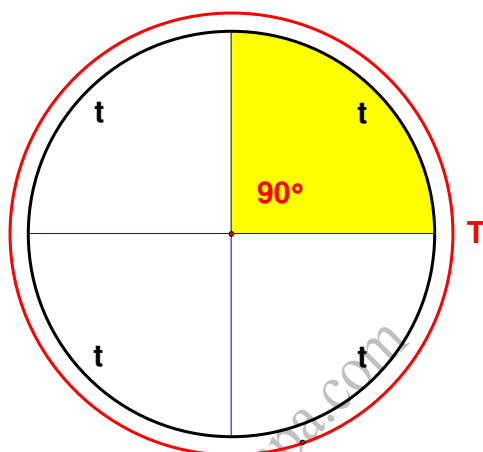
$$v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T},$$

gdje je T perioda, trajanje jednog ophoda (okretaja) izraženo u sekundama. Ako se kružna ploča zakrene za 90° u 2 s tada će jedan okret napraviti za 8 s.

$$360^\circ : 90^\circ = 4 \Rightarrow T = 4 \cdot t = 4 \cdot 2 \text{ s} = 8 \text{ s}.$$

Obodna brzina tijela iznosi:

$$v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot 2.5 \text{ m} \cdot \pi}{8 \text{ s}} = 1.96 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$



Vježba 244

Kružna ploča promjera 5 m zakrene se za 180° u 4 s. Kolika je obodna brzina tijela koje se nalazi na rubu ploče?

Rezultat: 1.96 m/s .

Zadatak 245 (Emilija, srednja škola)

Biciklist vozi brzinom 18 km/h . Koji najmanji polumjer zakrivljenosti može opisati ako se nagne prema vodoravnoj podlozi za kut 60° ? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 245

$$v = 18 \text{ km/h} = [18 : 3.6] = 5 \text{ m/s}, \quad \alpha = 60^\circ, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad r = ?$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Tangens šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz taj kut.

Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

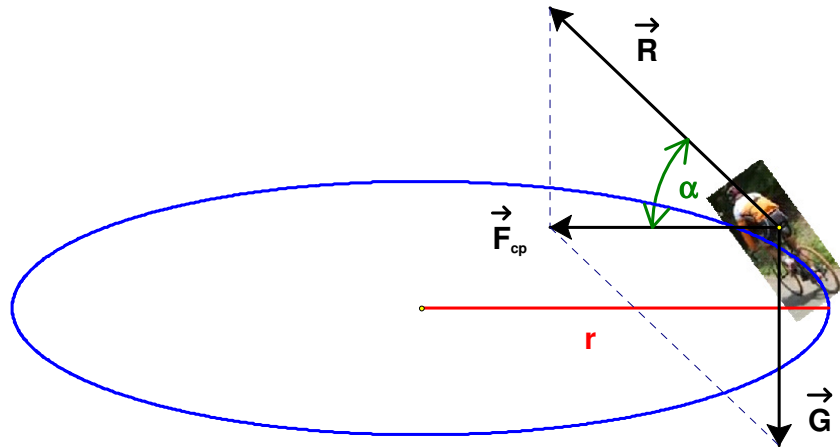
$$G = m \cdot g.$$

Na tijelo mase m koje se nalazi u blizini Zemljine površine djeluje vertikalno prema dolje sila teža $G = m \cdot g$ koja je rezultanta gravitacijske i centrifugalne sile zbog vrtnje Zemlje oko svoje osi. U većini slučajeva može se zanemariti utjecaj centrifugalne sile i uzeti da je sila teža jednaka gravitacijskoj sili.

Da bi se tijelo, mase m , gibalo po kružnici, polumjera r , potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

gdje je v obodna ili linearna brzina.



Pri gibanju na vozača djeluju sila teža \vec{G} i sila \vec{R} reakcija vodoravne podloge na silu kojom se vozač otiskuje od podloge. Budući da se biciklist giba po kružnici, rezultantna sila tih dviju sila mora imati smjer centripetalne sile \vec{F}_{cp} . Iz slike izlazi

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{G}{F_{cp}} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{m \cdot g}{m \cdot \frac{v^2}{r}} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{m \cdot g}{m \cdot \frac{v^2}{r}} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{g \cdot r}{\frac{v^2}{r}} \Rightarrow \frac{g \cdot r}{\frac{v^2}{r}} = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{g \cdot r}{\frac{v^2}{r}} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{v^2}{g} \Rightarrow r = \frac{v^2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{g} = \frac{\left(5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot \operatorname{tg} 60^\circ}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 4.41 \text{ m}. \end{aligned}$$

Vježba 245

Biciklist vozi brzinom 18 km / h. Koji najmanji polumjer zakrivljenosti može opisati ako se nagne prema vodoravnom podu za kut 45° ? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 2.25 m.

Zadatak 246 (Emilija, srednja škola)

Na zavoju polumjera 50 m cesta je tako građena da automobil može voziti brzinom 20 m / s neovisno o trenju. Koliki mora biti nagib ceste na tom zavoju? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 246

$$r = 50 \text{ m}, \quad v = 20 \text{ m / s}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad \alpha = ?$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Tangens šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine katete uz taj kut.

Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

$$G = m \cdot g.$$

Na tijelo mase m koje se nalazi u blizini Zemljine površine djeluje vertikalno prema dolje sila teža

$G = m \cdot g$ koja je rezultanta gravitacijske i centrifugalne sile zbog vrtnje Zemlje oko svoje osi. U većini slučajeva može se zanemariti utjecaj centrifugalne sile i uzeti da je sila teža jednaka gravitacijskoj sili.

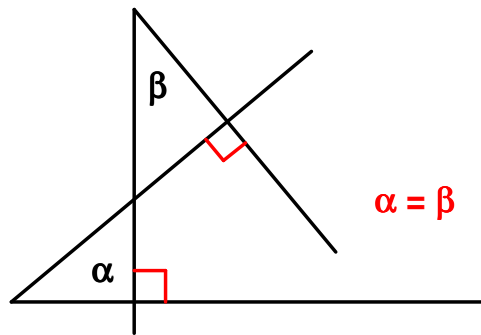
Da bi se tijelo, mase m , gibalo po kružnici, polumjera r , potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

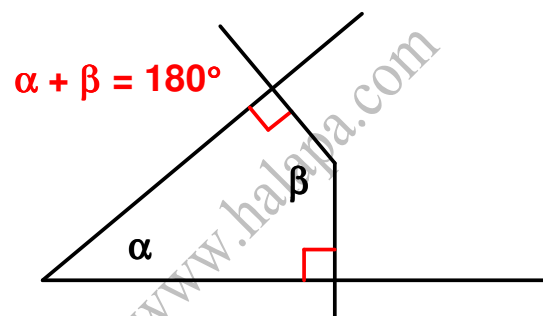
gdje je v obodna ili linearna brzina.

Kutovi s okomitim kracima su:

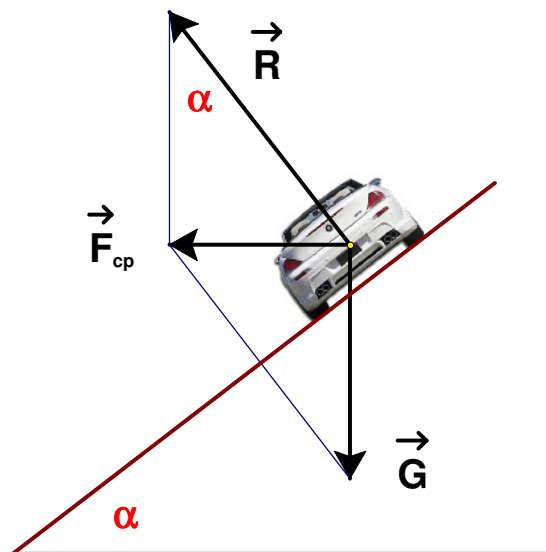
- sukladni



- suplementni



Pri gibanju na automobil djeluju sila teža \vec{G} i sila \vec{R} reakcija ceste na silu kojom se automobil otiskuje od nje. Budući da se automobil giba po kružnici, rezultantna sila tih dviju sila mora imati smjer centripetalne sile \vec{F}_{cp} .



Iz slike izlazi

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{F_{cp}}{G} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{m \cdot \frac{v^2}{r}}{m \cdot g} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{m \cdot \frac{v^2}{r}}{m \cdot g} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{g \cdot r} \Rightarrow \alpha = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{v^2}{g \cdot r} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \alpha = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\left(20 \frac{m}{s} \right)^2}{9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 50 m} \right) \Rightarrow \alpha = 39^\circ 11' 49''. \end{aligned}$$

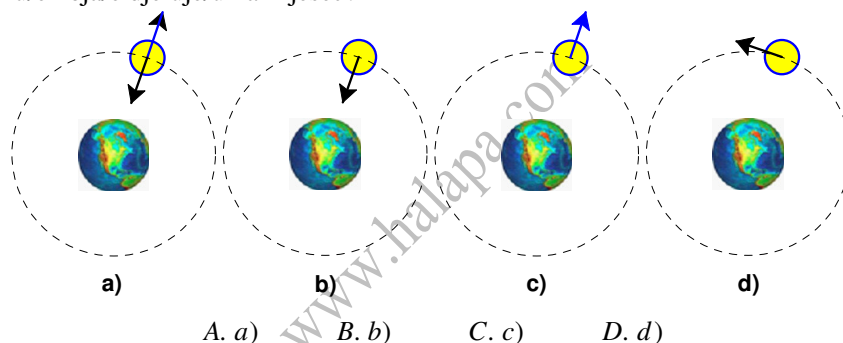
Vježba 246

Na zavoju polumjera 500 dm cesta je tako građena da automobil može voziti brzinom 72 km/h neovisno o trenju. Koliki mora biti nagib ceste na tom zavoju? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $39^\circ 11' 49''$.

Zadatak 247 (Mario, srednja škola)

Mjesec se giba po približno kružnoj stazi oko Zemlje. Koji od predloženih crteža ispravno prikazuje sliku/e koja/e djeluje/u na Mjesec?



Rješenje 247

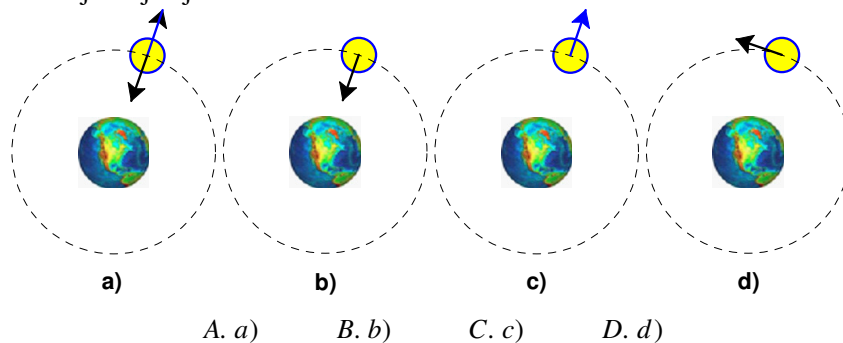
F_{cp}

Centripetalna sila je sila koja djeluje na neko tijelo da se giba po zakrivljenoj stazi. Usmjeren je uvijek prema središtu zakrivljenosti.

Odgovor je pod B.

Vježba 247

Satelit se giba po približno kružnoj stazi oko Zemlje. Koji od predloženih crteža ispravno prikazuje sliku/e koja/e djeluje/u na satelit?



Rezultat: B.

Zadatak 248 (Ivan, srednja škola)

Okruglo tijelo momenta inercije $I = k \cdot m \cdot r^2$ udareno u podnožju kosine nagiba α popelo se do udaljenosti s na kosini. Odredi početnu brzinu. (ubrzanje slobodnog pada g)

Rješenje 248

$$I = k \cdot m \cdot r^2, \quad \alpha, \quad s, \quad g, \quad v = ?$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Sinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete nasuprot tog kuta i duljine hipotenuze.

Tijelo rotira kada se njegove čestice gibaju po kružnicama čija središta leže u istoj točki ili na istom pravcu. Između obodne v i kutne brzine ω neke čestice pri rotaciji vrijedi odnos

$$v = r \cdot \omega \Rightarrow \omega = \frac{v}{r}.$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju translacije:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Kinetička energija tijela koje rotira kutnom brzinom ω je:

$$E_{kr} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2,$$

gdje je I moment ustrajnosti (tromosti) tijela.

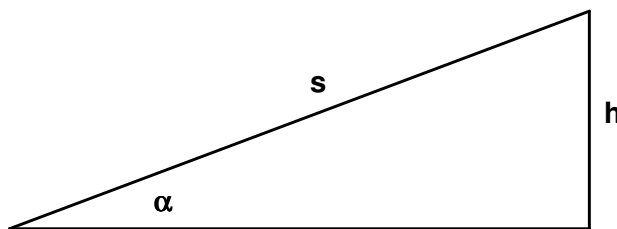
Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.



$$\sin \alpha = \frac{h}{s} \Rightarrow \frac{h}{s} = \sin \alpha \Rightarrow \frac{h}{s} = \sin \alpha / \cdot s \Rightarrow h = s \cdot \sin \alpha.$$

Kinetička energija pri dnu kosine sastoji se od energije translatornog gibanja E_{kt} i energije kotrljanja E_{kr} . Zbog zakona očuvanja energije ona je jednaka gravitacijskoj potencijalnoj energiji E_{gp} na vrhu kosine.

$$\begin{aligned}
E_{kt} + E_{kr} &= E_{gp} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow \left[\begin{array}{l} I = k \cdot m \cdot r^2 \\ \omega = \frac{v}{r} \end{array} \right] \Rightarrow \\
\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot m \cdot r^2 \cdot \left(\frac{v}{r}\right)^2 &= m \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot m \cdot r^2 \cdot \frac{v^2}{r^2} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow \\
\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot m \cdot r^2 \cdot \frac{v^2}{r^2} &= m \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow \\
\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot m \cdot v^2 &= m \cdot g \cdot h \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 + k \cdot v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v^2 \cdot (1+k) = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow \\
\Rightarrow [h = s \cdot \sin \alpha] \Rightarrow v^2 \cdot (1+k) &= 2 \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha \Rightarrow v^2 \cdot (1+k) = 2 \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1}{1+k} \Rightarrow \\
\Rightarrow v^2 &= \frac{2 \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha}{1+k} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha}{1+k}}.
\end{aligned}$$

Vježba 248

Okruglo tijelo momenta inercije $I = k \cdot m \cdot r^2$ udareno u podnožju kosine nagiba 30° popelo se do udaljenosti s na kosini. Odredi početnu brzinu. (ubrzanje slobodnog pada g)

Rezultat: $v = \sqrt{\frac{g \cdot s}{1+k}}$

Zadatak 249 (Tihomir, gimnazija)

Na vagi, kojoj kraci nisu idealno jednaki, važe se masa m na lijevoj strani, a masa utega je $m_1 = 10$ kg. Kada je masa m na desnoj strani, masa utega je $m_2 = 10.5$ kg. Koliki je omjer duljina lijevog i desnog kraka vage?

- A. 0.493 B. 0.512 C. 0.976 D. 1.092

Rješenje 249

$$m, \quad m_1 = 10 \text{ kg}, \quad m_2 = 10.5 \text{ kg}, \quad \frac{l_1}{l_2} = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Moment M sile F u odnosu prema osi rotacije jest umnožak sile F i udaljenosti r pravca sile od te osi:

$$M = F \cdot r.$$

Težište tijela je točka sjecišta vertikala (težišnica) kroz dva ili više objesišta.

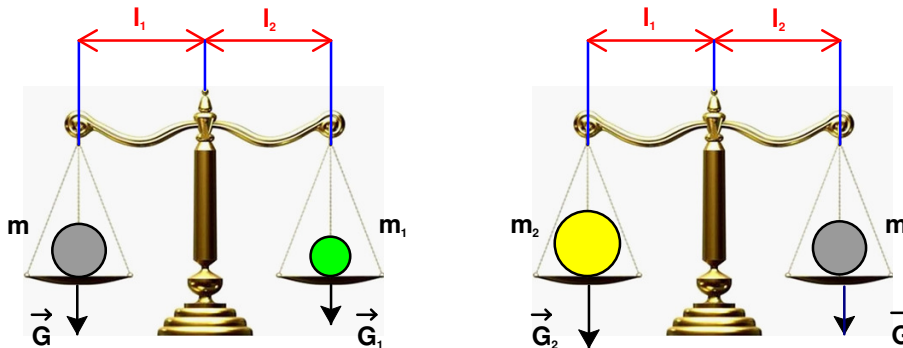
Algebarski zbroj momenata svih sila koje djeluju na tijelo mora biti jednak nuli. Pritom moment sile obično uzimamo pozitivnim ako sila (ili rezultanta sile) nastoji zakrenuti tijelo u smislu vrtnje kazaljke na satu, i obratno, ako sila nastoji (ili rezultanta sile) zakrenuti tijelo, obrnuto od kazaljke na satu, moment sile je negativan. **Tijelo je u ravnoteži ako je zbroj momenata sila koje ga zakreću u jednom smjeru jednak zbroju momenata sila koje ga zakreću u suprotnom smjeru.**

Dvostrana poluga je u ravnoteži kad je

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$$



Sa slika vidi se:



$$\left. \begin{array}{l} G \cdot l_1 = G_1 \cdot l_2 \\ G_2 \cdot l_1 = G \cdot l_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot g \cdot l_1 = m_1 \cdot g \cdot l_2 \\ m_2 \cdot g \cdot l_1 = m \cdot g \cdot l_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m \cdot g \cdot l_1 = m_1 \cdot g \cdot l_2 \quad / \cdot \frac{1}{m \cdot g \cdot l_2} \\ m_2 \cdot g \cdot l_1 = m \cdot g \cdot l_2 \quad / \cdot \frac{1}{m_2 \cdot g \cdot l_2} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m} \\ \frac{l_1}{l_2} = \frac{m}{m_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\text{pomnožimo} \right. \Rightarrow \left. \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^2 = \frac{m_1}{m} \cdot \frac{m}{m_2} \Rightarrow \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^2 = \frac{m_1}{m} \cdot \frac{m}{m_2} \Rightarrow \right.$$

$$\left. \Rightarrow \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^2 = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^2 = \frac{m_1}{m_2} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \sqrt{\frac{10 \text{ kg}}{10.5 \text{ kg}}} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = 0.976.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 249

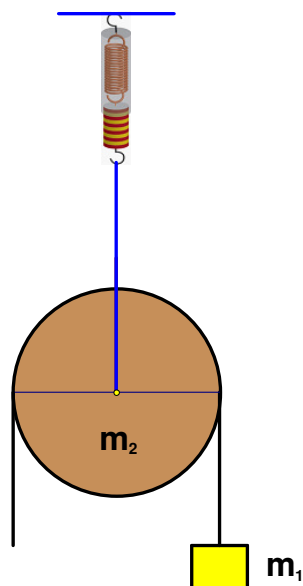
Na vagi, kojoj kraci nisu idealno jednaki, važe se masa m na lijevoj strani, a masa utega je $m_1 = 10$ dag. Kada je masa m na desnoj strani, masa utega je $m_2 = 10.5$ dag. Koliki je omjer duljina lijevog i desnog kraka vage?

- A. 0.493 B. 0.512 C. 0.976 D. 1.092

Rezultat: C.

Zadatak 250 (Ivan, gimnazija)

Pomoću kolotura jednoliko se diže teret mase 22.5 kg na način prikazan na slici. Koliku silu pokazuje dinamometar ako je masa kolotura 5 kg? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)



Rješenje 250

$$m_1 = 22.5 \text{ kg}, \quad m_2 = 5 \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.

Moment M sile F u odnosu prema osi rotacije jest umnožak sile F i udaljenosti r pravca sile od te osi:

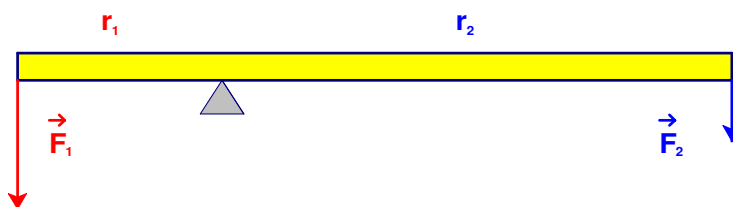
$$M = F \cdot r.$$

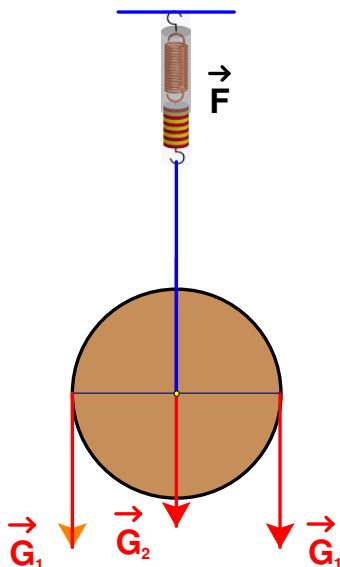
Težište tijela je točka sjecišta vertikalna (težišnica) kroz dva ili više objesišta.

Algebarski zbroj momenata svih sila koje djeluju na tijelo mora biti jednak nuli. Pritom moment sile obično uzimamo pozitivnim ako sila (ili rezultanta sile) nastoji zakrenuti tijelo u smislu vrtnje kazaljke na satu, i obratno, ako sila nastoji (ili rezultanta sile) zakrenuti tijelo, obrnuto od kazaljke na satu, moment sile je negativan. Tijelo je u ravnoteži ako je zbroj momenata sila koje ga zakreću u jednom smjeru jednak zbroju momenata sila koje ga zakreću u suprotnom smjeru.

Dvostrana poluga je u ravnoteži kad je

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2.$$





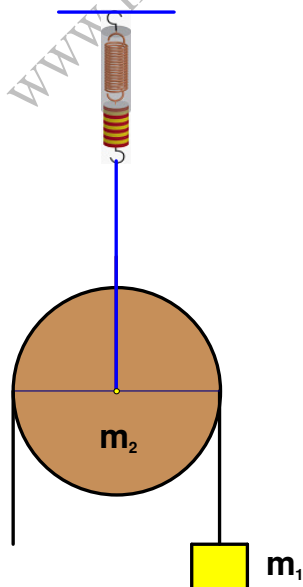
Budući da su kod kolotura krak sile i krak tereta jednaki, sila kojom čovjek diže teret jednaka je težini tereta pa sila F koju pokazuje dinamometar iznosi:

$$F = G_2 + 2 \cdot G_1 \Rightarrow F = m_2 \cdot g + 2 \cdot m_1 \cdot g \Rightarrow F = (m_2 + 2 \cdot m_1) \cdot g =$$

$$= (5 \text{ kg} + 2 \cdot 22.5 \text{ kg}) \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 490.5 \text{ N}.$$

Vježba 250

Pomoću kolotura jednoliko se diže teret mase 2250 dag na način prikazan na slici. Koliku silu pokazuje dinamometar ako je masa kolotura 500 dag? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)



Rezultat: 490.5 N.

Zadatak 251 (Branimir, gimnazija)

Dva kamena jednakih masa kruže u horizontalnoj ravnini po kružnicama različitih polumjera R_1 i R_2 . Pritom je $R_2 = 2 \cdot R_1$. Ophodno vrijeme (perioda) oba kamena je isto. Kakav je odnos sila napetosti u drugom i prvom slučaju?

$$A. F_2 = \frac{1}{4} \cdot F_1 \quad B. F_2 = \frac{1}{2} \cdot F_1 \quad C. F_2 = F_1 \quad D. F_2 = 2 \cdot F_1$$

Rješenje 251

$$m_1 = m_2 = m, \quad R_1, \quad R_2 = 2 \cdot R_1, \quad T_1 = T_2 = T, \quad \frac{F_2}{F_1} = ?$$

Da bi se tijelo, mase m , gibalo po kružnici, polumjera r , potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r,$$

gdje je T perioda (ophodno vrijeme, vrijeme jednog okreta). Centripetalna sila ima smjer prema središtu kružnice.

$$\begin{aligned} \frac{F_2}{F_1} &= \frac{m_2 \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T_2^2} \cdot R_2}{m_1 \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T_1^2} \cdot R_1} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot 2 \cdot R_1}{m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot R_1} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot 2 \cdot R_1}{m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot R_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 2 \cdot F_1 \Rightarrow F_2 = 2 \cdot F_1. \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 251

Dva kamena jednakih masa kruže u horizontalnoj ravnini po kružnicama polumjera R_1 i R_2 . Pritom je $R_2 = R_1$. Ophodno vrijeme (perioda) oba kamena je isto. Kakav je odnos sila napetosti u drugom i prvom slučaju?

$$A. F_2 = \frac{1}{4} \cdot F_1 \quad B. F_2 = \frac{1}{2} \cdot F_1 \quad C. F_2 = F_1 \quad D. F_2 = 2 \cdot F_1$$

Rezultat: C.

Zadatak 252 (Branimir, gimnazija)

Dva kamena jednakih masa kruže u horizontalnoj ravnini po kružnicama različitih polumjera R_1 i R_2 . Pritom je $R_2 = 2 \cdot R_1$. Obodna brzina oba kamena je jednaka. Kakav je odnos sila napetosti u drugom i prvom slučaju?

$$A. F_2 = \frac{1}{4} \cdot F_1 \quad B. F_2 = \frac{1}{2} \cdot F_1 \quad C. F_2 = F_1 \quad D. F_2 = 2 \cdot F_1$$

Rješenje 252

$$m_1 = m_2 = m, \quad R_1, \quad R_2 = 2 \cdot R_1, \quad v_1 = v_2 = v, \quad \frac{F_2}{F_1} = ?$$

Da bi se tijelo, mase m , gibalo po kružnici, polumjera r , potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

gdje je v obodna brzina.

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{m_2 \cdot \frac{v_2^2}{R_2}}{m_1 \cdot \frac{v_1^2}{R_1}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{m \cdot \frac{v^2}{2 \cdot R_1}}{m \cdot \frac{v^2}{R_1}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{m \cdot \frac{v^2}{2 \cdot R_1}}{m \cdot \frac{v^2}{R_1}} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{2} \cdot F_1 \Rightarrow F_2 = \frac{1}{2} \cdot F_1.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 252

Dva kamena jednakih masa kruže u horizontalnoj ravnini po kružnicama polumjera R_1 i R_2 . Pritom je $R_2 = R_1$. Obodna brzina oba kamena je jednaka. Kakav je odnos sila napetosti u drugom i prvom slučaju?

A. $F_2 = \frac{1}{4} \cdot F_1$ B. $F_2 = \frac{1}{2} \cdot F_1$ C. $F_2 = F_1$ D. $F_2 = 2 \cdot F_1$

Rezultat: C.

Zadatak 253 (Mateja, gimnazija)

Odredi duljinu šipke obješene na jednom kraju koja ima periodu titranja 1 s. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 253

$$T = 1 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad l = ?$$

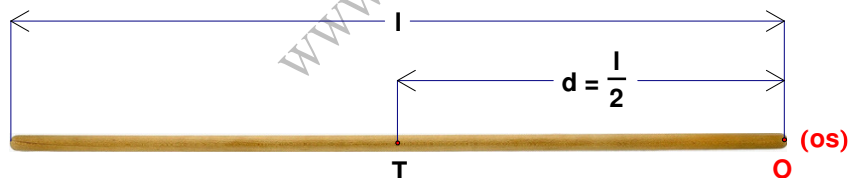
Fizičko njihalo je bilo koji predmet mase m koji se može njihati oko neke osi udaljene d od težišta (centra mase), a ima periodu:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot d}}$$

gdje je I moment inercije (tromosti) s obzirom na os oko koje se predmet njihuje.

Moment tromosti (inercije) štapa duljine l s obzirom na os koja prolazi krajem štapa i okomita je na njegovu duljinu:

$$I = \frac{1}{3} \cdot m \cdot l^2.$$



$$\left. \begin{array}{l} I = \frac{1}{3} \cdot m \cdot l^2 \\ d = \frac{1}{2} \cdot l \\ T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{I}{m \cdot g \cdot d}} \end{array} \right\} \Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\frac{1}{3} \cdot m \cdot l^2}{m \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot l}} \Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\frac{1}{3} \cdot m \cdot l^2}{m \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot l}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot l}{3 \cdot g}} \Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot l}{3 \cdot g}} = T \Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot l}{3 \cdot g}} = T \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot l}{3 \cdot g}} = \frac{T}{2 \cdot \pi} \Rightarrow \sqrt{\frac{2 \cdot l}{3 \cdot g}} = \frac{T}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2 \cdot l}{3 \cdot g} = \left(\frac{T}{2 \cdot \pi}\right)^2 \Rightarrow \frac{2 \cdot l}{3 \cdot g} = \left(\frac{T}{2 \cdot \pi}\right)^2 \cdot \frac{3 \cdot g}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l = \frac{3 \cdot g}{2} \cdot \left(\frac{T}{2 \cdot \pi}\right)^2 = \frac{3 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2} \cdot \left(\frac{1 \text{ s}}{2 \cdot \pi}\right)^2 = 0.3727 \text{ m} = 37.27 \text{ cm}.$$

Vježba 253

Odredi duljinu šipke obješene na jednom kraju koja ima periodu titranja 2 s. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 149.09 cm.

Zadatak 254 (Viktor, srednja škola)

Puni kotač mase 70 kg i promjera 60 cm djelovanjem tangencijalne sile ubrza se do 2400 okr / min u vremenu 30 s. Izračunajte moment sile.

Rješenje 254

$$m = 70 \text{ kg}, \quad 2 \cdot r = 60 \text{ cm} \Rightarrow r = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}, \quad \omega = 2400 \text{ okr/min} = \\ = 2400 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60 \text{ s}} = 80 \cdot \pi \frac{1}{\text{s}}, \quad t = 30 \text{ s}, \quad M = ?$$

Za jednoliko promjenljivu vrtnju vrijedi izraz:

$$\alpha = \frac{\omega}{t},$$

gdje je α kutna akceleracija, ω kutna brzina, t vrijeme vrtnje.

Moment tromosti (ustrajnosti) kružne ploče mase m i polumjera r , s obzirom na os koja prolazi okomito njezinim središtem iznosi:

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2.$$

Tijelo će rotirati jednoliko ubrzano ako na nj djeluje stalni moment sile M , koji još zovemo zakretni moment. Osnovni zakon rotacije pišemo:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = \frac{\omega}{t} \\ I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \\ M = \alpha \cdot I \end{array} \right\} \Rightarrow M = \frac{\omega}{t} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 = \frac{80 \cdot \pi \frac{1}{\text{s}}}{30 \text{ s}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 70 \text{ kg} \cdot (0.3 \text{ m})^2 = 26.39 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Vježba 254

Puni kotač mase 70 kg i promjera 60 cm djelovanjem tangencijalne sile ubrza se do 4800 okr / min u vremenu 60 s. Izračunajte moment sile.

Rezultat: 26.39 N · m.