Zadatak 261 (Ante, srednja škola)

Mjesec obiđe Zemlju 13 puta u godini. Kolika je kutna brzina kojom Mjesec kruži oko Zemlje? Godina ima 365 dana.

Rješenje 261

n = 13, $\varphi = 2 \cdot \pi$, t = 365 d = [365 · 24 · 3600] = 31536000 s, ω = ?

Kutna brzina ω mjeri se u rad / s i određena je izrazom

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \omega = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\Delta t}.$$

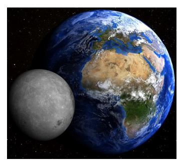
Obično se uzima

$$\varphi_1 = 0 \ , \ \varphi_2 = \varphi \ , \ \Delta t = t$$

pa je

$$\omega = \frac{\varphi}{t}.$$

$$\omega = \frac{n \cdot \varphi}{t} = \frac{13 \cdot 2 \cdot \pi}{31536000 \ s} = 2.59 \cdot 10^{-6} \ \frac{rad}{s}.$$



Vježba 261

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 262 (Matija, tehnička škola)

Biciklist vozi u krugu promjera 6 m tako da ga prijeđe za 4 s. Koliki mora biti najmanji koeficijent trenja na toj podlozi da se može tako voziti? (akceleracija slobodnog pada g = 9.81 m / s^2)

Rješenje 262

2 · r = 6 m, T = 4 s, g = 9.81 m / s^2, μ = ?

Tijelo rotira kada se njegove čestice gibaju po kružnicama čija središta leže u istoj točki ili na istom pravcu. Frekvencija ili učestalost je broj okreta u jedinici vremena (u 1 sekundi).
Kada kruto tijelo rotira oko čvrste osi, sve se njegove čestice gibaju po koncentričnim kružnicama (koncentrične kružnice imaju zajedničko središte). Obodna (linearna) brzina iznosi:

$$v = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T},$$

gdje je r polumjer kružnice, T perioda (ophodno vrijeme, vrijeme jednog okreta).
Da bi se tijelo, mase m, gibalo po kružnici, polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{r},$$

gdje je v obodna ili linearna brzina.
Silu kojom Zemlja privlači sva tijela nazivamo silom težom. Pod djelovanjem sile teže sva tijela padaju na Zemlju ili pritišću na njezinu površinu.
Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka.
Trenje je sila koja se javlja kad se neko tijelo giba površinom nekoga drugog tijela ili kad se tek

počinje gibati. Trenje ima smjer suprotan smjeru gibanja i može se izračunati pomoću izraza

$$F_{tr} = \mu \cdot F_N,$$

gdje je F_{tr} trenje, μ faktor trenja, F_N veličina okomite komponente sile kojom tijelo djeluje na podlogu po kojoj se giba. Na vodoravnoj površini sila trenja za tijelo težine G iznosi:

$$F_{tr} = \mu \cdot G \Rightarrow F_{tr} = \mu \cdot m \cdot g.$$

Sila trenja djeluje kao centripetalna sila pa se biciklist može kružno voziti.

$$F_{tr} = F_{cp} \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow \mu \cdot m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{r} \;/\cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow \mu = \frac{v^2}{r \cdot g}.$$

Dalje slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{v} = \dfrac{2 \cdot r \cdot \pi}{T} \\ \mu = \dfrac{v^2}{r \cdot g} \end{array}\right\} \Rightarrow \mu = \frac{\left(\frac{2 \cdot r \cdot \pi}{T}\right)^2}{r \cdot g} \Rightarrow \mu = \frac{\frac{4 \cdot r^2 \cdot \pi^2}{T^2}}{r \cdot g} \Rightarrow \mu = \frac{\frac{4 \cdot r^2 \cdot \pi^2}{T^2}}{r \cdot g} \Rightarrow \mu = \frac{\frac{4 \cdot r \cdot \pi^2}{T^2}}{\frac{g}{1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{4 \cdot r \cdot \pi^2}{g \cdot T^2} \Rightarrow \mu = \frac{2 \cdot 2 \cdot r \cdot \pi^2}{g \cdot T^2} = \frac{2 \cdot 6\ m \cdot \pi^2}{9.81\ \frac{m}{s^2} \cdot (4\ s)^2} = 0.75.$$

Vježba 262

Biciklist vozi u krugu promjera 12 m tako da ga prijeđe za 4 s. Koliki mora biti najmanji koeficijent trenja na toj podlozi da se može tako voziti? (akceleracija slobodnog pada g = 9.81 m / s^2)

Rezultat: 1.51.

Zadatak 263 (Nutrix, medicinska škola)

Djevojčica sjedi na rubu vrtuljka polumjera 4 m koji u 2 s napravi jedan okret. Kolika je centripetalna akceleracija djevojčice na vrtuljku?

Rješenje 263

r = 4 m, T = 2 s, a = ?

Tijelo rotira kada se njegove čestice gibaju po kružnicama čija središta leže u istoj točki ili na istom pravcu. Kod jednolikoga gibanja po kružnici brzina v je konstantna po iznosu, ali ne i po smjeru. Budući da postoji promjena brzine po smjeru, mora postojati akceleracija koju nazivamo centripetalnom akceleracijom. Ona iznosi:

$$a_{cp} = \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r,$$

gdje je r polumjer kružnice, T perioda (ophodno vrijeme, vrijeme jednog okreta).

$$a_{cp} = \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r = \frac{4 \cdot \pi^2}{(2\ s)^2} \cdot 4\ m = 39.48\ \frac{m}{s^2}.$$

Vježba 263

Djevojčica sjedi na rubu vrtuljka polumjera 8 m koji u 2 s napravi jedan okret. Kolika je centripetalna akceleracija djevojčice na vrtuljku?

Rezultat: $78.96\ \frac{m}{s^2}.$

Zadatak 264 (Iva, srednja škola)

Brzina kruženja Zemlje oko Sunca je 30 puta veća od brzine kruženja Mjeseca oko Zemlje. Mjesec obiđe Zemlju približno 13 puta u godini dana. Koliki je omjer udaljenosti Zemlje od Sunca (r_z) i udaljenosti Mjeseca od Zemlje (r_m)?

$A.\ r_z : r_m = 1 : 13 \qquad B.\ r_z : r_m = 13 : 1 \qquad C.\ r_z : r_m = 1 : 390 \qquad D.\ r_z : r_m = 390 : 1$

Rješenje 264

$v_z = 30 \cdot v_m, \qquad \nu_m = 13 \cdot \nu_z, \qquad r_z : r_m = ?$

Frekvencija ili učestalost ν je broj okreta u jedinici vremena (u 1 sekundi).
Kada kruto tijelo rotira oko čvrste osi, sve se njegove čestice gibaju po koncentričnim kružnicama (koncentrične kružnice imaju zajedničko središte). Obodna (linearna) brzina v iznosi:

$$v = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot \nu,$$

gdje je r polumjer kružnice, ν frekvencija (broj okreta u jedinici vremena).

$$\left.\begin{array}{l} v_z = 2 \cdot r_z \cdot \pi \cdot \nu_z \\ v_m = 2 \cdot r_m \cdot \pi \cdot \nu_m \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow \frac{v_z}{v_m} = \frac{2 \cdot r_z \cdot \pi \cdot \nu_z}{2 \cdot r_m \cdot \pi \cdot \nu_m} \Rightarrow \frac{30 \cdot v_m}{v_m} = \frac{2 \cdot r_z \cdot \pi \cdot \nu_z}{2 \cdot r_m \cdot \pi \cdot 13 \cdot \nu_z} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{30 \cdot v_m}{v_m} = \frac{2 \cdot r_z \cdot \pi \cdot \nu_z}{2 \cdot r_m \cdot \pi \cdot 13 \cdot \nu_z} \Rightarrow \frac{30}{1} = \frac{r_z}{13 \cdot r_m} \Rightarrow \frac{r_z}{13 \cdot r_m} = \frac{30}{1} \Rightarrow \frac{r_z}{13 \cdot r_m} = \frac{30}{1} \;/ \cdot 13 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{r_z}{r_m} = \frac{390}{1} \Rightarrow r_z : r_m = 390 : 1.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 264

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 265 (MaturantNN, medicinska škola)

Tijelo se giba jednoliko po kružnici polumjera r_1. Koliki treba biti polumjer r_2 kružnice po kojoj bi se to isto tijelo, uz jednaku centripetalnu silu, gibalo s dvostruko manjim periodom?

$A.\ r_2 = 0.25 \cdot r_1 \qquad B.\ r_2 = 0.5 \cdot r_1 \qquad C.\ r_2 = 2 \cdot r_1 \qquad D.\ r_2 = 4 \cdot r_1$

Rješenje 265

$m, \qquad r_1, \qquad F_{cp}, \qquad T_1 = T, \qquad T_2 = 0.5 \cdot T, \qquad r_2 = ?$

Da bi se tijelo, mase m, gibalo po kružnici, polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r,$$

gdje je T perioda (ophodno vrijeme, vrijeme jednog okreta). Centripetalna sila ima smjer prema središtu kružnice.

$$\left.\begin{array}{l} F_{cp} = m \cdot \dfrac{4 \cdot \pi^2}{T_2^2} \cdot r_2 \\ F_{cp} = m \cdot \dfrac{4 \cdot \pi^2}{T_1^2} \cdot r_1 \end{array}\right\} \Rightarrow m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T_2^2} \cdot r_2 = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T_1^2} \cdot r_1 \Rightarrow m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{(0.5 \cdot T)^2} \cdot r_2 = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{0.25 \cdot T^2} \cdot r_2 = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r_1 \Rightarrow m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{0.25 \cdot T^2} \cdot r_2 = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r_1 \;/ \cdot \frac{0.25 \cdot T^2}{m \cdot 4 \cdot \pi^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_2 = 0.25 \cdot r_1.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 265

Tijelo se giba jednoliko po kružnici polumjera r_1. Koliki treba biti polumjer r_2 kružnice po kojoj bi se to isto tijelo, uz jednaku centripetalnu silu, gibalo s dvostruko većom periodom?

$$A.\ r_2 = 0.25 \cdot r_1 \qquad B.\ r_2 = 0.5 \cdot r_1 \qquad C.\ r_2 = 2 \cdot r_1 \qquad D.\ r_2 = 4 \cdot r_1$$

Rezultat: D.

Zadatak 266 (Maturant, medicinska škola)

Perioda kruženja umjetnog satelita oko planeta iznosi T. Udaljenost satelita od središta planeta iznosi r. Na kolikoj udaljenosti od središta planeta kruži drugi satelit kojemu je perioda kruženja $\frac{T}{8}$?

$$A.\ \frac{r}{8} \qquad B.\ \frac{r}{4} \qquad C.\ 4 \cdot r \qquad D.\ 8 \cdot r$$

Rješenje 266

$T_1 = T, \quad r_1 = r, \quad T_2 = T / 8, \quad r_2 = x = ?$

Da bi se tijelo, mase m, gibalo po kružnici, polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r,$$

gdje je T perioda (ophodno vrijeme, vrijeme jednog okreta). Centripetalna sila ima smjer prema središtu kružnice.

Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa m_1 i m_2 nalaze u međusobnoj udaljenosti r, među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je G gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.

Treći Keplerov zakon

Omjer kvadrata ophodnoga vremena i kuba srednje udaljenosti planeta od Sunca, tj. kuba velike poluosi eliptične planetne staze jednak je za sve planete Sunčeva sustava.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}.$$

Neka je m masa umjetnog satelita koji kruži oko planeta mase M. Budući da sila gravitacije između satelita mase m i planeta mase M mora biti jednaka centripetalnoj sili, vrijedi sustav jednadžba.

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{4 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot r_1}{T_1^2} = G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r_1^2} \\ \dfrac{4 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot r_2}{T_2^2} = G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r_2^2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow \frac{\dfrac{4 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot r_1}{T_1^2}}{\dfrac{4 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot r_2}{T_2^2}} = \frac{G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r_1^2}}{G \cdot \dfrac{m \cdot M}{r_2^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{4\cdot\pi^2\cdot m\cdot r_1}{T_1^2}}{\frac{4\cdot\pi^2\cdot m\cdot r_2}{T_2^2}}=\frac{G\cdot\frac{m\cdot M}{r_1^2}}{G\cdot\frac{m\cdot M}{r_2^2}} \Rightarrow \frac{r_1\cdot T_2^2}{r_2\cdot T_1^2}=\frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow \frac{r\cdot\left(\frac{T}{8}\right)^2}{x\cdot T^2}=\frac{x^2}{r^2} \Rightarrow \frac{r\cdot\frac{T^2}{64}}{x\cdot T^2}=\frac{x^2}{r^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{r\cdot\frac{T^2}{64}}{x\cdot T^2}=\frac{x^2}{r^2} \Rightarrow \frac{r}{64\cdot x}=\frac{x^2}{r^2} \Rightarrow \frac{x^2}{r^2}=\frac{r}{64\cdot x} \Rightarrow \frac{x^2}{r^2}=\frac{r}{64\cdot x}\ /\cdot x\cdot r^2 \Rightarrow x^3=\frac{r^3}{64} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^3=\frac{r^3}{64}\ /\sqrt[3]{\ } \Rightarrow x=\sqrt[3]{\frac{r^3}{64}} \Rightarrow x=\sqrt[3]{\left(\frac{r}{4}\right)^3} \Rightarrow x=\frac{r}{4}.$$

Odgovor je pod B.

2.inačica

Treći Keplerov zakon

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{r_1^3}{r_2^3} \Rightarrow \frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{r_1^3}{r_2^3}\ /\cdot\frac{r_2^3\cdot T_2^2}{T_1^2} \Rightarrow r_2^3=\frac{r_1^3\cdot T_2^2}{T_1^2} \Rightarrow r_2^3=\frac{T_2^2}{T_1^2}\cdot r_1^3 \Rightarrow r_2^3=r_1^3\cdot\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_2^3=r_1^3\cdot\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2\ /\sqrt[3]{\ } \Rightarrow r_2=\sqrt[3]{r_1^3\cdot\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2} \Rightarrow r_2=r_1\cdot\sqrt[3]{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2} \Rightarrow r_2=r\cdot\sqrt[3]{\left(\frac{\frac{T}{8}}{T}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_2=r\cdot\sqrt[3]{\left(\frac{\frac{T}{8}}{T}\right)^2} \Rightarrow r_2=r\cdot\sqrt[3]{\left(\frac{1}{8}\right)^2} \Rightarrow r_2=r\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{64}} \Rightarrow r_2=r\cdot\sqrt[3]{\left(\frac{1}{4}\right)^3} \Rightarrow r_2=\frac{r}{4}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 266

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 267 (Mihael, gimnazija)

Bubanj perilice za rublje koji se okreće brzinom od 900 okretaja u minuti jednoliko usporava na 300 okretaja u minuti u 50 okretaja. Odredite:
a) kutnu akceleraciju
b) vrijeme potrebno za tih 50 okretaja.

Rješenje 267

$n_1 = 900$, $t = 1\text{ min} = 60\text{ s}$, $n_2 = 300$, $N = 50$, $\alpha = ?$, $t = ?$

Kutna brzina ω i broj okretaja n po sekundi povezani su u formuli:

$$\omega = 2\cdot\pi\cdot\frac{n}{t}.$$

Kutnu akceleraciju α definiramo kao brzinu promjene kutne brzine:

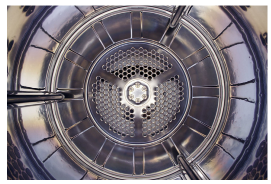
$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\Delta t}.$$

Kod jednoliko ubrzanog ili usporenog kružnog gibanja (rotacije) prijeđeni kut φ računa se po formuli

$$\varphi = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t,$$

gdje je ω_1 početna kutna brzina, ω_2 konačna kutna brzina.
Prijeđeni kut φ i ukupni broj okretaja N povezani su formulom

$$\varphi = 2 \cdot \pi \cdot N.$$



a)
Iz formula za kut φ odredimo N.

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= 2 \cdot \pi \cdot N \\ \varphi &= \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot N = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t \Rightarrow 2 \cdot \pi \cdot N = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t \; / \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \Rightarrow N = \frac{\omega_1 + \omega_2}{4 \cdot \pi} \cdot t.$$

Iz sustava jednadžba dobije se:

$$\left.\begin{aligned} N &= \frac{\omega_1 + \omega_2}{4 \cdot \pi} \cdot t \\ \alpha &= \frac{\omega_2 - \omega_2}{t} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{pomnožimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow N \cdot \alpha = \frac{\omega_1 + \omega_2}{4 \cdot \pi} \cdot t \cdot \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N \cdot \alpha = \frac{\omega_1 + \omega_2}{4 \cdot \pi} \cdot t \cdot \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} \Rightarrow N \cdot \alpha = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{4 \cdot \pi} \Rightarrow N \cdot \alpha = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{4 \cdot \pi} \; / \cdot \frac{1}{N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{4 \cdot \pi \cdot N}.$$

Izračunajmo kutne brzine ω_1 i ω_2.

- $\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot \frac{n_1}{t} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{900}{60 \; s} = 30 \cdot \pi \; \frac{1}{s}$
- $\omega_2 = 2 \cdot \pi \cdot \frac{n_2}{t} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{300}{60 \; s} = 10 \cdot \pi \; \frac{1}{s}.$

Sada je:

$$\alpha = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{4 \cdot \pi \cdot N} = \frac{\left(10 \cdot \pi \; \frac{1}{s}\right)^2 - \left(30 \cdot \pi \; \frac{1}{s}\right)^2}{4 \cdot \pi \cdot 50} =$$

$$= -4 \cdot \pi \; \frac{rad}{s^2}.$$

b)
Vrijeme t iznosi:

$$N = \frac{\omega_1 + \omega_2}{4 \cdot \pi} \cdot t \Rightarrow \frac{\omega_1 + \omega_2}{4 \cdot \pi} \cdot t = N \Rightarrow \frac{\omega_1 + \omega_2}{4 \cdot \pi} \cdot t = N \; / \cdot \frac{4 \cdot \pi}{\omega_1 + \omega_2} \Rightarrow t = \frac{4 \cdot \pi \cdot N}{\omega_1 + \omega_2} =$$

$$= \begin{bmatrix} N = 50 \\ \omega_1 = 30 \cdot \pi \ \frac{1}{s} \\ \omega_2 = 10 \cdot \pi \ \frac{1}{s} \end{bmatrix} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 50}{30 \cdot \pi \ \frac{1}{s} + 10 \cdot \pi \ \frac{1}{s}} =$$  $= 5$ s.

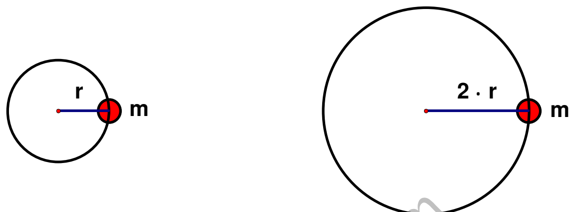
Vježba 267

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 268 (Miroslav, obrtnička škola)

Na slici su prikazane kružne staze dvaju tijela. Perioda kruženja tijela mase m po kružnici polumjera r iznosi T. Na tijelo pritom djeluje ukupna sila F. Kolika je ukupna sila potrebna da bi to tijelo kružilo jednakom periodom T po kružnici radijusa 2 · r?



$A. \ \frac{F}{4} \qquad B. \ \frac{F}{2} \qquad C. \ 2 \cdot F \qquad D. \ 4 \cdot F$

Rješenje 268

r, m, 2 · r

Da bi se tijelo, mase m, gibalo po kružnici, polumjera r, potrebno je da na nj djeluje centripetalna sila:

$$F_{cp} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r,$$

gdje je T perioda (ophodno vrijeme, vrijeme jednog okreta). Centripetalna sila ima smjer prema središtu kružnice.

1.inačica

$$\left. \begin{array}{l} F = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2} \\ F_1 = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 2 \cdot r}{T^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \frac{m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 2 \cdot r}{T^2}}{m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2}} \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \frac{m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 2 \cdot r}{T^2}}{m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F} = 2 \Rightarrow \frac{F_1}{F} = 2 \ / \cdot F \Rightarrow F_1 = 2 \cdot F.$$

Odgovor je pod C.

2.inačica

Pogledajmo formulu

$$F_{cp} = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot r,$$

Ako su m i T stalne veličine, onda je sila F razmjerna (proporcionalna) sa polumjerom r.

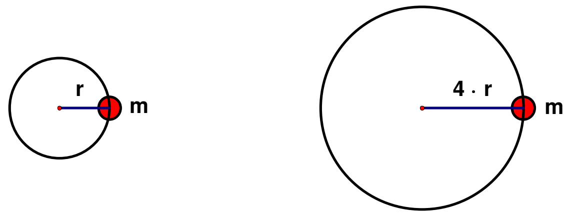
$$F \sim r.$$

Poveća li se polumjer r tri puta sila F bit će tri puta veća. Smanji li se polumjer r četiri puta sila F bit će četiri puta manja. U zadatku je polumjer dva puta veći pa je sila dva puta veća.

Odgovor je pod C.

Vježba 268

Na slici su prikazane kružne staze dvaju tijela. Perioda kruženja tijela mase m po kružnici polumjera r iznosi T. Na tijelo pritom djeluje ukupna sila F. Kolika je ukupna sila potrebna da bi to tijelo kružilo jednakom periodom T po kružnici radijusa 4 · r?



$$A.\ \frac{F}{4} \qquad B.\ \frac{F}{2} \qquad C.\ 2 \cdot F \qquad D.\ 4 \cdot F$$

Rezultat: D.

Zadatak 269 (Dox, strukovna škola)

Odredi kutnu brzinu rotacije Zemlje oko svoje osi kao i njezinu obodnu brzinu obzirom na ekvator znajući da je polumjer Zemlje 6377.397 km.

Rješenje 269

T = 24 h = [24 · 3600] = 86400 s, r = 6377.397 km = 6.3774 · 10^6 m, ω = ?, v = ?

Tijelo rotira kada se njegove čestice gibaju po kružnicama čija središta leže u istoj točki ili na istom pravcu. Između obodne v i kutne brzine ω neke čestice pri rotaciji vrijedi odnos

$$v = r \cdot \omega.$$

Kutna brzina ω iznosi:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T},$$

gdje je T perioda (ophodno vrijeme, vrijeme jednog okreta).

Ekvator je zamišljena crta na površini nebeskog tijela koja je jednako udaljena od obaju polova. On dijeli površinu na sjevernu i južnu polutku.

Kutna brzina:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{86\,400\ s} = 7.27 \cdot 10^{-5}\ rad / s.$$

Obodna brzina:

$$v = r \cdot \omega \Rightarrow v = r \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T} = 6.3774 \cdot 10^{6}\ m \cdot \frac{2 \cdot \pi}{86\,400\ s} = 463.78\ \frac{m}{s}.$$

Vježba 269

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 270 (Marija, gimnazija)

Mali i veliki kotač povezani su remenom. Mali kotač ima polumjer 30 cm, a veliki 120 cm.
a) Ako je kutna brzina malog kotača 12 rad / s, kolika je kutna brzina velikog kotača?
b) Kolika je brzina remena?
c) Odredite omjer kutnih brzina malog i velikog kotača.

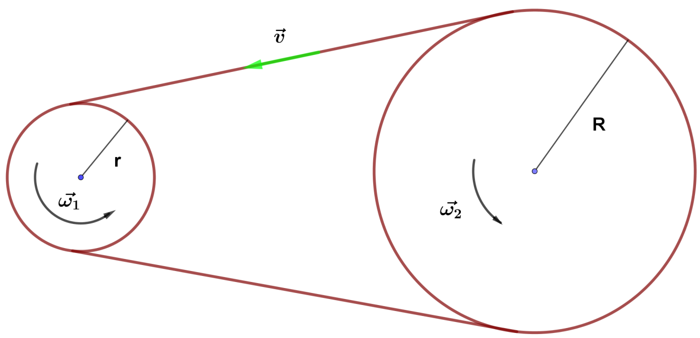
Rješenje 270

r = 30 cm = 0.3 m, R = 120 cm = 1.2 m, ω_1 = 12 rad / s, ω_2 = ?, v = ?,

$\omega_1 : \omega_2 = ?$

Tijelo rotira kada se njegove čestice gibaju po kružnicama čija središta leže u istoj točki ili na istom pravcu. Između obodne v i kutne brzine ω neke čestice pri rotaciji vrijedi odnos

$$v = r \cdot \omega.$$



a)

Obodne brzine kotača i remena su jednake pa vrijedi

$$r \cdot \omega_1 = R \cdot \omega_2 \Rightarrow R \cdot \omega_2 = r \cdot \omega_1 \Rightarrow R \cdot \omega_2 = r \cdot \omega_1 \ / \cdot \frac{1}{R} \Rightarrow \omega_2 = \frac{r}{R} \cdot \omega_1 = \frac{0.3\ m}{1.2\ m} \cdot 12\ \frac{rad}{s} = 3\ \frac{rad}{s}.$$

b)

Brzina remena iznosi:

$$v = r \cdot \omega_1 = 0.3\ m \cdot 12\ \frac{rad}{s} = 3.6\ \frac{m}{s} \ \text{ ili } \ v = R \cdot \omega_2 = 1.2\ m \cdot 3\ \frac{rad}{s} = 3.6\ \frac{m}{s}.$$

c)

Omjer kutnih brzina je:

$$r \cdot \omega_1 = R \cdot \omega_2 \Rightarrow r \cdot \omega_1 = R \cdot \omega_2 \ / \cdot \frac{1}{r \cdot \omega_2} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{R}{r} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1.2\ m}{0.3\ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1.2\ m}{0.3\ m} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{4}{1} \Rightarrow \omega_1 : \omega_2 = 4 : 1.$$

Vježba 270

Mali i veliki kotač povezani su remenom. Mali kotač ima polumjer 20 cm, a veliki 80 cm. Odredite omjer kutnih brzina malog i velikog kotača.

Rezultat: 4 : 1.