

Zadatak 001 (Ivan, gimnazija)

U cijevi je tlak 0.6 MPa. Nađi brzinu kojom voda izlazi kroz otvor.

Rješenje 001

$$p = 0.6 \text{ MPa} = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad v = ?$$

$$p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot p}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = \sqrt{1200 \frac{\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = \sqrt{1200 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = 34.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Brzina vode je 34.6 m/s.

Vježba 001

U cijevi je tlak 8 MPa. Nađi brzinu kojom voda izlazi kroz otvor.

Rezultat: 126.49 m/s.

Zadatak 002 (Ana, gimnazija)

U hidrauličkoj preši sila 450 N djeluje na manji čep površine 100 cm². Kolikom silom tlači veći čep ako mu je površina 200 cm²?

Rješenje 002

1. inačica

Pascalov zakon govori o jednolikom širenju vanjskog tlaka na sve strane u fluidima (plinovi i tekućine).

$$F_1 = 450 \text{ N}, \quad S_1 = 100 \text{ cm}^2, \quad S_2 = 200 \text{ cm}^2, \quad F_2 = ?$$

Budući da je površina S₂ dva puta veća od površine S₁ (S₂ : S₁ = 200 : 100 = 2), i sila F₂ mora biti dva puta veća od sile F₁.

$$F_2 = 2 \cdot F_1 = 2 \cdot 450 \text{ N} = 900 \text{ N}.$$

2. inačica

Iz jednakosti tlakova slijedi:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow F_1 = F_2 \cdot \frac{S_1}{S_2} = 450 \text{ N} \cdot \frac{200 \text{ cm}^2}{100 \text{ cm}^2} = 900 \text{ N}.$$

Veći čep tlači silom 900 N.

Vježba 002

U hidrauličkoj preši sila 600 N djeluje na manji čep površine 20 cm². Kolikom silom tlači veći čep ako mu je površina 100 cm²?

Rezultat: 3000 N = 3 kN.

Zadatak 003 (Ana, gimnazija)

Kada je široka otvorena posuda puna vode, kroz otvor na dnu počinje istjecati voda brzinom 2.8 m/s. Kolika je visina posude?

Rješenje 003

$$v = 2.8 \text{ m/s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad h = ?$$

Ako idealna tekućina istječe iz posude kroz otvor koji se nalazi za visinu h ispod najniže razine tekućine, brzina istjecanja iznosi:

$$v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} = \frac{\left(2.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.392 \text{ m} = 39.2 \text{ cm}$$

Posuda je visoka 39.2 cm.

Vježba 003

Kada je široka otvorena posuda puna vode, kroz otvor na dnu počinje istjecati voda brzinom 5 m/s. Kolika je visina posude?

Rezultat: 1.25 m.

Zadatak 004 (Marija, gimnazija)

Tijelo pliva na vodi tako da se 10% obujma tijela nalazi iznad površine vode. Gustoća vode je 1 000 kg/m³. Kolika je gustoća tijela?

Rješenje 004

$$\rho_v = 1\,000 \text{ kg/m}^3, \quad p = 10\%, \quad \rho = ?$$

Iznad vode je 10% obujma tijela, a 90% je pod vodom. Ako obujam tijela označimo slovom V, onda je obujam pod vodom $V_1 = 0.9V$. Budući da tijelo pliva, znači da je njegova težina G jednaka po iznosu, ali suprotnog smjera, uzgonu F.

$$G = F \Rightarrow m \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_1 \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_1 \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot 0.9V \quad / : gV \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho = \rho_v \cdot 0.9 = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 0.9 = 900 \text{ kg/m}^3.$$

Gustoća tijela je 900 kg/m³.

Vježba 004

Tijelo pliva na vodi tako da se 20% obujma tijela nalazi iznad površine vode. Gustoća vode je 1 000 kg/m³. Kolika je gustoća tijela?

Rezultat: 800 kg/m³.

Zadatak 005 (Maja, medicinska škola)

Koliki je uzgon u vodi na kamen mase 10 kg i gustoće 2.5 g/cm³? ($\rho_v = 1\,000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 005

$$m = 10 \text{ kg}, \quad \rho_k = 2.5 \text{ g/cm}^3 = 2\,500 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_v = 1\,000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F_{uz} = ?$$

Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine u koju je tijelo uronjeno (ovdje je to voda $\rho_t = \rho_v$), g ubrzanje sile teže, V volumen uronjenog tijela (ili volumen uronjenog dijela tijela).

Volumen kamena izračuna se pomoću gustoće i mase:

$$\rho_k = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho_k}.$$

Sada je uzgon lako izračunati:

$$F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot V = \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_k} = \frac{\rho_v}{\rho_k} \cdot g \cdot m = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2\,500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ kg} = 39.24 \text{ N}.$$

Vježba 005

Koliki je uzgon u vodi na kamen mase 20 kg i gustoće 2 g/cm³? ($\rho_v = 1\,000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 98.1 N.

Zadatak 006 (Andrea, medicinska škola)

Koliki je unutarnji promjer cijevi kroz koju protječe 400 litara vode u minuti brzinom 5 m/s?

Rješenje 006

$$V = 400 \text{ l} = 400 \text{ dm}^3 = 0.4 \text{ m}^3, \quad t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad v = 5 \text{ m/s}, \quad d = ?$$

Jakost struje količina je tekućine koja u jedinici vremena prođe presjekom cijevi površine S.

$$I = S \cdot v,$$

v je brzina protjecanja. Jakost struje možemo na drugi način izraziti:

$$I = \frac{V}{t}.$$

Sada je

$$\frac{V}{t} = S \cdot v \Rightarrow S \cdot v \cdot t = V.$$

Ako je zadan promjer, površina kruga računa se pomoću formule:

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}.$$

Dalje je lako

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v \cdot t = V &\Rightarrow \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v \cdot t = V / \cdot 4 \Rightarrow d^2 \cdot \pi \cdot v \cdot t = 4 \cdot V \Rightarrow d^2 = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot v \cdot t} \Rightarrow \\ \Rightarrow d &= \sqrt{\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot v \cdot t}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0.4 \text{ m}^3}{\pi \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 60 \text{ s}}} = \sqrt{\frac{1.6 \text{ m}^3}{\pi \cdot 300 \text{ m}}} = 0.0412 \text{ m} = 4.12 \text{ cm}. \end{aligned}$$

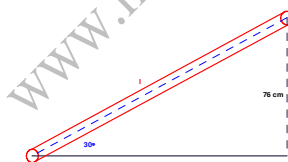
Vježba 006

Koliki je unutarnji promjer cijevi kroz koju protječe 100 litara vode u minuti brzinom 4 m/s?

Rezultat: 2.30 cm.

Zadatak 007 (Antonia, gimnazija)

Barometarska cijev je prema horizontalnoj ravni nagnuta pod kutom 30° . Kolika je duljina stupca žive u cijevi pri normiranom atmosferskom tlaku. Vidi sliku!



Rješenje 007

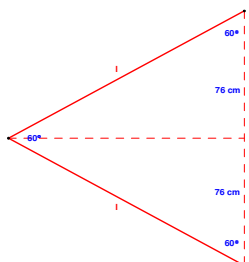
1. inačica

Uočimo pravokutan trokut i uporabimo funkciju sinus (**sinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru katete nasuprot kuta i hipotenuze**):

$$\sin 30^\circ = \frac{76 \text{ cm}}{l} \Rightarrow l \cdot \sin 30^\circ = 76 \text{ cm} \Rightarrow l = \frac{76 \text{ cm}}{\sin 30^\circ} = \frac{76 \text{ cm}}{\frac{1}{2}} = 152 \text{ cm}.$$

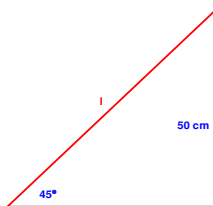
2. inačica

Ako pravokutan trokut rotiramo oko osnovice dobit ćemo jednakostraničan trokut jer su sva tri unutarnja kuta 60° . Onda je svaka stranica $2 \cdot 76 \text{ cm} = 152 \text{ cm}$. Duljina stupca žive je 152 cm.



Vježba 007

Barometarska cijev je prema horizontalnoj ravnini nagnuta pod kutom 45° . Kolika je duljina stupca žive u cijevi pri normiranom atmosferskom tlaku. Vidi sliku!



Rezultat: $50\sqrt{2}$ cm.

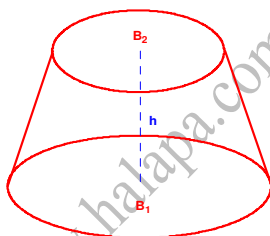
Zadatak 008 (Antonia, gimnazija)

Posuda u obliku skraćenog stošca ima površinu donje baze $B_1 = 200 \text{ cm}^2$, a gornjeg otvora $B_2 = 120 \text{ cm}^2$. Visina posude je 42 cm.

- Kolika sila djeluje na dno ako je posuda napunjena vodom?
- Kolika je težina vode u posudi?

Rješenje 008

a)
 $B_1 = 200 \text{ cm}^2 = 200 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 0.02 \text{ m}^2$, $B_2 = 120 \text{ cm}^2 = 120 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 0.012 \text{ m}^2$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$,
 $h = 42 \text{ cm} = 0.42 \text{ m}$, $F = ?$



Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Na dnu posude tlak iznosi:

$$p = \rho \cdot g \cdot h,$$

gdje je ρ gustoća tekućine (vode), g ubrzanje sile teže, h visina stupca tekućine (vode) iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak.

Budući da je formula za silu

$$F = p \cdot S$$

slijedi da će sila biti jednaka

$$F = \rho \cdot g \cdot h \cdot B_1.$$

Uvrstimo zadane veličine:

$$F = \rho \cdot g \cdot h \cdot B_1 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.42 \text{ m} \cdot 0.02 \text{ m}^2 = 82.40 \text{ N}.$$

Na dno djeluje sila 82.40 N.

b)
 $B_1 = 200 \text{ cm}^2 = 200 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 0.02 \text{ m}^2$, $B_2 = 120 \text{ cm}^2 = 120 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 0.012 \text{ m}^2$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$,
 $h = 42 \text{ cm} = 0.42 \text{ m}$, $G = ?$

Težina se računa po formuli

$$G = m \cdot g.$$

Budući da masa nije zadana, izračunat ćemo je iz formule za gustoću:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

U matematici uči se da je obujam skraćenog stošca (krnjeg stošca):

$$V = \frac{h}{3} \cdot (B_1 + B_2 + \sqrt{B_1 \cdot B_2}).$$

Sada lako izračunamo težinu:

$$\begin{aligned} G &= m \cdot g = \rho \cdot g \cdot V = \rho \cdot g \cdot \frac{h}{3} \cdot (B_1 + B_2 + \sqrt{B_1 \cdot B_2}) = \\ &= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{0.42 \text{ m}}{3} \cdot (0.02 + 0.012 + \sqrt{0.02 \cdot 0.012}) \text{ m}^2 = 65.23 \text{ N}. \end{aligned}$$

Težina vode u posudi je 65.23 N.

Vježba 008

Posuda u obliku skraćenog stošca ima površinu donje baze $B_1 = 400 \text{ cm}^2$, a gornjeg otvora $B_2 = 100 \text{ cm}^2$. Visina posude je 30 cm.

- Kolika sila djeluje na dno ako je posuda napunjena vodom?
- Kolika je težina vode u posudi?

Rezultat: a) $F = 117.72 \text{ N}$, b) $G = 68.67 \text{ N}$.

Zadatak 009 (Antonia, gimnazija)

U posudi obujam 0.5 l nalazi se plin pri normiranom tlaku. Koliko molekula plina ima u posudi?

Rješenje 009

$$V = 0.5 \text{ l}, \quad p_0 = 101\,325 \text{ Pa}, \quad N = ?$$

Da bismo shvatili postupak rješavanja, evo malo teorije! Makroskopska (velika) tijela sastoje se od velikog broja atoma i molekula. Broj atoma i molekula, dakle njihovu brojnost, izrazit ćemo fizikalnom veličinom koju zovemo **množina** ili **količina tvari**. Njezina jedinica je **mol** (znak: mol). Mol je osnovna jedinica za množinu ili količinu tvari.

Važno je zapamtiti:

- ▣ **Jedan mol bilo koje tvari uvijek sadrži jednak broj jedinki (čestica: atoma, molekula, elektrona i sl.).**
To je $6.022 \cdot 10^{23}$.
- ▣ **Pri normiranim uvjetima (tlak $p_0 = 101\,325 \text{ Pa}$, temperatura $T_0 = 273.15 \text{ K}$) molni obujam (obujam jednog mola) plina je za sve plinove jednak i iznosi 22.4 l (22.4 litre).**

Dakle, u jednom molu bilo koje tvari uvijek se nalazi $6.022 \cdot 10^{23}$ jedinki i pri normiranim uvjetima jedan mol svakog plina uvijek ima obujam 22.4 litre.

Prema tome u 22.4 litre plina ima $6.022 \cdot 10^{23}$ molekula.

Pišemo:

$$22.4 \text{ l} \dots\dots\dots 6.022 \cdot 10^{23} \text{ molekula.}$$

Pitamo se koliko ima molekula u 0.5 litara plina.

Najprije izračunamo koliko ima molekula u 1 litri plina:

$$\frac{6.022 \cdot 10^{23}}{22.4} = 2.6883928 \cdot 10^{22}.$$

Tada će u 0.5 litara biti molekula:

$$N = 0.5 \cdot 2.6883928 \cdot 10^{22} = 1.3441964 \cdot 10^{22} \text{ molekula} \approx 1.34 \cdot 10^{22} \text{ molekula.}$$

Do rezultata možemo doći i preko pravila trojnog.

$$22.4 \text{ l} \dots\dots\dots 6.022 \cdot 10^{23} \text{ molekula.}$$

$$0.5 \text{ l} \dots\dots\dots N$$

Pomnožimo "dijagonalno":

$$22.4 \cdot N = 0.5 \cdot 6.022 \cdot 10^{23},$$

$$N = \frac{0.5 \cdot 6.022 \cdot 10^{23}}{22.4} = 1.34 \cdot 10^{22} \text{ molekula.}$$

Vježba 009

U posudi obujma 0.25 l nalazi se plin pri normiranom tlaku. Koliko molekula plina ima u posudi?

Rezultat: $N = 6.72 \cdot 10^{21}$ molekula.

Zadatak 010 (Tanja, gimnazija)

Koliko je duboko jezero na čijem je dnu hidrostatički tlak 255 kPa?

Rješenje 010

$$p_0 = 101\,325 \text{ Pa}, \quad p = 255 \text{ kPa} = 255\,000 \text{ Pa}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad h = ?$$

Hidrostatički tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojem mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ :

$$p_h = \rho \cdot g \cdot h.$$

Ukupni tlak na dnu jezera jednak je zbroju normiranog tlaka (atmosferskog tlaka) p_0 i hidrostatičkog tlaka p_h .

$$p = p_0 + p_h \Rightarrow p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h.$$

Sada nađemo h:

$$\rho \cdot g \cdot h = p - p_0 \Rightarrow \rho \cdot g \cdot h = p - p_0 \quad | : \rho g \Rightarrow h = \frac{p - p_0}{\rho \cdot g} \Rightarrow h = \frac{255\,000 \text{ Pa} - 101\,325 \text{ Pa}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{153\,675 \text{ Pa}}{9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}} = 15.67 \frac{\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{\frac{\text{N}}{\text{m}^3}} = 15.67 \text{ m.}$$

Vježba 010

Koliko je duboko jezero na čijem je dnu hidrostatički tlak 350 kPa?

Rezultat: 25.35 m.

Zadatak 011 (Tanja i Ana, gimnazija)

Koliki je uzgon u vodi na kameni mase 10 kg i gustoće 2 500 kg/m³?

Rješenje 011

$$\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad m = 10 \text{ kg}, \quad \rho_k = 2\,500 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F_{uz} = ?$$

Kada je tijelo uronjeno u tekućinu na njega djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje **uzgon**. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje su ρ_t gustoća tekućine, V volumen uronjenog dijela tijela.

Ponovimo definiciju gustoće!

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Budući da je zadana gustoća tijela ρ_k , slijedi:

$$\rho_k = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho_k}$$

Izraz za obujam kamena uvrstimo u formulu za uzgon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V = \rho_t \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_k} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{10 \text{ kg}}{2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = \frac{981}{25} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 39.24 \text{ N}.$$

Vježba 011

Koliki je uzgon u vodi na tijelo mase 30 kg čija je gustoća $2\,000 \text{ kg/m}^3$?

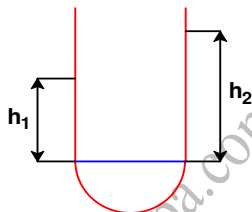
Rezultat: 147.15 N.

Zadatak 012 (Ana i Tanja, gimnazija)

U cijevi oblika slova U nalivena je živa, a zatim u jedan krak tekućina gustoće $1.2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ (Slika). Visina je stupca žive, mjerena od dodirne površine, 1.4 cm. Kolika je visina stupca nepoznate tekućine?

Rješenje 012

$$\rho_1 = 13\,600 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = 1.2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 = 1\,200 \text{ kg/m}^3, \quad h_1 = 1.4 \text{ cm}, \quad h_2 = ?$$



Tekućine su u oba kraka u ravnoteži, a to znači da su hidrostatički tlakovi u lijevom i desnom kraku međusobno jednaki:

$$\rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 \quad /: g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_1 \cdot h_1 = \rho_2 \cdot h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{\rho_1 \cdot h_1}{\rho_2} = \frac{13\,600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1.4 \text{ cm}}{1\,200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 15.9 \text{ cm}.$$

Vježba 012

U cijevi oblika slova U nalivena je živa, a zatim u jedan krak tekućina gustoće $2.5 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Visina je stupca žive, mjerena od dodirne površine, 2 cm. Kolika je visina stupca nepoznate tekućine?

Rezultat: 10.9 cm.

Zadatak 013 (Ana i Tanja, gimnazija)

Koliko je visok stupac žive u živinom barometru koji odgovara tlaku $0.98 \cdot 10^5 \text{ Pa}$?

Rješenje 013

$$\rho = 13\,600 \text{ kg/m}^3, \quad p = 0.98 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 98\,000 \text{ Pa}, \quad h = ?$$

Iz formule za hidrostatički tlak nađemo visinu:

$$p = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{98\,000 \text{ Pa}}{13\,600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{98\,000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{133\,416 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}} = 0.735 \text{ mHg} = 73.5 \text{ cmHg}.$$

Vježba 013

Koliko je visok stupac žive u živinom barometru koji odgovara tlaku $0.94 \cdot 10^5 \text{ Pa}$?

Rezultat: 70.5 cmHg.

Zadatak 014 (Ana i Tanja, gimnazija)

Kolikom silom pritišće zrak na površinu stola dimenzija $1.2 \text{ m} \cdot 0.6 \text{ m}$ uz tlak $0.98 \cdot 10^5 \text{ Pa}$?

Rješenje 014

$$S = 1.2 \text{ m} \cdot 0.6 \text{ m} = 0.72 \text{ m}^2, \quad p = 0.98 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 98\,000 \text{ Pa}, \quad F = ?$$

Ponovimo definiciju tlaka!

Tlak je omjer sile što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu i te površine:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Možemo pisati:

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S = 98\,000 \text{ Pa} \cdot 0.72 \text{ m}^2 = 70\,560 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \text{m}^2 = 70\,560 \text{ N}.$$

Vježba 014

Kolikom silom pritišće zrak na površinu stola dimenzija $2 \text{ m} \cdot 4 \text{ m}$ uz tlak $0.98 \cdot 10^5 \text{ Pa}$?

Rezultat: 784 000 N.

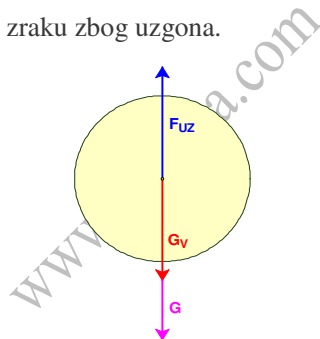
Zadatak 015 (Tanja i Ana, gimnazija)

Komad stakla ima u zraku težinu 1.4 N , a u vodi 0.84 N . Nađi gustoću stakla.

Rješenje 015

$$G = 1.4 \text{ N}, \quad G_v = 0.84 \text{ N}, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho = ?$$

Težina stakla G_v u vodi manja je nego u zraku zbog uzgona.



$$G_v = G - F_{UZ} \Rightarrow F_{UZ} = G - G_v = 1.4 \text{ N} - 0.84 \text{ N} = 0.56 \text{ N}.$$

Iz formule za uzgon izračuna se obujam stakla.

$$F_{UZ} = \rho_v \cdot g \cdot V,$$

$$V = \frac{F_{UZ}}{\rho_v \cdot g}. \quad (1)$$

Masu stakla nađemo iz formule za težinu G (u zraku).

$$G = m \cdot g \Rightarrow m = \frac{G}{g}. \quad (2)$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Sada je gustoća stakla:

$$\rho = \frac{m}{V} = [\text{uvrstimo (1) i (2)}] = \frac{\frac{G}{\rho_V \cdot g}}{\frac{F_{UZ}}{\rho_V}} = \frac{G}{F_{UZ}} = \frac{G \cdot \rho_V}{F_{UZ}} = \frac{1.4 \text{ N} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{0.56 \text{ N}} = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2.5 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 015

Komad betona ima u zraku težinu 6.6 N, a u vodi 3.6 N. Nađi gustoću betona.

Rezultat: 2 200 kg/m³.

Zadatak 016 (Marko, gimnazija)

Iz jedne cisterne u kojoj je 32 hl tekućine, tekućina istječe brzinom 0.2 hl u minuti. Iz druge, u kojoj je 36 hl, ona istječe brzinom 0.3 hl u minuti. Nakon koliko vremena će u obje cisterne biti jednako mnogo tekućine?

Rješenje 016

$$V_1 = 32 \text{ hl}, \quad v_1 = 0.2 \text{ hl/min}, \quad V_2 = 36 \text{ hl}, \quad v_2 = 0.3 \text{ hl/min}, \quad t = ?$$

Ako je v brzina istjecanja tekućine, onda će za vrijeme t ukupno isteći

$$V = v \cdot t$$

tekućine. Za vrijeme t, prve će tekućine ukupno isteći

$$V_{11} = v_1 \cdot t,$$

a druge ukupno

$$V_{22} = v_2 \cdot t.$$

Tada će u prvoj cisterni ostati

$$V_1 - V_{11},$$

a u drugoj

$$V_2 - V_{22}$$

tekućine. Budući da u obje cisterne mora ostati jednako mnogo tekućine, pišemo:

$$V_1 - V_{11} = V_2 - V_{22} \Rightarrow V_1 - v_1 \cdot t = V_2 - v_2 \cdot t \Rightarrow v_2 \cdot t - v_1 \cdot t = V_2 - V_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow t \cdot (v_2 - v_1) = V_2 - V_1 \quad / : (v_2 - v_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{V_2 - V_1}{v_2 - v_1} = \frac{36 \text{ hl} - 32 \text{ hl}}{0.3 \frac{\text{hl}}{\text{min}} - 0.2 \frac{\text{hl}}{\text{min}}} = \frac{4 \text{ hl}}{0.1 \frac{\text{hl}}{\text{min}}} = \frac{4}{0.1} \text{ min} = 40 \text{ min}.$$

Nakon 40 minuta u obje cisterne bit će jednako mnogo tekućine.

Vježba 016

Iz jedne cisterne u kojoj je 34 hl tekućine, tekućina istječe brzinom 0.3 hl u minuti. Iz druge, u kojoj je 40 hl, ona istječe brzinom 0.4 hl u minuti. Nakon koliko vremena će u obje cisterne biti jednako mnogo tekućine?

Rezultat: 60 min = 1 h.

Zadatak 017 (Ana i Tanja, gimnazija)

U plinu mase 140 kg nalazi se $2 \cdot 10^{24}$ molekula. Kolika je molna masa plina?

Rješenje 017

$$m = 140 \text{ kg}, \quad N = 2 \cdot 10^{24} \text{ molekula}, \quad M = ?$$

Molna masa M jest

$$M = \frac{m}{n},$$

gdje je m masa tvari, a n množina ili količina tvari. Moramo odrediti n množinu našeg plina. Poznata je činjenica da jedan mol bilo koje tvari sadrži jednak broj jedinki (molekula, atoma i sl.), i to $6.022 \cdot 10^{23}$. Broj n naći ćemo pomoću pravila trojnog.

$$1 \text{ mol} \dots\dots\dots 6.022 \cdot 10^{23} \text{ molekula}$$

$$n \dots\dots\dots 2 \cdot 10^{24} \text{ molekula}$$

Pomnožimo "dijagonalno" ("u križ")

$$n \cdot 6.022 \cdot 10^{23} = 1 \text{ mol} \cdot 2 \cdot 10^{24},$$

$$n = \frac{1 \text{ mol} \cdot 2 \cdot 10^{24}}{6.022 \cdot 10^{23}} = 3.32 \text{ mol}.$$

Tada je molna masa jednaka

$$M = \frac{m}{n} = \frac{140 \text{ kg}}{3.32 \text{ mol}} = 42.27 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}.$$

Vježba 017

U plinu mase 280 kg nalazi se $2 \cdot 10^{25}$ molekula. Kolika je molna masa plina?

Rezultat: $M = 8.43 \text{ kg/mol}$.

Zadatak 018 (Ana i Tanja, gimnazija)

U kubičnom metru (1 m^3) plina nalazi se $2.69 \cdot 10^{25}$ molekula. Odredi masu jedne molekule plina ako je gustoća plina 1.25 kg/m^3 ?

Rješenje 018

$$V = 1 \text{ m}^3, \quad N = 2.69 \cdot 10^{25} \text{ molekula}, \quad \rho = 1.25 \text{ kg/m}^3, \quad m_M = ?$$

Molna masa M jest

$$M = \frac{m}{n},$$

gdje je m masa tvari, a n množina ili količina tvari. Moramo odrediti n množinu našeg plina. Poznata je činjenica da jedan mol bilo koje tvari sadrži jednak broj jedinki (molekula, atoma i sl.), i to $6.022 \cdot 10^{23}$. Broj n naći ćemo pomoću pravila trojnog.

$$1 \text{ mol} \dots\dots\dots 6.022 \cdot 10^{23} \text{ molekula}$$

$$n \dots\dots\dots 2.69 \cdot 10^{25} \text{ molekula}$$

Pomnožimo "dijagonalno" ("u križ")

$$n \cdot 6.022 \cdot 10^{23} = 1 \text{ mol} \cdot 2.69 \cdot 10^{25},$$

$$n = \frac{1 \text{ mol} \cdot 2.69 \cdot 10^{25}}{6.022 \cdot 10^{23}} = 44.67 \text{ mol}.$$

Molna masa jednaka

$$M = \frac{m}{n}.$$

Masu plina lako izračunamo iz formule za gustoću

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Znajući vrijednost Avogadrove konstante $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, možemo naći masu molekule pomoću izraza

$$m_M = \frac{M}{N_A} = \frac{\frac{m}{n}}{N_A} = \frac{m}{n \cdot N_A} = \frac{\rho \cdot V}{n \cdot N_A} = \frac{1.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1 \text{ m}^3}{44.67 \text{ mol} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}} = 4.65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}.$$

Vježba 018

U 2 kubična metra (2 m^3) plina nalazi se $2.69 \cdot 10^{25}$ molekula. Odredi masu jedne molekule plina ako je gustoća plina 1.25 kg/m^3 ?

Rezultat: $m_M = 9.3 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$.

Zadatak 019 (Ana i Tanja, gimnazija)

Koliki je volumni koeficijent širenja materijala ako se pri zagrijavanju od $0 \text{ }^\circ\text{C}$ do $250 \text{ }^\circ\text{C}$ njegov obujam poveća za 1%?

Rješenje 019

$$t_1 = 0 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t_2 = 250 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \Delta t = t_2 - t_1 = 250 \text{ K}, \quad \Delta V = 1\% \cdot V_0 = 0.01 V_0, \quad \beta = ?$$

Ako tijelo pri $0 \text{ }^\circ\text{C}$ ima obujam V_0 , onda će se pri povećanju temperature tijela za t (od $0 \text{ }^\circ\text{C}$ do t) njegov obujam povećati za

$$\Delta V = \beta \cdot t \cdot V_0.$$

Uvrstimo poznate veličine:

$$0.01 \cdot V_0 = \beta \cdot 250 \text{ K} \cdot V_0 / : V_0 \Rightarrow 0.01 = \beta \cdot 250 \text{ K} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{0.01}{250 \text{ K}} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}.$$

Vježba 019

Koliki je volumni koeficijent širenja materijala ako se pri zagrijavanju od $0 \text{ }^\circ\text{C}$ do $250 \text{ }^\circ\text{C}$ njegov obujam poveća za 2%?

Rezultat: $\beta = 8 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

Zadatak 020 (Tanja i Ana, gimnazija)

Pri $20 \text{ }^\circ\text{C}$ plin se nalazi pod tlakom 1 bara. Koliki će biti tlak plina nakon izohornog hlađenja do $-5 \text{ }^\circ\text{C}$?

Rješenje 020

$$t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + 20 = 293 \text{ K}, \quad p_1 = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}, \quad t_2 = -5 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow \\ \Rightarrow T_2 = 273 - 5 = 268 \text{ K}, \quad p_2 = ?$$

Izohorno stanje plina znači da je obujam stalan. Mijenja li se temperatura nekoj masi plina stalnog obujma (*izohorna promjena*), mijenjat će se tlak plina prema Charlesovom (Šarl) zakonu:

$$p_t = p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t), \text{ pri } V = \text{konst.}$$

U apsolutnoj ljestvici temperature taj zakon ima oblik

$$\frac{p}{T} = \frac{p_0}{T_0},$$

odakle za različita stanja možemo pisati

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

Sada se lako nađe tlak p_2 .

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} / \cdot T_1 \cdot T_2 \Rightarrow p_1 \cdot T_2 = p_2 \cdot T_1 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 \cdot T_2}{T_1} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 268 \text{ K}}{293 \text{ K}} = 9.15 \cdot 10^4 \text{ Pa}.$$

Vježba 020

Pri $20 \text{ }^\circ\text{C}$ plin se nalazi pod tlakom 3 bara. Koliki će biti tlak plina nakon izohornog hlađenja do $-5 \text{ }^\circ\text{C}$?

Rezultat: $2.74 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.