

Zadatak 021 (Barny, gimnazija)

U vožnji se zrak u automobilskim gumama grije. Na početku vožnje temperatura zraka u gumama je 27 °C, a na kraju vožnje 57 °C. Uz pretpostavku da se volumen guma nije tijekom vožnje promijenio, nađite omjer tlakova na kraju i na početku vožnje.

Rješenje 021

$$t_1 = 27 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + 27 = 300 \text{ K}, \quad t_2 = 57 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273 + 57 = 330 \text{ K}, \quad \frac{p_2}{p_1} = ?$$

Budući da se obujam guma nije promijenio, to je izohorno stanje plina. Mijenja li se temperatura nekoj masi plina stalnog obujma (*izohorna promjena*), mijenjat će se tlak plina prema Charlesovom (Šarl) zakonu:

$$p_t = p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t), \text{ pri } V = \text{konst.}$$

U apsolutnoj ljestvici temperature taj zakon ima oblik

$$\frac{p}{T} = \frac{p_0}{T_0},$$

odakle za različita stanja možemo pisati

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

Sada se lako nađe omjer tlakova:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{330}{300} = 1.1.$$

Vježba 021

U vožnji se zrak u automobilskim gumama grije. Na početku vožnje temperatura zraka u gumama je 27 °C, a na kraju vožnje 87 °C. Uz pretpostavku da se volumen guma nije tijekom vožnje promijenio, nađite omjer tlakova na kraju i na početku vožnje.

Rezultat: 1.2.

Zadatak 022 (Tina, gimnazija)

Širim dijelom vodoravno položene cijevi struji voda brzinom 4 m/s. Razlika tlakova šireg i suženog dijela iznosi $8 \cdot 10^3$ Pa. Kolika je brzina protjecanja u užem dijelu cijevi?

Rješenje 022

$$v_1 = 4 \text{ m/s}, \quad \Delta p = p_1 - p_2 = 8 \cdot 10^3 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v_2 = ?$$

Budući da je cijev položena horizontalno (vodoravno), $h_1 = h_2$ hidrostatski tlakovi su jednaki pa se mogu kratiti u Bernullijevoj jednadžbi:

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \Rightarrow p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta p = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) \quad / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot \Delta p = \rho (v_2^2 - v_1^2) \quad / : \rho \Rightarrow \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} = v_2^2 - v_1^2 \Rightarrow v_2^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} + v_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} + v_1^2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 8 \cdot 10^3 \Delta p}{1000} + 4^2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} \approx 5.66 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 022

Širim dijelom vodoravno položene cijevi struji voda brzinom 2 m/s. Razlika tlakova šireg i suženog dijela iznosi $8 \cdot 10^3$ Pa. Kolika je brzina protjecanja u užem dijelu cijevi?

Rezultat: 4.47 m/s.

Zadatak 023 (Ivan, gimnazija)

U horizontalno postavljenoj posudi je voda do visine 25 cm. Ako u jednako takvu horizontalno postavljenu posudu ulijemo jednaku masu nepoznate kapljevine razina je na visini 31 cm. Kolika je gustoća

nepoznate kapljevine? (Gustoća vode je 1000 kg/m^3 .)

Rješenje 023

$$h_1 = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}, \quad h_2 = 31 \text{ cm} = 0.31 \text{ m}, \quad \rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = ?$$

Gustoća tijela dana je izrazom $\rho = \frac{m}{V}$, gdje je m masa tijela, a V obujam tijela. Budući da su mase kapljevina iste, $m_1 = m_2$, slijedi

$$\rho_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot V_2.$$



Obujam posude je $V = S \cdot h$ pa možemo pisati:

$$\rho_1 \cdot V_1 = \rho_2 \cdot V_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot S \cdot h_1 = \rho_2 \cdot S \cdot h_2 \quad /:S \Rightarrow \rho_1 \cdot h_1 = \rho_2 \cdot h_2 \Rightarrow \rho_2 = \frac{\rho_1 \cdot h_1}{h_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_2 = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.25 \text{ m}}{0.31 \text{ m}} = 806.5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 023

U horizontalno postavljenoj posudi je voda do visine 25 cm. Ako u jednako takvu horizontalno postavljenu posudu ulijemo jednaku masu nepoznate kapljevine razina je na visini 50 cm. Kolika je gustoća nepoznate kapljevine? (Gustoća vode je 1000 kg/m^3 .)

Rezultat: 500 kg/m^3 .

Zadatak 024 (Ines, gimnazija)

Koliki je uzgon kocke od drveta sa stranicom 10 cm u tekućini gustoće 800 kg/m^3 ? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 024

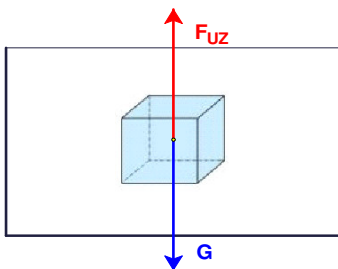
$$a = 10 \text{ cm} = 0.10 \text{ m}, \quad \rho_t = 800 \text{ kg/m}^3, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F_{uz} = ?$$

Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_{\text{tekućine}} \cdot g \cdot V_{\text{uronjenog dijela tijela}}$$

ili kraće

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V_{\text{tijela}}.$$



Uzgon kocke je:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V_{\text{tijela}} = \rho_t \cdot g \cdot a^3 = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0.1 \text{ m})^3 = 8000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2} \cdot 0.001 \text{ m}^3 = 8 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 8 \text{ N}.$$

Vježba 024

Koliki je uzgon kocke od stakla sa stranicom 20 cm u tekućini gustoće 800 kg/m^3 ? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

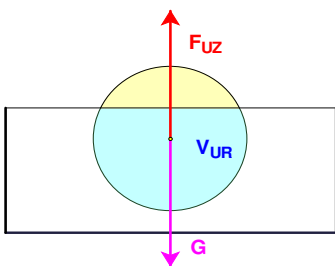
Rezultat: 64 N .

Zadatak 025 (Ion, gimnazija)

U homogenu tekućinu gustoće 800 kg/m^3 uronjeno je tijelo gustoće 600 kg/m^3 . Koji dio obujma tijela je ispod površine tekućine?

Rješenje 025

$$\rho_{\text{tek}} = 800 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_{\text{tijelo}} = 600 \text{ kg/m}^3, \quad V_{\text{ur}} = ?$$



Budući da tijelo pliva na vodi, težina tijela G u ravnoteži je s uzgonom F_{uz} :

$$G = F_{\text{uz}} \Rightarrow m \cdot g = \rho_{\text{tek}} \cdot g \cdot V_{\text{ur}} \Rightarrow \rho_{\text{tijelo}} \cdot V \cdot g = \rho_{\text{tek}} \cdot g \cdot V_{\text{ur}} \quad /:g \Rightarrow \rho_{\text{tek}} \cdot V_{\text{ur}} = \rho_{\text{tijelo}} \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{\text{ur}} = \frac{\rho_{\text{tijelo}}}{\rho_{\text{tek}}} \cdot V = \frac{600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot V = 0.75 \cdot V.$$

Vježba 025

U homogenu tekućinu gustoće 800 kg/m^3 uronjeno je tijelo gustoće 400 kg/m^3 . Koji dio obujma tijela je ispod površine tekućine?

Rezultat: $0.5V$.

Zadatak 026 (Zoran, gimnazija)

Koliko je topline potrebno da se 3 kg leda temperature $-20 \text{ }^\circ\text{C}$ rastopi i da se temperatura tako dobivene vode podigne na $80 \text{ }^\circ\text{C}$? (specifični toplinski kapacitet leda je 2100 J / kgK , specifični toplinski kapacitet vode je 4200 J / kgK , a specifična toplota taljenja leda je $3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$)

Rješenje 026

$$m = 3 \text{ kg}, \quad t_1 = -20 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t_2 = 80 \text{ }^\circ\text{C}, \quad c_1 = 2100 \text{ J / kgK}, \quad c_v = 4200 \text{ J / kgK}, \quad \lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}, \quad Q = ?$$

Proces se sastoji od tri koraka: zagrijavanja leda do $0 \text{ }^\circ\text{C}$, taljenja leda i zagrijavanja vode do $80 \text{ }^\circ\text{C}$. Tako će se i izraz za toplinu Q sastojati od tri koraka:

$$Q = m \cdot c_1 \cdot \Delta t_1 + m \cdot \lambda + m \cdot c_v \cdot \Delta t_2 = m \cdot [c_1 \cdot (0 - t_1) + \lambda + c_v \cdot (t_2 - 0)].$$
$$Q = 3 \text{ kg} \cdot \left[2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (0 + 20) \text{ K} + 3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (80 - 0) \text{ K} \right] =$$
$$= 3 \text{ kg} \cdot \left[42000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 330000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] = 3 \text{ kg} \cdot 708000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 2.12 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

Q

| | | |
|---|---------------|--|
| Zagrijavanje leda do $0 \text{ }^\circ\text{C}$. | Taljenje leda | Zagrijavanje vode do $80 \text{ }^\circ\text{C}$. |
|---|---------------|--|

Vježba 026

Koliko je topline potrebno da se 6 kg leda temperature $-20 \text{ }^\circ\text{C}$ rastopi i da se temperatura tako dobivene vode podigne na $80 \text{ }^\circ\text{C}$? (specifični toplinski kapacitet leda je 2100 J / kgK , specifični toplinski kapacitet vode je 4200 J / kgK , a specifična toplota taljenja leda je $3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$)

Rezultat: $4.24 \cdot 10^6 \text{ J}$.

Zadatak 027 (Marko, gimnazija)

Helikopter leti brzinom 40 m/s na visini 100 m iznad površine mora. Na tom mjestu (i u okolici) dubina mora iznosi 40 m. Iz helikoptera se ispusti kamen mase 2 kg. Za koliko će mehanička energija kamena u konačnom položaju (mirovanje na dnu mora) biti manja od početne?

Rješenje 027

$$v = 40 \text{ m/s}, \quad h = 100 \text{ m}, \quad d = 40 \text{ m}, \quad m = 2 \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad E_{\text{meh}} = ?$$

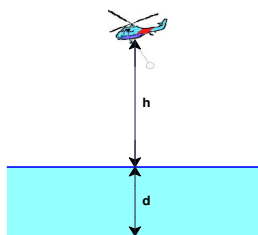
Kada kamen pada na morsko dno mehanička energija iznosi:

$$E_{\text{meh}} = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot d = m \cdot \left[g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot v^2 + g \cdot d \right] = m \cdot \left[g \cdot (h + d) + \frac{1}{2} \cdot v^2 \right] =$$

$$= 2 \text{ kg} \cdot \left[9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (100 + 40) \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot \left(40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right] = 2 \text{ kg} \cdot \left[1373.4 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} + 800 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right] = 4347 \text{ J}.$$

Na dnu je

$$E_{\text{meh}} = 0.$$

**Vježba 027**

Helikopter leti brzinom 40 m/s na visini 100 m iznad površine mora. Na tom mjestu (i u okolici) dubina mora iznosi 40 m. Iz helikoptera se ispusti kamen mase 1 kg. Za koliko će mehanička energija kamena u konačnom položaju (mirovanje na dnu mora) biti manja od početne?

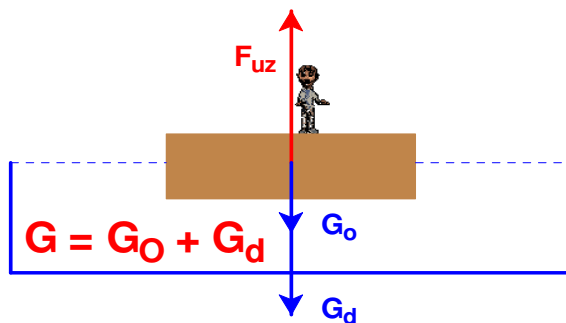
Rezultat: 2173 J.

Zadatak 028 (Ana, gimnazija)

Koliki treba biti minimalni obujam (volumen) drvene daske ($\rho_d = 850 \text{ kg/m}^3$) da bi osoba mase 50 kg, koja stoji na njoj u vodi, bila potpuno izvan vode?

Rješenje 028

$$\rho_d = 850 \text{ kg/m}^3, \quad m = 50 \text{ kg}, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad V_d = ?$$



Da bi osoba bila izvan vode mora zbroj njezine težine i težine daske biti po iznosu jednak uzgonu:

$$G = F_{\text{uz}} \Rightarrow m_o \cdot g + m_d \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_d \quad /:g \Rightarrow m_o + m_d = \rho_v \cdot V_d \Rightarrow m_o + \rho_d \cdot V_d = \rho_v \cdot V_d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_v \cdot V_d - \rho_d \cdot V_d = m_o \Rightarrow V_d \cdot (\rho_v - \rho_d) = m_o \Rightarrow V_d = \frac{m_o}{\rho_v - \rho_d} =$$

$$= \frac{50 \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = \frac{50 \text{ kg}}{150 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.33 \text{ m}^3.$$

Vježba 028

Koliki treba biti minimalni obujam (volumen) drvene daske ($\rho_d = 850 \text{ kg/m}^3$) da bi osoba mase 100 kg, koja stoji na njoj u vodi, bila potpuno izvan vode?

Rezultat: 0.667 m^3 .

Zadatak 029 (Deny, gimnazija)

Balon mase 50 kg napunjen je sa 100 m^3 helija. Koliki je teret potrebno objesiti da bi balon bio uravnotežen? (Gustoća helija je 0.18 kg/m^3 , gustoća zraka je 1.29 kg/m^3)

Rješenje 029

$$m_1 = 50 \text{ kg}, \quad V = 100 \text{ m}^3, \quad \rho_z = 1.29 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_{He} = 0.18 \text{ kg/m}^3, \quad m_2 = ?$$

Budući da je balon uravnotežen, mora sila teže koja djeluje na balon i teret po iznosu biti jednaka uzgonu, ali suprotnog smjera. Sila teža iznosi:

$$G = (m_1 + m_2 + m_{He}) \cdot g = [m + \rho \cdot V] = (m_1 + m_2 + \rho_{He} \cdot V) \cdot g.$$

Uzgon je:

$$F_{uz} = \rho_z \cdot g \cdot V.$$

Pretpostavili smo da je uzgon na teret zanemariv prema uzgonu koji djeluje na balon. Iz uvjeta ravnoteže slijedi:

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2 + \rho_{He} \cdot V) \cdot g &= \rho_z \cdot g \cdot V \quad /:g \Rightarrow m_1 + m_2 + \rho_{He} \cdot V = \rho_z \cdot V \Rightarrow m_2 = \rho_z \cdot V - \rho_{He} \cdot V - m_1 = \\ &= (\rho_z - \rho_{He}) \cdot V - m_1 = \left(1.29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 0.18 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) \cdot 100 \text{ m}^3 - 50 \text{ kg} = 1.11 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 100 \text{ m}^3 - 50 \text{ kg} = \\ &= 111 \text{ kg} - 50 \text{ kg} = 61 \text{ kg}. \end{aligned}$$

Vježba 029

Balon mase 11 kg napunjen je sa 100 m^3 helija. Koliki je teret potrebno objesiti da bi balon bio uravnotežen? (Gustoća helija je 0.18 kg/m^3 , gustoća zraka je 1.29 kg/m^3)

Rezultat: 100 kg .

Zadatak 030 (Ivana, gimnazija)

Izračunajte gustoću dušika pri normiranim uvjetima. ($p_0 = 1.013 \text{ bar}$, $T_0 = 273 \text{ K}$)

Rješenje 030

$$p_0 = 1.013 \text{ bar} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad T_0 = 273 \text{ K}, \quad R = 8.314 \text{ J/(mol K)},$$

$$A_r(\text{N}) = 14 \text{ (iz periodnog sustava elemenata)}, \quad \rho = ?$$

VB

| |
|----------|
| 7 |
| N |
| 14.01 |

Relativna molekulska masa dušika je: $M_r(\text{N}) = 2 \cdot A_r(\text{N}) = 2 \cdot 14 = 28$.

Molna masa dušika iznosi: $M = M_r \cdot \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$.

Budući da se gustoća definira $\rho = \frac{m}{V}$,

iz plinske jednadžbe $p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$ slijedi

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M \cdot p_0}{R \cdot T_0} = \frac{28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \cdot 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 273 \text{ K}} = 1.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 030

Izračunajte gustoću ugljik (IV) – oksida (CO₂) pri normiranom tlaku.

Rezultat: $\rho = 1.96 \text{ kg/m}^3$.

Zadatak 031 (Ivana, gimnazija)

Izračunajte koliki je dinamički tlak pri (normalnom) strujanju zraka brzine 144 km/h. Neka je gustoća zraka normalna i konstantna, $\rho = 1.29 \text{ kg/m}^3$.

Rješenje 031

$$\rho = 1.29 \text{ kg/m}^3, \quad v = 144 \text{ km/h} = [144 : 3.6] = 40 \text{ m/s}, \quad p_d = ?$$

$$p_d = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1.29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(40 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 1032 \text{ Pa}.$$

Vježba 031

Izračunajte koliki je dinamički tlak pri (normalnom) strujanju zraka brzine 180 km/h. Neka je gustoća zraka normalna i konstantna, $\rho = 1.29 \text{ kg/m}^3$.

Rezultat: $\rho = 1612.5 \text{ Pa}$.

Zadatak 032 (Ivana, gimnazija)

Na kojoj je dubini mora tlak dvostruko veći nego na površini? ($p_0 = 1.013 \text{ bar}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $\rho = 1030 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 032

$$p_0 = 1.013 \text{ bar} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho = 1030 \text{ kg/m}^3, \quad h = ?$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ i o atmosferskom tlaku p_0 . Iz uvjeta zadatka proizlazi da na traženoj dubini h tlak p mora iznositi $2p_0$:

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow 2 \cdot p_0 = p_0 + \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow p_0 = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{p_0}{\rho \cdot g} = \frac{1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10.03 \text{ m}.$$

Vježba 032

Na kojoj je dubini mora tlak trostruko veći nego na površini? ($p_0 = 1.013 \text{ bar}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $\rho = 1030 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: $h = 20.06 \text{ m}$.

Zadatak 033 (Siniša, gimnazija)

Mjehurić zraka u jezeru ima na dubini 55 m volumen 0.5 cm^3 . Ako je temperatura na toj dubini 14 °C, a pri vrhu 24 °C, koliki će biti volumen mjehurića neposredno prije izranjanja? Atmosferski tlak je 1013 hPa, a gustoća vode 1000 kg/m^3 .

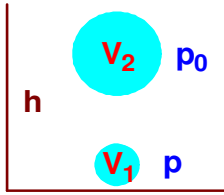
Rješenje 033

$$h = 55 \text{ m}, \quad V_1 = 0.5 \text{ cm}^3 = 0.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3, \quad t_1 = 14 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + 14 = 287 \text{ K}, \\ t_2 = 24 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273 + 24 = 297 \text{ K}, \quad p_0 = 1013 \text{ hPa} = 101300 \text{ Pa} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \\ V_2 = ?$$

U zraku barometar pokazuje normirani tlak p_0 , a na dubini h ispod vodene površine tlak je:

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h = 101300 \text{ Pa} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 55 \text{ m} = 651300 \text{ Pa}.$$

Općenitu ovisnost između tri parametra idealnog plina – obujma, tlaka i temperature – možemo izraziti zakonom koji sadrži sva tri plinska zakona:



$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

što vrijedi za određenu masu plina. Na dubini h tlak je p , temperatura T_1 , a obujam V_1 . Na površini tlak je p_0 , temperatura T_2 , a obujam V_2 . Sada je:

$$\frac{p \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_0 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p \cdot V_1 \cdot T_2}{T_1 \cdot p_0} = \frac{651300 \text{ Pa} \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3 \cdot 297 \text{ K}}{287 \text{ K} \cdot 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 3.3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 3.3 \text{ cm}^3.$$

Vježba 033

Mjehurić zraka u jezeru ima na dubini 55 m volumen 1 cm^3 . Ako je temperatura na toj dubini $14 \text{ }^\circ\text{C}$, a pri vrhu $24 \text{ }^\circ\text{C}$, koliki će biti volumen mjehurića neposredno prije izranjanja? Atmosferski tlak je 1013 hPa , a gustoća vode 1000 kg/m^3 .

Rezultat: 6.65 cm^3 .

Zadatak 034 (Ana, gimnazija)

Manji čep hidrauličke preše ima površinu 15 cm^2 , a veći 180 cm^2 . Sila 90 N prenosi se na manji čep dvokrakom polugom kojoj je omjer krakova $6 : 1$. Kolikom silom tlači veliki čep?

Rješenje 034

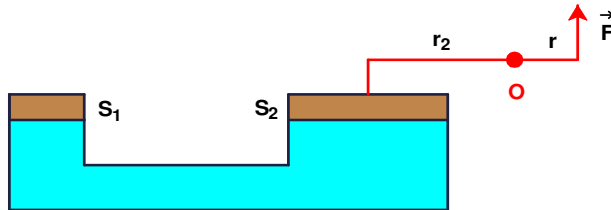
$$S_1 = 15 \text{ cm}^2, \quad S_2 = 180 \text{ cm}^2, \quad F_1 = 90 \text{ N}, \quad r_2 : r = 6 : 1, \quad F_2 = ?, \quad F = ?$$

Hidraulički tlak je vanjski tlak na tekućinu. Kako se širi na sve strane jednako, sila će na veću površinu biti toliko puta veća koliko je puta i površina veća:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow F_2 = \frac{F_1 \cdot S_2}{S_1} = \frac{90 \text{ N} \cdot 180 \text{ cm}^2}{15 \text{ cm}^2} = 1080 \text{ N}.$$

Budući da se sila prenosi dvokrakom polugom kojoj je omjer krakova $6 : 1$, vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} F_2 \cdot r_2 = F \cdot r \\ \text{[zakon dvostrane poluge]} \\ r_2 : r = 6 : 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = \frac{F_2 \cdot r_2}{r} \\ r_2 = 6 \cdot r \end{array} \right\} \Rightarrow F = \frac{F_2 \cdot 6 \cdot r}{r} = 6 \cdot F_2 = 6 \cdot 1080 \text{ N} = 6480 \text{ N}.$$



Vježba 034

Manji čep hidrauličke preše ima površinu 15 cm^2 , a veći 180 cm^2 . Sila 90 N prenosi se na manji čep dvokrakom polugom kojoj je omjer krakova $5 : 1$. Kolikom silom tlači veliki čep?

Rezultat: 5400 N .

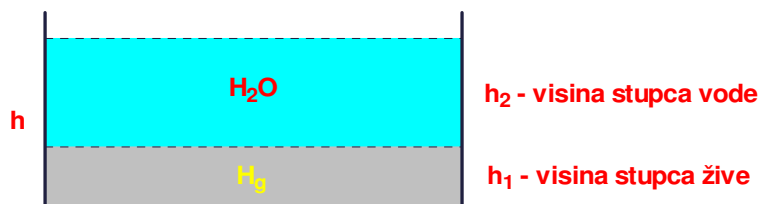
Zadatak 034 (Ana, gimnazija)

U valjkastu posudu nalili smo količine žive i vode jednakih težina. Ukupna visina stupca objiju tekućina iznosi $h = 29.2 \text{ cm}$. Koliki je tlak tekućina na dno posude?

Rješenje 034

$$G_z = G_v, \quad h = 29.2 \text{ cm} = 0.292 \text{ m}, \quad \rho_z = 13600 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad p = ?$$

Hidrostatički tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Na dnu posude tlak iznosi: $p = \rho \cdot g \cdot h$, gdje je ρ gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, h visina stupca tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak.



Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} h_1 + h_2 = h \\ G_{\text{ž}} = G_{\text{v}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} h_1 + h_2 = h \\ m_{\text{ž}} \cdot g = m_{\text{v}} \cdot g \quad /:g \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} h_1 + h_2 = h \\ m_{\text{ž}} = m_{\text{v}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \right] \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \left. \begin{aligned} h_1 + h_2 = h \\ \rho_{\text{ž}} \cdot V_{\text{ž}} = \rho_{\text{v}} \cdot V_{\text{v}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{aligned} \text{Volumen valjka} \\ V = r^2 \cdot \pi \cdot h \end{aligned} \right] \Rightarrow \left. \begin{aligned} h_1 + h_2 = h \\ \rho_{\text{ž}} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_1 = \rho_{\text{v}} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h_2 \quad /:r^2 \pi \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \left. \begin{aligned} h_1 + h_2 = h \\ \rho_{\text{ž}} \cdot h_1 = \rho_{\text{v}} \cdot h_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} h_1 + h_2 = h \\ 13600 \cdot h_1 = 1000 \cdot h_2 \quad /:1000 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} h_1 + h_2 = h \\ 13.6h_1 = h_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow h_1 + 13.6h_1 = h \Rightarrow \\
 & \Rightarrow 14.6h_1 = h \Rightarrow h_1 = \frac{h}{14.6} = \frac{0.292 \text{ m}}{14.6} = 0.02 \text{ m} \Rightarrow h_2 = h - h_1 = 0.292 \text{ m} - 0.02 \text{ m} = 0.272 \text{ m}.
 \end{aligned}$$

Ukupni tlak je:

$$p = p_1 + p_2 = \rho_{\text{ž}} \cdot g \cdot h_1 + \rho_{\text{v}} \cdot g \cdot h_2 = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.02 \text{ m} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.272 \text{ m} = 5336.64 \text{ Pa}.$$

Vježba 034

U valjkastu posudu nalili smo količine žive i vode jednakih težina. Ukupna visina stupca obiju tekućina iznosi $h = 29.2 \text{ cm}$. Koliki je tlak samo od žive?

Rezultat: 2668.32 Pa.

Zadatak 035 (Ana, gimnazija)

Komad olova pliva u živi. Koliki je dio njegova obujma uronjen u živu?

Rješenje 035

$$\text{Pb} - \text{olovo}, \quad \text{Hg} - \text{živa}, \quad \rho_{\text{Pb}} = 11300 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3, \quad \Delta V = ?$$

Budući da komad olova pliva u živi, znači da je njegova težina po iznosu jednaka uzgonu:

$$\begin{aligned}
 G_{\text{Pb}} = F_{\text{uz}} & \Rightarrow m_{\text{Pb}} \cdot g = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot \Delta V \quad /:g \Rightarrow m_{\text{Pb}} = \rho_{\text{Hg}} \cdot \Delta V \Rightarrow \left[\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \right] \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \rho_{\text{Pb}} \cdot V = \rho_{\text{Hg}} \cdot \Delta V \Rightarrow \Delta V = \frac{\rho_{\text{Pb}}}{\rho_{\text{Hg}}} \cdot V = \frac{11300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot V = 0.83 \cdot V.
 \end{aligned}$$

Vježba 035

Komad srebra pliva u živi. Koliki je dio njegova obujma uronjen u živu?

Rezultat: $0.77 \cdot V$.

Zadatak 036 (Ana, gimnazija)

Staklena kuglica pada u vodi ubrzanjem 5.8 m/s^2 . Kolika je gustoća stakla? (Otpor se zanemaruje, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća vode je 10^3 kg/m^3 .)

Rješenje 036

$$a = 5.8 \text{ m/s}^2, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho_{\text{v}} = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho = ?$$

Rezultantna sila koja uvjetuje da kuglica pada u vodi ubrzanjem a , jednaka je razlici težine kuglice i uzgona:

$$F = G - F_{uz} \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} \cdot \frac{\rho}{m} \Rightarrow \rho \cdot a = \rho \cdot g - \rho_v \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_v \cdot g = \rho \cdot g - \rho \cdot a \Rightarrow \rho_v \cdot g = \rho \cdot (g - a) \Rightarrow \rho = \frac{\rho_v \cdot g}{g - a} = \frac{1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}}{9.81 \frac{m}{s^2} - 5.8 \frac{m}{s^2}} = 2.45 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}.$$

Vježba 036

Staklena kuglica pada u vodi ubrzanjem 4.81 m/s^2 . Kolika je gustoća stakla? (Otpor se zanemaruje, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća vode je 10^3 kg/m^3 .)

Rezultat: $1.96 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.

Zadatak 037 (Ana, gimnazija)

Dvije posude spojene su pomoću cijevi zanemariva volumena na kojoj se nalazi ventil. Kad je ventil zatvoren, tlak plina u prvoj posudi je $p_1 = 0.2 \text{ MPa}$, a u drugoj $p_2 = 0.4 \text{ MPa}$. U posudama nalaze se jednake količine istog plina na istoj temperaturi. Koiki će tlak biti u posudama nakon otvaranja ventila?

Rješenje 037

$$p_1 = 0.2 \text{ MPa}, \quad p_2 = 0.4 \text{ MPa}, \quad p = ?$$

Budući da je to izotermna promjena (stalna temperatura), jednake količine istog plina mijenjat će obujmove obrnuto razmjerno tlakovima:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{0.4 \text{ MPa}}{0.2 \text{ MPa}} = 2 \Rightarrow V_1 = 2 \cdot V_2.$$

Posude su spojene pa je ukupni obujam plina jednak:

$$V = V_1 + V_2 = 2 \cdot V_2 + V_2 = 3 \cdot V_2.$$

Nakon otvaranja ventila tlak će iznositi:

$$T = \text{konst.} \Rightarrow p \cdot V = p_1 \cdot V_1 + p_2 \cdot V_2 \Rightarrow p = \frac{p_1 \cdot V_1 + p_2 \cdot V_2}{V} = \frac{p_1 \cdot 2 \cdot V_2 + p_2 \cdot V_2}{3 \cdot V_2} = \frac{V_2 \cdot (2 \cdot p_1 + p_2)}{3 \cdot V_2} =$$

$$= \frac{2 \cdot p_1 + p_2}{3} = \frac{2 \cdot 0.2 \text{ MPa} + 0.4 \text{ MPa}}{3} = 0.27 \text{ MPa}.$$

Vježba 037

Dvije posude spojene su pomoću cijevi zanemariva volumena na kojoj se nalazi ventil. Kad je ventil zatvoren, tlak plina u prvoj posudi je $p_1 = 0.2 \text{ MPa}$, a u drugoj $p_2 = 0.6 \text{ MPa}$. U posudama nalaze se jednake količine istog plina na istoj temperaturi. Koiki će tlak biti u posudama nakon otvaranja ventila?

Rezultat: 0.3 MPa .

Zadatak 038 (Ornela, gimnazija)

U vodi se na dubini 1 m nalazi mjehurić zraka oblika kuglice. Na kojoj je dubini promjer mjehurića dvostruko manji ako zanemarimo promjenu temperature s dubinom? Atmosferski je tlak $1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Rješenje 038

$$h_1 = 1 \text{ m}, \quad d_2 = \frac{1}{2} \cdot d_1, \quad p_0 = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad h_2 = ?$$

Ponovimo!

Tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. U tekućini gustoće ρ na dubini h tlak je $p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$, gdje je p_0 tlak na površini tekućine.

$$\text{Volumen kugle promjera } d \text{ je } V = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^3 \cdot \pi.$$

Budući da je temperatura vode stalna, riječ je o izotermnom stanju:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

pa za tlakove p_1 i p_2 na dubinama h_1 i h_2 vrijedi:

$$\left. \begin{aligned} d_2 &= \frac{1}{2} \cdot d_1 \\ 2 \cdot d_2 &= d_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow p_1 \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{d_1}{2}\right)^3 \cdot \pi = p_2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{d_2}{2}\right)^3 \cdot \pi \cdot \frac{3}{4\pi} \Rightarrow p_1 \cdot \frac{d_1^3}{8} = p_2 \cdot \frac{d_2^3}{8} \cdot 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_1 \cdot (2 \cdot d_2)^3 = p_2 \cdot d_2^3 \Rightarrow p_1 \cdot 8 \cdot d_2^3 = p_2 \cdot d_2^3 \cdot 8 \Rightarrow p_2 = 8 \cdot p_1.$$

Tražimo dubinu h_2 :

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= p_0 + \rho \cdot g \cdot h_1 \\ p_2 &= p_0 + \rho \cdot g \cdot h_2 \\ p_2 &= 8 \cdot p_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow p_0 + \rho \cdot g \cdot h_2 = 8 \cdot (p_0 + \rho \cdot g \cdot h_1) \Rightarrow p_0 + \rho \cdot g \cdot h_2 = 8 \cdot p_0 + 8 \cdot \rho \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot g \cdot h_2 = 7 \cdot p_0 + 8 \cdot \rho \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow h_2 = \frac{7 \cdot p_0 + 8 \cdot \rho \cdot g \cdot h_1}{\rho \cdot g} = \frac{7 \cdot p_0}{\rho \cdot g} + \frac{8 \cdot \rho \cdot g \cdot h_1}{\rho \cdot g} = \frac{7 \cdot p_0}{\rho \cdot g} + 8 \cdot h_1 =$$

$$= \frac{7 \cdot 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 8 \cdot 1 \text{ m} = 80 \text{ m}.$$

Vježba 038

U vodi se na dubini 2 m nalazi mjehurić zraka oblika kuglice. Na kojoj je dubini promjer mjehurića dvostruko manji ako zanemarimo promjenu temperature s dubinom? Atmosferski je tlak $1.01 \cdot 10^5$ Pa.

Rezultat: 88 m.

Zadatak 039 (Mira, gimnazija)

Iz crpke u prizemlju zgrade voda ulazi u cijev promjera 2.4 cm pod tlakom 400 kPa brzinom 1 m/s. Kolika je brzina u potkrovlju zgrade na visini 30 m ako je tamo promjer cijevi dva puta manji nego u prizemlju?

Rješenje 039

$$d_1 = 2.4 \text{ cm}, \quad p_1 = 400 \text{ kPa} = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad v_1 = 1 \text{ m/s}, \quad h = 30 \text{ m}, \quad d_2 = \frac{1}{2} \cdot d_1, \quad v_2 = ?$$

Količinu tekućine I koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje. Ona iznosi:

$$I = S \cdot v = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v,$$

gdje je d promjer cijevi, v brzina protjecanja. U stacionarnom toku I je konstanta. Zato vrijedi:

$$I_1 = I_2 \Rightarrow S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{S_1 \cdot v_1}{S_2} = \frac{\frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot v_1}{\frac{d_2^2 \cdot \pi}{4}} = \frac{d_1^2 \cdot v_1}{d_2^2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \cdot v_1 = \left(\frac{d_1}{\frac{1}{2} \cdot d_1}\right)^2 \cdot v_1 = 2^2 \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 039

Iz crpke u prizemlju zgrade voda ulazi u cijev promjera 2.4 cm pod tlakom 400 kPa brzinom 1.5 m/s. Kolika je brzina u potkrovlju zgrade na visini 30 m ako je tamo promjer cijevi dva puta manji nego u prizemlju?

Rezultat: $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Zadatak 040 (Mira, gimnazija)

Iz crpke u prizemlju zgrade voda ulazi u cijev promjera 2.4 cm pod tlakom 400 kPa brzinom 1 m/s. Koliki je tlak u potkrovlju zgrade na visini 30 m ako je tamo promjer cijevi dva puta manji nego u prizemlju? (Gustoća vode je 1000 kg/m^3 , $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 040

$$d_1 = 2.4 \text{ cm}, \quad p_1 = 400 \text{ kPa} = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad v_1 = 1 \text{ m/s}, \quad h = 30 \text{ m}, \quad d_2 = \frac{1}{2} \cdot d_1,$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad p_2 = ?$$

Iz Bernoullijeve jednačbe dobije se tlak u potkrovlju zgrade:

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow p_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - \rho \cdot g \cdot h_2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1 - \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1) - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow [h_2 - h_1 = h] \Rightarrow p_2 = p_1 - \rho \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1 - \rho \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot \left(\frac{v_2^2}{v_1^2} - 1 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2} \Rightarrow \frac{v_2^2}{v_1^2} = \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^2 = \left(\frac{\frac{d_1^2 \cdot \pi}{4}}{\frac{d_2^2 \cdot \pi}{4}} \right)^2 = \left(\frac{d_1^2}{d_2^2} \right)^2 = \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^4 = \left(\frac{d_1}{\frac{1}{2} \cdot d_1} \right)^4 = 2^4 = 16 \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1 - \rho \cdot g \cdot h - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot (16 - 1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 30 \text{ m} - \frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \cdot 15 = 98200 \text{ Pa} = 9.82 \cdot 10^4 \text{ Pa}.$$

Vježba 040

Iz crpke u prizemlju zgrade voda ulazi u cijev promjera 2.4 cm pod tlakom 500 kPa brzinom 1.5 m/s. Kolika je brzina u potkrovlju zgrade na visini 30 m ako je tamo promjer cijevi dva puta manji nego u prizemlju?

Rezultat: $1.982 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.