

Zadatak 121 (Ivica, medicinska škola)

Dok pliva u Mrtvom moru, jedna trećina čovjekova tijela viri iznad razine mora. Izračunajte gustoću morske vode ako je prosječna gustoća čovjekova tijela 980 kg/m^3 .

Rješenje 121

$$\rho = 980 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_v = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

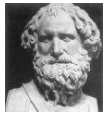
$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma:

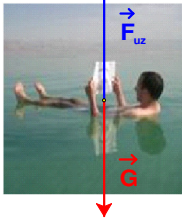
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:



$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



Mrtvo more je slano jezero iz kojeg voda ne ističe. Veliko je 600 km^2 koje kao završno jezero leži u depresiji. To je dio Jordanskog jarka i sjeverni je nastavak tzv. velikog istočnoafričkog jarka. Površina vode u jezeru se obično navodi s oko 396 m ispod razine mora. U stvarnosti se razina, radi značajnog isušivanja, već nekoliko godina nalazi na više od -400 metara.

Dok čovjek pliva u moru uzgon djeluje na dio tijela koji je u vodi. To su dvije trećine njegova obujma.

Kada je uzgon izjednačen sa silom težom, čovjek pliva:

$$F_{uz} = G.$$

Budući da uzgon djeluje samo na uronjeni dio ljudskog tijela, slijedi:

$$\begin{aligned} F_{uz} = G &\Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot \frac{2}{3} \cdot V = m \cdot g \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot \frac{2}{3} \cdot V &= \rho \cdot V \cdot g \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot \frac{2}{3} \cdot V = \rho \cdot V \cdot g \cdot \frac{3}{2 \cdot g \cdot V} \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho_v &= \frac{3}{2} \cdot \rho = \frac{3}{2} \cdot 980 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1470 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \end{aligned}$$

Vježba 121

Dok pliva u Mrtvom moru, jedna trećina čovjekova tijela viri iznad razine mora. Izračunajte gustoću morske vode ako je prosječna gustoća čovjekova tijela 960 kg/m^3 .

Rezultat: 1440 kg/m^3 .

Zadatak 122 (Ivica, medicinska škola)

Brzina protjecanja vode u cijevi presjeka 0.5 cm^2 je 4 m/s . Za koje vrijeme će ispuniti posudu obujma 160 litara?

Rješenje 122

$$S = 0.5 \text{ cm}^2 = 0.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2, \quad v = 4 \text{ m/s}, \quad V = 160 \text{ l} = 160 \text{ dm}^3 = 0.16 \text{ m}^3, \\ t = ?$$

Protok ili jakost struje fluida q :

- definiramo količnikom (omjerom) obujma fluida s vremenom za koje on prođe presjekom cijevi.

$$q = \frac{V}{t}$$

- jednak je umnošku presjeka cijevi i brzine fluida.

$$q = S \cdot v$$

Vrijeme za koje će posuda obujma V biti ispunjena vodom iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} q = S \cdot v \\ q = \frac{V}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow S \cdot v = \frac{V}{t} \Rightarrow S \cdot v = \frac{V}{t} / \cdot \frac{t}{S \cdot v} \Rightarrow t = \frac{V}{S \cdot v} = \frac{0.16 \text{ m}^3}{5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 800 \text{ s} =$$

$$= \left[\begin{array}{l} 800 : 60 = 13 \text{ min} \\ 200 \\ 20 \text{ s} \end{array} \right] = 13 \text{ min } 20 \text{ s}$$

Vježba 122

Brzina protjecanja vode u cijevi presjeka 0.5 cm^2 je 2 m/s . Za koje vrijeme će ispuniti posudu obujma 120 litara ?

Rezultat: 20 min.

Zadatak 123 (Ivica, medicinska škola)

Koliki je rad utrošen na svladavanje trenja pri prenošenju 25 cm^3 vode u horizontalnoj cijevi od mjesta na kojemu je tlak $4 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ do mjesta s tlakom $2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$?

Rješenje 123

$$V = 25 \text{ cm}^3 = 25 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3, \quad p_1 = 4 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad p_2 = 2 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad W = ?$$

Kad tijelo obavlja rad mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon

$$\Delta E_k = (p_1 - p_2) \cdot V \Rightarrow W = (p_1 - p_2) \cdot V,$$

tj. rad što ga je obavila razlika tlakova $p_1 - p_2$ pri gibanju tekućine mase m , obujma V , utrošio se na promjenu kinetičke energije.

Rad utrošen na svladavanje trenja iznosi:

$$W = (p_1 - p_2) \cdot V = (4 \cdot 10^4 \text{ Pa} - 2 \cdot 10^4 \text{ Pa}) \cdot 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 = 0.5 \text{ J}.$$

Vježba 123

Koliki je rad utrošen na svladavanje trenja pri prenošenju 25 cm^3 vode u horizontalnoj cijevi od mjesta na kojemu je tlak $5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ do mjesta s tlakom $3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$?

Rezultat: 0.5 J.

Zadatak 124 (Mario, srednja škola)

Na svladavanje trenja pri premještanju 0.05 dm^3 vode u horizontalnoj cijevi od mjesta na kojemu je tlak $4 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ do nekoga drugog mjesta utrošen je rad 0.5 J . Koliki je tlak na drugome mjestu?

Rješenje 124

$$V = 0.05 \text{ dm}^3 = 0.05 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3, \quad p_1 = 4 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad W = 0.5 \text{ J}, \quad p_2 = ?$$

Kad tijelo obavlja rad mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon

$$\Delta E_k = (p_1 - p_2) \cdot V \Rightarrow W = (p_1 - p_2) \cdot V,$$

tj. rad što ga je obavila razlika tlakova $p_1 - p_2$ pri gibanju tekućine mase m , obujma V , utrošio se na promjenu kinetičke energije.

Tlak na drugome mjestu iznosi:

$$W = (p_1 - p_2) \cdot V \Rightarrow W = (p_1 - p_2) \cdot V \cdot \frac{1}{V} \Rightarrow \frac{W}{V} = p_1 - p_2 \Rightarrow p_2 = p_1 - \frac{W}{V} =$$

$$= 4 \cdot 10^4 \text{ Pa} - \frac{0.5 \text{ J}}{5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3} = 3 \cdot 10^4 \text{ Pa}.$$

Vježba 124

Na svladavanje trenja pri premještanju 0.05 dm^3 vode u horizontalnoj cijevi od mjesta na kojemu je tlak $8 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ do nekoga drugog mjesta utrošen je rad 1 J . Koliki je tlak na drugome mjestu?

Rezultat: $6 \cdot 10^4 \text{ Pa}$.

Zadatak 125 (Mario, srednja škola)

Kolika je brzina istjecanja 10^{-3} m^3 zraka koji se nalazi pod tlakom $1.44 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ u prostor napunjen zrakom pri tlaku $0.96 \cdot 10^4 \text{ Pa}$? (gustoća zraka $\rho = 1.293 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 125

$$V = 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p_1 = 1.44 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad p_2 = 0.96 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad \rho = 1.293 \text{ kg/m}^3, \quad v = ?$$

Kad tijelo obavlja rad mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon

$$\Delta E_k = (p_1 - p_2) \cdot V,$$

tj. rad što ga je obavila razlika tlakova $p_1 - p_2$ pri gibanju tekućine mase m , obujma V , utrošio se na promjenu kinetičke energije.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Brzina istjecanja zraka iznosi:

$$\Delta E_k = (p_1 - p_2) \cdot V \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot 0^2 = (p_1 - p_2) \cdot V \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = (p_1 - p_2) \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = (p_1 - p_2) \cdot V \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2) \cdot V}{m} \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2) \cdot V}{\rho \cdot V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2) \cdot V}{\rho \cdot V} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot (1.44 \cdot 10^4 \text{ Pa} - 0.96 \cdot 10^4 \text{ Pa})}{1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 86.17 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 125

Kolika je brzina istjecanja 10^{-3} m^3 zraka koji se nalazi pod tlakom $2.44 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ u prostor napunjen zrakom pri tlaku $1.96 \cdot 10^4 \text{ Pa}$?

Rezultat: 86.17 m/s .

Zadatak 126 (Adam, gimnazija)

Ulje protječe kroz cijev promjera 6 cm srednjom brzinom 4 m/s . Kolika je jakost struje?

Rješenje 126

$$d = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}, \quad v = 4 \text{ m/s}, \quad I = ?$$

Količina tekućine I koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje.

Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja.

Jakost struje je

$$I = S \cdot v \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{površina kruga promjera } d \\ S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \end{array} \right] \Rightarrow I = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v = \frac{(0.06 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0.0113 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}.$$

Vježba 126

Ulje protječe kroz cijev promjera 6 cm srednjom brzinom 8 m/s. Kolika je jakost struje?

Rezultat: 0.0226 m³/s.

Zadatak 127 (Adam, gimnazija)

Kolika je jakost struje vode u cijevi promjera 4 cm ako je brzina toka 15 cm/s?

Rješenje 127

$$d = 4 \text{ cm}, \quad v = 15 \text{ cm/s}, \quad I = ?$$

Količina tekućine I koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje.

Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja.

Jakost struje je

$$I = S \cdot v \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{površina kruga promjera } d \\ S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \end{array} \right] \Rightarrow I = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v = \frac{(4 \text{ cm})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 15 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 188.50 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}.$$

Vježba 127

Kolika je jakost struje vode u cijevi promjera 4 cm ako je brzina toka 30 cm/s?

Rezultat: 376.99 cm³/s.

Zadatak 128 (Adam, gimnazija)

Kojom se brzinom spušta razina vode u spremniku površine presjeka 2 m² ako je brzina istjecanja vode u odvodnoj cijevi presjeka 40 cm² jednaka 4 m/s? Kolika je jakost struje u spremniku?

Rješenje 128

$$S_1 = 2 \text{ m}^2, \quad S_2 = 40 \text{ cm}^2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2, \quad v_2 = 4 \text{ m/s}, \quad v_1 = ?, \quad I = ?$$

Ako tekućina prolazi kroz cijev te pritom svakim presjekom cijevi u jedinici vremena proteče jednaka količina tekućine, kažemo da je tok stacionaran.

Količina tekućine I koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje.

Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja. U stacionarnom toku I je konstanta. Pri tome vrijedi

$$I_1 = I_2 \Rightarrow S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow S_1 : S_2 = v_2 : v_1.$$

Razina vode spušta se brzinom v_1 koja iznosi:

$$\begin{aligned} I_1 = I_2 \Rightarrow S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \cdot \frac{1}{S_1} \Rightarrow v_1 &= \frac{S_2 \cdot v_2}{S_1} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ m}^2} = \\ &= 0.008 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8 \frac{\text{mm}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Jakost struje u spremniku je:

$$I = S_1 \cdot v_1 = 2 \text{ m}^2 \cdot 0.008 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0.016 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

ili

$$I = S_2 \cdot v_2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0.016 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Vježba 128

Kojom se brzinom spušta razina vode u spremniku površine presjeka 4 m^2 ako je brzina istjecanja vode u odvodnoj cijevi presjeka 40 cm^2 jednaka 8 m/s ?

Rezultat: 8 mm/s.

Zadatak 129 (Adam, gimnazija)

Kolika je teorijska brzina istjecanja tekućine iz otvora koji se nalazi 4.905 m ispod njezine najviše razine? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 129

$$h = 4.905 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Ako idealna tekućina istječe iz posude kroz otvor koji se nalazi za visinu h ispod najviše razine tekućine, brzina istjecanja iznosi

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Brzina istjecanja tekućine je

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4.905 \text{ m}} = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vježba 129

Kolika je teorijska brzina istjecanja tekućine iz otvora koji se nalazi 19.62 m ispod njezine najviše razine? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 19.62 m/s.

Zadatak 130 (Ivica, gimnazija)

Posuda duboka 40 cm ima otvor na dnu. Kolika je brzina istjecanja tekućine kad je posuda posve puna? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 130

$$h = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Ako idealna tekućina istječe iz posude kroz otvor koji se nalazi za visinu h ispod najviše razine tekućine, brzina istjecanja iznosi

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Brzina istjecanja tekućine je

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.4 \text{ m}} = 2.80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vježba 130

Posuda duboka 160 cm ima otvor na dnu. Kolika je brzina istjecanja tekućine kad je posuda posve puna? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 5.60 m/s.

Zadatak 131 (Ivica, gimnazija)

Kolika količina vode isteče u jednoj minuti iz spremnika kroz otvor promjera 4 cm koji se nalazi 4.9 m ispod razine vode? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 131

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad d = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}, \quad h = 4.9 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad I = ?$$

Ako tekućina prolazi kroz cijev te pritom svakim presjekom cijevi u jedinici vremena proteče jednaka količina tekućine, kažemo da je tok stacionaran.

Količina tekućine I koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje.

Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja.

Ako idealna tekućina istječe iz posude kroz otvor koji se nalazi za visinu h ispod najviše razine tekućine, brzina istjecanja iznosi

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Količina vode koja isteče u jednoj minuti iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \\ I = S \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow I = S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{površina kruga promjera } d \\ S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \frac{(0.04 \text{ m})^2 \cdot \pi}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4.9 \text{ m}} = 0.0123 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 0.0123 \frac{\text{m}^3}{\frac{1}{60} \text{ min}} =$$

$$= 0.0123 \cdot 60 \frac{\text{m}^3}{\text{min}} = 0.738 \frac{\text{m}^3}{\text{min}} \approx 0.74 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}.$$

Vježba 131

Kolika količina vode isteče u jednoj minuti iz spremnika kroz otvor promjera 0.4 dm koji se nalazi 490 cm ispod razine vode? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $0.74 \text{ m}^3/\text{min}$.

Zadatak 132 (Ivica, gimnazija)

U širokom dijelu horizontalne cijevi voda teče brzinom 8 cm/s pri statičkom tlaku $14.7 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. U uskom dijelu te iste cijevi tlak je $13.3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Kolika je brzina u uskom dijelu cijevi? Trenje zanemarimo. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 132

$$v_1 = 8 \text{ cm/s} = 0.08 \text{ m/s}, \quad p_1 = 14.7 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad p_2 = 13.3 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3,$$

$$v_2 = ?$$

Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon u obliku Bernoullijeve jednačbe. Ona kaže da je zbroj statičkog i dinamičkog tlaka stalan. Taj zbroj zovemo hidrodinamskim tlakom:

$$p + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = \text{konst.}$$

ili

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$

Brzina v_2 u uskom dijelu cijevi iznosi:

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - p_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 = p_1 - p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 = p_1 - p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \quad / \cdot \frac{2}{\rho} \Rightarrow v_2^2 = \frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2) + v_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2^2 = \frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2) + v_1^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2) + v_1^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot (14.7 \cdot 10^4 \text{ Pa} - 13.3 \cdot 10^4 \text{ Pa}) + \left(0.08 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 5.29 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 132

U širokom dijelu horizontalne cijevi voda teče brzinom 8 cm/s pri statičkom tlaku $15.7 \cdot 10^4$ Pa. U uskom dijelu te iste cijevi tlak je $14.3 \cdot 10^4$ Pa. Kolika je brzina u uskom dijelu cijevi? Trenje zanemarimo. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 5.29 m/s.

Zadatak 133 (Ivica, gimnazija)

U horizontalnoj cijevi promjera 5 cm voda teče brzinom 20 cm/s pri statičkom tlaku $19.6 \cdot 10^4$ Pa. Koliki je tlak u užem dijelu cijevi promjera 2 cm? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 133

$d_1 = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$, $v_1 = 20 \text{ cm/s} = 0.2 \text{ m/s}$, $p_1 = 19.6 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, $d_2 = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$,
 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $p_2 = ?$

Ako tekućina prolazi kroz cijev te pritom svakim presjekom cijevi u jedinici vremena proteče jednaka količina tekućine, kažemo da je tok stacionaran.

Količina tekućine I koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje.

Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja. U stacionarnom toku I je konstanta. Pri tome vrijedi

$$I_1 = I_2 \Rightarrow S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow S_1 : S_2 = v_2 : v_1.$$

Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon u obliku Bernoullijeve jednačbe. Ona kaže da je zbroj statičkog i dinamičkog tlaka stalan. Taj zbroj zovemo hidrodinamskim tlakom:

$$p + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = \text{konst.}$$

ili

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$

Najprije izračunamo brzinu v_2 u užem dijelu cijevi:

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \quad / \cdot \frac{1}{S_2} \Rightarrow v_2 = \frac{S_1 \cdot v_1}{S_2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{površine krugova promjera } d_1 \text{ i } d_2 \\ S_1 = \frac{d_1^2 \cdot \pi}{4}, S_2 = \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{\frac{d_1^2 \cdot \pi}{4} \cdot v_1}{\frac{d_2^2 \cdot \pi}{4}} \Rightarrow v_2 = \frac{d_1^2 \cdot \pi}{d_2^2 \cdot \pi} \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = \frac{d_1^2}{d_2^2} \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \cdot v_1.$$

Iz Bernoullijeve jednačbe dobije se tlak p_2 u užem dijelu cijevi:

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned} p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 &= p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \\ v_2 &= \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \cdot v_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} p_2 &= p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \\ v_2 &= \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \cdot v_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\
\Rightarrow & \left. \begin{aligned} p_2 &= p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2) \\ v_2 &= \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \cdot v_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left(v_1^2 - \left(\left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \cdot v_1 \right)^2 \right) \Rightarrow \\
& \Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left(v_1^2 - \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^4 \cdot v_1^2 \right) \Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^4 \right) = \\
& = 19.6 \cdot 10^4 \text{ Pa} + \frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{0.05 \text{ m}}{0.02 \text{ m}} \right)^4 \right) = 195238.75 \text{ Pa} \approx 19.52 \cdot 10^4 \text{ Pa}.
\end{aligned}$$

Vježba 133

U horizontalnoj cijevi promjera 10 cm voda teče brzinom 20 cm/s pri statičkom tlaku $19.6 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Koliki je tlak u užem dijelu cijevi promjera 4 cm? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: $19.52 \cdot 10^4 \text{ Pa}$.

Zadatak 134 (Ivica, gimnazija)

Kolika je početna temperatura plina u zatvorenoj posudi, ako se tlak plina poveća za 0.4% pri promjeni temperature za 1 K?

Rješenje 134

$$p_1 = p, \quad p_2 = p + 0.4\% \cdot p = p + 0.004 \cdot p = 1.004 \cdot p, \quad \Delta T = 1 \text{ K}, \quad T_2 = T_1 + \Delta T = T_1 + 1, \quad T_1 = ?$$

Izohorno stanje plina znači da je obujam stalan. Mijenja li se temperatura nekoj masi plina stalnog obujma (*izohorna promjena*), mijenjat će se tlak plina prema Charlesovom (Šarl) zakonu:

$$p_t = p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t), \text{ pri } V = \text{konst.}$$

U apsolutnoj ljestvici temperature taj zakon ima oblik

$$\frac{p}{T} = \frac{p_0}{T_0},$$

odakle za različita stanja možemo pisati

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

Sada se lako nađe početna temperatura T_1 u zatvorenoj posudi:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p}{T_1} = \frac{1.004 \cdot p}{T_1 + 1} \Rightarrow \frac{p}{T_1} = \frac{1.004 \cdot p}{T_1 + 1} \cdot \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{1}{T_1} = \frac{1.004}{T_1 + 1} \Rightarrow 1.004 \cdot T_1 = T_1 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1.004 \cdot T_1 - T_1 = 1 \Rightarrow 0.004 \cdot T_1 = 1 \Rightarrow [4 \cdot 250 = 1000] \Rightarrow 0.004 \cdot T_1 = 1 \cdot 250 \Rightarrow T_1 = 250 \text{ K}.$$

Vježba 134

Kolika je početna temperatura plina u zatvorenoj posudi, ako se tlak plina poveća za 0.8% pri promjeni temperature za 1 K?

Rezultat: 125 K .

Zadatak 135 (Ron, gimnazija)

Koliki je hidrostatski tlak u jezeru na dubini 20 m? Izrazi tlak u paskalima i mmHg. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, gustoća žive $\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3$, normirani tlak $p_0 = 101325 \text{ Pa}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 135

$h = 20 \text{ m}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3$, $p_0 = 101325 \text{ Pa}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$,
 $p = ?$

Tlak 101325 Pa zovemo normirani tlak i označavamo ga sa p_0 . U živinom barometru tom tlaku odgovara tlak što ga čini stupac žive visok 760 mm. Nastaje zbog težine zraka na površini Zemlje. Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

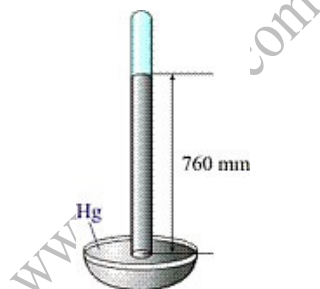
$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Hidrostatski tlak u jezeru, gustoće vode ρ na dubini h , jednak je zbroju normiranog tlaka p_0 i hidrostatskog tlaka u samom jezeru:

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h = 101325 \text{ Pa} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m} = 297\,525 \text{ Pa}.$$

Budući da je gustoća žive jednaka ρ_{Hg} , u živinom barometru tom tlaku odgovara tlak što ga čini stupac žive visok h :

$$p = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h \Rightarrow p = \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h \cdot \frac{1}{\rho_{\text{Hg}} \cdot g} \Rightarrow h = \frac{p}{\rho_{\text{Hg}} \cdot g} = \frac{297\,525 \text{ Pa}}{13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2.23 \text{ m} = 2\,230 \text{ mm}.$$



Vježba 135

Koliki je hidrostatski tlak u jezeru na dubini 200 dm? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, normirani tlak $p_0 = 101325 \text{ Pa}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 2230 mm.

Zadatak 136 (Ron, gimnazija)

Kolika je gustoća tekućine ako je na dubini 100 m tlak 490.5 kPa? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 136

$h = 100 \text{ m}$, $p = 490.5 \text{ kPa} = 490\,500 \text{ Pa}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $\rho = ?$

Tlak 101325 Pa zovemo normirani tlak i označavamo ga sa p_0 . U živinom barometru tom tlaku odgovara tlak što ga čini stupac žive visok 760 mm. Nastaje zbog težine zraka na površini Zemlje. Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Hidrostatski tlak u tekućini, gustoće ρ na dubini h , jednak je zbroju normiranog tlaka p_0 i hidrostatskog tlaka u samoj tekućini pa gustoća ρ tekućine iznosi:

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow \rho \cdot g \cdot h = p - p_0 \cdot \frac{1}{g \cdot h} \Rightarrow \rho = \frac{p - p_0}{g \cdot h} = \frac{490\,500 \text{ Pa} - 101\,325 \text{ Pa}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m}} = 396.71 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 136

Kolika je gustoća tekućine ako je na dubini 0.1 km tlak 490.5 kPa? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 396.71 kg/m^3 .

Zadatak 137 (Ron, gimnazija)

Na kružni klip polumjera 2 cm djeluje sila 20 N. Kolika sila će se dobiti ako je polumjer drugog klipa 6 cm?

Rješenje 137

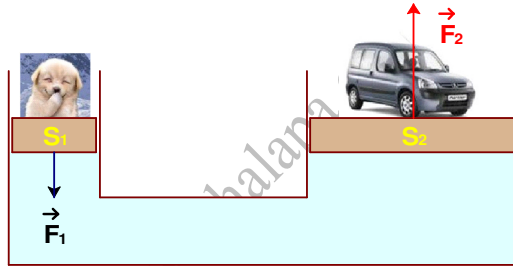
$$r_1 = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}, \quad F_1 = 20 \text{ N}, \quad r_2 = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}, \quad F_2 = ?$$

Hidraulički tlak je vanjski tlak na tekućinu. Kako se on širi na sve strane jednako, sila će na veću površinu biti toliko puta veća koliko je puta i površina veća:

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = S_1 \cdot p \\ F_2 = S_2 \cdot p \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1 \cdot p}{S_2 \cdot p} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1 \cdot p}{S_2 \cdot p} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}$$

Ili ovako:

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = S_1 \cdot p \\ F_2 = S_2 \cdot p \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p = \frac{F_1}{S_1} \\ p = \frac{F_2}{S_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}$$



1. inačica

Budući da površina kruga polumjera r iznosi

$$S = r^2 \cdot \pi$$

slijedi:

$$\begin{aligned} \frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2} &\Rightarrow F_2 \cdot S_1 = F_1 \cdot S_2 \quad / \cdot \frac{1}{S_1} \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{S_2}{S_1} \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{r_2^2 \cdot \pi}{r_1^2 \cdot \pi} \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{r_2^2 \cdot \pi}{r_1^2 \cdot \pi} \Rightarrow \\ &\Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 = 20 \text{ N} \cdot \left(\frac{0.06 \text{ m}}{0.02 \text{ m}} \right)^2 = 180 \text{ N}. \end{aligned}$$

2. inačica

Uočimo da je polumjer drugog klipa tri puta veći od polumjera prvog klipa:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{0.06 \text{ m}}{0.02 \text{ m}} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 3 \Rightarrow r_2 = 3 \cdot r_1$$

Budući da površina kruga polumjera r iznosi

$$S = r^2 \cdot \pi$$

slijedi:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2} \Rightarrow F_2 \cdot S_1 = F_1 \cdot S_2 \quad / \cdot \frac{1}{S_1} \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{S_2}{S_1} \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{r_2^2 \cdot \pi}{r_1^2 \cdot \pi} \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{r_2^2 \cdot \pi}{r_1^2 \cdot \pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \left(\frac{3 \cdot r_1}{r_1}\right)^2 \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \left(\frac{3 \cdot r_1}{r_1}\right)^2 \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot 3^2 =$$

$$= 20 \text{ N} \cdot 3^2 = 180 \text{ N}.$$

Vježba 137

Na kružni klip polumjera 3 cm djeluje sila 20 N. Kolika sila će se dobiti ako je polumjer drugog klipa 9 cm?

Rezultat: 180 N.

Zadatak 138 (Ron, gimnazija)

U hidrauličkom uređaju veći klip ima površinu 60 puta veću od površine manjeg klipa. Vrlo jak čovjek nada se da će podići uteg mase 10 kg koji se nalazi na manjem klipu. Hoće li uspjeti? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 138

$$S_1 = 60 \cdot S_2, \quad m = 10 \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F_1 = ?$$

Hidraulički tlak je vanjski tlak na tekućinu. Kako se on širi na sve strane jednako, sila će na veću površinu biti toliko puta veća koliko je puta i površina veća:

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = S_1 \cdot p \\ F_2 = S_2 \cdot p \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1 \cdot p}{S_2 \cdot p} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1 \cdot p}{S_2 \cdot p} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}.$$

Ili ovako:

$$\left. \begin{array}{l} F_1 = S_1 \cdot p \\ F_2 = S_2 \cdot p \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p = \frac{F_1}{S_1} \\ p = \frac{F_2}{S_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}.$$

Budući da se uteg mase m nalazi na manjem klipu površine S_2 , težina utega G bit će sila F_2 :

$$\left. \begin{array}{l} F_2 = G \\ G = m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow F_2 = m \cdot g.$$

Da bi savladao tu silu čovjek na većem klipu mora djelovati silom F_1 koja iznosi (koja je 60 puta veća):

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2} \Rightarrow F_1 \cdot S_2 = F_2 \cdot S_1 \quad / \cdot \frac{1}{S_2} \Rightarrow F_1 = F_2 \cdot \frac{S_1}{S_2} \Rightarrow F_1 = F_2 \cdot \frac{60 \cdot S_2}{S_2} \Rightarrow F_1 = F_2 \cdot \frac{60 \cdot S_2}{S_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_1 = F_2 \cdot 60 \Rightarrow \left[F_2 = m \cdot g \right] \Rightarrow F_1 = m \cdot g \cdot 60 = 10 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 60 = 5886 \text{ N}.$$

Kolika je masa tijela čija je težina 5886 N?

$$\left. \begin{array}{l} G = 5886 \text{ N} \\ G = m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} G = 5886 \text{ N} \\ m = \frac{G}{g} \end{array} \right\} \Rightarrow m = \frac{5886 \text{ N}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 600 \text{ kg}.$$

Čovjek bi morao podići teret veći od pola tone što nije moguće.
Možda bi mogao Popaj ☺ !



Vježba 138

U hidrauličkom uređaju veći klip ima površinu 70 puta veću od površine manjeg klipa. Vrlo jak čovjek nada se da će podići uteg mase 10 kg koji se nalazi na manjem klipu. Hoće li uspjeti?

Rezultat: Ne.

Zadatak 139 (Ron, gimnazija)

Betonski blok ima masu 80 kg i gustoću 2500 kg/m³. Odredi težinu bloka u vodi, te gustoću tekućine u kojoj bi taj blok imao težinu 300 N. (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 139

$$m = 80 \text{ kg}, \quad \rho = 2500 \text{ kg/m}^3, \quad G_t = 300 \text{ N}, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ G_v = ?, \quad \rho_t = ?$$

Kada je tijelo uronjeno u tekućinu na njega djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje **uzgon**. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje su ρ_t gustoća tekućine, V volumen uronjenog dijela tijela.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži:

$$G = m \cdot g.$$

Težina bloka na zraku iznosi:

$$G = m \cdot g.$$

Budući da je težina bloka u vodi G_v jednaka razlici težine bloka na zraku G i uzgona u vodi F_{uz} , slijedi:

$$G_v = G - F_{uz} \Rightarrow G_v = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{volumen bloka} \\ \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \end{array} \right] \Rightarrow G_v = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} \Rightarrow \\ \Rightarrow G_v = m \cdot g \cdot \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho} \right) = 80 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(1 - \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \right) = 470.88 \text{ N}.$$

Sada računamo gustoću tekućine ρ_t u kojoj bi blok imao težinu G_t . Budući da je težina bloka u tekućini G_t jednaka razlici težine bloka na zraku G i uzgona u tekućini F_{uz} , slijedi:

$$G_t = G - F_{uz} \Rightarrow G_t = m \cdot g - \rho_t \cdot g \cdot V \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{volumen bloka} \\ \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \end{array} \right] \Rightarrow G_t = m \cdot g - \rho_t \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho_t \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} = m \cdot g - G_t \quad | \cdot \frac{\rho}{m \cdot g} \Rightarrow \rho_t = \rho - G_t \cdot \frac{\rho}{m \cdot g} \Rightarrow \rho_t = \rho \cdot \left(1 - \frac{G_t}{m \cdot g} \right) = \\ = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(1 - \frac{300 \text{ N}}{80 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \right) = 1544.34 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 139

Betonski blok ima masu 160 kg i gustoću 2500 kg/m³. Odredi težinu bloka u vodi. (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 941.76 N.

Zadatak 140 (Ron, gimnazija)

Komad čelika volumena 45 cm³ potpuno je uronjen u tekućinu. Odredi gustoću tekućine u kojoj će težina promatranog predmeta biti 3 N. Gustoća čelika je 7500 kg/m³. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

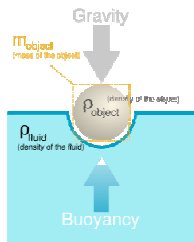
Rješenje 140

$$V = 45 \text{ cm}^3 = 4.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3, \quad G_t = 3 \text{ N}, \quad \rho_{\text{č}} = 7500 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho_t = ?$$

Kada je tijelo uronjeno u tekućinu na njega djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje **uzgon**. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje su ρ_t gustoća tekućine, V volumen uronjenog dijela tijela.



Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljinog privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži:

$$G = m \cdot g.$$

Težina komada čelika na zraku iznosi:

$$G = m \cdot g \Rightarrow \left[\rho_{\text{č}} = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho_{\text{č}} \cdot V \right] \Rightarrow G = \rho_{\text{č}} \cdot V \cdot g.$$

Budući da je težina komada čelika u tekućini G_t jednaka razlici težine čelika na zraku G i uzgona u tekućini F_{uz} , slijedi:

$$\begin{aligned} G_t = G - F_{uz} &\Rightarrow G_t = \rho_{\text{č}} \cdot V \cdot g - \rho_t \cdot g \cdot V \Rightarrow \rho_t \cdot g \cdot V = \rho_{\text{č}} \cdot V \cdot g - G_t \cdot \frac{1}{g \cdot V} \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho_t &= \rho_{\text{č}} - \frac{G_t}{g \cdot V} = 7500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - \frac{3 \text{ N}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3} = 704.21 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \end{aligned}$$

Vježba 140

Komad čelika volumena 45 cm³ potpuno je uronjen u tekućinu. Odredi gustoću tekućine u kojoj će težina promatranog predmeta biti 6 N. Gustoća čelika je 7500 kg/m³. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $6091.57 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.