

### Zadatak 141 (Ron, gimnazija)

Gustoća leda je  $900 \text{ kg/m}^3$ , a gustoća morske vode  $1020 \text{ kg/m}^3$ . Koliki dio ledene sante volumena  $V$  viri iznad morske površine? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 141

$$\rho_l = 900 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad V, \quad V_1 = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_l \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_l$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



Neka je  $V_1$  dio volumena ledene sante koji viri iznad morske površine. Budući da je volumen cijele sante  $V$ , pod morskom površinom bit će

$$V - V_1.$$

Ledena santa pliva na morskoj površini jer je njezina težina  $G$  po iznosu jednaka uzgonu  $F_{uz}$  u vodi:

$$G = F_{uz} \Rightarrow m \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot (V - V_1) \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{masa sante} \\ \rho_l = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho_l \cdot V \end{array} \right] \Rightarrow \rho_l \cdot V \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot (V - V_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_l \cdot V \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot (V - V_1) \quad /: g \Rightarrow \rho_l \cdot V = \rho_v \cdot (V - V_1) \Rightarrow \rho_l \cdot V = \rho_v \cdot V - \rho_v \cdot V_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_v \cdot V_1 = \rho_v \cdot V - \rho_l \cdot V \Rightarrow \rho_v \cdot V_1 = (\rho_v - \rho_l) \cdot V \quad /: \frac{1}{\rho_v} \Rightarrow V_1 = \frac{\rho_v - \rho_l}{\rho_v} \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1020 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1020 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot V \Rightarrow V_1 = 0.12 \cdot V \Rightarrow V_1 = \frac{12}{100} \cdot V \Rightarrow V_1 = 12\% \cdot V.$$

#### Vježba 141

Gustoća leda je  $900 \text{ kg/m}^3$ , a gustoća morske vode  $1000 \text{ kg/m}^3$ . Koliki dio ledene sante volumena  $V$  viri iznad morske površine? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:**  $10\% \cdot V$ .

### Zadatak 142 (Ron, gimnazija)

Koliki je uzgon u vodi na kamen mase 10 kg i gustoće 2500 kg/m<sup>3</sup>? (gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

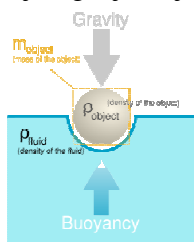
#### Rješenje 142

$$m = 10 \text{ kg}, \quad \rho = 2500 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F_{uz} = ?$$

Kada je tijelo uronjeno u tekućinu na njega djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje **uzgon**. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje su  $\rho_t$  gustoća tekućine, V volumen uronjenog dijela tijela.



Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Uzgon u vodi na kamen mase m i gustoće  $\rho$  iznosi:

$$F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{obujam kamena} \\ \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \end{array} \right] \Rightarrow F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{10 \text{ kg}}{2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 39.24 \text{ N}.$$

#### Vježba 142

Koliki je uzgon u vodi na kamen mase 20 kg i gustoće 2500 kg/m<sup>3</sup>? (gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 78.48 N.

### Zadatak 143 (Ron, gimnazija)

Drveni blok na vodi tone sa 70% volumena. Kolika je gustoća drva? Koliko bi blok potonuo u tekućinu gustoće 800 kg/m<sup>3</sup>? (gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 143

$$p = 70\% = 0.70, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho = ?$$

Kada je tijelo uronjeno u tekućinu na njega djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje **uzgon**. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje su  $\rho_t$  gustoća tekućine, V volumen uronjenog dijela tijela.

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Težina tijela G jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži:

$$G = m \cdot g.$$

Neka je V obujam drvenog bloka. On u vodi tone sa p posto obujma pa će pod vodom biti

$$V_2 = p \cdot V \Rightarrow V_2 = 0.70 \cdot V,$$

a iznad vode je

$$V_1 = V - V_2 \Rightarrow V_1 = V - 0.70 \cdot V \Rightarrow V_1 = 0.30 \cdot V.$$

Budući da drveni blok pliva u vodi, njegova težina po iznosu jednaka je uzgonu u vodi.

$$G = F_{uz} \Rightarrow m \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_2 \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow m = \rho_v \cdot V_2 \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{masa drvenog bloka} \\ \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \end{array} \right] \Rightarrow \rho \cdot V = \rho_v \cdot V_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot V = \rho_v \cdot 0.70 \cdot V \Rightarrow \rho \cdot V = \rho_v \cdot 0.70 \cdot V \cdot \frac{1}{V} \Rightarrow \rho = \rho_v \cdot 0.70 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.70 = 700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Ako tekućina ima gustoću  $\rho_t$ , računamo koliko bi potonuo drveni blok. Budući da drveni blok pliva u tekućini, njegova težina po iznosu jednaka je uzgonu u tekućini.

$$G = F_{uz} \Rightarrow m \cdot g = \rho_t \cdot g \cdot V_2 \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow m = \rho_t \cdot V_2 \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{masa drvenog bloka} \\ \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \end{array} \right] \Rightarrow \rho \cdot V = \rho_t \cdot V_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot V = \rho_t \cdot V_2 \cdot \frac{1}{\rho_t} \Rightarrow V_2 = \frac{\rho}{\rho_t} \cdot V \Rightarrow V_2 = \frac{700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot V \Rightarrow V_2 = 0.875 \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{87.5}{100} \cdot V \Rightarrow V_2 = 87.5\% \cdot V.$$

### Vježba 143

Drveni blok na tone sa 80% volumena. Kolika je gustoća drva?

**Rezultat:** 800 kg/m<sup>3</sup>.

### Zadatak 144 (Ron, gimnazija)

Tijelo volumena 15 cm<sup>3</sup> i gustoće 800 kg/m<sup>3</sup> pliva u tekućini s dijelom volumena 5 cm<sup>3</sup> iznad površine. Kolika je gustoća tekućine? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 144

$$V = 15 \text{ cm}^3 = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3, \quad \rho = 800 \text{ kg/m}^3, \quad V_1 = 5 \text{ cm}^3 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3, \quad \rho_t = ?$$

Kada je tijelo uronjeno u tekućinu na njega djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje **uzgon**. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje su  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $V$  volumen uronjenog dijela tijela.

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Težina tijela  $G$  jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži:

$$G = m \cdot g.$$

Obujam tijela je  $V$ , a iznad površine nalazi se dio obujma  $V_1$ . Tada je pod površinom dio obujma

$$V_2 = V - V_1.$$

Budući da tijelo pliva u tekućini, njegova težina  $G$  po iznosu jednaka je uzgonu  $F_{uz}$  u tekućini.

$$G = F_{uz} \Rightarrow m \cdot g = \rho_t \cdot g \cdot V_2 \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow m = \rho_t \cdot V_2 \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{masa tijela} \\ \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \end{array} \right] \Rightarrow \rho \cdot V = \rho_t \cdot (V - V_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot V = \rho_t \cdot (V - V_1) \cdot \frac{1}{V - V_1} \Rightarrow \rho_t = \rho \cdot \frac{V}{V - V_1} = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3}{1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 - 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3} = 1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

### Vježba 144

Tijelo volumena  $30 \text{ cm}^3$  i gustoće  $800 \text{ kg/m}^3$  pliva u tekućini s dijelom volumena  $10 \text{ cm}^3$  iznad površine. Kolika je gustoća tekućine? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:**  $1200 \text{ kg/m}^3$ .

### Zadatak 145 (Ron, gimnazija)

Koliku masu glicerina treba uliti u šuplju staklenu kuglicu mase  $1.5 \text{ g}$ , vanjskog promjera  $2 \text{ cm}$  da bi kuglica potonula u vodu do svoje polovice? (gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

### Rješenje 145

$$m_k = 1.5 \text{ g} = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}, \quad d = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad m_g = ?$$

Kada je tijelo uronjeno u tekućinu na njega djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje **uzgon**. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje su  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $V$  volumen uronjenog dijela tijela.

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Težina tijela  $G$  jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži:

$$G = m \cdot g.$$

Obujam (volumen) kugle polumjera  $r$  iznosi

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Ako je zadan promjer kugle  $d$  tada obujam iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} d = 2 \cdot r \\ V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} r = \frac{d}{2} \\ V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot \left( \frac{d}{2} \right)^3 \cdot \pi \Rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot \frac{d^3}{8} \cdot \pi \Rightarrow V = \frac{d^3 \cdot \pi}{6}.$$

Ako šuplja staklena kuglica ima masu  $m_k$ , njezina težina iznosi:

$$G_k = m_k \cdot g.$$

Ako glicerina ima masu  $m_g$ , njegova težina iznosi:

$$G_g = m_g \cdot g.$$

Budući da šuplja kuglica zajedno sa ulitim glicerinom potone u vodu do svoje polovice obujma (volumena), zbroj težina kuglice  $G_k$  i glicerina  $G_g$  jednak je uzgonu  $F_{uz}$  u vodi.

$$G_k + G_g = F_{uz} \Rightarrow m_k \cdot g + m_g \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot V \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow m_k + m_g = \rho_v \cdot \frac{1}{2} \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_g = \rho_v \cdot \frac{1}{2} \cdot V - m_k \Rightarrow \left[ V = \frac{d^3 \cdot \pi}{6} \right] \Rightarrow m_g = \rho_v \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{d^3 \cdot \pi}{6} - m_k =$$

$$= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-2} \text{ m})^3 \cdot \pi}{6} - 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 0.000594 \text{ kg} = 0.594 \text{ g}.$$

### Vježba 145

Koliku masu glicerina treba uliti u šuplju staklenu kuglicu mase 1.5 g, vanjskog promjera 2 cm da bi kuglica potonula u vodu do svoje dvije trećine? (gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

**Rezultat:** 1.293 g.

### Zadatak 146 (Ron, gimnazija)

Konzerva volumena  $1200 \text{ cm}^3$  i mase 130 g pliva na vodi. Koliku najveću masu olova gustoće  $11400 \text{ kg/m}^3$  možemo staviti u konzervu, a da ona ne potone? (gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

### Rješenje 146

$$V = 1200 \text{ cm}^3 = 1.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad m_k = 130 \text{ g} = 0.13 \text{ kg}, \quad \rho = 11400 \text{ kg/m}^3, \\ \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad m = ?$$

Kada je tijelo uronjeno u tekućinu na njega djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje **uzgon**. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje su  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $V$  volumen uronjenog dijela tijela.

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Težina tijela  $G$  jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teži:

$$G = m \cdot g.$$

Ako konzerva ima masu  $m_k$ , njezina težina iznosi:

$$G_k = m_k \cdot g.$$

Ako olovo ima masu  $m$ , njegova težina iznosi:

$$G = m \cdot g.$$

Budući da konzerva zajedno s olovom pliva u vodi, zbroj težina konzerve  $G_k$  i olova  $G$  jednak je uzgonu  $F_{uz}$  u vodi.

$$G_k + G = F_{uz} \Rightarrow m_k \cdot g + m \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V \quad / \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow m_k + m = \rho_v \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \rho_v \cdot V - m_k = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 - 0.13 \text{ kg} = 1.07 \text{ kg}.$$

### Vježba 146

Konzerva volumena  $1200 \text{ cm}^3$  i mase 100 g pliva na vodi. Koliku najveću masu olova gustoće  $11400 \text{ kg/m}^3$  možemo staviti u konzervu, a da ona ne potone? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 1.1 kg.

### Zadatak 147 (Ron, gimnazija)

Kupajući se u Mrtvom moru trećina volumena čovjeka viri iznad razine mora. Ako je prosječna gustoća ljudskog tijela  $0.98 \text{ g/cm}^3$  izračunajte gustoću morske vode.

### Rješenje 147

$$\rho = 0.98 \text{ g/cm}^3 = 980 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_v = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma:

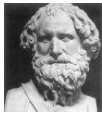
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

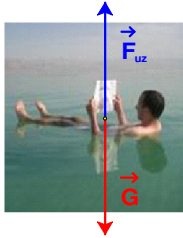
Mrtvo more je slano jezero iz kojeg voda ne ističe. Veliko je 600 km<sup>2</sup> koje kao završno jezero leži u depresiji. To je dio Jordanskog jarka i sjeverni je nastavak tzv. velikog istočnoafričkog jarka. Površina vode u jezeru se obično navodi s oko 396 m ispod razine mora. U stvarnosti se razina, radi značajnog isušivanja, već nekoliko godina nalazi na više od – 400 metara. Dok čovjek pliva u moru uzgon djeluje na dio tijela koji je u vodi. To su dvije trećine njegova obujma.



Kada je uzgon izjednačen sa silom težom, čovjek pliva:

$$F_{uz} = G.$$

Budući da uzgon djeluje samo na uronjeni dio ljudskog tijela, slijedi:



$$\begin{aligned} F_{uz} = G &\Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot \frac{2}{3} \cdot V = m \cdot g \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot \frac{2}{3} \cdot V = \rho \cdot V \cdot g \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot \frac{2}{3} \cdot V = \rho \cdot V \cdot g \cdot \frac{3}{2 \cdot g \cdot V} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_v = \frac{3}{2} \cdot \rho = \frac{3}{2} \cdot 980 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1470 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \end{aligned}$$

### Vježba 147

Dok pliva u Mrtvom moru, jedna trećina čovjekova tijela viri iznad razine mora. Izračunajte gustoću morske vode ako je prosječna gustoća čovjekova tijela 960 kg/m<sup>3</sup>.

**Rezultat:** 1440 kg/m<sup>3</sup>.

### Zadatak 148 (Ron, gimnazija)

Metalno sidro čini se 200 N "lakše" u vodi nego u zraku (zanemarujemo uzgon u zraku). Kolika je masa sidra? Koliki je obujam sidra? Gustoća metala je 7870 kg/m<sup>3</sup>? (gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 148

$$\Delta G = 200 \text{ N}, \quad \rho = 7870 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad m = ?, \quad V = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



Budući da je težina sidra u vodi  $G_v$  za  $\Delta G$  manja nego u zraku  $G$ , slijedi

$$G - G_v = \Delta G.$$

Ta razlika u težinama nastaje zbog uzgona  $F_{uz}$  u vodi. Zato vrijedi:

$$\begin{aligned} \Delta G = F_{uz} \Rightarrow \Delta G = \rho_v \cdot g \cdot V &\Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{obujam tijela} \\ \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \end{array} \right] \Rightarrow \Delta G = \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} \cdot \frac{\rho}{\rho_v \cdot g} \Rightarrow m = \Delta G \cdot \frac{\rho}{\rho_v \cdot g} = \\ &= 200 \text{ N} \cdot \frac{7870 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 157.4 \text{ kg}. \end{aligned}$$

Obujam sidra iznosi.

$$\Delta G = F_{uz} \Rightarrow \Delta G = \rho_v \cdot g \cdot V \cdot \frac{V}{V} \Rightarrow V = \frac{\Delta G}{\rho_v \cdot g} = \frac{200 \text{ N}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.02 \text{ m}^3.$$

### Vježba 148

Metalno sidro čini se 400 N "lakše" u vodi nego u zraku (zanemarujemo uzgon u zraku). Koliki je obujam sidra? (gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:**  $0.04 \text{ m}^3$ .

### Zadatak 149 (Suzana, gimnazija)

Željezna bačva, bez poklopca, mase 4 kg, ima vanjski volumen  $0.4 \text{ m}^3$ . Koliko je pijeska, gustoće  $3000 \text{ kg/m}^3$ , potrebno nasuti u bačvu da bi potonula u vodi? (gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

### Rješenje 149

$$m_1 = 4 \text{ kg}, \quad V_1 = 0.4 \text{ m}^3, \quad \rho = 3000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad V = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Uvedimo oznake:

- $m_1$  – masa željezne bačve
- $m$  – masa pijeska
- $V_1$  – vanjski volumen željezne bačve
- $V$  – volumen pijeska.

Težina željezne bačve:

$$G_1 = m_1 \cdot g.$$

Težina pijeska:

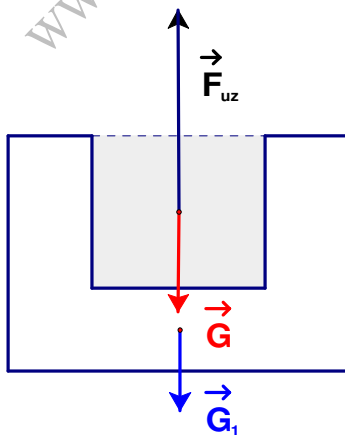
$$G = m \cdot g.$$

Budući da bačva sa pijeskom mora potonuti u vodi, njezina težine treba biti veće ili jednaka sili uzgona. Znači da je minimalna težina bačve sa pijeskom jednaka sili uzgona.

$$\begin{aligned} G_1 + G &= F_{uz} \Rightarrow m_1 \cdot g + m \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_1 \Rightarrow m_1 \cdot g + m \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V_1 \quad /: g \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_1 + m = \rho_v \cdot V_1 \Rightarrow m = \rho_v \cdot V_1 - m_1. \end{aligned}$$

Minimalni volumen pijeska koji treba nasuti u bačvu iznosi:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{\rho_v \cdot V_1 - m_1}{\rho} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.4 \text{ m}^3 - 4 \text{ kg}}{3000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.132 \text{ m}^3 = 132 \text{ dm}^3.$$



### Vježba 149

Željezna bačva, bez poklopca, mase 8 kg, ima vanjski volumen  $0.8 \text{ m}^3$ . Koliko je pijeska, gustoće  $3000 \text{ kg/m}^3$ , potrebno nasuti u bačvu da bi potonula u vodi? (gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:**  $264 \text{ dm}^3$ .

### Zadatak 150 (Suzana, gimnazija)

U kojem omjeru moraju biti polumjeri lopte od čelika i lopte od pluta da bi spojene lebdjele u vodi? (gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ , gustoća čelika  $\rho_1 = 7850 \text{ kg/m}^3$ , gustoća pluta  $\rho_2 = 300 \text{ kg/m}^3$ )



### Rješenje 150

$$\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_1 = 7850 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = 300 \text{ kg/m}^3, \quad r_1/r_2 = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Uvedimo oznake:

$r_1$  – polumjer lopte od čelika

$r_2$  – polumjer lopte od pluta

$$V_1 = \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi - \text{volumen lopte od čelika}$$

$$V_2 = \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi - \text{volumen lopte od pluta.}$$

Težina lopte od čelika:

$$G_1 = m_1 \cdot g.$$

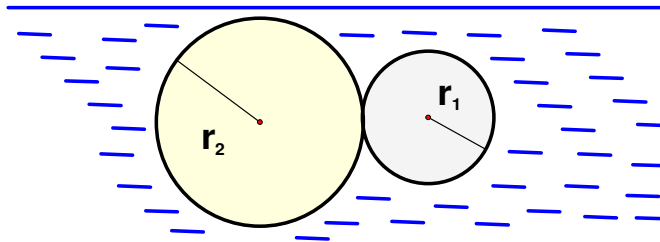
Težina lopte od pluta:

$$G_2 = m_2 \cdot g.$$

Budući da spojene lopte moraju lebdjeti u vodi, zbroj njihovih težina treba biti jednak sili uzgona.

$$\begin{aligned} G_1 + G_2 &= F_{uz} \Rightarrow m_1 \cdot g + m_2 \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot (V_1 + V_2) \quad /: g \Rightarrow m_1 + m_2 = \rho_v \cdot (V_1 + V_2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V_2 = \rho_v \cdot (V_1 + V_2) \Rightarrow \rho_1 \cdot \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi + \rho_2 \cdot \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi = \rho_v \cdot \left( \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi + \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_1 \cdot \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi + \rho_2 \cdot \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi = \rho_v \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (r_1^3 + r_2^3) \quad /: \frac{3}{4} \cdot \pi \Rightarrow \rho_1 \cdot r_1^3 + \rho_2 \cdot r_2^3 = \rho_v \cdot (r_1^3 + r_2^3) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_1 \cdot r_1^3 + \rho_2 \cdot r_2^3 = \rho_v \cdot r_1^3 + \rho_v \cdot r_2^3 \Rightarrow \rho_1 \cdot r_1^3 - \rho_v \cdot r_1^3 = \rho_v \cdot r_2^3 - \rho_2 \cdot r_2^3 \Rightarrow \\ &\Rightarrow r_1^3 \cdot (\rho_1 - \rho_v) = r_2^3 \cdot (\rho_v - \rho_2) \quad /: \frac{1}{r_2^3 \cdot (\rho_1 - \rho_v)} \Rightarrow \frac{r_1^3}{r_2^3} = \frac{\rho_v - \rho_2}{\rho_1 - \rho_v} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^3 = \frac{\rho_v - \rho_2}{\rho_1 - \rho_v} \Rightarrow \left( \frac{r_1}{r_2} \right) = \frac{\rho_v - \rho_2}{\rho_1 - \rho_v} \quad /: \sqrt[3]{\phantom{x}} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \sqrt[3]{\frac{\rho_v - \rho_2}{\rho_1 - \rho_v}} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = 3 \sqrt{\frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 0.468.$$



### Vježba 150

U kojem omjeru moraju biti polumjeri lopte od čelika i lopte od pluta da bi spojene lebdjele u vodi? (gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$ , gustoća čelika  $\rho_1 = 7850 \text{ kg/m}^3$ , gustoća pluta  $\rho_2 = 300 \text{ kg/m}^3$ )

**Rezultat:** 2.14.

### Zadatak 151 (Iva, gimnazija)

Čeličnu kuglicu pustimo iz mirovanja da tone u vodi. Kolika je brzina kuglice u točki koja je 1 m dublje od točke u kojoj je puštena u gibanje? Otpor koji voda pruža gibanju kuglice valja zanemariti. (gustoća vode iznosi  $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$ , gustoća čelika iznosi  $\rho_2 = 7700 \text{ kg/m}^3$ , ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 151

$$h = 1 \text{ m}, \quad \rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = 7700 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad v = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegovog obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

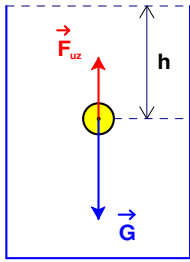
gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Budući da kuglica tone u vodi, njezina težina po iznosu je veća od sile uzgona. Rezultantna sila  $F$  koja ubrzava kuglicu jednaka je razlici težine  $G$  i sile uzgona  $F_{uz}$ .

$$F = G - F_{uz} \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g - \rho_1 \cdot g \cdot V \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g - \rho_1 \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_2} \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g - \rho_1 \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_2} \quad /: m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = g - g \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2} \Rightarrow a = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right).$$

Brzina kuglice u točki koja je za h dublje od točke u kojoj je puštena iznosi:



$$v^2 = 2 \cdot a \cdot h \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot a \cdot h} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) \cdot h} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(1 - \frac{1000 \frac{kg}{m^3}}{7700 \frac{kg}{m^3}}\right) \cdot 1 m} = 4.13 m.$$

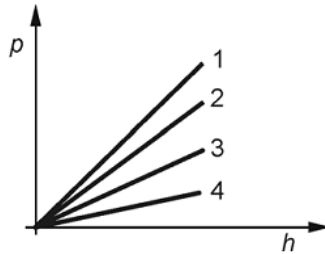
### Vježba 151

Čeličnu kuglicu pustimo iz mirovanja da tone u vodi. Kolika je brzina kuglice u točki koja je 100 cm dublje od točke u kojoj je puštena u gibanje? Otpor koji voda pruža gibanju kuglice valja zanemariti. (gustoća vode iznosi  $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$ , gustoća čelika iznosi  $\rho_2 = 7700 \text{ kg/m}^3$ , ubrzanje sile teže  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 4.13 m.

### Zadatak 152 (Mily, gimnazija)

Graf prikazuje ovisnost hidrostatskoga tlaka p o dubini h za četiri tekućine označene brojevima 1, 2, 3 i 4 koje su različitih gustoća. Kojom je grafom prikazana tekućina najmanje gustoće?



- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

### Rješenje 152

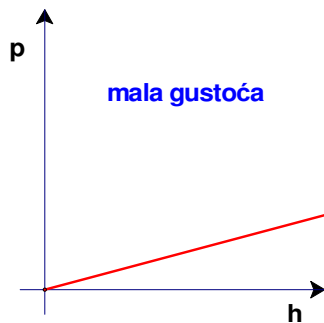
Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine  $\rho$ :

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

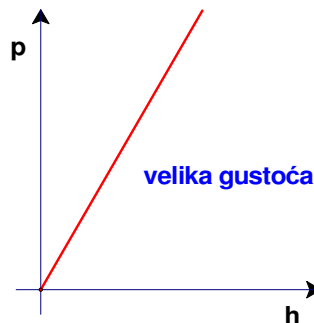
Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine  $\rho$ .

Iz formule za hidrostatski tlak vidi se da je, uz stalno g i h, tlak razmjernan s gustoćom tekućine.

(manja gustoća → manji tlak, veća gustoća → veći tlak)



$$p = \rho \cdot (g \cdot h)$$

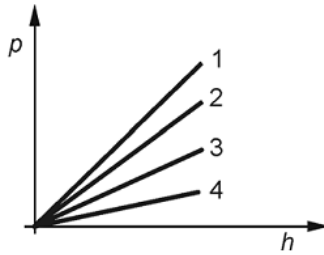


$$p = \rho \cdot (g \cdot h)$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 152

Graf prikazuje ovisnost hidrostatskoga tlaka  $p$  o dubini  $h$  za četiri tekućine označene brojevima 1, 2, 3 i 4 koje su različitih gustoća. Kojim je grafom prikazana tekućina najveće gustoće?



- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

**Rezultat:** A.

### Zadatak 153 (Maturant, gimnazija)

Komad pluta obujma  $500 \text{ cm}^3$  pliva na vodi. Pluto pritisnemo rukom tako da ono potpuno uroni u vodu. Gustoća pluta iznosi  $300 \text{ kg/m}^3$ , a vode  $1000 \text{ kg/m}^3$ .

- a) Kolikom silom uzgona djeluje voda na pluto kada je pluto potpuno uronjeno u vodu?  
b) Kolikom silom trebamo djelovati na pluto da bi ono mirovalo ispod površine vode? ( $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 153

$$V = 500 \text{ cm}^3 = 0.0005 \text{ m}^3, \quad \rho_p = 300 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2,$$
$$F_{uz} = ?, \quad F = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

- a) Sila uzgona  $F_{uz}$  kojom voda djeluje na pluto kada je pluto potpuno uronjeno u vodu iznosi:

$$F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot V = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.0005 \text{ m}^3 = 4.91 \text{ N}.$$

- b) Sila  $F$  kojom trebamo djelovati na pluto da bi ono mirovalo ispod površine vode jednaka je razlici sile uzgona  $F_{uz}$  i težine  $G$  pluta.

$$\left. \begin{array}{l} F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot V \\ G = m \cdot g \\ m = \rho_p \cdot V \\ F = F_{uz} - G \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot V \\ G = \rho_p \cdot V \cdot g \\ F = F_{uz} - G \end{array} \right\} \Rightarrow F = \rho_v \cdot g \cdot V - \rho_p \cdot V \cdot g \Rightarrow F = g \cdot V \cdot (\rho_v - \rho_p) =$$

$$= 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 0.0005 m^3 \cdot \left( 1000 \frac{kg}{m^3} - 300 \frac{kg}{m^3} \right) = 3.43 N.$$

### Vježba 153

Komad pluta obujma  $0.5 \text{ dm}^3$  pliva na vodi. Pluto pritisnemo rukom tako da ono potpuno uroni u vodu. Gustoća pluta iznosi  $300 \text{ kg/m}^3$ , a vode  $1000 \text{ kg/m}^3$ . Kolikom silom uzgona djeluje voda na pluto kada je pluto potpuno uronjeno u vodu?

**Rezultat:** 4.91 N.

### Zadatak 154 (Tony, srednja škola)

Tijelo koje lebdi u čistoj vodi na dubini 10 m ponašat će se u morskoj vodi na sljedeći način:

- A) lebdjet će na istoj dubini
- B) lebdjet će na dubini 11 m
- C) lebdjet će na dubini 9 m
- D) potonut će na dno
- E) isplivat će na površinu.

### Rješenje 154

$$h = 10 \text{ m}$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

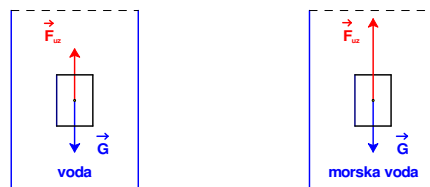
gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

$$\text{Gustoća čiste vode } \rho_1 = 1000 \frac{kg}{m^3}, \quad \text{gustoća morske vode } \rho_2 = 1030 \frac{kg}{m^3}.$$



Gustoća morske vode veća je od gustoće čiste vode. Budući da sila uzgona ovisi o gustoći tekućine u kojoj se tijelo nalazi

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

u morskoj vodi bit će uzgon veći i tijelo će isplivati na površinu. Odgovor je pod E.

### Vježba 154

Tijelo koje lebdi u morskoj vodi na dubini 10 m ponašat će se u čistoj vodi na sljedeći način:

- A) lebdjet će na istoj dubini
- B) lebdjet će na dubini 11 m
- C) lebdjet će na dubini 9 m
- D) potonut će na dno
- E) isplivat će na površinu.

**Rezultat:** D.

**Zadatak 155 (Tony, srednja škola)**

Valjak od krutog materijala, koji visi na niti, uronjen je u vodu. Kojom ukupnom silom djeluje valjak na vodu?

- A) Nikakvom.
- B) Silom koja je jednaka po veličini uzgonu, a ima smjer vertikalno prema dolje.
- C) Silom ovisnom o gustoći valjka.
- D) Svojom težinom.
- E) Silom koja je jednaka težini vode.

**Rješenje 155**

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid uzgona je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

**Sila i protusila (treći Newtonov poučak):** Ako jedno tijelo djeluje na drugo nekom silom, onda istodobno drugo djeluje na prvo jednakom silom, ali suprotnog smjera.

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}.$$

Zbog trećeg Newtonova poučka sila (uzgon) kojom tekućina djeluje na valjak jednaka je po iznosu sili kojom valjak djeluje na tekućinu u suprotnom smjeru. Dakle, valjak djeluje na vodu silom koja je jednaka po iznosu uzgonu, a ima smjer vertikalno prema dolje. Odgovor je pod B.

**Vježba 155**

Kocka od krutog materijala, koja visi na niti, uronjena je u tekućinu. Kojom ukupnom silom djeluje kocka na tekućinu?

- A) Nikakvom.
- B) Silom koja je jednaka po veličini uzgonu, a ima smjer vertikalno prema dolje.
- C) Silom ovisnom o gustoći valjka.
- D) Svojom težinom.
- E) Silom koja je jednaka težini vode.

**Rezultat:** B.

**Zadatak 156 (Mirna, srednja škola)**

Pluteni čep pliva na petroleju. Koliki je dio volumena čepa uronjen u petrolej ako gustoća pluta iznosi  $200 \text{ kg/m}^3$ , a gustoća petroleja  $800 \text{ kg/m}^3$ ?

**Rješenje 156**

$$V, \quad \rho_1 = 200 \text{ kg/m}^3 \text{ gustoća pluta}, \quad \rho_2 = 800 \text{ kg/m}^3 \text{ gustoća petroleja}, \quad V_u = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom.

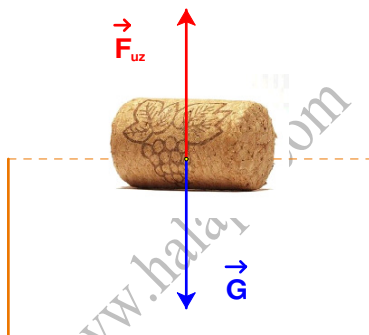
Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da pluteni čep pliva na petroleju, njegova težina  $G$  po iznosu je jednaka sili uzgona  $F_{uz}$ .

$$\left. \begin{array}{l} G = m \cdot g \\ F_{uz} = \rho_2 \cdot g \cdot V_u \\ G = F_{uz} \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot g = \rho_2 \cdot g \cdot V_u \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{masa čepa} \\ m = \rho_1 \cdot V \end{array} \right] \Rightarrow \rho_1 \cdot V \cdot g = \rho_2 \cdot g \cdot V_u \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_1 \cdot V \cdot g = \rho_2 \cdot g \cdot V_u \cdot \frac{1}{\rho_2 \cdot g} \Rightarrow V_u = \frac{\rho_1 \cdot V}{\rho_2} \Rightarrow V_u = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot V \Rightarrow V_u = \frac{200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot V \Rightarrow V_u = 0.25 \cdot V.$$



### Vježba 156

Pluteni čep pliva na petroleju. Koliki dio volumena čepa nije uronjen u petrolej ako gustoća pluta iznosi  $200 \text{ kg/m}^3$ , a gustoća petroleja  $800 \text{ kg/m}^3$ ?

**Rezultat:**  $0.75 \cdot V$ .

### Zadatak 157 (Goran, gimnazija)

Iz spremnika istječe  $I = 0.5 \text{ m}^3/\text{s}$  vode i pada na turbinu koja je niža od razine spremnika za  $h = 50 \text{ m}$ . Na izlazu iz turbine brzina vode iznosi  $v = 10 \text{ m/s}$ . Kolika se snaga gubi zbog brzine istjecanja? Koliki je postotak iskorištenosti snage? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

### Rješenje 157

$I = 0.5 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $h = 50 \text{ m}$ ,  $v = 10 \text{ m/s}$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ,  $P_2 = ?$ ,  $p = ?$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

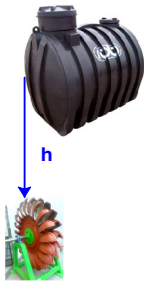
Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Količina tekućine I koja prođe u jedinici vremena nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje. Ona iznosi

$$I = S \cdot v \Rightarrow I = S \cdot \frac{h}{t} \Rightarrow I = \frac{S \cdot h}{t} \Rightarrow I = \frac{V}{t},$$

gdje je v brzina protjecanja, V obujam vode koja proteče za vrijeme t.



Računamo ukupnu snagu  $P_1$  vode na visini h (na visini h voda ima gravitacijsku potencijalnu energiju).

$$\left. \begin{array}{l} W = E_{gp} \\ P_1 = \frac{W}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow P_1 = \frac{E_{gp}}{t} \Rightarrow P_1 = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} \Rightarrow P_1 = \frac{\rho \cdot V \cdot g \cdot h}{t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_1 = \rho \cdot g \cdot h \cdot \frac{V}{t} \Rightarrow P_1 = \rho \cdot g \cdot h \cdot I.$$

Snaga  $P_2$  koja se gubi zbog istjecanja vode brzinom v iz turbine iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} W = E_k \\ P_2 = \frac{W}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow P_2 = \frac{E_k}{t} \Rightarrow P_2 = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{t} \Rightarrow P_2 = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot t} \Rightarrow P_2 = \frac{\rho \cdot V \cdot v^2}{2 \cdot t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{\rho \cdot v^2}{2} \cdot \frac{V}{t} \Rightarrow P_2 = \frac{\rho \cdot v^2}{2} \cdot I.$$

Korisna snaga P jednaka je razlici snaga  $P_1$  i  $P_2$ .

$$P = P_1 - P_2 \Rightarrow P = \rho \cdot g \cdot h \cdot I - \frac{\rho \cdot v^2}{2} \cdot I \Rightarrow P = \rho \cdot I \cdot \left( g \cdot h - \frac{v^2}{2} \right) =$$

$$= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.5 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot \left( 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 50 \text{ m} - \frac{\left( 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2} \right) = 220\,250 \text{ W} \approx 220 \text{ kW}.$$

Gubitak snage izražen u postotku iznosi:

$$p = \frac{P_2}{P} \Rightarrow p = \frac{\frac{\rho \cdot v^2}{2} \cdot I}{\rho \cdot I \cdot \left( g \cdot h - \frac{v^2}{2} \right)} \Rightarrow p = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot I}{2 \cdot \left( g \cdot h - \frac{v^2}{2} \right)} \Rightarrow p = \frac{v^2}{2 \cdot \left( g \cdot h - \frac{v^2}{2} \right)} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow p = \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot h - v^2} = \frac{\left(10 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 50 m - \left(10 \frac{m}{s}\right)^2} = 0.1135 = \frac{11.35}{100} = 11.35\%.$$

### Vježba 157

Iz spremnika istječe  $I = 500 \text{ dm}^3/\text{s}$  vode i pada na turbinu koja je niža od razine spremnika za  $h = 500 \text{ dm}$ . Na izlazu iz turbine brzina vode iznosi  $v = 10 \text{ m/s}$ . Kolika se snaga gubi zbog brzine istjecanja? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 220 kW.

### Zadatak 158 (Vana, gimnazija)

Tri posude a), b) i c) jednakih dimenzija potpuno su napunjene vodom i stave se na vagu. U prvoj je sama voda, dok se u druge dvije nalaze patkice različitih težina.

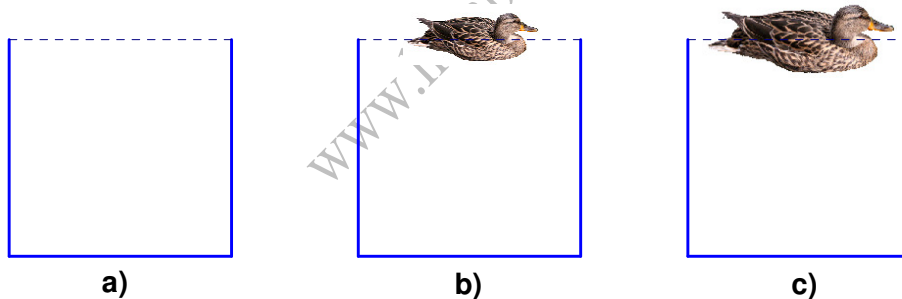
- A) Najveću težinu pokazuje vaga a)
- B) Najveću težinu pokazuje vaga b)
- C) Najveću težinu pokazuje vaga c)
- D) Sve tri vage pokazuju jednako.

### Rješenje 158

Na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje uzgon. To je sila koja tijelo uronjeno u tekućinu u gravitacijskom polju potiskuje uvis. Po iznosu je jednak težini tekućine što je tijelo istisne svojim obujmom. Svako tijelo gubi na svojoj težini onoliko koliko teži tim tijelom istisnuta tekućina.

#### Arhimedov zakon

Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom.



Ako u posudu punu vode stavimo patkicu, ona će istisnuti toliko tekućine kolika je njezina težina pa se težina pune posude neće mijenjati. Dakle, sve tri vage pokazuju jednako. Odgovor je pod D.

### Vježba 158

Tri posude a), b) i c) jednakih dimenzija potpuno su napunjene vodom i stave se na vagu. U prvoj je sama voda, dok se u druge dvije nalaze patkice različitih masa.

- A) Najveću težinu pokazuje vaga a)
- B) Najveću težinu pokazuje vaga b)
- C) Najveću težinu pokazuje vaga c)
- D) Sve tri vage pokazuju jednako.

**Rezultat:** D.

### Zadatak 159 (Goga, gimnazija)

U posudi s vodom pridržavaju se pod samom površinom vode dvije celuloidne loptice jednakih masa, ali različitih promjera. Ako se puste, koja će više iskočiti? (Sile otpora zanemariti.)

### Rješenje 159

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje uzgon. To je sila koja tijelo uronjeno u tekućinu u gravitacijskom polju potiskuje uvis. Po iznosu je jednak težini tekućine što je tijelo istisne svojim obujmom. Svako tijelo gubi na svojoj težini onoliko koliko teži tim tijelom istisnuta tekućina.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

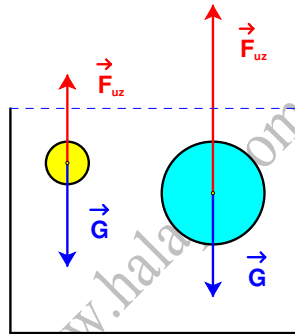
$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Iz formule za uzgon

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V$$

vidi se da je sila uzgona razmjerna sa volumenom uronjenog tijela. Loptica većeg promjera ima veći volumen i iskočit će više iz vode jer je sila uzgona na nju veća pa je rad sile veći.



### Vježba 159

U posudi s vodom pridržavaju se pod samom površinom vode dvije celuloidne loptice različitih masa i jednakih promjera. Ako se puste, koja će više iskočiti? (Sile otpora zanemariti.)

**Rezultat:** Loptica manje mase.

### Zadatak 160 (Davor, srednja škola)

Kolika sila djeluje na vrata podmornice površine  $0.5 \text{ m}^2$  ako se ona nalaze na dubini  $100 \text{ m}$ ? (gustoća morske vode  $\rho = 1020 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

- A)  $100 \text{ N}$       B)  $5 \cdot 10^5 \text{ N}$       C)  $3 \cdot 10^5 \text{ N}$       D)  $2 \cdot 10^5 \text{ N}$       E)  $5 \cdot 10^7 \text{ N}$

### Rješenje 160

$$S = 0.5 \text{ m}^2, \quad h = 100 \text{ m}, \quad \rho = 1020 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Tlak je omjer sile što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu i te površine:

$$p = \frac{F}{S}.$$

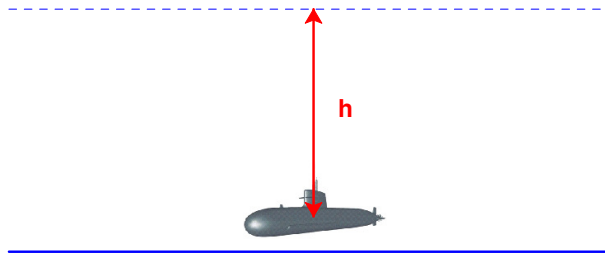
Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca  $h$  tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine  $\rho$ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Sila na vrata podmornice iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} p = \frac{F}{S} \\ p = \rho \cdot g \cdot h \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{F}{S} = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{F}{S} = \rho \cdot g \cdot h / \cdot S \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \rho \cdot g \cdot h \cdot S = 1020 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m} \cdot 0.5 \text{ m}^2 = 5 \cdot 10^5 \text{ N.}$$



### Vježba 160

Kolika sila djeluje na vrata podmornice površine  $0.5 \text{ m}^2$  ako se ona nalaze na dubini  $10000 \text{ m}$ ?  
(gustoća morske vode  $\rho = 1020 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

- A)  $100 \text{ N}$       B)  $5 \cdot 10^5 \text{ N}$       C)  $3 \cdot 10^5 \text{ N}$       D)  $2 \cdot 10^5 \text{ N}$       E)  $5 \cdot 10^7 \text{ N}$

**Rezultat:** E.