

Zadatak 201 (Amar, srednja škola)

Komad tijela ima u zraku težinu 1 N, a u vodi 0.6 N. Nađi gustoću tijela, ako je gustoća vode 1000 kg/m^3 .

Rješenje 201

$$G = 1 \text{ N}, \quad G_1 = 0.6 \text{ N}, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Pomoću formula za težinu G tijela u zraku i gustoće ρ odredimo njegov volumen V .

$$\left. \begin{array}{l} G = m \cdot g \\ \rho = \frac{m}{V} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} G = m \cdot g \\ \rho = \frac{m}{V} \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} G = m \cdot g \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow G = \rho \cdot V \cdot g \Rightarrow$$
$$\Rightarrow G = \rho \cdot V \cdot g \cdot \frac{1}{\rho \cdot g} \Rightarrow V = \frac{G}{\rho \cdot g}.$$

Budući da je sila uzgona F_{uz} jednaka razlici težine tijela G u zraku i G_1 u vodi, slijedi:

$$F_{uz} = G - G_1 \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V = G - G_1 \Rightarrow \left[V = \frac{G}{\rho \cdot g} \right] \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot \frac{G}{\rho \cdot g} = G - G_1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot \frac{G}{\rho \cdot g} = G - G_1 \cdot \frac{\rho}{G - G_1} \Rightarrow \rho = \rho_v \cdot \frac{G}{G - G_1} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ N} - 0.6 \text{ N}} =$$
$$= 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2.5 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 201

Komad tijela ima u zraku težinu 1.4 N, a u vodi 0.84 N. Nađi gustoću tijela, ako je gustoća vode 1000 kg/m^3 .

Rezultat: 2500 kg/m^3 .

Zadatak 202 (Emir, gimnazija)

Zračni balon napunjen je vodikom gustoće 0.09 kg/m^3 . Gustoća zraka je 1.29 kg/m^3 . Nosivost balona je 28 kN. Koliki je polumjer balona? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 202

$$\rho_v = 0.09 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_z = 1.29 \text{ kg/m}^3, \quad G_1 = 28 \text{ kN} = 28000 \text{ N}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad r = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Obujam kugle

Obujam (volumen) kugle polumjera r iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Težina vodika u balonu je G .

$$G = m \cdot g \Rightarrow G = \rho_v \cdot V \cdot g.$$

Nosivost balona iznosi G_1 .

Da bi balon mogao lebdjeti sila uzgona zraka F_{uz} mora po iznosu biti jednaka zbroju težine vodika u balonu G i nosivosti G_1 .

$$F_{uz} = G + G_1 \Rightarrow \rho_z \cdot g \cdot V = \rho_v \cdot V \cdot g + G_1 \Rightarrow \rho_z \cdot g \cdot V - \rho_v \cdot V \cdot g = G_1 \Rightarrow g \cdot V \cdot (\rho_z - \rho_v) = G_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot (\rho_z - \rho_v) = G_1 \Rightarrow g \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot (\rho_z - \rho_v) = G_1 \cdot \frac{3}{4 \cdot g \cdot \pi \cdot (\rho_z - \rho_v)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r^3 = \frac{3 \cdot G_1}{4 \cdot g \cdot \pi \cdot (\rho_z - \rho_v)} \Rightarrow r^3 = \frac{3 \cdot G_1}{4 \cdot g \cdot \pi \cdot (\rho_z - \rho_v)} \cdot \sqrt[3]{} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot G_1}{4 \cdot g \cdot \pi \cdot (\rho_z - \rho_v)}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 28000 \text{ N}}{4 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \pi \cdot \left(1.29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 0.09 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)}} = 8.28 \text{ m.}$$

Vježba 202

Zračni balon napunjen je vodikom gustoće 0.09 kg/m^3 . Gustoća zraka je 1.29 kg/m^3 . Nosivost balona je 28 kN . Koliki je promjer balona? ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 16.56 m.

Zadatak 203 (Lara, strukovna škola)

Kada je potpuno uronjeno u tekućinu, tijelo mase 1.5 kg , istisne 0.8 kg tekućine. Što od navedenoga vrijedi za silu uzgona na tijelo? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A. Sila uzgona iznosi 7 N i usmjerena je prema gore.
- B. Sila uzgona iznosi 7 N i usmjerena je prema dolje.
- C. Sila uzgona iznosi 8 N i usmjerena je prema gore.
- D. Sila uzgona iznosi 8 N i usmjerena je prema dolje.

Rješenje 203

$$m = 1.5 \text{ kg}, \quad m_t = 0.8 \text{ kg}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F_{uz} = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Usmjeren je vertikalno prema gore, tj. suprotno smjeru sile teže. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom.

Kada je potpuno uronjeno u tekućinu tijelo istisne tekućine mase m_t pa uzgon iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} F_{uz} = G \\ G = m_t \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow F_{uz} = m_t \cdot g = 0.8 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 8 \text{ N}.$$

Sila uzgona iznosi 8 N i usmjerena je prema gore.

Odgovor je pod C.

Vježba 203

Kada je potpuno uronjeno u tekućinu, tijelo mase 1.2 kg, istisne 0.7 kg tekućine. Što od navedenoga vrijedi za silu uzgona na tijelo? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

A. Sila uzgona iznosi 7 N i usmjerena je prema gore.

B. Sila uzgona iznosi 7 N i usmjerena je prema dolje.

C. Sila uzgona iznosi 8 N i usmjerena je prema gore.

D. Sila uzgona iznosi 8 N i usmjerena je prema dolje.

Rezultat: A.

Zadatak 204 (Saša, tehnička škola)

Kolikom silom pritišće zrak na ravan krov kuće dimenzija $20 \text{ m} \cdot 50 \text{ m}$? (normirani tlak, atmosferski tlak je $p = 101325 \text{ Pa}$)

Rješenje 204

$$a = 20 \text{ m}, \quad b = 50 \text{ m}, \quad p = 101325 \text{ Pa}, \quad F = ?$$

Tlak je omjer sile F što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu S i te površine:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Normirani tlak (atmosferski tlak) je tlak koji uzrokuje Zemljina atmosfera koja se nalazi u stupcu iznad točke mjerenja.

Površina pravokutnika je jednaka produktu njegove duljine a i širine b .

$$P = a \cdot b.$$

Sila kojom zrak pritišće ravan krov pravokutnog oblika iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} p = \frac{F}{S} \\ S = a \cdot b \end{array} \right\} \Rightarrow p = \frac{F}{a \cdot b} \Rightarrow p = \frac{F}{a \cdot b} / a \cdot b \Rightarrow F = p \cdot a \cdot b = 101325 \text{ Pa} \cdot 20 \text{ m} \cdot 50 \text{ m} = 1.01 \cdot 10^8 \text{ N} \approx 10^8 \text{ N}.$$

Vježba 204

Kolikom silom pritišće zrak na ravan krov kuće dimenzija $40 \text{ m} \cdot 25 \text{ m}$? (normirani tlak, atmosferski tlak je $p = 101325 \text{ Pa}$)

Rezultat: 10^8 N .

Zadatak 205 (Saša, tehnička škola)

U posudi se nalazi tekući aluminij do visine 60 cm. Na dnu posude je otvor kroz koji ulazi zrak pod tlakom p . Koliki mora biti tlak zraka da aluminij ne bi izlazio? (gustoća aluminija $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 205

$$h = 60 \text{ cm} = 0.60 \text{ m}, \quad \rho = 2700 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad p = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.

Da aluminij ne bi izlazio tlak mora biti veći od hidrostatičkog tlaka tekućeg aluminija na dnu posude čija je visina h .

$$\left. \begin{array}{l} p_h = \rho \cdot g \cdot h \\ p > p_h \end{array} \right\} \Rightarrow p > \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow p > 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.60 \text{ m} \Rightarrow p > 15892.2 \text{ Pa}.$$

Vježba 205

U posudi se nalazi tekući aluminij do visine 600 mm. Na dnu posude je otvor kroz koji ulazi zrak pod tlakom p . Koliki mora biti tlak zraka da aluminij ne bi izlazio? (gustoća aluminija $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $p > 15892.2 \text{ Pa}$.

Zadatak 206 (Ivan, tehnička škola)

Idealnom plinu se izohorno poveća temperatura za 300 K. Pritom mu se tlak poveća tri puta. Kolika je bila početna temperatura plina?

- A) 100 K
- B) 150 K
- C) 300 K

Rješenje 206

$$T_1 = T, \quad T_2 = T + 300, \quad p_1 = p, \quad p_2 = 3 \cdot p, \quad T = ?$$

Izohorno stanje plina znači da je obujam stalan. Mijenja li se temperatura nekoj masi plina stalnog obujma (*izohorna promjena*), mijenjat će se tlak plina prema Charlesovom (Šarl) zakonu:

$$p_t = p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t), \text{ pri } V = \text{konst.}$$

U apsolutnoj ljestvici temperature taj zakon ima oblik

$$\frac{p}{T} = \frac{p_0}{T_0},$$

odakle za različita stanja možemo pisati

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

Sada se lako nađe početna temperatura T .

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} &\Rightarrow \frac{p}{T} = \frac{3 \cdot p}{T + 300} \Rightarrow \frac{p}{T} = \frac{3 \cdot p}{T + 300} \cdot \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{3}{T + 300} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{T} &= \frac{3}{T + 300} \cdot T \cdot (T + 300) \Rightarrow T + 300 = 3 \cdot T \Rightarrow T - 3 \cdot T = -300 \Rightarrow -2 \cdot T = -300 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -2 \cdot T = -300 \quad /: (-2) \Rightarrow T = 150 \text{ K}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 206

Idealnom plinu se izohorno poveća temperatura za 300 K. Pritom mu se tlak poveća dva puta. Kolika je bila početna temperatura plina?

- A) 100 K
- B) 150 K
- C) 300 K

Rezultat: C.

Zadatak 207 (Anamaria, strukovna škola)

Gustoća vode iznosi $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$, a akceleracija sile teže uz Zemlju $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Tlak od 1 Pa na Zemlji odgovara stupcu vode visine:

- A. $1.02 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ B. $1.02 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ C. $1.02 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ D. $1.02 \cdot 10^{-1} \text{ m}$

Rješenje 207

$$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad p = 1 \text{ Pa}, \quad h = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ .

$$p = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow p = \rho \cdot g \cdot h \cdot \frac{1}{\rho \cdot g} \Rightarrow h = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{1 \text{ Pa}}{10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1.02 \cdot 10^{-4} \text{ m}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 207

Gustoća vode iznosi $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$, a akceleracija sile teže uz Zemlju $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. Tlak od 100 Pa na Zemlji odgovara stupcu vode visine:

- A. $1.02 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ B. $1.02 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ C. $1.02 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ D. $1.02 \cdot 10^{-1} \text{ m}$

Rezultat: B.

Zadatak 208 (Ines, strukovna škola)

Tijelo volumena 1000 cm^3 teško je 10 N. Koliku silu pokazuje dinamometar kad je cijelo tijelo uronjeno u vodu? (akceleracija sile teže $g = 10 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho_v = 10^3 \text{ kg/m}^3$)

- A. 0 N B. 0.54 N C. 1.07 N D. 1.23 N

Rješenje 208

$$V = 1000 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3, \quad G = 10 \text{ N}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad \rho_v = 10^3 \text{ kg/m}^3, \quad F = ?$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Sila uzgona u gravitacijskom polju Zemlje uvijek djeluje prema gore.

Kada tijelo uronimo u vodu njegova se težina G umanjuje za iznos sile uzgona F_{uz} pa rezultatna sila F , koju pokazuje dinamometar, iznosi:

$$F = G - F_{uz} \Rightarrow F = G - \rho_v \cdot g \cdot V = 10 \text{ N} - 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 0 \text{ N}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 208

Tijelo volumena 50 cm^3 teško je 3 N. Koliku silu pokazuje dinamometar kad je cijelo tijelo uronjeno u vodu? (akceleracija sile teže $g = 10 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho_v = 10^3 \text{ kg/m}^3$)

- A. 2 N B. 2.5 N C. 1.5 N D. 1 N

Rezultat: B.

Zadatak 209 (Igor, strukovna škola)

Tijelo K gustoće ρ_K i tijelo L gustoće ρ_L drže se zaronjeni ispod površine vode gustoće ρ . Kada se tijela ispuste, tijelo K potone, a tijelo L ostane u istome položaju. Koji odnos vrijedi za gustoće tijela i vode?

- A. $\rho_K = \rho > \rho_L$ B. $\rho_K > \rho > \rho_L$ C. $\rho_K > \rho = \rho_L$ D. $\rho_K = \rho = \rho_L$

Rješenje 209

$$\rho_K, \quad \rho_L, \quad \rho$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu. Sila uzgona u gravitacijskom polju Zemlje uvijek djeluje prema gore. Uronimo li tijelo u vodu na njega djeluju dvije sile: uzgon u smjeru okomito prema gore i sila teža okomito prema dolje.

Kada je iznos uzgona:

- manji od iznosa sile teže, rezultatna (ukupna) sila na tijelo usmjerena je prema dolje i tijelo tone
- jednak iznosu sile teže, rezultatna (ukupna) sila na tijelo jednaka je nuli i tijelo ostaje lebdjeti u tekućini na dubini na kojoj se nađe
- veći od iznosa sile teže, rezultatna (ukupna) sila na tijelo usmjerena je prema gore i tijelo izranja na površinu.

Budući da tijelo K potone, sila uzgona po iznosu je manja od iznosa sile teže.

$$F_{uz} < G \Rightarrow \rho \cdot g \cdot V < m \cdot g \Rightarrow \rho \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_K} < m \cdot g \Rightarrow \rho \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_K} < m \cdot g \quad | \cdot \frac{\rho_K}{m \cdot g} \Rightarrow \rho < \rho_K.$$

Budući da tijelo L ostane u istome položaju, sila uzgona po iznosu je jednaka iznosu sile teže.

$$F_{uz} = G \Rightarrow \rho \cdot g \cdot V = m \cdot g \Rightarrow \rho \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_L} = m \cdot g \Rightarrow \rho \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_L} = m \cdot g \quad | \cdot \frac{\rho_L}{m \cdot g} \Rightarrow \rho = \rho_L.$$

Dakle, za gustoće vrijedi:

$$\rho_K > \rho = \rho_L.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 209

Tijelo K gustoće ρ_K i tijelo L gustoće ρ_L drže se zaronjeni ispod površine vode gustoće ρ . Kada se tijela ispuste oba tijela ostanu u istome položaju. Koji odnos vrijedi za gustoće tijela i vode?

- A. $\rho_K = \rho > \rho_L$ B. $\rho_K > \rho > \rho_L$ C. $\rho_K > \rho = \rho_L$ D. $\rho_K = \rho = \rho_L$

Rezultat: D.

Zadatak 210 (Zlata, srednja škola)

Klip, mase 10 kg, pritišće gornju površinu vode u cijevi polumjera 20 cm i visine 1 m. Nađi ukupni tlak na dnu cijevi. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 210

$m = 10 \text{ kg}$, $r = 20 \text{ cm} = 0.20 \text{ m}$, $h = 1 \text{ m}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$,
 $p = ?$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Tlak je omjer sile F što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu S i te površine:

$$p = \frac{F}{S}.$$

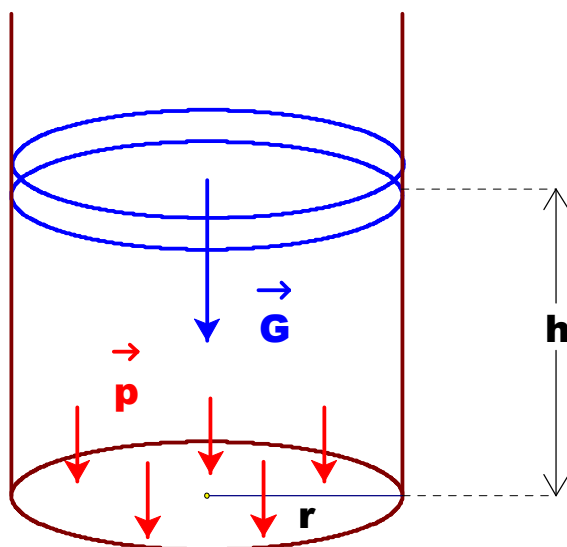
Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.

Formula za površinu kruga polumjera r glasi:

$$P = r^2 \cdot \pi.$$



Na dnu cijevi sa vodom čija je dubina h djeluje hidrostatski tlak p_1 .

$$p_1 = \rho \cdot g \cdot h.$$

Također, dno cijevi pritišće klip svojom težinom G i uzrokuje tlak p_2 .

$$p_2 = \frac{G}{S} \Rightarrow p_2 = \frac{m \cdot g}{r^2 \cdot \pi}.$$

Ukupni tlak p na dnu cijevi jednak je zbroju hidrostatskog tlaka p_1 i tlaka p_2 koji stvara klip svojom težinom G .

$$p = p_1 + p_2 \Rightarrow p = \rho \cdot g \cdot h + \frac{m \cdot g}{r^2 \cdot \pi} \Rightarrow p = g \cdot \left(\rho \cdot h + \frac{m}{r^2 \cdot \pi} \right) =$$

$$= 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 1 m + \frac{10 kg}{(0.2 m)^2 \cdot \pi} \right) = 10590.65 Pa \approx 1.06 \cdot 10^4 Pa = 10.6 \cdot 10^3 Pa = 10.6 kPa.$$

Vježba 210

Klip, mase 20 kg, pritišće gornju površinu vode u cijevi polumjera 20 cm i visine 2 m. Nađi ukupni tlak na dnu cijevi. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 21.2 kPa.

Zadatak 211 (Matija, srednja škola)

Izračunajte odnos težine tijela i uzgona na tijelo kad je posve uronjeno u tekućinu. Gustoća tijela je 6 g/cm^3 , a tekućine 2 g/cm^3 .

- A. 0.5 B. 2 C. 3 D. 4

Rješenje 211

$$\rho_1 = 6 \text{ g/cm}^3, \quad \rho_2 = 2 \text{ g/cm}^3, \quad G : F_{uz} = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela.

Težina G tijela obujma V i gustoće ρ_1 iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} G = m \cdot g \\ m = \rho_1 \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow G = \rho_1 \cdot V \cdot g.$$

Kad je tijelo obujma V posve uronjeno u tekućinu gustoće ρ_2 uzgon je

$$F_{uz} = \rho_2 \cdot g \cdot V.$$

Računamo omjer težine G i uzgona F_{uz} .

$$\frac{G}{F_{uz}} = \frac{\rho_1 \cdot V \cdot g}{\rho_2 \cdot g \cdot V} \Rightarrow \frac{G}{F_{uz}} = \frac{\rho_1 \cdot V \cdot g}{\rho_2 \cdot g \cdot V} \Rightarrow \frac{G}{F_{uz}} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \Rightarrow \frac{G}{F_{uz}} = \frac{6 \frac{g}{cm^3}}{2 \frac{g}{cm^3}} \Rightarrow \frac{G}{F_{uz}} = 3.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 211

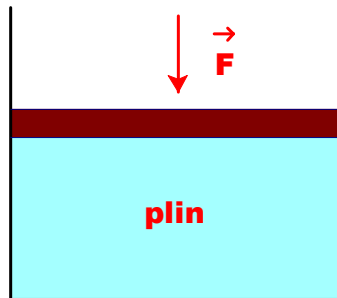
Izračunajte odnos težine tijela i uzgona na tijelo kad je posve uronjeno u tekućinu. Gustoća tijela je 8 g/cm^3 , a tekućine 2 g/cm^3 .

- A. 0.5 B. 2 C. 3 D. 4

Rezultat: D.

Zadatak 212 (MM, gimnazija)

U cilindru s pomičnim klipom nalazi se plin (slika). Klip ima površinu 20 cm^2 i masu 0.6 kg . Atmosferski je tlak 10^5 Pa . Kolikom dodatnom silom moramo djelovati na klip da se obujam plina u cilindru smanji na polovinu? Promjena je izotermna. (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)



Rješenje 212

$$S = 20 \text{ cm}^2 = 20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2, \quad m = 0.6 \text{ kg}, \quad p_a = 10^5 \text{ Pa}, \quad V_2 = \frac{1}{2} \cdot V_1,$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Tlak je omjer sile što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu i te površine:

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S.$$

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle-Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

U početnom stanju ukupni tlak p_1 , na plin volumena V_1 , jednak je zbroju atmosferskog tlaka p_a i tlaka zbog težine klipa p_k .

$$p_1 = p_a + p_k \Rightarrow p_1 = p_a + \frac{G}{S} \Rightarrow p_1 = p_a + \frac{m \cdot g}{S}.$$

Ako na klip djelujemo dodatnom silom F pa se obujam plina u cilindru smanji na volumen V_2 , tada je ukupni tlak p_2 jednak:

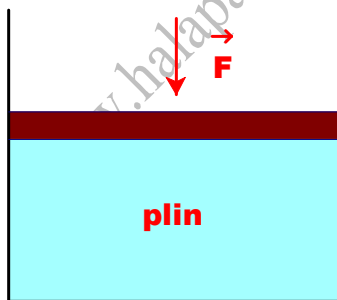
$$p_2 = p_1 + \frac{F}{S} \Rightarrow p_2 = p_a + \frac{m \cdot g}{S} + \frac{F}{S}.$$

Iz plinske jednadžbe za izotermno stanje plina izračunamo silu F.

$$\begin{aligned} p_1 \cdot V_1 &= p_2 \cdot V_2 \Rightarrow \left(p_a + \frac{m \cdot g}{S}\right) \cdot V_1 = \left(p_a + \frac{m \cdot g}{S} + \frac{F}{S}\right) \cdot V_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(p_a + \frac{m \cdot g}{S}\right) \cdot V_1 = \left(p_a + \frac{m \cdot g}{S} + \frac{F}{S}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot V_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(p_a + \frac{m \cdot g}{S}\right) \cdot V_1 = \left(p_a + \frac{m \cdot g}{S} + \frac{F}{S}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot V_1 \quad / \cdot \frac{2}{V_1} \Rightarrow 2 \cdot \left(p_a + \frac{m \cdot g}{S}\right) = p_a + \frac{m \cdot g}{S} + \frac{F}{S} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot p_a + 2 \cdot \frac{m \cdot g}{S} = p_a + \frac{m \cdot g}{S} + \frac{F}{S} \Rightarrow 2 \cdot p_a + 2 \cdot \frac{m \cdot g}{S} = p_a + \frac{m \cdot g}{S} + \frac{F}{S} \quad / \cdot S \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot p_a \cdot S + 2 \cdot m \cdot g = p_a \cdot S + m \cdot g + F \Rightarrow p_a \cdot S + m \cdot g + F = 2 \cdot p_a \cdot S + 2 \cdot m \cdot g \Rightarrow \\ &\Rightarrow F = 2 \cdot p_a \cdot S + 2 \cdot m \cdot g - p_a \cdot S - m \cdot g \Rightarrow F = p_a \cdot S + m \cdot g = \\ &= 10^5 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 + 0.6 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 205.89 \text{ N} \approx 206 \text{ N}. \end{aligned}$$

Vježba 212

U cilindru s pomičnim klipom nalazi se plin (slika). Klip ima površinu 40 cm^2 i masu 1.2 kg . Atmosferski je tlak 10^5 Pa . Kolikom dodatnom silom moramo djelovati na klip da se obujam plina u cilindru smanji na polovinu? Promjena je izotermna. (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)



Rezultat: 412 N.

Zadatak 213 (Luka, tehnička škola)

Pod kojim tlakom mora sisaljka tjerati vodu u cijevi vodovoda visokog nebodera ako se nalazi u podrumu zgrade, a željeli bismo da tlak vode u najvišem dijelu zgrade bude $15 \cdot 10^4 \text{ Pa}$? Visinska razlika između sisaljke i najvišeg dijela zgrade neka je 100 m . (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 213

$$p_1 = 15 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad h = 100 \text{ m}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad p_2 = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ :

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ .

Budući da je visinska razlika između sisaljke i najvišeg dijela zgrade h, hidrostatski tlak p u podnožju zgrade bit će

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tada je ukupni tlak na sisaljku p_2 jednak zbroju tlakova p i tlaka vode u najvišem dijelu zgrade p_1 .

$$p_2 = p + p_1 \Rightarrow p_2 = \rho \cdot g \cdot h + p_1 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m} + 15 \cdot 10^4 \text{ Pa} =$$

$$= 1131000 \text{ Pa} = 1.131 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 1.131 \text{ MPa}.$$

Vježba 213

Pod kojim tlakom mora sisaljka tjerati vodu u cijevi vodovoda visokog nebodera ako se nalazi u podrumu zgrade, a željeli bismo da tlak vode u najvišem dijelu zgrade bude 150 kPa? Visinska razlika između sisaljke i najvišeg dijela zgrade neka je 100 m. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 1.131 MPa.

Zadatak 214 (Luka, tehnička škola)

Dječji balon obujma 4 dm^3 napunjen je rasvjetnim plinom. Zrak ga podiže uvis silom $9 \cdot 10^{-3} \text{ N}$. Koliko je težak balon s plinom? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća zraka $\rho = 1.293 \text{ kg/m}^3$)

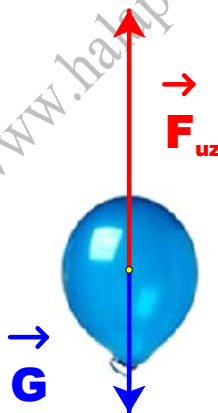
Rješenje 214

$$V = 4 \text{ dm}^3 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad F = 9 \cdot 10^{-3} \text{ N}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho = 1.293 \text{ kg/m}^3, \quad G = ?$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



Sila F kojom zrak podiže balon uvis jednaka je razlici sile uzgona zraka F_{uz} i težine balona G .

$$F = F_{uz} - G \Rightarrow G = F_{uz} - F \Rightarrow G = \rho \cdot g \cdot V - F =$$

$$= 1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 - 9 \cdot 10^{-3} \text{ N} = 0.0417 \text{ N} = 4.17 \cdot 10^{-2} \text{ N}.$$

Vježba 214

Dječji balon obujma 4000 cm^3 napunjen je rasvjetnim plinom. Zrak ga podiže uvis silom 9 mN . Koliko je težak balon s plinom? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća zraka $\rho = 1.293 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: $4.17 \cdot 10^{-2} \text{ N}$.

Zadatak 215 (Luka, tehnička škola)

Radiosonda ima obujam 10 m^3 i napunjena je vodikom. Koliko tešku radioaparaturu može ponijeti ako ona sama ima masu 600 g ? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća zraka $\rho = 1.293 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 215

$$V = 10 \text{ m}^3, \quad m = 600 \text{ g} = 0.6 \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho = 1.293 \text{ kg/m}^3, \quad G_a = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Težina radioaparature G_a koju sonda može ponijeti jednaka je razlici sile uzgona zraka F_{uz} i težine radiosonde G_s .

$$\begin{aligned} G_a = F_{uz} - G_s &\Rightarrow G_a = \rho \cdot g \cdot V - m \cdot g \Rightarrow G_a = g \cdot (\rho \cdot V - m) = \epsilon \\ &= 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \text{ m}^3 - 0.6 \text{ kg} \right) = 120.96 \text{ N} \approx 121 \text{ N}. \end{aligned}$$



Vježba 215

Radiosonda ima obujam 10^4 dm^3 i napunjena je vodikom. Koliko tešku radioaparaturu može ponijeti ako ona sama ima masu 60 dag ? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća zraka $\rho = 1.293 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 121 N.

Zadatak 216 (Luka, tehnička škola)

U cijevi oblika slova U nalivena je živa, a zatim u jedan krak tekućina gustoće $1.2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ (vidi sliku). Visina je stupca žive, mjerena od dodirne površine 1.4 cm . Kolika je visina stupca nepoznate tekućine? (gustoća žive $\rho_2 = 13600 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 216

$$\rho_1 = 1.2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 = 1200 \text{ kg/m}^3, \quad h_2 = 1.4 \text{ cm} = 0.014 \text{ m}, \quad \rho_2 = 13600 \text{ kg/m}^3, \quad h_1 = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ :

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ .

Hidrostatski paradoks

U posudama različitog oblika koje tekućina ispunjava do iste visine tlak na dno posude je isti

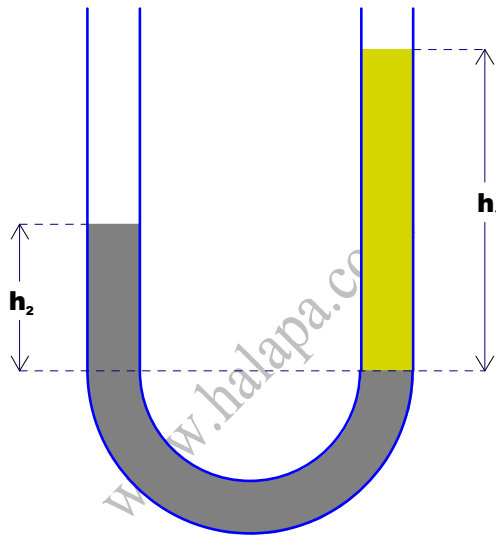
Zakon spojenih posuda

U međusobno spojenim posudama razina tekućine u svim posudama je ista bez obzira na oblik posuda jer je hidrostatski tlak jednak u svim točkama na jednakoj dubini.

U oba kraka, u cijevi oblika slova U, tekućine su u ravnoteži pa iz toga proizlazi da su hidrostatski tlakovi u oba kraka cijevi međusobno jednaki.

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 \quad / \cdot \frac{1}{\rho_1 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{\rho_2 \cdot h_2}{\rho_1} = \frac{13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.014 \text{ m}}{1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.159 \text{ m} = 15.9 \text{ cm}.$$



Vježba 216

U cijevi oblika slova U nalivena je živa, a zatim u jedan krak tekućina gustoće $1.2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ (vidi sliku). Visina je stupca žive, mjerena od dodirne površine 14 mm. Kolika je visina stupca nepoznate tekućine? (gustoća žive $\rho_2 = 13600 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 15.9 cm.

Zadatak 217 (Luka, tehnička škola)

Dva tijela imaju obujam V i $2 \cdot V$ te su na vagi u ravnoteži. Zatim veće tijelo uronimo u ulje. Kolika bi morala biti gustoća tekućine u koju bismo trebali uroniti manje tijelo da bi vaga ostala u ravnoteži? (gustoća ulja $\rho_u = 900 \text{ kg/m}^3$)

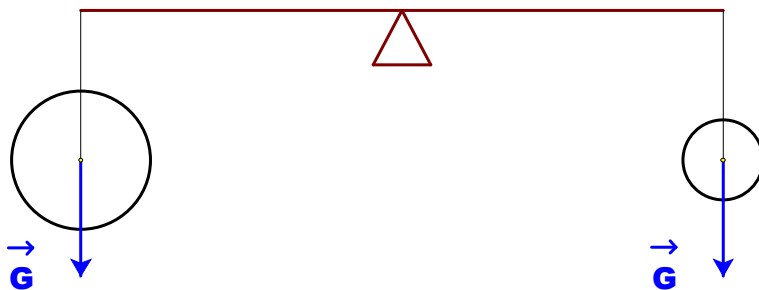
Rješenje 217

$$V_1 = V, \quad V_2 = 2 \cdot V, \quad G, \quad \rho_u = 900 \text{ kg/m}^3, \quad \rho = ?$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

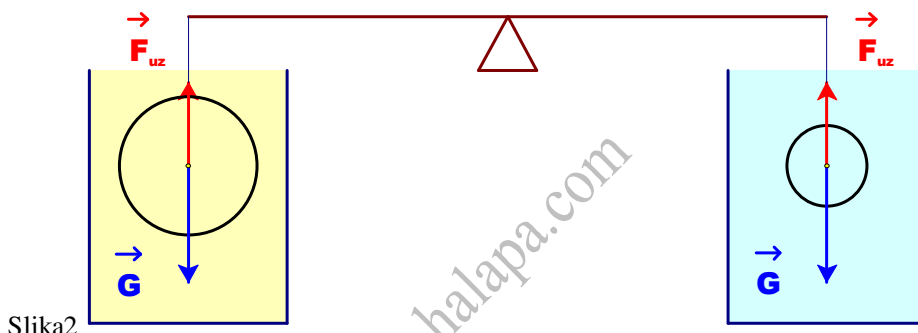


Na početku vaga je u ravnoteži što znači da oba tijela imaju jednaku težinu G .
Kada veće tijelo obujma V_2 uronimo u ulje njegova se težina smanji za iznos sile uzgona F_{uz} u ulju i iznosi:

$$G_2 = G - F_{uz} \Rightarrow G_2 = G - \rho_u \cdot g \cdot V_2 \Rightarrow G_2 = G - \rho_u \cdot g \cdot 2 \cdot V.$$

Kada manje tijelo obujma V_1 uronimo u nepoznatu tekućinu njegova se težina smanji za iznos sile uzgona F_{uz} u tekućini i iznosi:

$$G_1 = G - F_{uz} \Rightarrow G_1 = G - \rho \cdot g \cdot V_1 \Rightarrow G_1 = G - \rho \cdot g \cdot V.$$



Slika2

Budući da nakon uranjanja manjeg tijela u nepoznatu tekućinu vaga ostaje u ravnoteži, težine tijela su jednake pa vrijedi:

$$G_1 = G_2 \Rightarrow G - \rho \cdot g \cdot V = G - \rho_u \cdot g \cdot 2 \cdot V \Rightarrow G - \rho \cdot g \cdot V = G - \rho_u \cdot g \cdot 2 \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\rho \cdot g \cdot V = -\rho_u \cdot g \cdot 2 \cdot V \Rightarrow -\rho \cdot g \cdot V = -\rho_u \cdot g \cdot 2 \cdot V \quad / \cdot \left(-\frac{1}{g \cdot V} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho = 2 \cdot \rho_u = 2 \cdot 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 217

Dva tijela imaju obujam V i $3 \cdot V$ te su na vagi u ravnoteži. Zatim veće tijelo uronimo u ulje. Kolika bi morala biti gustoća tekućine u koju bismo trebali uroniti manje tijelo da bi vaga ostala u ravnoteži? (gustoća ulja $\rho_u = 900 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 15.9 cm.

Zadatak 218 (Luka, tehnička škola)

U horizontalnoj cijevi promjera 5 cm voda teče brzinom 20 cm/s pri statičkom tlaku $19.6 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Koliki je tlak u užem dijelu cijevi promjera 2 cm? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 218

$$2 \cdot r_1 = 5 \text{ cm} \Rightarrow 2 \cdot r_1 = 0.05 \text{ m} \Rightarrow r_1 = 0.025 \text{ m}, \quad v_1 = 20 \text{ cm/s} = 0.2 \text{ m/s},$$

$$p_1 = 19.6 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad 2 \cdot r_2 = 2 \text{ cm} \Rightarrow 2 \cdot r_2 = 0.02 \text{ m} \Rightarrow r_2 = 0.01 \text{ m}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$p_2 = ?$$

Jakost struje

Količinu tekućine I koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje. Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja.

U stacionarnom toku I je konstantna. Pritom vrijedi

$$S_1 : S_2 = v_2 : v_1 \Rightarrow S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2.$$

Bernoullijeva jednađžba

Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon u obliku Bernoullijeve jednađžbe. Ona kaže da je zbroj statičkog i dinamičkog tlaka stalan. Taj zbroj zovemo hidrodinamički tlak:

$$p + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = konst. \quad \text{ili} \quad p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$

Bernoullijeva jednađžba je osnovni zakon gibanja fluida. U fluidu koji struji horizontalno brzina i tlak su obrnuto razmjerni. Na toj se činjenici zasnivaju mnoge tehničke primjene. Na primjer, let zrakoplova: uz gornju plohu krila zrak struji brže nego uz donju (uz gornju plohu manji je tlak nego uz donju) što rezultira da na krila djeluje sila prema gore koja diže zrakoplov.



Najprije izračunamo brzinu protjecanja v_2 u užem dijelu cijevi.

$$\begin{aligned} S_1 \cdot v_1 &= S_2 \cdot v_2 \Rightarrow S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \cdot \frac{1}{S_2} \Rightarrow v_2 = \frac{S_1 \cdot v_1}{S_2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{površina kruga} \\ S = r^2 \cdot \pi \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow v_2 &= \frac{r_1^2 \cdot \pi \cdot v_1}{r_2^2 \cdot \pi} \Rightarrow v_2 = \frac{r_1^2 \cdot \pi \cdot v_1}{r_2^2 \cdot \pi} \Rightarrow v_2 = \frac{r_1^2 \cdot v_1}{r_2^2} \Rightarrow v_2 = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \cdot v_1 = \\ &= \left(\frac{0.025 \text{ m}}{0.01 \text{ m}} \right)^2 \cdot 0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1.25 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Tlak p_2 u užem dijelu cijevi iznosi:

$$\begin{aligned} p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 &= p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow p_2 &= p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2) = \\ &= 19.6 \cdot 10^4 \text{ Pa} + \frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(\left(0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left(1.26 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) = 195238.75 \text{ Pa} \approx 19.53 \cdot 10^4 \text{ Pa}. \end{aligned}$$

Vježba 218

U horizontalnoj cijevi promjera 5 cm voda teče brzinom 20 cm/s pri statičkom tlaku $19.6 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Koliki je tlak u užem dijelu cijevi promjera 2 cm? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 15.9 cm.

Zadatak 219 (Marko, tehnička škola)

Kolika količina vode isteče u jednoj minuti iz spremnika kroz otvor promjera 4 cm koji se nalazi 4.9 m ispod razine vode? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 219

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad 2 \cdot r = 4 \text{ cm} \Rightarrow 2 \cdot r = 0.04 \text{ m} \Rightarrow r = 0.02 \text{ m}, \quad h = 4.9 \text{ m}, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad I = ?$$

Ako idealna tekućina isteče iz posude kroz otvor koji se nalazi za visinu h ispod najviše razine tekućine, brzina istjecanja iznosi

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

Jakost struje

Količinu tekućine I koja prođe u jedinici vremena (sekundi) s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje. Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja.

Računamo količinu vode I koja isteče u jedinici vremena (u sekundi).

$$\left. \begin{array}{l} I = S \cdot v \\ v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \end{array} \right\} \Rightarrow I = S \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{površina kruga} \\ S = r^2 \cdot \pi \end{array} \right] \Rightarrow I = r^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \\ = (0.02 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4.9 \text{ m}} = 0.0123 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}.$$

U jednoj minuti ($1 \text{ min} = 60 \text{ s}$) količina vode I iznositi će:

$$I = 0.0123 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 60 = 0.74 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}.$$

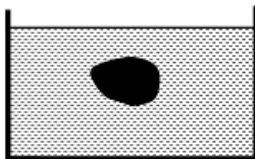
Vježba 219

Kolika količina vode isteče u jednoj minuti iz spremnika kroz otvor promjera 0.4 dm koji se nalazi 49 dm ispod razine vode? (ubrzanje sile teže $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $0.74 \text{ m}^3/\text{min}$.

Zadatak 220 (Ivan, tehnička škola)

Kamen mase 15 kg spustimo u vodu. Koliko iznosi rezultantna sila na kamen dok tone i dok je cijelim obujmom ispod površine vode (kao što je prikazano na crtežu) prije nego što dotakne dno? Gustoća kamena je 2500 kg/m^3 , a vode 1000 kg/m^3 . Zanimarite viskoznost vode. (ubrzanje sile teže $g = 10 \text{ m/s}^2$)



Rješenje 220

$$m = 15 \text{ kg}, \quad \rho_k = 2500 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

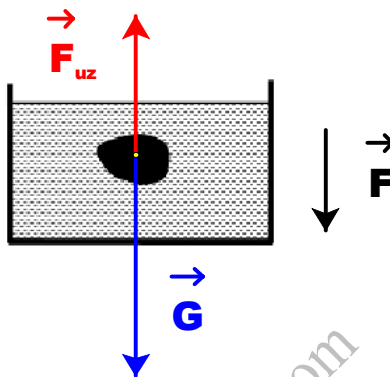
gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu

na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Budući da je kamen cijelim obujmom ispod površine vode i da polako tone, na njega djeluje rezultantna sila F koja je jednaka razlici težine kamena G i sile uzgona vode F_{uz} .

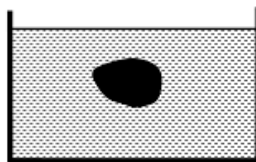


$$F = G - F_{uz} \Rightarrow F = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow F = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_k} \Rightarrow F = m \cdot g \cdot \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_k}\right) =$$

$$= 15 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(1 - \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}\right) = 90 \text{ N}.$$

Vježba 220

Kamen mase 1500 dag spustimo u vodu. Koliko iznosi rezultantna sila na kamen dok tone i dok je cijelim obujmom ispod površine vode (kao što je prikazano na crtežu) prije nego što dotakne dno? Gustoća kamena je 2500 kg/m^3 , a vode 1000 kg/m^3 . Zanimarite viskoznost vode. (ubrzanje sile teže $g = 10 \text{ m/s}^2$)



Rezultat: 90 N.