

### Zadatak 301 (Mario, gimnazija)

Razlika tlakova između širokog i uskog dijela cijevi iznosi  $9.81 \cdot 10^4$  Pa. Presjek šireg dijela cijevi je  $10 \text{ dm}^2$ , a užeg  $5 \text{ dm}^2$ . Koliko litara vode protječe cjevovodom u 1 sekundi? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

#### Rješenje 301

$$p_1 - p_2 = 9.81 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad S_1 = 10 \text{ dm}^2 = 0.1 \text{ m}^2, \quad S_2 = 5 \text{ dm}^2 = 0.05 \text{ m}^2, \\ \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad I_1 = ?$$

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3, \quad 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}.$$

Količinu tekućine  $I$  koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine  $S$  zovemo jakost struje. Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je  $v$  brzina protjecanja.

Gibanje fluida je stacionarno ako kroz bilo koji poprečni presjek cijevi za jednaki vremenski interval prođe jednaki volumen fluida. Tada vrijedi jednadžba kontinuiteta

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2,$$

gdje je  $v_1$  brzina fluida kroz presjek  $S_1$ ,  $v_2$  brzina fluida kroz presjek  $S_2$ .

Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon u obliku Bernoullijeve jednadžbe. Ona kaže da je zbroj statičkog i dinamičkog tlaka stalan.

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$

Budući da je tok stacionaran, mora biti:

$$I_1 = I_2 \Rightarrow S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow S_2 \cdot v_2 = S_1 \cdot v_1 \Rightarrow S_2 \cdot v_2 = S_1 \cdot v_1 \cdot \frac{1}{S_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = \frac{0.1 \text{ m}^2}{0.05 \text{ m}^2} \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = 2 \cdot v_1.$$

Iz Bernoullijeve jednadžbe slijedi:

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow [v_2 = 2 \cdot v_1] \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot ((2 \cdot v_1)^2 - v_1^2) \Rightarrow \\ \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (4 \cdot v_1^2 - v_1^2) \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot 3 \cdot v_1^2 \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{3}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_1 - p_2 \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_1 - p_2 \cdot \frac{2}{3 \cdot \rho} \Rightarrow v_1^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{3 \cdot \rho} \Rightarrow \\ \Rightarrow v_1^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{3 \cdot \rho} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{3 \cdot \rho}}.$$

Sada računamo koliko litara vode protječe cjevovodom u 1 sekundi.

$$I_1 = S_1 \cdot v_1 \Rightarrow I_1 = S_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{3 \cdot \rho}} = 0.1 \text{ m}^2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 9.81 \cdot 10^4 \text{ Pa}}{3 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 0.809 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 809 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}} = 809 \frac{\text{l}}{\text{s}}.$$

### Vježba 301

Razlika tlakova između širokog i uskog dijela cijevi iznosi  $9.81 \cdot 10^4$  Pa. Presjek šireg dijela cijevi je  $0.1 \text{ m}^2$ , a užeg  $500 \text{ cm}^2$ . Koliko litara vode protječe cjevovodom u 1 sekundi? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

**Rezultat:**  $809 \frac{\text{l}}{\text{s}}$ .

### Zadatak 302 (Vlado, srednja škola)

Balerina stoji na vrhu metalne obloge na palcu jedne noge površine  $2 \text{ cm}^2$ . Koliko puta je ovaj tlak veći od tlaka kada bi stajala na obje noge čija je površina stopala  $160 \text{ cm}^2$ ?

### Rješenje 302

$$m, \quad S_1 = 2 \text{ cm}^2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad S_2 = 160 \text{ cm}^2 = 1.6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2, \quad \frac{p_1}{p_2} = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Tlak je količnik sile  $F$  što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu  $S$  i te površine:

$$p = \frac{F}{S}$$
$$\left. \begin{array}{l} p_1 = \frac{F}{S_1} \\ p_2 = \frac{F}{S_2} \end{array} \right\} \Rightarrow [F = G] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_1 = \frac{G}{S_1} \\ p_2 = \frac{G}{S_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{\frac{G}{S_1}}{\frac{G}{S_2}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{\frac{G}{S_1}}{\frac{G}{S_2}} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{S_1} \cdot \frac{S_2}{1} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{S_2}{S_1} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{1.6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2}{2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = 80.$$



### Vježba 302

Balerina stoji na vrhu metalne obloge na palcu jedne noge površine  $200 \text{ mm}^2$ . Koliko puta je ovaj tlak veći od tlaka kada bi stajala na obje noge čija je površina stopala  $1.6 \text{ dm}^2$ ?

**Rezultat:** 80 puta.

### Zadatak 303 (Vlado, srednja škola)

Metalni nosač mase 500 kg oslonjen je okomito na podlogu. Izračunajte koliki tlak na podlogu stvara ovaj nosač ako mu je poprečni presjek  $12 \times 10 \text{ cm}^2$ . (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 303

$$m = 500 \text{ kg}, \quad S = 12 \times 10 \text{ cm}^2 = 0.12 \cdot 0.10 \text{ m}^2 = 0.012 \text{ m}^2, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad p = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Tlak je količnik sile  $F$  što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu  $S$  i te površine:

$$p = \frac{F}{S}.$$

$$\left. \begin{array}{l} F = G \\ p = \frac{F}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow p = \frac{G}{S} \Rightarrow p = \frac{m \cdot g}{S} = \frac{500 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0.012 \text{ m}^2} = 408750 \text{ Pa} = 408.75 \text{ kPa}.$$

#### Vježba 303

Metalni nosač mase 0.5 t oslonjen je okomito na podlogu. Izračunajte koliki tlak na podlogu stvara ovaj nosač ako mu je poprečni presjek  $12 \times 10 \text{ cm}^2$ . (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 408.75 kPa.

### Zadatak 304 (Vlado, srednja škola)

Koliki tlak stvara čovjek mase 76 kg na površini  $0.048 \text{ m}^2$ ? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 304

$$m = 76 \text{ kg}, \quad S = 0.048 \text{ m}^2, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad p = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Tlak je količnik sile  $F$  što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu  $S$  i te površine:

$$p = \frac{F}{S}.$$

$$\left. \begin{array}{l} F = G \\ p = \frac{F}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow p = \frac{G}{S} \Rightarrow p = \frac{m \cdot g}{S} = \frac{76 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0.048 \text{ m}^2} = 1.55 \cdot 10^4 \text{ Pa}.$$

#### Vježba 304

Koliki tlak stvara čovjek mase 76 kg na površini  $4.8 \text{ dm}^2$ ? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:**  $1.55 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ .

### Zadatak 305 (Ivana, medicinska škola)

Parafinska ploča debljine 10 cm pluta na vodi. Do koje dubine ploča uranja ako je gustoća parafina  $800 \text{ kg / m}^3$ ? (gustoća vode  $\rho_2 = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

- A. 2 cm      B. 6 cm      C. 8 cm      D. 9 cm

### Rješenje 305

$$d = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad \rho_1 = 800 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_2 = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad h = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

**Prizma** je geometrijsko tijelo omeđeno dvama sukladnim poligonima (mnogokutima) i paralelogramima. Osnovke (baze) prizme su poligoni, a paralelogrami čine pobočje. Ako je osnovka pravilan poligon i ako je prizma uspravna, ona je pravilna. Prizma kojoj je pobočni brid okomit na osnovku zove se uspravna. Duljina visine prizme jednaka je udaljenosti između ravnina u kojima leže osnovke.

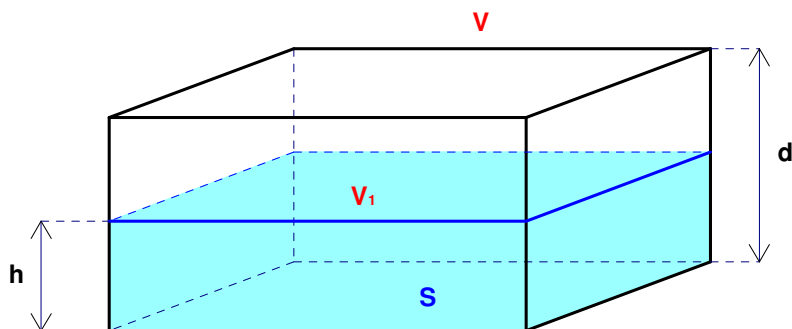
Obujam (volumen) prizme s bazom (osnovkom) ploštine  $S$  i visinom  $v$  iznosi:

$$V = S \cdot v.$$

Ako ploča lebdi u vodi, uzgon je jednak težini.

$$\begin{aligned} F_{uz} = G &\Rightarrow \rho_2 \cdot g \cdot V_1 = m \cdot g \Rightarrow \rho_2 \cdot g \cdot V_1 = \rho_1 \cdot V \cdot g \Rightarrow \rho_2 \cdot g \cdot S \cdot h = \rho_1 \cdot S \cdot d \cdot g \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_2 \cdot g \cdot S \cdot h = \rho_1 \cdot S \cdot d \cdot g \quad / \cdot \frac{1}{\rho_2 \cdot g \cdot S} \Rightarrow h = \frac{\rho_1 \cdot d}{\rho_2} = \frac{800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.1 \text{ m}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0.08 \text{ m} = 8 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.



### Vježba 305

Parafinska ploča debljine 1 dm pluta na vodi. Do koje dubine ploča uranja ako je gustoća parafina  $800 \text{ kg / m}^3$ ? (gustoća vode  $\rho_2 = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

- A. 2 cm      B. 6 cm      C. 8 cm      D. 9 cm

**Rezultat:** C.

### Zadatak 306 (Lidija, srednja škola)

Valjkasta posuda visine  $H = 2 \text{ m}$  ima kružni otvor polumjera  $r = 0.02 \text{ m}$  na visini  $h = 0.5 \text{ m}$  od dna posude. Kolika sila djeluje na čep stavljen u kružni otvor ako je posuda do vrha napunjena vodom? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ , ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )

### Rješenje 306

$$H = 2 \text{ m}, \quad r = 0.02 \text{ m}, \quad h = 0.5 \text{ m}, \quad \rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad F = ?$$

Ploština kruga polumjera  $r$  iznosi:

$$S = r^2 \cdot \pi.$$

Tlak je količnik sile  $F$  što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu  $S$  i te površine:

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S.$$

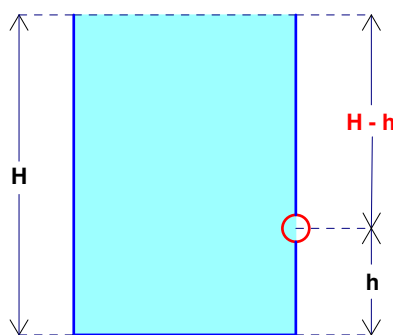
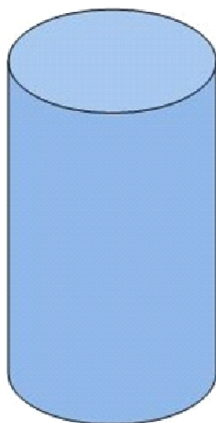
Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca  $h$  tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine  $\rho$ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak  $p$  povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine  $\rho$ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.

Budući da je sila kojom voda djeluje na čep jednaka umnošku tlaka vodenog stupca na razini čepa ( $H - h$ ) i ploštini otvora, slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} p = \rho \cdot g \cdot (H - h) \\ S = r^2 \cdot \pi \\ F = p \cdot S \end{array} \right\} \Rightarrow F = \rho \cdot g \cdot (H - h) \cdot r^2 \cdot \pi =$$
$$= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2 \text{ m} - 0.5 \text{ m}) \cdot (0.02 \text{ m})^2 \cdot \pi = 18.49 \text{ N}.$$



### Vježba 306

Valjkasta posuda visine  $H = 2 \text{ m}$  ima kružni otvor polumjera  $r = 2 \text{ cm}$  na visini  $h = 5 \text{ dm}$  od dna posude. Kolika sila djeluje na čep stavljen u kružni otvor ako je posuda do vrha napunjena vodom? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ , ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )

**Rezultat:** 18.49 N.

### Zadatak 307 (Darko, srednja škola)

Brod ima masu 16000 t. Za koliko se  $m^3$  smanji količina brodom istisnute vode kad prijeđe iz rijeke u more? (gustoća riječne vode  $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$ , gustoća morske vode  $\rho_2 = 1030 \text{ kg/m}^3$ )

#### Rješenje 307

$$m = 16000 \text{ t} = 1.6 \cdot 10^7 \text{ kg}, \quad \rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = 1030 \text{ kg/m}^3, \quad \Delta V = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

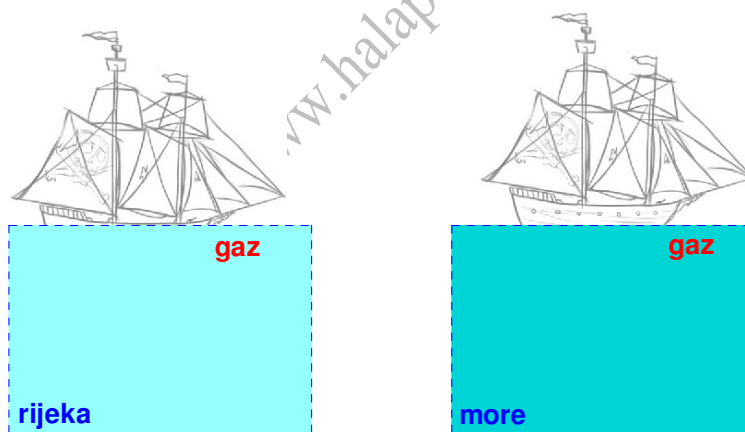
$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

**Gaz** je dubina do koje je uronjeno plovilo (trup broda).

Brod će imati različite gazove s obzirom na različite gustoće tekućina.

U moru, gdje je gustoća vode veća, imat će manji gaz. U rijeci, gdje je gustoća vode manja, imat će veći gaz.



Prijelazom iz rijeke u more smanji se gaz pa je manja količina brodom istisnute vode.

Neka su  $V_1$  i  $V_2$  uronjeni volumeni broda u riječnoj i morskoj vodi. Da bi brod plovio njegova težina mora biti jednaka sili uzgona. Vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} F_{uz1} = G \\ F_{uz2} = G \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \rho_1 \cdot g \cdot V_1 = m \cdot g \\ \rho_2 \cdot g \cdot V_2 = m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \rho_1 \cdot g \cdot V_1 = m \cdot g \cdot \left/ \cdot \frac{1}{\rho_1 \cdot g} \right. \\ \rho_2 \cdot g \cdot V_2 = m \cdot g \cdot \left/ \cdot \frac{1}{\rho_2 \cdot g} \right. \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} V_1 = \frac{m}{\rho_1} \\ V_2 = \frac{m}{\rho_2} \end{array} \right\}$$

Računamo količinu istisnute vode.

$$\begin{aligned} \Delta V = V_1 - V_2 &\Rightarrow \Delta V = \frac{m}{\rho_1} - \frac{m}{\rho_2} \Rightarrow \Delta V = m \cdot \left( \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right) \Rightarrow \Delta V = m \cdot \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 \cdot \rho_2} = \\ &= 1.6 \cdot 10^7 \text{ kg} \cdot \frac{1030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 466 \text{ m}^3. \end{aligned}$$

### Vježba 307

Brod ima masu 32000 t. Za koliko se  $\text{m}^3$  smanji količina brodom istisnute vode kad prijeđe iz rijeke u more? (gustoća riječne vode  $\rho_1 = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$ , gustoća morske vode  $\rho_2 = 1030 \text{ kg} / \text{m}^3$ )

**Rezultat:**  $932 \text{ m}^3$ .

### Zadatak 308 (Martin, tehnička škola)

Prazan meteorološki balon ima masu 450 g. Kad je ispunjen vodikom gustoće  $0.10 \text{ kg} / \text{m}^3$  na površini Zemlje ima volumen  $500 \text{ dm}^3$ . Gustoća zraka u okolini balona je  $1.30 \text{ kg} / \text{m}^3$ . Kad balon otpustimo on će se gibati uvis početnom akceleracijom:

$$A. 0.14 \cdot g \quad B. 0.3 \cdot g \quad C. 0.7 \cdot g \quad D. 6.5 \cdot g$$

(g je akceleracija slobodnog pada)

### Rješenje 308

$$m = 450 \text{ g} = 0.45 \text{ kg}, \quad \rho = 0.10 \text{ kg} / \text{m}^3, \quad V = 500 \text{ dm}^3 = 0.5 \text{ m}^3, \quad \rho_1 = 1.30 \text{ kg} / \text{m}^3, \\ g, \quad a = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Rezultantna sila  $F$  koja balon mase  $m$  napunjen plinom mase  $m_1$  podiže uvis jednaka je razlici sile uzgona zraka na balon i težine balona i plina.

$$\begin{aligned} F = F_{uz} - G &\Rightarrow (m + m_1) \cdot a = \rho_1 \cdot g \cdot V - (m + m_1) \cdot g \Rightarrow \\ \Rightarrow (m + m_1) \cdot a &= \rho_1 \cdot g \cdot V - (m + m_1) \cdot g \cdot \frac{1}{m + m_1} \Rightarrow a = \frac{\rho_1 \cdot g \cdot V - (m + m_1) \cdot g}{m + m_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow [m_1 = \rho \cdot V] \Rightarrow a = \frac{\rho_1 \cdot g \cdot V - (m + \rho \cdot V) \cdot g}{m + \rho \cdot V} = \\ &= \frac{1.30 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot g \cdot 0.5 \text{ m}^3 - \left(0.45 \text{ kg} + 0.10 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.5 \text{ m}^3\right) \cdot g}{0.45 \text{ kg} + 0.10 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.5 \text{ m}^3} = 0.3 \cdot g. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

### Vježba 308

Prazan meteorološki balon ima masu 0.45 kg. Kad je ispunjen vodikom gustoće 0.10 kg / m<sup>3</sup> na površini Zemlje ima volumen 500 dm<sup>3</sup>. Gustoća zraka u okolini balona je 1.30 kg / m<sup>3</sup>. Kad balon otpustimo on će se gibati uvis početnom akceleracijom:

- A. 0.14 · g      B. 0.3 · g      C. 0.7 · g      D. 6.5 · g

(g je akceleracija slobodnog pada)

**Rezultat:** B.

### Zadatak 309 (Tonka, gimnazija)

Električni grijač od 100 W nalazi se u cijevi kojom protječe voda protokom od 3.5 cm<sup>3</sup> / s. Kolika će biti temperatura vode na izlazu iz cijevi ako je ulazna temperatura vode 18 °C, a specifični toplinski kapacitet vode 4186 J / (kg · K)? Zanimajte gubitke topline u okolinu. (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

- A. 20.4 °C      B. 21.5 °C      C. 22.6 °C      D. 24.8 °C

### Rješenje 309

$$P = 100 \text{ W}, \quad q = 3.5 \text{ cm}^3 / \text{s} = 3.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 / \text{s}, \quad t_1 = 18 \text{ °C}, \quad c = 4186 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \\ \rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad t_2 = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Jakost toka ili volumni protok fluida određuje se izrazom:

$$q = \frac{V}{t} = S \cdot v \Rightarrow V = q \cdot t,$$

gdje je  $V$  volumen koji je protekao površinom presjeka  $S$  u vremenu  $t$ , srednjom brzinom  $v$ . Toplina  $Q$  je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta t$  promjena temperature. Toplina  $Q$  može biti pozitivna ili negativna:



- $Q > 0$  (pozitivna), ako toplinu dovodimo sustavu
- $Q < 0$  (negativna), ako toplinu odvodimo od sustava.

Električna energija kojom izvor opskrbljuje strujni krug i koja se pretvara u druge oblike energije u nekom trošilu za vrijeme  $t$  jednaka je

$$E = P \cdot t,$$

gdje je  $P$  snaga kojom se u trošilu električna energija pretvara u druge oblike energije,  $t$  vrijeme. Budući da nema gubitaka energije, toplina  $Q$  koju prima voda od grijača jednaka je električnoj energiji  $E$  koju grijač uzima iz električne mreže.

$$\begin{aligned} Q = W &\Rightarrow m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = P \cdot t \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho \cdot V \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = P \cdot t \Rightarrow [V = q \cdot t] \Rightarrow \rho \cdot q \cdot t \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = P \cdot t \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho \cdot q \cdot t \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = P \cdot t \cdot \frac{1}{\rho \cdot q \cdot t \cdot c} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{P}{\rho \cdot q \cdot c} \Rightarrow t_2 = t_1 + \frac{P}{\rho \cdot q \cdot c} = \\ &= 18 \text{ }^\circ\text{C} + \frac{100 \text{ W}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 3.5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 24.8 \text{ }^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 309

Električni grijač od 0.1 kW nalazi se u cijevi kojom protječe voda protokom od  $3.5 \text{ cm}^3 / \text{s}$ . Kolika će biti temperatura vode na izlazu iz cijevi ako je ulazna temperatura vode  $18 \text{ }^\circ\text{C}$ , a specifični toplinski kapacitet vode  $4186 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$ ? Zanimarite gubitke topline u okolinu. (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$ )

- A.  $20.4 \text{ }^\circ\text{C}$       B.  $21.5 \text{ }^\circ\text{C}$       C.  $22.6 \text{ }^\circ\text{C}$       D.  $24.8 \text{ }^\circ\text{C}$

**Rezultat:** D.

### Zadatak 310 (Kristina, gimnazija)

S visine  $h_1 = 1 \text{ m}$  iznad razine vode pusti se slobodno padati kuglica od materijala gustoće  $920 \text{ kg} / \text{m}^3$ . Uzgon u zraku i sile otpora u zraku i vodi zanemarite. Gustoća vode je  $1000 \text{ kg} / \text{m}^3$ , a za akceleraciju sile teže uzmite vrijednost  $g \approx 10 \text{ m} / \text{s}^2$ .

- Kolika je akceleracija kuglice u vodi?
- Na kojoj dubini  $h_2$  će se kuglica zaustaviti?
- Koliko ukupno vremena pada kuglica dok se ne zaustavi u vodi na dubini  $h_2$ ?

### Rješenje 310

$$h_1 = 1 \text{ m}, \quad \rho = 920 \text{ kg} / \text{m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3, \quad g \approx 10 \text{ m} / \text{s}^2. \quad a = ?, \quad h_2 = ?, \quad t = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegovog gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila:

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegovog obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo obavlja rad  $W$  ako djeluje nekom silom  $F$  na putu  $s$  na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0 = 0$  m/s i konstantnom akceleracijom  $a = g = 9.81$  m/s<sup>2</sup>. Za slobodni pad vrijede izrazi:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}},$$

gdje je  $h$  visina pada.

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta  $s$  jest gibanje za koje vrijede izrazi:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a}},$$

gdje je  $s$  put za tijelo pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom  $a$  za vrijeme  $t$ . Ista formula vrijedi i kod jednoliko usporenog gibanja.

a)

Rezultantna sila  $F$  koja u vodi djeluje na kuglicu da je zaustavi jednaka je razlici sile uzgona  $F_{uz}$  i težine kuglice  $G$ .

$$F = F_{uz} - G \Rightarrow m \cdot a = \rho_v \cdot g \cdot V - m \cdot g \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{volumen kuglice} \\ V = \frac{m}{\rho} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot a = \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} - m \cdot g \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_v}{\rho} - 1 \right) \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_v}{\rho} - 1 \right) / \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = g \cdot \left( \frac{\rho_v}{\rho} - 1 \right) = 10 \frac{m}{s^2} \cdot \left( \frac{1000 \frac{kg}{m^3}}{920 \frac{kg}{m^3}} - 1 \right) = 0.8696 \frac{m}{s^2} \approx 0.9 \frac{m}{s^2}.$$

b)

Rezultantna sila  $F$  koja u vodi djeluje na kuglicu da je zaustavi na dubini  $h_2$  jednaka je razlici sile uzgona  $F_{uz}$  i težine kuglice  $G$ .

$$F = F_{uz} - G \Rightarrow m \cdot a = \rho_v \cdot g \cdot V - m \cdot g \Rightarrow \left[ \begin{array}{c} \text{volumen kuglice} \\ V = \frac{m}{\rho} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho} - m \cdot g \Rightarrow F = m \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_v}{\rho} - 1 \right).$$

Rad  $W$  koji je pritom obavljen po iznosu je jednak gravitacijskoj potencijalnoj energiji koju kuglica ima na visini  $h_1$  iznad vode.

$$W = E_{gp} \Rightarrow F \cdot h_2 = m \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow m \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_v}{\rho} - 1 \right) \cdot h_2 = m \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow$$

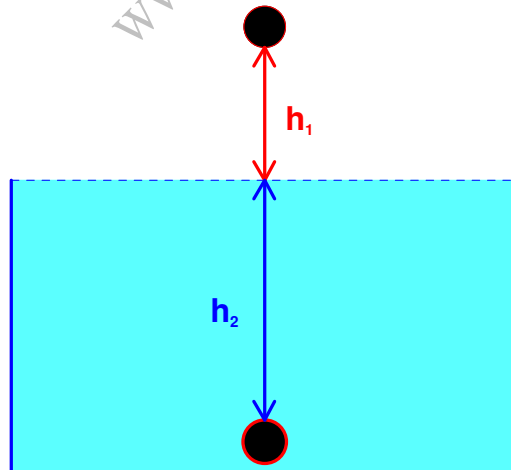
$$\Rightarrow m \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_v}{\rho} - 1 \right) \cdot h_2 = m \cdot g \cdot h_1 \cdot \frac{1}{m \cdot g \cdot \left( \frac{\rho_v}{\rho} - 1 \right)} \Rightarrow h_2 = \frac{h_1}{\frac{\rho_v}{\rho} - 1} =$$

$$= \frac{1 \text{ m}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 11.5 \text{ m}.$$

c)

Ukupno vrijeme  $t$  padanja kuglice jednako je zbroju vremena  $t_1$  slobodnog pada u zraku sa visine  $h_1$  i vremena  $t_2$  jednoliko usporenog gibanja akceleracijom  $a$  u vodi na putu  $h_2$ .

$$t = t_1 + t_2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} + \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} + \sqrt{\frac{2 \cdot 11.5 \text{ m}}{0.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 5.50 \text{ s}.$$



### Vježba 310

S visine  $h_1 = 100 \text{ cm}$  iznad razine vode pusti se slobodno padati kuglica od materijala gustoće  $920 \text{ kg / m}^3$ . Uzgon u zraku i sile otpora u zraku i vodi zanemarite. Gustoća vode je  $1000 \text{ kg / m}^3$ , a za akceleraciju sile teže uzmite vrijednost  $g \approx 10 \text{ m / s}^2$ .

- Kolika je akceleracija kuglice u vodi?
- Na kojoj dubini  $h_2$  će se kuglica zaustaviti?
- Koliko ukupno vremena pada kuglica dok se ne zaustavi u vodi na dubini  $h_2$ ?

**Rezultat:**  $0.9 \text{ m / s}^2$ ,  $11.5 \text{ m}$ ,  $5.50 \text{ s}$ .

### Zadatak 311 (Tina, gimnazija)

Izračunajte uzgon na loptu promjera 25 cm koja je potpuno uronjena u vodu: (gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3$ , ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )

#### Rješenje 311

$$2 \cdot r = 25 \text{ cm} \Rightarrow r = 12.5 \text{ cm} = 0.125 \text{ m}, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \\ F_{uz} = ?$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

#### Obujam kugle

Obujam (volumen) kugle polumjera  $r$  iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Budući da je lopta potpuno uronjena u vodu, sila uzgona iznosi:

$$F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow \left[ V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \right] \Rightarrow F_{uz} = \rho_v \cdot g \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = \\ = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{4}{3} \cdot (0.125 \text{ m})^3 \cdot \pi = 80.26 \text{ N}.$$

### Vježba 311

Izračunajte uzgon na loptu promjera 250 mm koja je potpuno uronjena u vodu: (gustoća vode  $\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3$ , ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )

**Rezultat:** 80.26 N.

### Zadatak 312 (Tina, gimnazija)

Homogeni kvadar gustoće  $625 \text{ kg / m}^3$  pluta na morskoj vodi. Koliki se dio volumena kvadra nalazi pod vodom, ako je gustoća morske vode  $1025 \text{ kg / m}^3$ ?

#### Rješenje 312

$$\rho_k = 625 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_v = 1025 \text{ kg / m}^3, \quad V, \quad V_1 = ?$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

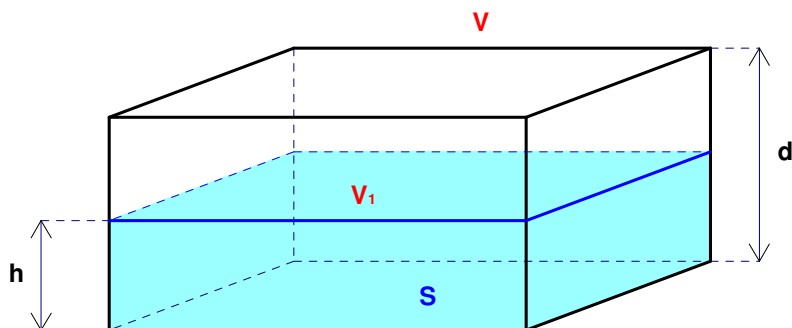
Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovom poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju

jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.  
Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$



Homogeni kvadar pluta na morskoj vodi jer je sila uzgona po iznosu jednaka težini kvadra.

$$F_{uz} = G \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V_1 = m \cdot g \Rightarrow [m = \rho_k \cdot V] \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V_1 = \rho_k \cdot V \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V_1 = \rho_k \cdot V \cdot g \cdot \frac{1}{\rho_v \cdot g} \Rightarrow V_1 = \frac{\rho_k}{\rho_v} \cdot V = \frac{625 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot V = 0.610 \cdot V = 61\% \cdot V.$$

### Vježba 312

Homogeni kvadar gustoće  $600 \text{ kg/m}^3$  pluta na morskoj vodi. Koliki se dio volumena kvadra nalazi pod vodom, ako je gustoća morske vode  $1025 \text{ kg/m}^3$ ?

**Rezultat:**  $58.5\% \cdot V$ .

### Zadatak 313 (Paula, gimnazija)

Koliki je rad utrošen na svladavanje trenja pri prenošenju  $25 \text{ cm}^3$  vode u horizontalnoj cijevi od mjesta na kojemu je tlak  $4 \cdot 10^4 \text{ Pa}$  do mjesta s tlakom  $2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ ?

#### Rješenje 313

$$V = 25 \text{ cm}^3 = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3, \quad p_1 = 4 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad p_2 = 2 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad W = ?$$

Rad što ga obavi razlika tlakova  $p_1 - p_2$  pri gibanju tekućine mase  $m$ , obujma  $V$ , utroši se na promjenu kinetičke energije.

$$W = (p_1 - p_2) \cdot V.$$

$$W = (p_1 - p_2) \cdot V = (4 \cdot 10^4 \text{ Pa} - 2 \cdot 10^4 \text{ Pa}) \cdot 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 = 0.5 \text{ J}.$$

### Vježba 313

Koliki je rad utrošen na svladavanje trenja pri prenošenju  $25 \text{ cm}^3$  vode u horizontalnoj cijevi od mjesta na kojemu je tlak  $5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$  do mjesta s tlakom  $3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ ?

**Rezultat:**  $0.5 \text{ J}$ .

### Zadatak 314 (Paula, gimnazija)

Na svladavanje trenja pri premještanju  $0.05 \text{ dm}^3$  vode u horizontalnoj cijevi od mjesta na kojemu je tlak  $4 \cdot 10^4 \text{ Pa}$  do nekoga drugog mjesta utrošen je rad  $0.5 \text{ J}$ . Koliki je tlak na tome drugome mjestu?

#### Rješenje 314

$$V = 0.05 \text{ dm}^3 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3, \quad p_1 = 4 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad W = 0.5 \text{ J}, \quad p_2 = ?$$

Rad što ga obavi razlika tlakova  $p_1 - p_2$  pri gibanju tekućine mase  $m$ , obujma  $V$ , utroši se na promjenu kinetičke energije.

$$W = (p_1 - p_2) \cdot V.$$

$$\begin{aligned} W &= (p_1 - p_2) \cdot V \Rightarrow W = (p_1 - p_2) \cdot V \cdot \frac{1}{V} \Rightarrow \frac{W}{V} = p_1 - p_2 \Rightarrow p_2 = p_1 - \frac{W}{V} = \\ &= 4 \cdot 10^4 \text{ Pa} - \frac{0.5 \text{ J}}{5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3} = 30000 \text{ Pa} = 3 \cdot 10^4 \text{ Pa}. \end{aligned}$$

### Vježba 314

Na svladavanje trenja pri premještanju  $0.1 \text{ dm}^3$  vode u horizontalnoj cijevi od mjesta na kojemu je tlak  $4 \cdot 10^4 \text{ Pa}$  do nekoga drugog mjesta utrošen je rad  $1 \text{ J}$ . Koliki je tlak na tome drugome mjestu?

**Rezultat:**  $3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ .

### Zadatak 315 (Miroslav, gimnazija)

Kolika je brzina istjecanja  $10^{-3} \text{ m}^3$  zraka koji se nalazi pod tlakom  $1.44 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  u prostor napunjen zrakom pri tlaku  $0.96 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ? (gustoća zraka  $\rho = 1.293 \text{ kg / m}^3$ )

### Rješenje 315

$$V = 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p_1 = 1.44 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad p_2 = 0.96 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad \rho = 1.293 \text{ kg / m}^3, \\ v = ?$$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Rad što ga obavi razlika tlakova  $p_1 - p_2$  pri gibanju tekućine mase  $m$ , obujma  $V$ , utroši se na promjenu kinetičke energije.

$$W = (p_1 - p_2) \cdot V.$$

$$\left. \begin{aligned} W &= (p_1 - p_2) \cdot V \\ W &= E_k \\ E &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} W &= (p_1 - p_2) \cdot V \\ W &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (p_1 - p_2) \cdot V = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (p_1 - p_2) \cdot V = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot v^2 = (p_1 - p_2) \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V \cdot v^2 = (p_1 - p_2) \cdot V \cdot \frac{2}{\rho \cdot V} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho} \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (1.44 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 0.96 \cdot 10^5 \text{ Pa})}{1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 272.48 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 315

Kolika je brzina istjecanja  $10^{-3} \text{ m}^3$  zraka koji se nalazi pod tlakom  $1.44 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  u prostor napunjen zrakom pri tlaku  $0.96 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ? (gustoća zraka  $\rho = 1.293 \text{ kg / m}^3$ )

**Rezultat:**  $3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ .

### Zadatak 316 (Zlatko, srednja škola)

Brzina vode može se odrediti uranjanjem u tok cijevi prema slici. Kolika je ta brzina ako se voda izdigla 4 cm? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )

### Rješenje 316

$h = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$ ,  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ ,  $v_2 = 0$  **voda u cijevi miruje**,  $p_1 = p_2 = p$   
**atmosferski tlak**,  $v_1 = ?$

### Bernoullijeva jednažba

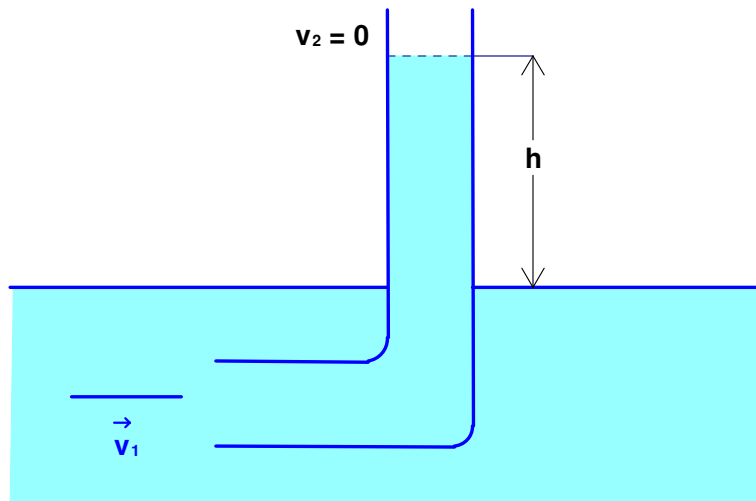
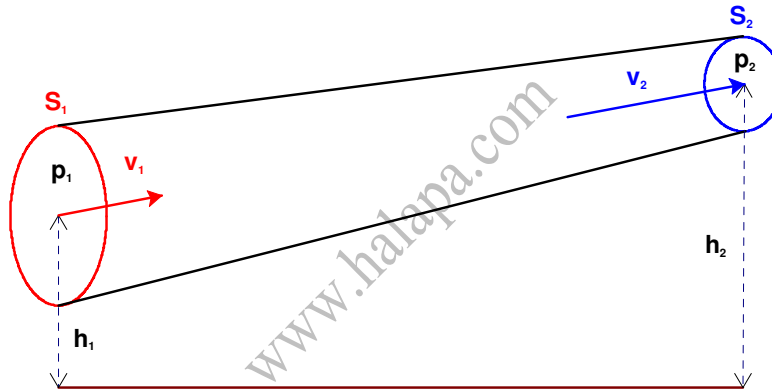
Neka fluid gustoće  $\rho$  teče kroz cijev različitog presjeka nagnutu prema horizontali.

Presjek  $S_1$  je na visini  $h_1$  iznad neke referentne razine (npr. zemlje) gdje je tlak  $p_1$  i brzina fluida  $v_1$ .

Presjek  $S_2$  je na visini  $h_2$  iznad referentne razine gdje je tlak  $p_2$  i brzina fluida  $v_2$ .

Bernoullijeva jednažba glasi:

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$



Uporabom Bernoullijeve jednažbe dobije se:

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow \begin{bmatrix} p_1 = p_2 = p \\ v_2 = 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow p + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot 0^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow p + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p + \rho \cdot g \cdot h_2 + 0 \Rightarrow \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = \rho \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = \rho \cdot g \cdot h_2 - \rho \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1) \Rightarrow [h_2 - h_1 = h] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = \rho \cdot g \cdot h \cdot \frac{2}{\rho} \Rightarrow v_1^2 = 2 \cdot g \cdot h \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_1^2 = 2 \cdot g \cdot h \cdot \sqrt{\phantom{x}} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 0.04 m} = 0.89 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

### Vježba 316

Brzina vode može se odrediti uranjanjem u tok cijevi prema slici. Kolika je ta brzina ako se voda izdigla 40 mm? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 0.89 m/s.

### Zadatak 317 (Ritam, gimnazija)

Komad stakla mase 0.14 kg teži u vodi 0.82 N. Odredite gustoću stakla ako je gustoća vode  $1000 \text{ kg/m}^3$ , a akceleracija sile teže  $9.81 \text{ m/s}^2$ .

A.  $1000 \frac{kg}{m^3}$       B.  $2000 \frac{kg}{m^3}$       C.  $2482 \frac{kg}{m^3}$       D.  $4100 \frac{kg}{m^3}$

### Rješenje 317

$$m = 0.14 \text{ kg}, \quad G_1 = 0.82 \text{ N}, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho_s = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Budući da je težina stakla G na zraku umanjena za silu uzgona  $F_{uz}$  jednaka težini stakla  $G_1$  u vodi, vrijedi jednadžba:

$$G - F_{uz} = G_1 \Rightarrow m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V = G_1 \Rightarrow m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_s} = G_1 \Rightarrow m \cdot g - G_1 = \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_s} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow m \cdot g - G_1 = \rho_v \cdot g \cdot \frac{m}{\rho_s} \quad / \cdot \frac{\rho_s}{m \cdot g - G_1} \Rightarrow \rho_s = \frac{\rho_v \cdot g \cdot m}{m \cdot g - G_1} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.14 \text{ kg}}{0.14 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 0.82 \text{ N}}$$

$$= 2481.75 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \approx 2482 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 317

Komad stakla mase 0.28 kg teži u vodi 1.64 N. Odredite gustoću stakla ako je gustoća vode  $1000 \text{ kg} / \text{m}^3$ , a akceleracija sile teže  $9.81 \text{ m} / \text{s}^2$ .

A.  $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$       B.  $2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$       C.  $2482 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$       D.  $4100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

**Rezultat:** C.

### Zadatak 318 (Ritam, gimnazija)

Konzerva volumena  $1200 \text{ cm}^3$  i mase 130 g pliva na vodi. Koliku najveću masu olova možemo staviti u konzervu da ona ne potone? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$ )

### Rješenje 318

$$V = 1200 \text{ cm}^3 = 1.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad m_1 = 130 \text{ g} = 0.13 \text{ kg}, \quad \rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3, \quad m_2 = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Ako u konzervu, mase  $m_1$  i volumena V, stavimo olova mase  $m_2$  tada ukupna (zbroy) težina konzerve  $G_1$  i težina olova  $G_2$  mora biti jednaka po iznosu sili uzgona  $F_{uz}$  vode na konzervu.

$$G_1 + G_2 = F_{uz} \Rightarrow m_1 \cdot g + m_2 \cdot g = \rho \cdot g \cdot V \Rightarrow m_1 \cdot g + m_2 \cdot g = \rho \cdot g \cdot V \quad / : g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 + m_2 = \rho \cdot V \Rightarrow m_2 = \rho \cdot V - m_1 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 - 0.13 \text{ kg} = 1.07 \text{ kg}.$$



### Vježba 318

Konzerva volumena  $1.2 \text{ dm}^3$  i mase  $13 \text{ dag}$  pliva na vodi. Koliku najveću masu olova možemo staviti u konzervu da ona ne potone? (gustoća vode  $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$ )

**Rezultat:**  $1.07 \text{ kg}$ .

### Zadatak 319 (Antun, srednja škola)

Gustoća leda prema gustoći morske vode odnosi se kao  $9 : 10$ . Kako se odnosi uronjeni dio ledene sante u moru prema dijelu koji viri iznad morske površine?

### Rješenje 319

$$\frac{\rho_l}{\rho_v} = \frac{9}{10}, \quad \frac{V_2}{V_1} = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

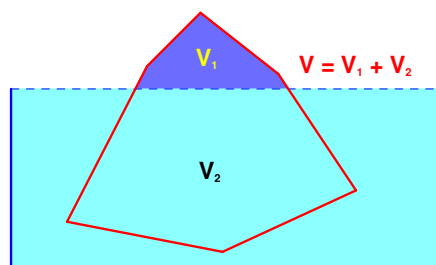
$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



Neka je  $V_2$  uronjeni dio sante leda. Da bi sante leda, volumena  $V$ , plivala težina leda mora biti jednaka uzgonu (težini istisnute morske vode).

$$\begin{aligned}
 G &= F_{uz} \Rightarrow F_{uz} = G \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V_2 = m \cdot g \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V_2 = \rho_l \cdot V \cdot g \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V_2 = \rho_l \cdot (V_1 + V_2) \cdot g \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V_2 = \rho_l \cdot (V_1 + V_2) \cdot g \cdot \frac{1}{\rho_v \cdot g \cdot (V_1 + V_2)} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \frac{V_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_l}{\rho_v} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1 + V_2} = \frac{9}{10} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1 + V_2} = \frac{9}{10} \cdot \frac{10 \cdot (V_1 + V_2)}{10 \cdot (V_1 + V_2)} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow 10 \cdot V_2 = 9 \cdot (V_1 + V_2) \Rightarrow 10 \cdot V_2 = 9 \cdot V_1 + 9 \cdot V_2 \Rightarrow 10 \cdot V_2 - 9 \cdot V_2 = 9 \cdot V_1 \Rightarrow V_2 = 9 \cdot V_1 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow V_2 = 9 \cdot V_1 \cdot \frac{1}{V_1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 9 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{9}{1} \Rightarrow V_2 : V_1 = 9 : 1.
 \end{aligned}$$

### Vježba 319

Gustoća leda prema gustoći morske vode odnosi se kao 18 : 20. Kako se odnosi uronjeni dio ledene sante u moru prema dijelu koji viri iznad morske površine?

**Rezultat:** 9 : 1.

### Zadatak 320 (Una, gimnazija)

Šuplja kugla unutarnjeg polumjera 8 cm i vanjskog polumjera 9 cm pliva na tekućini tako da joj je polovica volumena u tekućini. Gustoća tekućine je  $800 \text{ kg/m}^3$ . Odredite gustoću materijala od kojeg je napravljena kugla i njezinu masu.

### Rješenje 320

$$r = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}, \quad R = 9 \text{ cm} = 0.09 \text{ m}, \quad \rho = 800 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_1 = ? \text{ gustoća kugle,}$$

$$m = ?$$

Gustoću  $\rho$  neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegovog obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je  $G$  sila teža,  $m$  masa tijela i  $g$  akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je  $\rho_t$  gustoća tekućine,  $g$  ubrzanje sile teže,  $V$  obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

### Obujam kugle

Obujam (volumen) kugle polumjera  $r$  iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Šuplja kugla napravljena od materijala gustoće  $\rho_1$  ima masu  $m$ .

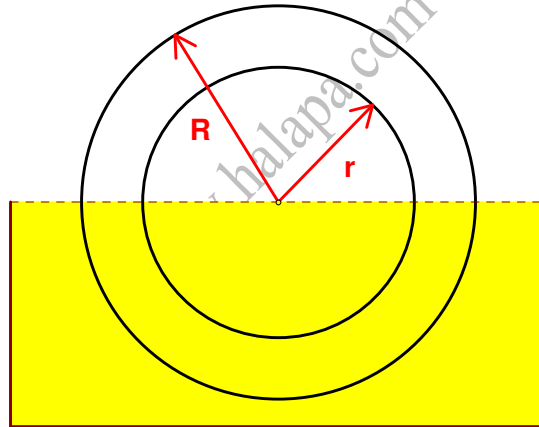
$$m = \rho_1 \cdot \Delta V \Rightarrow m = \rho_1 \cdot \left( \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi - \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \right) \Rightarrow m = \rho_1 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (R^3 - r^3).$$

Budući da šuplja kugla pliva, iznos sile teže  $G$  koja djeluje na kuglu jednak je iznosu sile uzgona  $F_{uz}$  koja djeluje na polovicu vanjskog volumena kugle uronjene u tekućinu.

$$\begin{aligned} G = F_{uz} &\Rightarrow m \cdot g = \rho \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot V \Rightarrow \left[ m = \rho_1 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (R^3 - r^3) \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_1 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (R^3 - r^3) \cdot g = \rho \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_1 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (R^3 - r^3) \cdot g = \rho \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi \cdot \frac{3}{4 \cdot \pi \cdot (R^3 - r^3) \cdot g} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho_1 = \frac{\rho \cdot \frac{1}{2} \cdot R^3}{R^3 - r^3} = \frac{800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (0.09 \text{ m})^3}{(0.09 \text{ m})^3 - (0.08 \text{ m})^3} = 1343.78 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \end{aligned}$$

Masa šuplje kugle iznosi:

$$m = \rho_1 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (R^3 - r^3) = 1343.78 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot ((0.09 \text{ m})^3 - (0.08 \text{ m})^3) = 1.22 \text{ kg}.$$



### Vježba 320

Šuplja kugla unutarnjeg polumjera 80 mm i vanjskog polumjera 90 mm pliva na tekućini tako da joj je polovica volumena u tekućini. Gustoća tekućine je  $800 \text{ kg} / \text{m}^3$ . Odredite gustoću materijala od kojeg je napravljena kugla.

**Rezultat:**  $1343.78 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$