

Zadatak 361 (Daneja, gimnazija)

Lopticu za stolni tenis, polumjera 15 mm i mase 5 g, uronimo u vodu na dubinu 30 cm. Kad lopticu ispustimo, ona iskoči iz vode na visinu 10 cm iznad vode. Kolika se energija pritom pretvorilo u toplinu zbog otpora vode? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 361

$$r = 15 \text{ mm} = 0.015 \text{ m}, \quad m = 5 \text{ g} = 0.005 \text{ kg}, \quad d = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}, \quad h = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \\ g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad Q = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Obujam kugle

Obujam (volumen) kugle polumjera r iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Uzgon uvjetuje gibanje kuglice uvis. Rad W koji rezultantna sila F (razlika sile uzgona F_{uz} i težine G) obavi pri gibanju kuglice na putu d jednak je njezinoj kinetičkoj energiji.

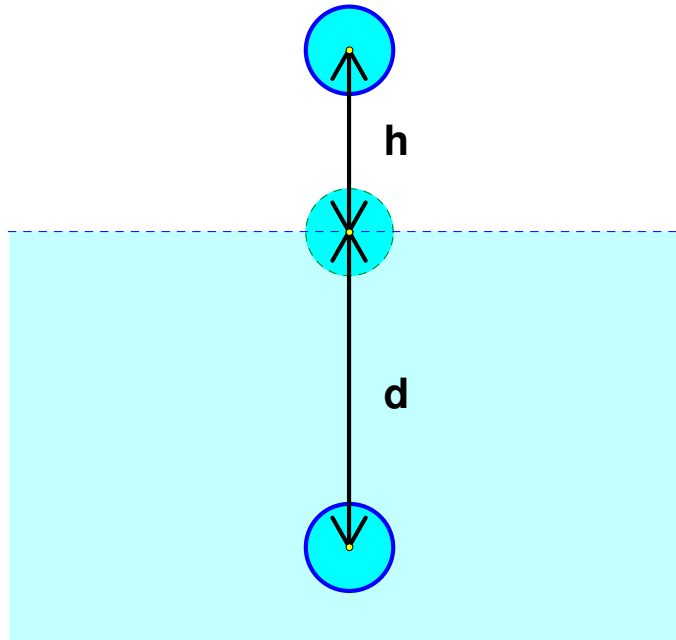
$$\left. \begin{array}{l} F = F_{uz} - G \\ W = F \cdot d \\ E_k = W \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} W = (F_{uz} - G) \cdot d \\ E_k = W \end{array} \right\} \Rightarrow E_k = (F_{uz} - G) \cdot d.$$

Zbog otpora vode kuglica će na površini imati energiju E koja je jednaka kinetičkoj energiji E_k umanjenoj za količinu topline Q .

$$E = E_k - Q \Rightarrow E = (F_{uz} - G) \cdot d - Q.$$

Kada kuglica iskoči iz vode na visinu h , njezina gravitacijska potencijalna energija E_{gp} po iznosu jednaka je energiji E .

$$\begin{aligned}
E_{gp} = E &\Rightarrow m \cdot g \cdot h = (F_{uz} - G) \cdot d - Q \Rightarrow Q = (F_{uz} - G) \cdot d - m \cdot g \cdot h \Rightarrow \\
&\Rightarrow Q = (\rho \cdot g \cdot V - m \cdot g) \cdot d - m \cdot g \cdot h \Rightarrow Q = \left(\rho \cdot g \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - m \cdot g \right) \cdot d - m \cdot g \cdot h \Rightarrow \\
&\Rightarrow Q = g \cdot \left(\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi - m \right) \cdot d - m \cdot g \cdot h \Rightarrow Q = g \cdot \left(\left(\frac{4}{3} \cdot \rho \cdot r^3 \cdot \pi - m \right) \cdot d - m \cdot h \right) = \\
&= 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(\left(\frac{4}{3} \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot (0.015 m)^3 \cdot \pi - 0.005 kg \right) \cdot 0.3 m - 0.005 kg \cdot 0.1 m \right) = 2.2 \cdot 10^{-2} J.
\end{aligned}$$



Vježba 361

Lopticu za stolni tenis, polumjera 1.5 cm i mase 5 g, uronimo u vodu na dubinu 3 dm. Kad lopticu ispustimo, ona iskoči iz vode na visinu 1 dm iznad vode. Kolika se energija pritom pretvorilo u toplinu zbog otpora vode? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: $2.2 \cdot 10^{-2} \text{ J}$.

Zadatak 362 (Daneja, gimnazija)

Tijelo u obliku kocke pliva na živi tako da je njegova četvrtina uronjena u živu. Koliki će dio tijela biti uronjen u živu ako na nju dolijemo toliko vode da pokriva cijelo tijelo? (gustoća žive $\rho_1 = 13600 \text{ kg/m}^3$, gustoća vode $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 362

$$\Delta V = \frac{1}{4} \cdot V, \quad \rho_1 = 13600 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad V_1 = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

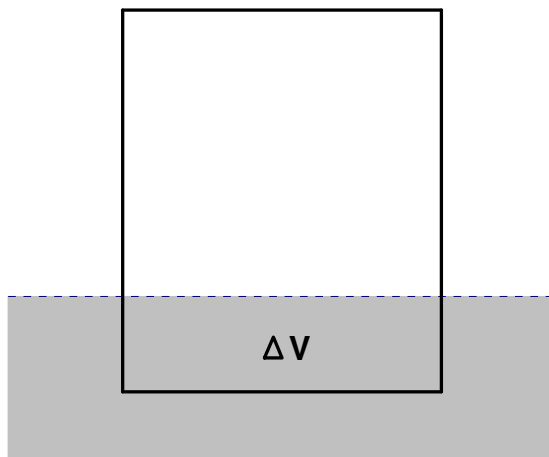
$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na

horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže. Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

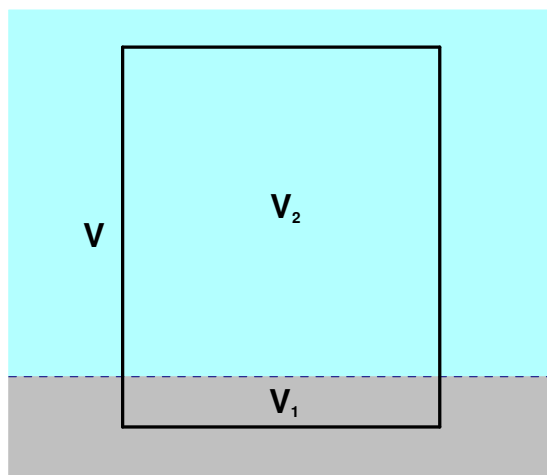
$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.



Najprije izračunamo gustoću tijela ρ . Budući da ono pliva na živi, njegova je težina G po iznosu jednaka sili uzgona F_{uz} .

$$\begin{aligned} G = F_{uz} &\Rightarrow m \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot \Delta V \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot \frac{1}{4} \cdot V \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g &= \rho_1 \cdot g \cdot \frac{1}{4} \cdot V \cdot \frac{1}{V \cdot g} \Rightarrow \rho = \frac{1}{4} \cdot \rho_1 = \frac{1}{4} \cdot 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \end{aligned}$$



Ako na živu dolijemo toliko vode da pokriva cijelo tijelo onda je prema Arhimedovu zakonu sila teža G koja djeluje na kocku jednaka zbroju uzgona žive F_{uz1} i uzgona vode F_{uz2} .

$$G = F_{uz1} + F_{uz2} \Rightarrow m \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot V_1 + \rho_2 \cdot g \cdot V_2 \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot V_1 + \rho_2 \cdot g \cdot V_2 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g &= \rho_1 \cdot g \cdot V_1 + \rho_2 \cdot g \cdot V_2 \quad / \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow \rho \cdot V = \rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V_2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} V = V_1 + V_2 \\ V_2 = V - V_1 \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho \cdot V &= \rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot (V - V_1) \Rightarrow \rho \cdot V = \rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V - \rho_2 \cdot V_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho \cdot V - \rho_2 \cdot V &= \rho_1 \cdot V_1 - \rho_2 \cdot V_1 \Rightarrow V \cdot (\rho - \rho_2) = V_1 \cdot (\rho_1 - \rho_2) \Rightarrow \\ \Rightarrow V_1 \cdot (\rho_1 - \rho_2) &= V \cdot (\rho - \rho_2) \Rightarrow V_1 \cdot (\rho_1 - \rho_2) = V \cdot (\rho - \rho_2) \quad / \cdot \frac{1}{\rho_1 - \rho_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow V_1 &= \frac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} \cdot V \Rightarrow V_1 = \frac{3400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \cdot V \Rightarrow V_1 = 0.19 \cdot V. \end{aligned}$$

Vježba 362

Tijelo u obliku kugle pliva na živi tako da je njegova četvrtina uronjena u živu. Koliki će dio tijela biti uronjen u živu ako na nju dolijemo toliko vode da pokriva cijelo tijelo? (gustoća žive $\rho_1 = 13600 \text{ kg / m}^3$, gustoća vode $\rho_2 = 1000 \text{ kg / m}^3$)

Rezultat: $0.19 \cdot V$.

Zadatak 363 (Daneja, gimnazija)

Na tekućinu gustoće ρ_1 nalijemo tekućinu koja se s prvom ne miješa i koja ima gustoću $\rho_2 < \rho_1$. Očito je da će neko tijelo gustoće ρ ($\rho_1 > \rho > \rho_2$) lebdjeti negdje u graničnom području između objiju tekućina. Treba odrediti koliki je dio obujma tijela uronjen u tekućinu veće gustoće.

Rješenje 363

$$\rho_1, \quad \rho_2, \quad \rho, \quad V_1 = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

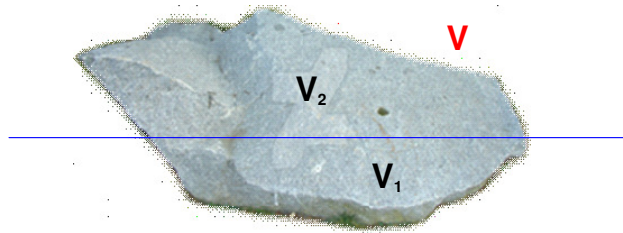
$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Ako na tekućinu gustoće ρ_1 dolijemo tekućinu gustoće ρ_2 onda je prema Arhimedovu zakonu sila teža G koja djeluje na tijelo jednaka zbroju sile uzgona tekućine gustoće ρ_1 , F_{uz1} i sile uzgona tekućine gustoće ρ_2 , F_{uz2} .

$$G = F_{uz1} + F_{uz2} \Rightarrow m \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot V_1 + \rho_2 \cdot g \cdot V_2 \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = \rho_1 \cdot g \cdot V_1 + \rho_2 \cdot g \cdot V_2 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g &= \rho_1 \cdot g \cdot V_1 + \rho_2 \cdot g \cdot V_2 \quad / \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow \rho \cdot V = \rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V_2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} V = V_1 + V_2 \\ V_2 = V - V_1 \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho \cdot V &= \rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot (V - V_1) \Rightarrow \rho \cdot V = \rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V - \rho_2 \cdot V_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho \cdot V - \rho_2 \cdot V &= \rho_1 \cdot V_1 - \rho_2 \cdot V_1 \Rightarrow V \cdot (\rho - \rho_2) = V_1 \cdot (\rho_1 - \rho_2) \Rightarrow \\ \Rightarrow V_1 \cdot (\rho_1 - \rho_2) &= V \cdot (\rho - \rho_2) \Rightarrow V_1 \cdot (\rho_1 - \rho_2) = V \cdot (\rho - \rho_2) \quad / \cdot \frac{1}{\rho_1 - \rho_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow V_1 &= \frac{\rho - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} \cdot V. \end{aligned}$$



Vježba 363

Na tekućinu gustoće ρ_1 nalijemo tekućinu koja se s prvom ne miješa i koja ima gustoću $\rho_2 < \rho_1$. Očito je da će neko tijelo gustoće ρ ($\rho_1 > \rho > \rho_2$) lebdjeti negdje u graničnom području između objiju tekućina. Treba odrediti koliki je dio obujma tijela uronjen u tekućinu manje gustoće.

Rezultat:
$$V_2 = \frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1 - \rho_2} \cdot V.$$

Zadatak 364 (Ante, tehnička škola)

Tijelo ima obujam 500 cm^3 . Pri vaganju je uravnoteženo bakrenim utezima mase 440 g . Odredi težinu tijela u vakuumu. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća zraka $\rho = 1.293 \text{ kg/m}^3$, gustoća bakra $\rho_2 = 8900 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 364

$$V_1 = 500 \text{ cm}^3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \quad m_2 = 440 \text{ g} = 0.44 \text{ kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ \rho = 1.293 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = 8900 \text{ kg/m}^3, \quad G_1 = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Težina tijela u zraku zbog uzgona zraka je

$$G_1 - F_{uz1}.$$

Težina bakrenih utega u zraku zbog uzgona zraka je

$$G_2 - F_{uz2}.$$

Da bi vaga ostala u ravnoteži mora vrijediti:

$$\begin{aligned}
 G_1 - F_{uz1} &= G_2 - F_{uz2} \Rightarrow G_1 = G_2 - F_{uz2} + F_{uz1} \Rightarrow G_1 = m_2 \cdot g - \rho \cdot g \cdot V_2 + \rho \cdot g \cdot V_1 \Rightarrow \\
 &\Rightarrow G_1 = g \cdot (m_2 - \rho \cdot V_2 + \rho \cdot V_1) \Rightarrow G_1 = g \cdot \left(m_2 - \rho \cdot \frac{m_2}{\rho_2} + \rho \cdot V_1 \right) \Rightarrow \\
 &\Rightarrow G_1 = g \cdot \left(m_2 - \rho \cdot \left(\frac{m_2}{\rho_2} - V_1 \right) \right) = \\
 &= 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(0.44 \text{ kg} - 1.293 \frac{kg}{m^3} \cdot \left(\frac{0.44 \text{ kg}}{8900 \frac{kg}{m^3}} - 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \right) \right) = 4.32 \text{ N}.
 \end{aligned}$$

Vježba 364

Tijelo ima obujam 0.5 dm^3 . Pri vaganju je uravnoteženo bakrenim utezima mase 44 dag. Odredi težinu tijela u vakuumu. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća zraka $\rho = 1.293 \text{ kg/m}^3$, gustoća bakra $\rho_2 = 8900 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 4.32 N.

Zadatak 365 (Tomislav, gimnazija)

Dva tijela imaju obujam V i $2 \cdot V$ te su na vagi u ravnoteži. Zatim veće tijelo uronimo u ulje. Kolika bi morala biti gustoća tekućine u koju bismo morali uroniti manje tijelo da bi vaga ostala u ravnoteži? (gustoća ulja $\rho_2 = 900 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 365

$$V_1 = V, \quad V_2 = 2 \cdot V, \quad G_1 = G_2 \text{ u zraku}, \quad \rho_2 = 900 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_1 = ?$$

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

U zraku tijela imaju jednake težine.

$$G_1 = G_2.$$

Veće tijelo uronjeno u ulje ima težinu

$$G_2 - F_{uz2}.$$

Manje tijelo uronjeno u tekućinu gustoće ρ_1 ima težinu

$$G_1 - F_{uz1}.$$

Da bi vaga ostala u ravnoteži mora vrijediti:

$$\begin{aligned}
 G_2 - F_{uz2} &= G_1 - F_{uz1} \Rightarrow G_2 - F_{uz2} = G_1 - F_{uz1} \Rightarrow -F_{uz2} = -F_{uz1} \Rightarrow F_{uz1} = F_{uz2} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot V_1 = \rho_2 \cdot g \cdot V_2 \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot V = \rho_2 \cdot g \cdot 2 \cdot V \Rightarrow \rho_1 \cdot g \cdot V = \rho_2 \cdot g \cdot 2 \cdot V \cdot \frac{1}{g \cdot V} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \rho_1 = 2 \cdot \rho_2 = 2 \cdot 900 \frac{kg}{m^3} = 1800 \frac{kg}{m^3}.
 \end{aligned}$$

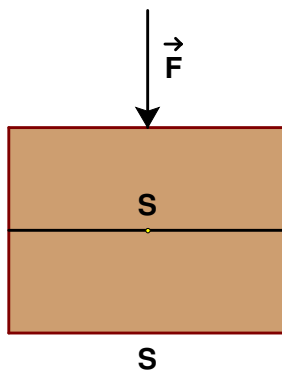
Vježba 365

Dva tijela imaju obujam V i $2 \cdot V$ te su na vagi u ravnoteži. Zatim veće tijelo uronimo u ulje. Kolika bi morala biti gustoća tekućine u koju bismo morali uroniti manje tijelo da bi vaga ostala u ravnoteži? (gustoća ulja $\rho_2 = 0.9 \text{ kg / dm}^3$)

Rezultat: 1800 kg / m^3 .

Zadatak 366 (Branimir, gimnazija)

Sila od 2 kN djeluje na drveni stup mase 100 kg na način prikazan na slici. Ploština poprečnog presjeka stupa je 50 cm^2 . Koliki je tlak na dnu stupa, a koliki na njegovoj sredini? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)



Rješenje 366

$$F = 2 \text{ kN} = 2 \cdot 10^3 \text{ N}, \quad m = 100 \text{ kg}, \quad S = 50 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2,$$
$$p = ?, \quad p_1 = ?$$

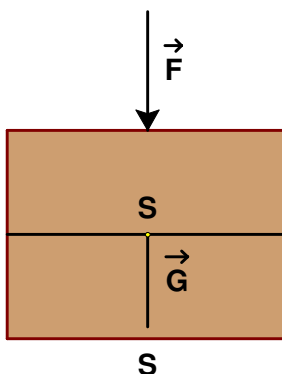
Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Tlak je količnik sile F što jednoliko raspoređena djeluje okomito na neku površinu S i te površine:

$$p = \frac{F}{S}.$$



- Rezultantna sila koja djeluje na dno stupa jednaka je zbroju sile F i težine stupa G . Tlak na dnu stupa iznosi:

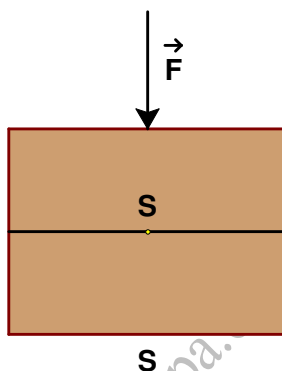
$$p = \frac{F+G}{S} \Rightarrow p = \frac{F+m \cdot g}{S} = \frac{2 \cdot 10^3 \text{ N} + 100 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} = 596200 \text{ N}.$$

- Rezultantna sila koja djeluje na sredinu stupa jednaka je zbroju sile F i polovice težine stupa G. Tlak na dnu stupa iznosi:

$$p = \frac{F + \frac{1}{2} \cdot G}{S} \Rightarrow p = \frac{F + \frac{1}{2} \cdot m \cdot g}{S} = \frac{2 \cdot 10^3 \text{ N} + \frac{1}{2} \cdot 100 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} = 498100 \text{ N}.$$

Vježba 366

Sila od 2 kN djeluje na drveni stup mase 0.1 t na način prikazan na slici. Ploština poprečnog presjeka stupa je 0.5 dm². Koliki je tlak na dnu stupa, a koliki na njegovoj sredini? (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)



Rezultat: 596200 N, 498100 N.

Zadatak 367 (Branimir, gimnazija)

Kroz horizontalnu cijev različitih poprečnih presjeka protječe voda. Poprečni je presjek užega dijela cijevi 5 cm², a širega dijela cijevi 20 cm². Kolike su brzine protjecanja vode u užemu i širemu dijelu cijevi ako je razlika statičkih tlakova $\Delta p = 3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$? Gustoća vode iznosi 1000 kg / m³.

Rješenje 367

$$S_1 = 5 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad S_2 = 20 \text{ cm}^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2, \quad \Delta p = 3 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \\ \rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad v_1 = ?, \quad v_2 = ?$$

Količinu tekućine I koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje. Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja.

Gibanje fluida je stacionarno ako kroz bilo koji poprečni presjek cijevi za jednaki vremenski interval prođe jednaki volumen fluida. Tada vrijedi jednačba kontinuiteta

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2,$$

gdje je v_1 brzina fluida kroz presjek S_1 , v_2 brzina fluida kroz presjek S_2 .

Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon u obliku Bernoullijeve jednačbe. Ona kaže da je zbroj statičkog i dinamičkog tlaka stalan.

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$

$$\left. \begin{aligned} S_1 \cdot v_1 &= S_2 \cdot v_2 \\ p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 &= p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} S_1 \cdot v_1 &= S_2 \cdot v_2 \cdot \frac{1}{S_1} \\ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 &= p_2 - p_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow [\Delta p = p_2 - p_1] \Rightarrow \\
\Rightarrow \left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{S_2}{S_1} \cdot v_2 \\ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2) &= \Delta p \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} \cdot v_2 \\ \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2) &= \Delta p \cdot \frac{2}{\rho} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_1 &= 4 \cdot v_2 \\ v_1^2 - v_2^2 &= \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\
\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow (4 \cdot v_2)^2 - v_2^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \Rightarrow 16 \cdot v_2^2 - v_2^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \Rightarrow 15 \cdot v_2^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \Rightarrow \\
\Rightarrow 15 \cdot v_2^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{\rho} \cdot \frac{1}{15} \Rightarrow v_2^2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{15 \cdot \rho} \Rightarrow v_2 = \frac{2 \cdot \Delta p}{15 \cdot \rho} \cdot \sqrt{} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{15 \cdot \rho}} = \\
= \sqrt{\frac{2 \cdot 3 \cdot 10^4 \text{ Pa}}{15 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Računamo v_1 .

$$\left. \begin{aligned} v_2 &= 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_1 &= 4 \cdot v_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_1 = 4 \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 367

Kroz horizontalnu cijev različitih poprečnih presjeka protječe voda. Poprečni je presjek užega dijela cijevi 5 cm^2 , a širega dijela cijevi 20 cm^2 . Kolike su brzine protjecanja vode u užemu i širem dijelu cijevi ako je razlika statičkih tlakova $\Delta p = 30 \text{ kPa}$? Gustoća vode iznosi 1000 kg / m^3 .

Rezultat: 2 m / s , 8 m / s .

Zadatak 368 (Pixi, gimnazija)

Prazna plastična čaša mase 100 g pliva na vodi da je $\frac{1}{4}$ volumena čaše uronjena u vodu.

Koliki se volumen ulja može uliti u čašu da ona još uvijek ne potone? Gustoća ulja iznosi 900 kg / m^3 , a gustoća vode 1000 kg / m^3 .

Rješenje 368

$$m_1 = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg} \text{ masa čaše}, \quad V_1 = \frac{1}{4} \cdot V, \quad \rho_1 = 900 \text{ kg / m}^3 \text{ gustoća ulja},$$

$$\rho = 1000 \text{ kg / m}^3 \text{ gustoća vode}, \quad V_u = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Prazna čaša mase m_1 pliva na vodi da je V_1 njezina volumena uronjeno u vodu pa je težina čaše G_1 po iznosu jednaka sili uzgona F_{uz} .

$$\begin{aligned} G_1 = F_{uz} &\Rightarrow F_{uz} = G_1 \Rightarrow \rho \cdot g \cdot V_1 = m_1 \cdot g \Rightarrow \rho \cdot g \cdot \frac{1}{4} \cdot V = m_1 \cdot g \Rightarrow \\ &\Rightarrow \rho \cdot g \cdot \frac{1}{4} \cdot V = m_1 \cdot g \quad / \cdot \frac{4}{\rho \cdot g} \Rightarrow V = \frac{4 \cdot m_1}{\rho} = \frac{4 \cdot 0.1 \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3. \end{aligned}$$

Izračunali smo volumen čaše V .

Kada u praznu čašu ulijemo ulje volumena V_u ona još uvijek neće potonuti ako je zbroj težina čaše G_1 i ulja G jednak po iznosu sili uzgona F_{uz} .

$$\begin{aligned} G_1 + G = F_{uz} &\Rightarrow m_1 \cdot g + \rho_1 \cdot V_u \cdot g = \rho \cdot g \cdot V \Rightarrow m_1 \cdot g + \rho_1 \cdot V_u \cdot g = \rho \cdot g \cdot V \quad / \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_1 + \rho_1 \cdot V_u = \rho \cdot V \Rightarrow \rho_1 \cdot V_u = \rho \cdot V - m_1 \Rightarrow \rho_1 \cdot V_u = \rho \cdot V - m_1 \quad / \cdot \frac{1}{\rho_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow V_u = \frac{\rho \cdot V - m_1}{\rho_1} = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 - 0.1 \text{ kg}}{900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 3.33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 33.3 \text{ dm}^3. \end{aligned}$$

Vježba 368

Prazna plastična čaša mase 10 dag pliva na vodi da je $\frac{1}{4}$ volumena čaše uronjena u vodu.

Koliki se volumen ulja može uliti u čašu da ona još uvijek ne potone? Gustoća ulja iznosi $900 \text{ kg} / \text{m}^3$, a gustoća vode $1000 \text{ kg} / \text{m}^3$.

Rezultat: 33.3 dm^3 .

Zadatak 369 (Marijana, maturantica)

Tijelo je potpuno uronjeno u vodu. Izračunajte gustoću tijela volumena 3800 cm^3 , ako izmjerena težina tijela u vodi iznosi 95 N . (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m} / \text{s}^2$, gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$.)

$$A. 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad B. 3500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad C. 0.35 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad D. 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad E. 1.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Rješenje 369

$$V = 3800 \text{ cm}^3 = 3.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad G_v = 95 \text{ N}, \quad g = 10 \text{ m} / \text{s}^2, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3, \\ \rho = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom

Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Težina tijela G_v u vodi jednaka je razlici težine tijela G u zraku i sile uzgona F_{uz} vode.

$$\begin{aligned} G_v &= G - F_{uz} \Rightarrow G - F_{uz} = G_v \Rightarrow G = G_v + F_{uz} \Rightarrow m \cdot g = G_v + \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow \\ \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{masa tijela} \\ m = \rho \cdot V \end{array} \right] &\Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = G_v + \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow \rho \cdot V \cdot g = G_v + \rho_v \cdot g \cdot V \cdot \frac{1}{V \cdot g} \Rightarrow \\ \Rightarrow \rho &= \frac{G_v}{V \cdot g} + \frac{\rho_v \cdot g \cdot V}{V \cdot g} \Rightarrow \rho = \frac{G_v}{V \cdot g} + \frac{\rho_v \cdot g \cdot V}{V \cdot g} \Rightarrow \rho = \frac{G_v}{V \cdot g} + \rho_v = \\ &= \frac{95 \text{ N}}{3.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 369

Tijelo je potpuno uronjeno u vodu. Izračunajte gustoću tijela volumena 3.8 dm^3 , ako izmjerena težina tijela u vodi iznosi 0.095 kN . (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$, gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$.)

- A. $2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ B. $3500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ C. $0.35 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ D. $2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ E. $1.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Rezultat: B.

Zadatak 370 (Marijana, maturantica)

Čovjek mase 70 kg skočio je u vodu na noge s visine od 5 m iznad površine vode te se zaustavio u vodi na dubini od 2 m . Odredite ukupnu silu koja je zaustavila skakača pod pretpostavkom da je otpor zraka zanemariv. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A. 4900 N B. 2450 N C. 3500 N D. 1750 N E. 3150 N

Rješenje 370

$$m = 70 \text{ kg}, \quad h = 5 \text{ m}, \quad s = 2 \text{ m}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad F = ?$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Na tijelo u vodi djeluju sila teža G i sila uzgona F koje imaju suprotan smjer. Njihova rezultanta

$$F_r = F - G$$

je sila koja zaustavlja skakača pod vodom. Zato je promjena gravitacijske potencijalne energije čovjeka koji je skočio s visine h jednaka obavljenom radu zaustavne sile F_r na putu s pod vodom.

$$E_{gp} = W_r \Rightarrow E_{gp} = F_r \cdot s \Rightarrow m \cdot g \cdot h = (F - G) \cdot s \Rightarrow (F - G) \cdot s = m \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (F - G) \cdot s = m \cdot g \cdot h \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow F - G = \frac{m \cdot g \cdot h}{s} \Rightarrow F = \frac{m \cdot g \cdot h}{s} + G \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \frac{m \cdot g \cdot h}{s} + m \cdot g \Rightarrow F = m \cdot g \cdot \left(\frac{h}{s} + 1 \right) = 70 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(\frac{5 \text{ m}}{2 \text{ m}} + 1 \right) = 2450 \text{ N}.$$

Odgovor je pod B

Vježba 370

Čovjek mase 70 kg skočio je u vodu na noge s visine od 50 dm iznad površine vode te se zaustavio u vodi na dubini od 20 dm. Odredite ukupnu silu koja je zaustavila skakača pod pretpostavkom da je otpor zraka zanemariv. (ubrzanje slobodnog pada $g = 10 \text{ m/s}^2$)

- A. 4900 N B. 2450 N C. 3500 N D. 1750 N E. 3150 N

Rezultat: B.

Zadatak 371 (Ante, srednja škola)

Kroz uži dio horizontalno položene cijevi polumjera 1 cm teče voda brzinom 2 m/s pri statičkome tlaku $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Koliki je statički tlak u širem dijelu te cijevi polumjera 1.73 cm? Gustoća vode je 1000 kg/m^3 .

Rješenje 371

$$r_1 = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad v_1 = 2 \text{ m/s}, \quad p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad r_2 = 1.73 \text{ cm} = 0.0173 \text{ m}, \\ \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad p_2 = ?$$

Količinu tekućine I koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje. Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja.

Gibanje fluida je stacionarno ako kroz bilo koji poprečni presjek cijevi za jednaki vremenski interval prođe jednaki volumen fluida. Tada vrijedi jednačba kontinuiteta

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2,$$

gdje je v_1 brzina fluida kroz presjek S_1 , v_2 brzina fluida kroz presjek S_2 .

Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon u obliku Bernoullijeve jednačbe. Ona kaže da je zbroj statičkog i dinamičkog tlaka stalan.

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$

Ploština kruga polumjera r iznosi:

$$S = r^2 \cdot \pi.$$

Najprije odredimo brzinu vode v_2 u širem dijelu cijevi.

$$\begin{aligned} S_1 \cdot v_1 &= S_2 \cdot v_2 \Rightarrow S_2 \cdot v_2 = S_1 \cdot v_1 \Rightarrow S_2 \cdot v_2 = S_1 \cdot v_1 \cdot \frac{1}{S_2} \Rightarrow v_2 = \frac{S_1}{S_2} \cdot v_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_2 = \frac{r_1^2 \cdot \pi}{r_2^2 \cdot \pi} \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \cdot v_1. \end{aligned}$$

Statički tlak p_2 iznosi:

$$\begin{aligned} p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 &= p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow p_2 &= p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2) \Rightarrow \left[v_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \cdot v_1 \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow p_2 &= p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left(v_1^2 - \left(\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \cdot v_1 \right)^2 \right) \Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left(v_1^2 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^4 \cdot v_1^2 \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^4 \right) = \\ &= 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} + \frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{0.01 \text{ m}}{0.0173 \text{ m}} \right)^4 \right) = 201776.72 \text{ Pa}. \end{aligned}$$

Vježba 371

Kroz uži dio horizontalno položene cijevi polumjera 0.1 dm teče voda brzinom 2 m / s pri statičkome tlaku 200 kPa. Koliki je statički tlak u širem dijelu te cijevi polumjera 1.73 cm? Gustoća vode je 1000 kg / m³.

Rezultat: 201776.72 Pa.

Zadatak 372 (Antun, srednja škola)

Kroz cijev promjera 5 cm protječe voda 7 m³ / h. Kolika je brzina vode?

- A. 0.01 m / s B. 0.1 m / s C. 1 m / s D. 10 m / s E. 100 m / s

Rješenje 372

$$2 \cdot r = 5 \text{ cm} \Rightarrow r = 2.5 \text{ cm} = 0.025 \text{ m}, \quad q = 7 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} = \frac{7}{3600} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}, \quad v = ?$$

Ploština kruga polumjera r iznosi:

$$S = r^2 \cdot \pi.$$

Jakost toka ili volumni protok fluida određuje se izrazom

$$q = \frac{V}{t} = S \cdot v,$$

gdje je V volumen koji je protekao površinom presjeka S u vremenu t srednjom brzinom v .

$$\begin{aligned} q = S \cdot v \Rightarrow S \cdot v = q \Rightarrow S \cdot v = q \cdot \frac{1}{S} \Rightarrow v = \frac{q}{S} \Rightarrow \left[S = r^2 \cdot \pi \right] \Rightarrow v = \frac{q}{r^2 \cdot \pi} = \\ = \frac{7 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{(0.025 \text{ m})^2 \cdot \pi} = 0.99 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 372

Kroz cijev promjera 50 mm protječe voda $7 \text{ m}^3 / \text{h}$. Kolika je brzina vode?

- A. 0.01 m/s B. 0.1 m/s C. 1 m/s D. 10 m/s E. 100 m/s

Rezultat: C.

Zadatak 373 (Goran, tehnička škola)

Parafinska ploča, debljine 10 cm, pluta na vodi. Do koje dubine ploča uranja, ako je gustoća parafina 800 kg/m^3 ? (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 373

$$d = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad \rho = 800 \text{ kg/m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad x = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

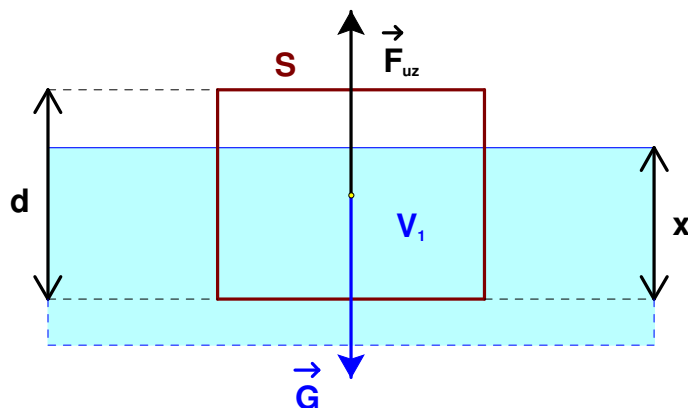
Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Obujam (volumen) prizme s bazom (osnovkom) ploštine S i visinom v iznosi:

$$V = S \cdot v.$$



Budući da parafinska ploča pluta na vodi, sila uzgona F_{uz} po iznosi jednaka je sili teži G .

$$F_{uz} = G \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V_1 = m \cdot g \Rightarrow \rho_v \cdot g \cdot V_1 = m \cdot g \cdot \frac{1}{g} \Rightarrow \rho_v \cdot V_1 = m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_v \cdot V_1 = \rho \cdot V \Rightarrow \rho_v \cdot S \cdot x = \rho \cdot S \cdot d \Rightarrow \rho_v \cdot S \cdot x = \rho \cdot S \cdot d \cdot \frac{1}{\rho_v \cdot S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{\rho \cdot d}{\rho_v} = \frac{800 \frac{kg}{m^3} \cdot 0.1 m}{1000 \frac{kg}{m^3}} = 0.08 m = 8 cm.$$

Vježba 373

Parafinska ploča, debljine 1 dm, pluta na vodi. Do koje dubine ploča uranja, ako je gustoća parafina 800 kg/m^3 ? (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 8 cm.

Zadatak 374 (Sanja, srednja škola)

U vodi, na dubini 1 m, nalazi se mjehurić zraka oblika kuglice. Na kojoj je dubini polumjer mjehurića dvostruko manji, ako zanemarimo promjenu temperature s dubinom? Atmosferski tlak je $1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

- A. 2 m B. 80 m C. 8 m D. 16 m E. 200 m

Rješenje 374

$$h_1 = 1 \text{ m}, \quad r_1 = 2 \cdot r_2, \quad p_0 = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2,$$

$$h_2 = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. Djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ . Jednak je na svim mjestima na istoj dubini i djeluje jednako u svim smjerovima.

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle – Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

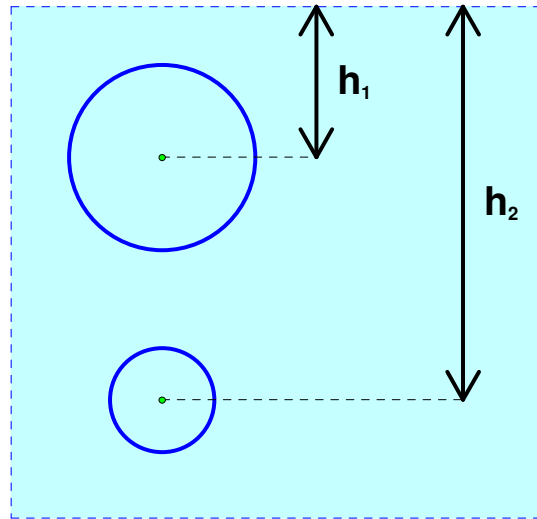
Iz formule vidi se da su tlak i volumen obrnuto razmjerne veličine (koliko se puta tlak poveća, toliko se puta volumen smanji; koliko se puta tlak smanji, toliko se puta volumen poveća).

Obujam kugle

Obujam (volumen) kugle polumjera r iznosi:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Atmosferski tlak nastaje u atmosferi zbog težine čestica zraka i njihova djelovanja na tijela koja se nalaze u atmosferi. Atmosferski tlak je najveći na razini mora jer je tada stupac zraka iznad nas najviši.



Iznos hidrostatskog tlaka na nekoj dubini možemo dobiti tako da ga uvećamo za iznos vanjskog tlaka, a to je najčešće za iznos atmosferskog tlaka.

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} p_1 &= p_o + \rho \cdot g \cdot h_1, & V_1 &= \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi \\ p_2 &= p_o + \rho \cdot g \cdot h_2, & V_2 &= \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{izotermno stanje} \\ p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \end{array} \right] \Rightarrow \\
 & \Rightarrow (p_o + \rho \cdot g \cdot h_1) \cdot \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi = (p_o + \rho \cdot g \cdot h_2) \cdot \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \Rightarrow \\
 & \Rightarrow (p_o + \rho \cdot g \cdot h_1) \cdot \frac{4}{3} \cdot r_1^3 \cdot \pi = (p_o + \rho \cdot g \cdot h_2) \cdot \frac{4}{3} \cdot r_2^3 \cdot \pi \cdot \frac{3}{4 \cdot \pi} \Rightarrow \\
 & \Rightarrow (p_o + \rho \cdot g \cdot h_1) \cdot r_1^3 = (p_o + \rho \cdot g \cdot h_2) \cdot r_2^3 \Rightarrow [r_1 = 2 \cdot r_2] \Rightarrow \\
 & \Rightarrow (p_o + \rho \cdot g \cdot h_1) \cdot (2 \cdot r_2)^3 = (p_o + \rho \cdot g \cdot h_2) \cdot r_2^3 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow (p_o + \rho \cdot g \cdot h_1) \cdot 8 \cdot r_2^3 = (p_o + \rho \cdot g \cdot h_2) \cdot r_2^3 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow (p_o + \rho \cdot g \cdot h_1) \cdot 8 \cdot r_2^3 = (p_o + \rho \cdot g \cdot h_2) \cdot r_2^3 \cdot \frac{1}{r_2} \Rightarrow (p_o + \rho \cdot g \cdot h_1) \cdot 8 = p_o + \rho \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow 8 \cdot p_o + 8 \cdot \rho \cdot g \cdot h_1 = p_o + \rho \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow p_o + \rho \cdot g \cdot h_2 = 8 \cdot p_o + 8 \cdot \rho \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \rho \cdot g \cdot h_2 = 8 \cdot p_o + 8 \cdot \rho \cdot g \cdot h_1 - p_o \Rightarrow \rho \cdot g \cdot h_2 = 7 \cdot p_o + 8 \cdot \rho \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \rho \cdot g \cdot h_2 = 7 \cdot p_o + 8 \cdot \rho \cdot g \cdot h_1 \cdot \frac{1}{\rho \cdot g} \Rightarrow h_2 = \frac{7 \cdot p_o + 8 \cdot \rho \cdot g \cdot h_1}{\rho \cdot g} =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{7 \cdot 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa} + 8 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 80 \text{ m.}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 374

U vodi, na dubini 100 cm, nalazi se mjehurić zraka oblika kuglice. Na kojoj je dubini polumjer mjehurića dvostruko manji, ako zanemarimo promjenu temperature s dubinom? Atmosferski tlak je $1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

- A. 2 m B. 80 m C. 8 m D. 16 m E. 200 m

Rezultat: B.

Zadatak 375 (Laura, gimnazija)

Koliki je unutarnji promjer cijevi kroz koju protječe 50 litara vode u minuti brzinom $2.5 \text{ m} / \text{s}$?

- A. 1.57 cm B. 1.98 cm C. 2.06 cm D. 3.14 cm E. 5.02 cm

Rješenje 375

$$I = 50 \frac{\text{L}}{\text{min}} = 50 \frac{\text{dm}^3}{60 \text{ s}} = \frac{5}{6} \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}, \quad v = 2.5 \text{ m} / \text{s}, \quad d = ?$$

Količinu tekućine I koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje. Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja.

Ploština kruga promjera d iznosi:

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}.$$

$$\left. \begin{array}{l} S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \\ I = S \cdot v \end{array} \right\} \Rightarrow I = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v \Rightarrow \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v = I \Rightarrow \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot v = I \cdot \frac{4}{\pi \cdot v} \Rightarrow d^2 = \frac{4 \cdot I}{\pi \cdot v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d^2 = \frac{4 \cdot I}{\pi \cdot v} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4 \cdot I}{\pi \cdot v}} \Rightarrow d = 2 \cdot \sqrt{\frac{I}{\pi \cdot v}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{\frac{5}{6} \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{\pi \cdot 2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} = 0.0206 \text{ m} = 2.06 \text{ cm.}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 375

Koliki je unutarnji promjer cijevi kroz koju protječe 0.5 hl vode u minuti brzinom $9 \text{ km} / \text{h}$?

- A. 1.57 cm B. 1.98 cm C. 2.06 cm D. 3.14 cm E. 5.02 cm

Rezultat: C.

Zadatak 376 (Krešimir, srednja škola)

Kroz cijev promjera 10 cm struji voda brzinom od $2.5 \text{ m} / \text{s}$. Odredi promjer cijevi koju treba dodati da bi u njoj brzina strujanja bila $1 \text{ m} / \text{s}$ (zanemarimo otpor).

- A. 15.8 cm B. 16.9 cm C. 4 cm D. 12.1 cm E. 1.5 cm

Rješenje 376

$$d_1 = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad v_1 = 2.5 \text{ m} / \text{s}, \quad v_2 = 1 \text{ m} / \text{s}, \quad d_2 = ?$$

Količinu tekućine I koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost

struje. Ona iznosi

$$I = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja.

Ploština kruga promjera d iznosi:

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}.$$

$$\begin{aligned} I_1 = I_2 &\Rightarrow S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow \frac{d_1^2}{4} \cdot v_1 = \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \cdot v_2 \Rightarrow \frac{d_1^2}{4} \cdot v_1 = \frac{d_2^2 \cdot \pi}{4} \cdot v_2 \cdot \frac{4}{\pi} \Rightarrow \\ &\Rightarrow d_1^2 \cdot v_1 = d_2^2 \cdot v_2 \Rightarrow d_2^2 \cdot v_2 = d_1^2 \cdot v_1 \Rightarrow d_2^2 \cdot v_2 = d_1^2 \cdot v_1 \cdot \frac{1}{v_2} \Rightarrow d_2^2 = d_1^2 \cdot \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow d_2^2 = d_1^2 \cdot \frac{v_1}{v_2} \cdot \sqrt{} \Rightarrow d_2 = \sqrt{d_1^2 \cdot \frac{v_1}{v_2}} \Rightarrow d_2 = d_1 \cdot \sqrt{\frac{v_1}{v_2}} = 0.1 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} = 0.158 \text{ m} = 15.8 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 376

Kroz cijev promjera 1 dm struji voda brzinom od 25 dm / s. Odredi promjer cijevi koju treba dodati da bi u njoj brzina strujanja bila 1 m / s (zanemarimo otpor).

- A. 15.8 cm B. 16.9 cm C. 4 cm D. 12.1 cm E. 1.5 cm

Rezultat: A.

Zadatak 377 (Krešimir, srednja škola)

Komad aluminija obješen je na niti i zatim potpuno uronjen u posudu s vodom. Ako je masa aluminija 1 kg, a njegova gustoća 2700 kg / m³, koliki je omjer napetosti niti prije i poslije uranjanja? (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3$)

- A. 2.7 B. 1 C. 3.7 D. 1.59 E. 9.81

Rješenje 377

$$m = 1 \text{ kg}, \quad \rho = 2700 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad \frac{N_1}{N_2} = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (kvocijenta) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u

tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Napetost niti:

- prije uranjanja u vodu je

$$N_1 = G \Rightarrow N_1 = m \cdot g \Rightarrow N_1 = \rho \cdot V \cdot g$$

- poslije uranjanja u vodu je

$$N_2 = G - F_{uz} \Rightarrow N_2 = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow N_2 = \rho \cdot V \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow N_2 = V \cdot g \cdot (\rho - \rho_v).$$

Računamo omjer:

$$\begin{aligned} \frac{N_1}{N_2} &= \frac{\rho \cdot V \cdot g}{V \cdot g \cdot (\rho - \rho_v)} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{V \cdot g \cdot (\rho - \rho_v)} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{\rho}{\rho - \rho_v} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = 1.59. \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 377

Komad aluminija obješen je na niti i zatim potpuno uronjen u posudu s vodom. Ako je masa aluminija 100 dag, a njegova gustoća 2700 kg / m^3 , koliki je omjer napetosti niti prije i poslije uranjanja? (gustoća vode $\rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3$)

- A. 2.7 B. 1 C. 3.7 D. 1.59 E. 9.81

Rezultat: D.

Zadatak 378 (Enka, gimnazija)

Homogeno tijelo volumena 100 cm^3 napravljeno je od tvari gustoće 3000 kg / m^3 . Tijelo pustimo u posudu s vodom čija je gustoća 1000 kg / m^3 . Kolika je akceleracija tijela pri padanju kroz vodu? Volumen tijela se ne mijenja i zanemarimo otpor pri padanju. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 378

$$V = 100 \text{ cm}^3 = 10^{-4} \text{ m}^3, \quad \rho = 3000 \text{ kg / m}^3, \quad \rho_v = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \\ a = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma (volumena):

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Akceleracija kojom tijela padaju na Zemlju naziva se akceleracijom slobodnog pada. Prema drugom Newtonovu poučku

$$G = m \cdot g,$$

gdje je G sila teža, m masa tijela i g akceleracija slobodnog pada koja je za sva tijela na istome mjestu na Zemlji jednaka. Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Uzgon je sila usmjerena prema površini tekućine, a iznos te sile jednak je težini tekućine koju je tijelo istisnulo svojim obujmom. Za uzgon vrijedi Arhimedov zakon:

$$F_{uz} = \rho_t \cdot g \cdot V,$$

gdje je ρ_t gustoća tekućine, g ubrzanje sile teže, V obujam uronjenog dijela tijela. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela

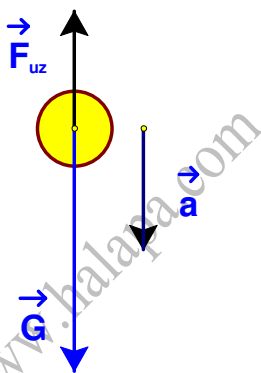
uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Budući da je trenje zanemareno, tijelo će se gibati pod djelovanjem rezultantne sile, sile teže G i njoj suprotne sile uzgona F_{uz} .

$$\begin{aligned} F &= G - F_{uz} \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V \Rightarrow m \cdot a = m \cdot g - \rho_v \cdot g \cdot V \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow \\ \Rightarrow a &= g - \frac{\rho_v \cdot g \cdot V}{m} \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow a = g - \frac{\rho_v \cdot g \cdot V}{\rho \cdot V} \Rightarrow a = g - \frac{\rho_v \cdot g \cdot V}{\rho \cdot V} \Rightarrow \\ \Rightarrow a &= g - \frac{\rho_v \cdot g}{\rho} \Rightarrow a = g \cdot \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho}\right) = 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(1 - \frac{1000 \frac{kg}{m^3}}{3000 \frac{kg}{m^3}}\right) = 6.54 \frac{m}{s^2}. \end{aligned}$$



Vježba 378

Homogeno tijelo volumena 50 cm^3 napravljeno je od tvari gustoće 3000 kg / m^3 . Tijelo pustimo u posudu s vodom čija je gustoća 1000 kg / m^3 . Kolika je akceleracija tijela pri padanju kroz vodu? Volumen tijela se ne mijenja i zanemarimo otpor pri padanju. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rezultat: 6.54 m / s^2 .

Zadatak 379 (Enka, gimnazija)

Kroz horizontalno položenu cijev koja se sužava protječe voda. Promjer šireg dijela cijevi je 8 cm , a užeg 4 cm . Razlika statičkih tlakova između užeg i šireg dijela cijevi iznosi $2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Koliko litara vode prostruji kroz cijev u jednoj sekundi? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$)

Rješenje 379

$$2 \cdot r_1 = 8 \text{ cm} \Rightarrow r_1 = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}, \quad 2 \cdot r_2 = 4 \text{ cm} \Rightarrow r_2 = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m},$$

$$\Delta p = 2 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad \rho = 1000 \text{ kg / m}^3, \quad q = ?$$

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3, \quad 1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ dm}^3.$$

Ploština kruga polumjera r dana je formulom

$$S = r^2 \cdot \pi.$$

Količinu tekućine q koja prođe u jedinici vremena s nekim presjekom cijevi površine S zovemo jakost struje. Ona iznosi

$$q = S \cdot v,$$

gdje je v brzina protjecanja.

Gibanje fluida je stacionarno ako kroz bilo koji poprečni presjek cijevi za jednaki vremenski interval prođe jednaki volumen fluida. Tada vrijedi jednačba kontinuiteta

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2,$$

gdje je v_1 brzina fluida kroz presjek S_1 , v_2 brzina fluida kroz presjek S_2 .

Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon u obliku Bernoullijeve jednačbe. Ona kaže da je zbroj statičkog i dinamičkog tlaka stalan.

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$

Budući da je tok stacionaran, mora biti:

$$\left. \begin{array}{l} q = S_1 \cdot v_1 \\ q = S_2 \cdot v_2 \\ p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} S_1 \cdot v_1 = q \\ S_2 \cdot v_2 = q \\ p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} S_1 \cdot v_1 = q \quad /: S_1 \\ S_2 \cdot v_2 = q \quad /: S_2 \\ p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_1 = \frac{q}{S_1} \\ v_2 = \frac{q}{S_2} \\ p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \end{array} \right\} \Rightarrow [\Delta p = p_1 - p_2] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_1 = \frac{q}{S_1} \\ v_2 = \frac{q}{S_2} \\ \Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left(\left(\frac{q}{S_2} \right)^2 - \left(\frac{q}{S_1} \right)^2 \right) \Rightarrow \Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \left(\frac{q^2}{S_2^2} - \frac{q^2}{S_1^2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot q^2 \cdot \left(\frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2} \right) \Rightarrow \Delta p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot q^2 \cdot \frac{S_1^2 - S_2^2}{S_1^2 \cdot S_2^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot q^2 \cdot \frac{S_1^2 - S_2^2}{S_1^2 \cdot S_2^2} = \Delta p \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot q^2 \cdot \frac{S_1^2 - S_2^2}{S_1^2 \cdot S_2^2} = \Delta p \quad /: \frac{2 \cdot S_1^2 \cdot S_2^2}{\rho \cdot (S_1^2 - S_2^2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q^2 = \frac{2 \cdot \Delta p \cdot S_1^2 \cdot S_2^2}{\rho \cdot (S_1^2 - S_2^2)} \Rightarrow q^2 = \frac{2 \cdot \Delta p \cdot S_1^2 \cdot S_2^2}{\rho \cdot (S_1^2 - S_2^2)} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow q = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p \cdot S_1^2 \cdot S_2^2}{\rho \cdot (S_1^2 - S_2^2)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = S_1 \cdot S_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot (S_1^2 - S_2^2)}} \Rightarrow q = r_1^2 \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot \left((r_1^2 \cdot \pi)^2 - (r_2^2 \cdot \pi)^2 \right)}} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow q &= (r_1 \cdot r_2)^2 \cdot \pi^2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot (r_1^4 \cdot \pi^2 - r_2^4 \cdot \pi^2)}} \Rightarrow q = (r_1 \cdot r_2)^2 \cdot \pi^2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot \pi^2 \cdot (r_1^4 - r_2^4)}} \Rightarrow \\ \Rightarrow q &= (r_1 \cdot r_2)^2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot (r_1^4 - r_2^4)}} \Rightarrow q = (r_1 \cdot r_2)^2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot (r_1^4 - r_2^4)}} \Rightarrow \\ \Rightarrow q &= (r_1 \cdot r_2)^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho \cdot (r_1^4 - r_2^4)}} = \\ &= (0.04 \text{ m} \cdot 0.02 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^4 \text{ Pa}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot ((0.04 \text{ m})^4 - (0.02 \text{ m})^4)}} = \\ &= 8.21 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 8.21 \cdot 10^{-3} \frac{10^3 \text{ dm}^3}{\text{s}} = 8.21 \frac{\text{dm}^3}{\text{s}} = 8.21 \frac{\text{L}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 379

Kroz horizontalno položenu cijev koja se sužava protječe voda. Promjer šireg dijela cijevi je 0.8 dm, a užeg 0.4 dm. Razlika statičkih tlakova između užeg i šireg dijela cijevi iznosi 20 kPa. Koliko litara vode prostruji kroz cijev u jednoj sekundi? (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$)

Rezultat: 8.21 L / s.

Zadatak 380 (Enka, gimnazija)

Kroz horizontalno položen cjevovod protječe 0.5 litara vode u sekundi. Ploštine poprečnih presjeka na dva promatrana mjesta u cjevovodu su 5 cm^2 i 1 cm^2 . Gustoća vode je $1000 \text{ kg} / \text{m}^3$. Koliki se rad obavi protjecanjem vode između ta dva mjesta u minuti?

Rješenje 380

$$q = 0.5 \text{ L} / \text{s} = 0.5 \text{ dm}^3 / \text{s} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 / \text{s}, \quad S_1 = 5 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \\ S_2 = 1 \text{ cm}^2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad \rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3, \quad t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad W = ?$$

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3, \quad 1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ dm}^3.$$

Protokom volumena V tekućine od mjesta s tlakom p_1 do mjesta s tlakom p_2 obavi se rad:

$$W = (p_1 - p_2) \cdot V.$$

Jakost toka ili volumni protok fluida određuje se izrazom

$$q = \frac{V}{t} \Rightarrow V = q \cdot t,$$

gdje je V volumen koji je protekao površinom presjeka u vremenu t srednjom brzinom.

Gibanje fluida je stacionarno ako kroz bilo koji poprečni presjek cijevi za jednaki vremenski interval prođe jednaki volumen fluida. Tada vrijedi jednadžba kontinuiteta

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2,$$

gdje je v_1 brzina fluida kroz presjek S_1 , v_2 brzina fluida kroz presjek S_2 .

Za stacionarni tok idealne tekućine u horizontalnoj cijevi vrijedi zakon u obliku Bernoullijeve jednadžbe. Ona kaže da je zbroj statičkog i dinamičkog tlaka stalan.

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2.$$

Budući da je tok stacionaran, vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} q = S_1 \cdot v_1 \\ q = S_2 \cdot v_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} S_1 \cdot v_1 = q \\ S_2 \cdot v_2 = q \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} S_1 \cdot v_1 = q \text{ } /: S_1 \\ S_2 \cdot v_2 = q \text{ } /: S_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_1 = \frac{q}{S_1} \\ v_2 = \frac{q}{S_2} \end{array} \right\}.$$

Računamo rad W.

$$\left. \begin{array}{l} V = q \cdot t \\ W = (p_1 - p_2) \cdot V \end{array} \right\} \Rightarrow W = (p_1 - p_2) \cdot q \cdot t.$$

Iz Bernoullijeve jednadžbe dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 \\ W = (p_1 - p_2) \cdot q \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 \\ W = (p_1 - p_2) \cdot q \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) \\ W = (p_1 - p_2) \cdot q \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) \cdot q \cdot t \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot q \cdot t \cdot (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} v_1 = \frac{q}{S_1} \\ v_2 = \frac{q}{S_2} \end{array} \right] \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot q \cdot t \cdot \left(\left(\frac{q}{S_2} \right)^2 - \left(\frac{q}{S_1} \right)^2 \right) \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot q \cdot t \cdot \left(\frac{q^2}{S_2^2} - \frac{q^2}{S_1^2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot q \cdot t \cdot q^2 \cdot \left(\frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2} \right) \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot q^3 \cdot t \cdot \left(\frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot q^3 \cdot t \cdot \frac{S_1^2 - S_2^2}{S_1^2 \cdot S_2^2} \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot q^3 \cdot t \cdot \frac{S_1^2 - S_2^2}{(S_1 \cdot S_2)^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right)^3 \cdot 60 \text{ s} \cdot \frac{\left(5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \right)^2 - \left(1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \right)^2}{\left(5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \right)^2} = 360 \text{ J}.$$



Vježba 380

Kroz horizontalno položen cjevovod protječe 5 dl vode u sekundi. Ploštine poprečnih presjeka na dva promatrana mjesta u cjevovodu su 5 cm² i 1 cm². Gustoća vode je 1000 kg / m³. Koliki se rad obavi protjecanjem vode između ta dva mjesta u minuti?

Rezultat: 360 J.