

Zadatak 001 (Tanja, medicinska škola)

U žarulji je temperatura plina 20 °C. Kada je upaljena, udvostruči se tlak plina. Kolika je temperatura plina u tom slučaju?

Rješenje 001

Plin se nalazi u žarulji pa je volumen stalan (izohorna promjena). Vrijedi Charlesov zakon!
 $t_1 = 20\text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273\text{ K} + 20\text{ K} = 293\text{ K}$, $p_2 = 2 \cdot p_1$, $t_2 = ?$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_1 \cdot T_2 = p_2 \cdot T_1 \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 \cdot T_1}{p_1} = \frac{2 \cdot p_1 \cdot 293\text{ K}}{p_1} = \left[\text{kratimo s } p_1 \right] = 586\text{ K}.$$

$$t_2 = T_2 - 273\text{ K} = 586\text{ K} - 273\text{ K} = 313\text{ °C}.$$

Temperatura plina je 313 °C.

Vježba 001

U žarulji je temperatura plina 30 °C. Kada je upaljena, utrostruči se tlak plina. Kolika je temperatura plina u tom slučaju?

Rezultat: 636 °C.

Zadatak 002 (Denis, gimnazija)

Koliko se puta poveća tlak plina u balonu električne žarulje ako se poslije uključivanja temperatura plina povisila s 15 °C na 303 °C?

Rješenje 002

Plin se nalazi u žarulji pa je volumen stalan (izohorna promjena). Vrijedi Charlesov zakon!

$$t_1 = 15\text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273\text{ K} + 15\text{ K} = 288\text{ K}, \quad t_2 = 303\text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273\text{ K} + 303\text{ K} = 576\text{ K}, \quad \frac{p_2}{p_1} = ?$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_1 \cdot T_2 = p_2 \cdot T_1 \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{576\text{ K}}{288\text{ K}} = 2.$$

Tlak se poveća 2 puta.

Vježba 002

Koliko se puta poveća tlak plina u balonu električne žarulje ako se poslije uključivanja temperatura plina povisila s 20 °C na 313 °C?

Rezultat: 2 puta.

Zadatak 003 (Lidija, medicinska škola)

Koliko litara vode temperature 30 °C treba uliti u posudu koja sadrži 10 litara vode temperature 100 °C da bi smjesa imala temperaturu 40 °C?

Rješenje 003

Koristimo Richmannov zakon smjese (jednadžbu toplinske ravnoteže).

$$t_1 = 30\text{ °C}, \quad m_2 = 10\text{ l} = 10\text{ kg}, \quad t_2 = 100\text{ °C}, \quad t = 40\text{ °C}, \quad m_1 = ?$$

Za kemijski čistu vodu približno vrijedi: $1\text{ l} \approx 1\text{ dm}^3 \approx 1\text{ kg}$. Budući da imamo samo vodu, specifični toplinski kapacitet će se pokratiti!

$$m_1 \cdot c \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c \cdot (t_2 - t) \quad / : c \Rightarrow m_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot (t_2 - t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{m_2 \cdot (t_2 - t)}{t - t_1} = \frac{10\text{ kg} \cdot (100\text{ °C} - 40\text{ °C})}{40\text{ °C} - 30\text{ °C}} = \frac{10\text{ kg} \cdot 60\text{ °C}}{10\text{ °C}} = 60\text{ kg}$$

Treba uliti 60 kg vode ili 60 litara.

Vježba 003

Koliko litara vode temperature 40 °C treba uliti u posudu koja sadrži 40 litara vode temperature 100 °C da bi smjesa imala temperaturu 50 °C?

Rezultat: 200 l.

Zadatak 004 (Krešo, gimnazija)

Željeznu kocku vučemo po vodoravnoj podlozi na putu 100 m i pola razvijene topline prenosi se na kocku, a pola na podlogu. Za koliko će porasti temperatura kocke ako je koeficijent trenja 0.2, a specifični toplinski kapacitet željeza 460 J/(kg K)?

Rješenje 004

$$s = 100 \text{ m}, \quad \mu = 0.2, \quad c = 460 \text{ J/(kg K)}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \Delta t = ?$$

Kad željeznu kocku vučemo po vodoravnoj podlozi zbog trenja razvija se toplina:

$$W = F_{tr} \cdot s = \mu \cdot G \cdot s = \mu \cdot m \cdot g \cdot s.$$

Budući da se pola topline prenosi na kocku, temperatura kocke porast će:

$$\frac{1}{2} \cdot \mu \cdot m \cdot g \cdot s = m \cdot c \cdot \Delta t \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow \mu \cdot g \cdot s = 2 \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\mu \cdot g \cdot s}{2 \cdot c} = \frac{0.2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m}}{2 \cdot 460 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 0.21 \text{ K}.$$

Vježba 004

Željeznu kocku vučemo po vodoravnoj podlozi na putu 100 m i pola razvijene topline prenosi se na kocku, a pola na podlogu. Za koliko će porasti temperatura kocke ako je koeficijent trenja 0.4, a specifični toplinski kapacitet željeza 460 J/(kg K)?

Rezultat: 0.43 K.

Zadatak 005 (Ana, gimnazija)

U kalorimetar u kojem se nalazi 2 kg leda na temperaturi -5°C stavi se 0.2 kg vode na temperaturi 5°C . Kolika će biti masa leda u kalorimetru kada se uspostavi ravnoteža? (Specifični toplinski kapacitet leda je $2.1 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Specifični toplinski kapacitet vode je $4.19 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, a specifična toplina taljenja leda $3.33 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1}$.)

A. 1.95 kg

B. 2.05 kg

C. 2.2 kg

D. 1.85 kg

E. 2.15 kg

Rješenje 005

$$m_1 = 2 \text{ kg}, \quad t_1 = -5^\circ\text{C}, \quad m_2 = 0.2 \text{ kg}, \quad t_2 = 5^\circ\text{C}, \quad c_1 = 2.1 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}, \\ c_2 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}, \quad \lambda_1 = 3.33 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1}, \quad m = ?$$

Proces otapanja leda sastoji se od dva koraka. Navedimo ih redom: zagrijavanje leda do 0°C i taljenje. Tako će se izraz za energiju potrebnu da se led otopi u vodu sastojati od dva dijela:

$$Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot (0 - t_1) + m_1 \cdot \lambda_1 \Rightarrow Q_1 = 2 \text{ kg} \cdot 2.1 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot (0 + 5) \text{ K} + 2 \text{ kg} \cdot 3.33 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \Rightarrow \\ \Rightarrow Q_1 = 4.2 \cdot 10^3 \cdot 5 \text{ J} + 6.66 \cdot 10^5 \text{ J} = 6.87 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

Hlađenjem vode do 0°C oslobodi se energije:

$$Q_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - 0) \Rightarrow Q_2 = 0.2 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 5 \text{ K} = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J}.$$

Neka je m masa leda koja nastane u kalorimetru nakon uspostave toplinske ravnoteže. Ako pretpostavimo da nema gubitaka energije, onda na temelju zakona održanja vrijedi:

$$m \cdot \lambda_1 = Q_1 - Q_2 \Rightarrow m = \frac{Q_1 - Q_2}{\lambda_1} = \frac{6.87 \cdot 10^5 \text{ J} - 4.19 \cdot 10^3 \text{ J}}{3.33 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = \frac{6.8281 \cdot 10^5 \text{ J}}{3.33 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 2.05 \text{ kg}.$$

Vježba 005

U kalorimetar u kojem se nalazi 2 kg leda na temperaturi -4°C stavi se 0.2 kg vode na temperaturi 4°C . Kolika će biti masa leda u kalorimetru kada se uspostavi ravnoteža? (Specifični toplinski kapacitet leda je $2.1 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Specifični toplinski kapacitet vode je $4.19 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, a specifična toplina taljenja leda $3.33 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1}$.)

Rezultat: 2.04 kg.

Zadatak 006 (Ksenija, medicinska škola)

Dimenzije sobe su $8\text{ m} \cdot 6\text{ m} \cdot 5\text{ m}$. Kolika je toplina potrebna da temperatura sobe poraste za 10K ?

Rješenje 006

$$a = 8\text{ m}, \quad b = 6\text{ m}, \quad v = 5\text{ m}, \quad \Delta t = 10\text{ K}, \quad \rho = 1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad c = 1.0 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, \quad Q = ?$$

Toplinu potrebnu da temperatura zraka u sobi poraste za Δt izračunat ćemo iz formule:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t,$$

gdje je m masa zraka u sobi, c specifični toplinski kapacitet zraka, a Δt promjena temperature zraka. Masa zraka dobije se pomoću gustoće i volumena zraka u sobi:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V = \rho \cdot a \cdot b \cdot v.$$

Toplina iznosi:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t = \rho \cdot a \cdot b \cdot v \cdot c \cdot \Delta t = 1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 8\text{ m} \cdot 6\text{ m} \cdot 5\text{ m} \cdot 1.0 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 10\text{ K} = 3.103 \cdot 10^6\text{ J}.$$

Vježba 006

Dimenzije sobe su $8\text{ m} \cdot 6\text{ m} \cdot 5\text{ m}$. Kolika je toplina potrebna da temperatura sobe poraste za 20K ?

Rezultat: $Q = 6.206 \cdot 10^6\text{ J}$.

Zadatak 007 (Ksenija, medicinska škola)

Željeznu i bakrenu kuglu jednakih masa zagrijemo do jednake temperature. Zatim svaku bacimo u po jednu čašu s hladnom vodom jednakih masa i jednakih temperatura. Koja će se kugla brže ohladiti?

Rješenje 007

$$c_{Fe} = 0.46 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, \quad c_{Cu} = 0.38 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, \quad c_{Cu} < c_{Fe}$$

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t,$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Budući da željeznu i bakrenu kuglu jednakih masa zagrijavamo do jednake temperature, manju količinu topline primit će ona kugla koja ima manji specifični toplinski kapacitet. Specifični toplinski kapacitet bakra je manji pa će bakrena kugla primiti manje topline, a to znači da će se i brže ohladiti.

Vježba 007

Željeznu i olovnu kuglu jednakih masa zagrijemo do jednake temperature. Zatim svaku bacimo u po jednu čašu s hladnom vodom jednakih masa i jednakih temperatura. Koja će se kugla brže ohladiti?

Rezultat: Olovna jer je $c_{Pb} = 0.13 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} < c_{Fe} = 0.46 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

Zadatak 008 (Ivana, gimnazija)

U posudi volumena 1 cm^3 nalazi se plin pri tlaku 10^{-12} Pa i temperaturi 0°C . Koliki je broj molekula u posudi? $\left(N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}, \quad R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \right)$

Rješenje 008

$$V = 1\text{ cm}^3 = 10^{-6}\text{ m}^3, \quad p = 10^{-12}\text{ Pa}, \quad t = 0^\circ\text{C} \Rightarrow T = 273\text{ K}, \quad N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}},$$

$$R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}, \quad N = ?$$

1. inačica

Iz jednadžbe stanja idealnog plina odredi se broj molova plina n :

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T}.$$

Budući da svaki mol sadrži isti broj čestica (Avogadrova konstanta N_A), vrijedi:

$$N = n \cdot N_A = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} \cdot N_A = \frac{10^{-12} \text{ Pa} \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \cdot 273 \text{ K}} \cdot 6.023 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 265.$$

2. inačica

Pomoću jednažbi za tlak i temperaturu idealnog plina dobije se broj molekula N:

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot E_k \\ T &= \frac{2}{3} \cdot \frac{N_A}{R} \cdot E_k \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{p}{T} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot E_k}{\frac{2}{3} \cdot \frac{N_A}{R} \cdot E_k} = \frac{N \cdot R}{V \cdot N_A} \Rightarrow N = \frac{p \cdot V \cdot N_A}{T \cdot R} =$$

$$= \frac{10^{-12} \text{ Pa} \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot 6.023 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}}{273 \text{ K} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}} = 265.$$

Vježba 008

U posudi volumena 2 cm^3 nalazi se plin pri tlaku 10^{-12} Pa i temperaturi $0 \text{ }^\circ\text{C}$. Koliki je broj molekula u posudi? $\left(N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}, R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \right)$

Rezultat: 531.

Zadatak 009 (Tomo, gimnazija, Ivan, tehnička škola)

Kotač lokomotive ima promjer 1 m pri temperaturi $0 \text{ }^\circ\text{C}$. Koliko okreta manje načini taj kotač na putu dugom 1000 km ljeti pri temperaturi $t_1 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ nego što načini zimi pri temperaturi $t_2 = -30 \text{ }^\circ\text{C}$? Linearni je koeficijent rastezanja željeza $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Rješenje 009

$$d_0 = 1 \text{ m}, \quad t = 0 \text{ }^\circ\text{C}, \quad s = 1000 \text{ km} = 10^6 \text{ m}, \quad t_1 = 30 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t_2 = -30 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1},$$

$$n = ?$$

Ponovimo! Ako je d promjer kruga njegov opseg iznosi $O = d \cdot \pi$.

Na temperaturama t_1 i t_2 promjeri kotača lokomotive su:

$$d_1 = d_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \quad , \quad d_2 = d_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)$$

Broj okreta na temperaturama t_1 i t_2 je:

$$n_1 = \frac{s}{d_1 \cdot \pi} \quad , \quad n_2 = \frac{s}{d_2 \cdot \pi}.$$

Rješenje zadatka bit će razlika broja okreta:

$$n = n_2 - n_1 = \frac{s}{d_2 \cdot \pi} - \frac{s}{d_1 \cdot \pi} = \frac{s}{\pi} \cdot \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right) = \frac{s}{\pi} \cdot \frac{d_1 - d_2}{d_1 \cdot d_2} = \frac{s}{\pi} \cdot \frac{d_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) - d_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)}{d_0^2 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)} =$$

$$= \frac{s}{\pi} \cdot \frac{d_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1 - 1 - \alpha \cdot t_2)}{d_0^2 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)} = \frac{s}{\pi} \cdot \frac{\alpha \cdot t_1 - \alpha \cdot t_2}{d_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)} = \frac{s}{\pi} \cdot \frac{\alpha \cdot (t_1 - t_2)}{d_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)} =$$

$$= \frac{s}{d_0 \cdot \pi} \cdot \frac{\alpha \cdot (30 - (-30))}{(1 + 30 \cdot \alpha) \cdot (1 - 30 \cdot \alpha)} = \frac{s}{d_0 \cdot \pi} \cdot \frac{60 \cdot \alpha}{1 - 900 \cdot \alpha^2} = \frac{10^6}{1 \cdot 3.14} \cdot \frac{60 \cdot 12 \cdot 10^{-6}}{1 - 900 \cdot (12 \cdot 10^{-6})^2} = 229.$$

Vježba 009

Kotač lokomotive ima promjer 1 m pri temperaturi $0 \text{ }^\circ\text{C}$. Koliko okreta manje načini taj kotač na putu dugom 1000 km ljeti pri temperaturi $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ nego što načini zimi pri temperaturi $t_2 = -20 \text{ }^\circ\text{C}$? Linearni je koeficijent rastezanja željeza $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Rezultat: 153.

Zadatak 010 (Maria, gimnazija)

Litru idealnog plina pri atmosferskom tlaku od 1 bara i temperaturi od 0 °C najprije izotermno komprimiramo na volumen od 0.4 litre, a zatim izohorno (uz isti volumen) zagrijemo na 100 °C . Koliki će biti tlak plina nakon toga?

Rješenje 010

$$V_1 = 1 \text{ l}, \quad p_1 = 1 \text{ bar}, \quad t_1 = 0 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 \text{ K}, \quad V_2 = 0.4 \text{ l}, \quad t_2 = 100 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 373, \\ p = ?$$

Budući da je u prvom uvjetu temperatura stalna, novi tlak p_2 bit će:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2}, \quad \text{Boyle-Mariotteov zakon}$$

U drugom uvjetu volumen je stalan pa će konačan tlak iznositi:

$$\frac{p_2}{T_1} = \frac{p}{T_2} \Rightarrow [\text{Charlesov zakon}] \Rightarrow p = \frac{p_2 \cdot T_2}{T_1} = \frac{\frac{p_1 \cdot V_1}{V_2} \cdot T_2}{T_1} = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{V_2 \cdot T_1} = \frac{1 \text{ bar} \cdot 1 \text{ l} \cdot 373 \text{ K}}{0.4 \text{ l} \cdot 273 \text{ K}} = 3.42 \text{ bara.}$$

Vježba 010

Litru idealnog plina pri atmosferskom tlaku od 1 bara i temperaturi od 0 °C najprije izotermno komprimiramo na volumen od 0.5 litre, a zatim izohorno (uz isti volumen) zagrijemo na 100 °C . Koliki će biti tlak plina nakon toga?

Rezultat: 2.73 bara.

Zadatak 011 (Max, gimnazija)

U kalorimetru se nalazi 0.4 kg vode od 4 °C. U vodu ulijemo 20 cm³ alkohola temperature 10 °C i 100 ml etera temperature 10 °C. Odredi temperaturu smjese. Zagrijavanje kalorimetra zanemarimo.

Rješenje 011

Označimo veličine vode indeksom 1, alkohola 2, a etera indeksom 3.

Voda	$m_1 = 0.4 \text{ kg}, \quad t_1 = 4 \text{ °C}, \quad c_1 = 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
Alkohol	$V_2 = 20 \text{ cm}^3 = 20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ $t_2 = 10 \text{ °C}, \quad \rho_2 = 790 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad c_2 = 2.5 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ $m_2 = \rho_2 \cdot V_2 = 790 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 = 0.0158 \text{ kg}$
Eter	$V_3 = 100 \text{ ml} = 0.1 \text{ l} \approx 0.1 \text{ dm}^3 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ $t_3 = 10 \text{ °C}, \quad \rho_3 = 730 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \quad c_3 = 2.3 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ $m_3 = \rho_3 \cdot V_3 = 730 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 0.073 \text{ kg}$

Budući da zagrijavanje kalorimetra zanemarujemo, toplina koju je primila voda jednaka je toplini koju su predali alkohol i eter (t je temperatura smjese):

$$m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t) + m_3 \cdot c_3 \cdot (t_3 - t) \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot t - m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 = m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 - m_2 \cdot c_2 \cdot t + m_3 \cdot c_3 \cdot t_3 - m_3 \cdot c_3 \cdot t \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot t + m_2 \cdot c_2 \cdot t + m_3 \cdot c_3 \cdot t = m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 + m_3 \cdot c_3 \cdot t_3 \Rightarrow \\ \Rightarrow t \cdot (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot c_3) = m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 + m_3 \cdot c_3 \cdot t_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 + m_3 \cdot c_3 \cdot t_3}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2 + m_3 \cdot c_3} =$$

$$= \frac{0.4 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 4 \text{ } ^\circ\text{C} + 0.0158 \text{ kg} \cdot 2.5 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 10 \text{ } ^\circ\text{C} + 0.073 \text{ kg} \cdot 2.3 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 10 \text{ } ^\circ\text{C}}{0.4 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 0.0158 \text{ kg} \cdot 2.5 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 0.073 \text{ kg} \cdot 2.3 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} =$$

$$= 4.66 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Vježba 011

U kalorimetru se nalazi 0.4 kg vode od 4 °C. U vodu ulijemo 20 cm³ alkohola temperature 10 °C i 0.1 l etera temperature 10 °C. Odredi temperaturu smjese. Zagrijavanje kalorimetra zanemarimo.

Rezultat: 4.66 °C.

Zadatak 012 (Lena, gimnazija)

Teret mase 300 kg podignemo 10 m visoko pomoću motora koji troši 0.01 kg nafte. Kolika je korisnost motora ako je specifična toplina izgaranja nafte $4.6 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$?

Rješenje 012

$$m_t = 300 \text{ kg}, \quad h = 10 \text{ m}, \quad m_n = 0.01 \text{ kg}, \quad q = 4.6 \cdot 10^7 \text{ J/kg}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad \eta = ?$$

Omjer između energije (rada) koju iskorišćujemo od nekog stroja i ukupne energije (rada) koju ulažemo u stroj zovemo korisnost stroja η . Često je izražavamo u postocima:

$$\eta = \left(\frac{W_i}{W_u} \cdot 100 \right) \%$$

Korisnost motora iznosi:

$$\eta = \frac{\text{rad što ga obavi motor}}{\text{rad ekvivalentan toplini}} \Rightarrow \eta = \frac{m_t \cdot g \cdot h}{m_n \cdot q} = \frac{300 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m}}{0.01 \text{ kg} \cdot 4.6 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{K}}} = 0.064 = 6.4\%$$

Vježba 012

Teret mase 600 kg podignemo 10 m visoko pomoću motora koji troši 0.02 kg nafte. Kolika je korisnost motora ako je specifična toplina izgaranja nafte $4.6 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$?

Rezultat: 6.4 %.

Zadatak 013 (Fric, gimnazija)

Za koliko je temperatura vode na vrhu slapa niža od temperature pri dnu ako voda pada s visine 1708 metara? Pretpostavimo da se sva energija utroši na zagrijavanje vode.

Rješenje 013

$$h = 1708 \text{ m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/kgK}, \quad \Delta t = ?$$

Gravitacijska potencijalna energija vode na vrhu slapa je $m \cdot g \cdot h$, a pri dnu jednaka je nuli:

$$\Delta E_{gp} = m \cdot g \cdot h - 0 = m \cdot g \cdot h.$$

Budući da je toplina koju je primila voda jednaka promjeni gravitacijske potencijalne energije vode, slijedi:

$$Q = \Delta E_{gp} \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta t = m \cdot g \cdot h \cdot \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow \Delta t = \frac{g \cdot h}{c} =$$

$$= \frac{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1708 \text{ m}}{4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 3.9989 \text{ } ^\circ\text{C} \approx 4 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

$m \cdot g \cdot h$



0

h

Vježba 013

Za koliko je temperatura vode na vrhu slapa niža od temperature pri dnu ako voda pada s visine 854 metara? Pretpostavimo da se sva energija utroši na zagrijavanje vode.

Rezultat: 2 °C.

Zadatak 014 (Anamarija, hotelijerska škola)

Sjemenke rogača su sve jednake i po njima je određena mjera za dragocjenost, karat. Karat ima 0.2 grama. Izračunaj gustoću sjemenke rogača ako je obujam 30 sjemenki 4.8 cm³.

Rješenje 014

$$m = 0.2 \text{ g} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ kg}, \quad n = 30, \quad V = 4.8 \text{ cm}^3 = 4.8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3, \quad \rho = ?$$

Obujam jedne sjemenke rogača iznosi:



$$V_1 = \frac{V}{n} = \frac{4.8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{30} = 1.6 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3.$$



Njezina gustoća je:

$$\rho = \frac{m}{V_1} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \text{ kg}}{1.6 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3} = 1250 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 014

Sjemenke rogača su sve jednake i po njima je određena mjera za dragocjenost, karat. Karat ima 0.2 grama. Izračunaj gustoću sjemenke rogača ako je obujam 90 sjemenki 14.4 cm³.

Rezultat: 1250 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Zadatak 015 (Maturant, gimnazija)

Pun spremnik benzina sadrži 60 litara. Ako je napunjen pri temperaturi 5 °C i ostavljen na suncu tako da se temperatura povisi na 25 °C, koliko će benzina isteći iz njega? (Koeficijent volumnog širenja benzina je $950 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, a za metal $36 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.)

Rješenje 015

$$V_0 = 60 \text{ l}, \quad t_1 = 5 \text{ °C}, \quad t_2 = 25 \text{ °C}, \quad \beta_b = 950 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \quad \beta_m = 36 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \quad \Delta V = ?$$

Povećanje volumena benzina iznosi:

$$\Delta V_b = V_0 \cdot \beta_b \cdot \Delta t = V_0 \cdot \beta_b \cdot (t_2 - t_1).$$

Povećanje volumena metalnog spremnika je:

$$\Delta V_m = V_0 \cdot \beta_m \cdot \Delta t = V_0 \cdot \beta_m \cdot (t_2 - t_1).$$

Benzina će isteći:

$$\begin{aligned} \Delta V &= \Delta V_b - \Delta V_m = V_0 \cdot \beta_b \cdot \Delta t - V_0 \cdot \beta_m \cdot \Delta t = V_0 \cdot (\beta_b - \beta_m) \cdot \Delta t = V_0 \cdot (\beta_b - \beta_m) \cdot (t_2 - t_1) = \\ &= 60 \text{ l} \cdot (950 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} - 36 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}) \cdot (25 - 5) \text{ K} = 60 \text{ l} \cdot 914 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \cdot 20 \text{ K} = 1.0968 \text{ l} \approx 1.1 \text{ litra.} \end{aligned}$$

Vježba 015

Pun spremnik benzina sadrži 60 litara. Ako je napunjen pri temperaturi 9 °C i ostavljen na suncu tako da se temperatura povisi na 29 °C, koliko će benzina isteći iz njega? (Koeficijent volumnog širenja benzina je $950 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, a za metal $36 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.)

Rezultat: 1.1 litra.

Zadatak 016 (Brucoš, gimnazija)

Parabolično zrcalo promjera 10 m sakuplja sunčeve zrake na 1 kg bakra. Pod pretpostavkom da se cjelokupna energija apsorbira u bakru bez gubitaka, izračunajte vrijeme potrebno da se bakar zagrije od 20 °C do temperature tališta (1083 °C). Specifični toplinski kapacitet bakra je $c = 382 \text{ J/kgK}$, a solarna konstanta $E_0 = 1.4 \text{ kW/m}^2$.

Rješenje 016

$$d = 10 \text{ m}, \quad m = 1 \text{ kg}, \quad t_1 = 20 \text{ °C}, \quad t_2 = 1083 \text{ °C}, \quad c = 382 \text{ J/kgK},$$

$$E_0 = 1.4 \text{ kW/m}^2 = 1400 \text{ W/m}^2, \quad t = ?$$

Površina zrcala je:

$$S = r^2 \cdot \pi = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}.$$

Sakupljena sunčeva energija iznosi:

$$W = P \cdot t = S \cdot E_0 \cdot t.$$

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\begin{aligned} W = Q &\Rightarrow S \cdot E_0 \cdot t = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow t = \frac{m \cdot c \cdot \Delta t}{S \cdot E_0} = \frac{m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)}{\frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot E_0} = \frac{4 \cdot m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)}{d^2 \cdot \pi \cdot E_0} = \\ &= \frac{4 \cdot 1 \text{ kg} \cdot 382 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (1083 - 20) \text{ K}}{(10 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 1400 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} = 3.69 \text{ s.} \end{aligned}$$

Vježba 016

Parabolično zrcalo promjera 10 m sakuplja sunčeve zrake na 2 kg bakra. Pod pretpostavkom da se cjelokupna energija apsorbira u bakru bez gubitaka, izračunajte vrijeme potrebno da se bakar zagrije od 20 °C do temperature tališta (1083 °C). Specifični toplinski kapacitet bakra je $c = 382 \text{ J/kgK}$, a solarna konstanta $E_0 = 1.4 \text{ kW/m}^2$.

Rezultat: 7.38 s.

Zadatak 017 (Kety, gimnazija)

U posudi volumena $2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ nalazi se 20.2 g neona pod apsolutnim (ukupnim) tlakom $1.25 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Kolika je temperatura plina? ($M = 2.02 \cdot 10^{-2} \text{ kg/mol}$, $R = 8.314 \text{ J/molK}$.)

Rješenje 017

$$\begin{aligned} V &= 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3, & m &= 20.2 \text{ g} = 0.0202 \text{ kg}, & p &= 1.25 \cdot 10^5 \text{ Pa}, & M &= 2.02 \cdot 10^{-2} \text{ kg/mol}, \\ R &= 8.314 \text{ J/molK}, & T &= ? \end{aligned}$$

Temperaturu plina izračunamo iz plinske jednadžbe:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \quad / \cdot \frac{M}{m \cdot R} \Rightarrow T = \frac{p \cdot V \cdot M}{m \cdot R} = \frac{1.25 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot 2.02 \cdot 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{0.0202 \text{ kg} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} = 300.7 \text{ K}.$$

Vježba 017

U posudi volumena $4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ nalazi se 20.2 g neona pod apsolutnim (ukupnim) tlakom $1.25 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Kolika je temperatura plina? ($M = 2.02 \cdot 10^{-2} \text{ kg/mol}$, $R = 8.314 \text{ J/molK}$.)

Rezultat: 601.4 K.

Zadatak 018 (Kety, gimnazija)

U posudi volumena $2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ nalazi se 20.2 g neona pod apsolutnim (ukupnim) tlakom $1.25 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Kolika je unutrašnja energija plina?

Rješenje 018

$$V = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3, \quad m = 20.2 \text{ g} = 0.0202 \text{ kg}, \quad p = 1.25 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad U = ?$$

Unutrašnja energija za jednoatomne plinove (čije se molekule mogu gibati samo translacijom) iznosi:

$$U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T.$$

Uporabom plinske jednadžbe formula za unutrašnju energiju idealnog plina može ovako glasiti:

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T \\ p \cdot V &= n \cdot R \cdot T \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{U}{p \cdot V} = \frac{\frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T}{n \cdot R \cdot T} \Rightarrow \frac{U}{p \cdot V} = \frac{3}{2} \quad / \cdot p \cdot V \Rightarrow U = \frac{3}{2} \cdot p \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow U = \frac{3}{2} \cdot 1.25 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = 3750 \text{ J} = 3.75 \text{ kJ}.$$

Vježba 018

U posudi volumena $4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$ nalazi se 20.2 g neona pod apsolutnim (ukupnim) tlakom $1.25 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Kolika je unutrašnja energija plina?

Rezultat: 7.5 kJ.

Zadatak 019 (Kety, gimnazija)

Temperatura aluminijske kružne ploče poveća se za 50 K. Kolika je relativna promjena njezine debljine (duljine)? (Koeficijent linearnog rastezanja aluminijske je $\beta = 24 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.)

Rješenje 019

$$\Delta T = 50 \text{ K}, \quad \beta = 24 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \quad \frac{\Delta l}{l} = ?$$

Relativna promjena duljine (debljine) tijela proporcionalna je promjeni temperature:

$$\frac{\Delta l}{l} = \beta \cdot \Delta T = 24 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 50 \text{ K} = 0.0012 = 0.12\%.$$

Vježba 019

Temperatura aluminijske kružne ploče poveća se za 100 K. Kolika je relativna promjena njezine debljine (duljine)? (Koeficijent linearnog rastezanja aluminijske je $\beta = 24 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.)

Rezultat: 0.24%.

Zadatak 020 (Kety, gimnazija)

Temperatura aluminijske kružne ploče poveća se za 50 K. Kolika je relativna promjena njezinog volumena? (Koeficijent linearnog rastezanja aluminijske je $\beta = 24 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Koeficijent kubičnog rastezanja aluminijske je $\alpha = 3 \cdot \beta = 72 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.)

Rješenje 020

$$\Delta T = 50 \text{ K}, \quad \alpha = 72 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \quad \frac{\Delta V}{V} = ?$$

Relativna promjena volumena tijela proporcionalna je promjeni temperature:

$$\frac{\Delta V}{V} = \alpha \cdot \Delta T = 3 \cdot \beta \cdot \Delta T = 72 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 50 \text{ K} = 0.0036 = 0.36\%.$$

Vježba 020

Temperatura aluminijske kružne ploče poveća se za 100 K. Kolika je relativna promjena njezinog volumena? (Koeficijent linearnog rastezanja aluminijske je $\beta = 24 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Koeficijent kubičnog rastezanja aluminijske je $\alpha = 3 \cdot \beta = 72 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.)

Rezultat: 0.72%.