

Zadatak 021 (Goga, gimnazija)

Sekundna njihalica (izrađena od mjedi) pokazuje točno vrijeme pri 0 °C. Koliko zaostaje njihalica u jednom danu ako je temperatura 30 °C? (Koeficijent linearnog rastezanja mjedi je $\beta = 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.)

Rješenje 021

$$T_0 = 1 \text{ s}, \quad t = 30 \text{ °C}, \quad \beta = 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad T = ?$$

Pri 0 °C sekundna njihalica ima duljinu l_0 pa se vrijeme jednog titraja računa po formuli:

$$T_0 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_0}{g}}$$

Pri 30 °C sekundna njihalica ima duljinu l_{30} pa se vrijeme jednog titraja računa po formuli:

$$T_{30} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_{30}}{g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t)}{g}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_0}{g}} \cdot \sqrt{1 + \beta \cdot t} = T_0 \cdot \sqrt{1 + \beta \cdot t}$$

U jednoj sekundi razlika je:

$$\Delta T = T_{30} - T_0 = T_0 \cdot \sqrt{1 + \beta \cdot t} - T_0 = T_0 \cdot [\sqrt{1 + \beta \cdot t} - 1]$$

Tijekom jednog dana zaostajanje njihalice bit će:

$$T = 24 \cdot 3600 \cdot \Delta T = 86400 \cdot T_0 \cdot [\sqrt{1 + \beta \cdot t} - 1] = 86400 \cdot 1 \text{ s} \cdot [\sqrt{1 + 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 30 \text{ K}} - 1] = 22 \text{ s}$$

Vježba 021

Sekundna njihalica (izrađena od mjedi) pokazuje točno vrijeme pri 0 °C. Koliko zaostaje njihalica u pola dana ako je temperatura 30 °C? (Koeficijent linearnog rastezanja mjedi je $\beta = 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.)

Rezultat: 11 s.

Zadatak 022 (Goga, gimnazija)

Termos boca sadrži 0.5 litara čaja temperature 70 °C. Koliko hladnog čaja temperature 10 °C treba dodati vrućem da bi mu temperatura bila 40 °C?

Rješenje 022

$$V_1 = 0.5 \text{ l} \Rightarrow m_1 = 0.5 \text{ kg}, \quad t_1 = 70 \text{ °C}, \quad t_2 = 10 \text{ °C}, \quad t = 40 \text{ °C}, \quad V_2 = ?$$

1. inačica

Iz Richmannovog zakona smjese dobije se:



2. inačica
Budući da je

$$\begin{aligned} m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t) &= m_2 \cdot c \cdot (t - t_2) \quad /:c \Rightarrow m_1 \cdot (t_1 - t) = m_2 \cdot (t - t_2) \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 \cdot (t_1 - t)}{t - t_2} = \\ &= \frac{0.5 \text{ kg} \cdot (70 \text{ °C} - 40 \text{ °C})}{40 \text{ °C} - 10 \text{ °C}} = 0.5 \text{ kg} \Rightarrow V_2 = 0.5 \text{ l} \end{aligned}$$

$$t_1 - t = t - t_2$$

iz Richmannovog zakona smjese odmah slijedi:

$$m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t) = m_2 \cdot c \cdot (t - t_2) \quad /: \frac{1}{c \cdot (t_1 - t)} \Rightarrow m_1 = m_2 \Rightarrow m_2 = 0.5 \text{ kg} \Rightarrow V_2 = 0.5 \text{ l}$$

Vježba 022

Termos boca sadrži 0.5 litara čaja temperature 80 °C. Koliko hladnog čaja temperature 20 °C treba dodati vrućem da bi mu temperatura bila 50 °C?

Rezultat: $V_2 = 0.5 \text{ l}$.

Zadatak 023 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Pri temperaturi 20 °C i tlaku $7 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ plin ima volumen 5 litara. Izobarnim zagrijavanjem plin se širi do konačne temperature 70 °C. Koliki je rad pri tome izvršen?

Rješenje 023

$$t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + 20 = 293 \text{ K}, \quad p = 7 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad V_1 = 5 \text{ l} = 5 \text{ dm}^3 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3,$$

$$t_2 = 70 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_2 = 273 + 70 = 343 \text{ K}, \quad W = ?$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Obujam V_2 je jednak:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad / \cdot T_2 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{T_1} \cdot T_2 = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{293 \text{ K}} \cdot 343 \text{ K} = 5.853 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3.$$

Obavljeni rad plina iznosi:

$$W = p \cdot (V_2 - V_1) = 7 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot (5.853 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 - 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3) = 59.71 \text{ J} \approx 60 \text{ J}.$$

Vježba 023

Pri temperaturi $20 \text{ }^\circ\text{C}$ i tlaku $9 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ plin ima volumen 5 litara. Izobarnim zagrijavanjem plin se širi do konačne temperature $70 \text{ }^\circ\text{C}$. Koliki je rad pri tome izvršen?

Rezultat: $76.77 \text{ J} \approx 77 \text{ J}$.

Zadatak 024 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Pri temperaturi $17 \text{ }^\circ\text{C}$ plin ima obujam 5 litara i nalazi se pod tlakom $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Plin se izobarnim zagrijavanjem rasteže i pritom obavi rad 200 J. Za koliko se stupnjeva povisila temperatura plina?

Rješenje 024

$$t_1 = 17 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + 17 = 290 \text{ K}, \quad V_1 = 5 \text{ l} = 5 \text{ dm}^3 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa},$$

$$W = 200 \text{ J}, \quad \Delta t = ?$$

1. inačica

Pri izobarnom zagrijavanju (tlak je stalan) plin utroši rad:

$$W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Pomoću tog rada dobije se obujam V_2 plina nakon zagrijavanja:

$$W = p \cdot (V_2 - V_1) \Rightarrow W = p \cdot V_2 - p \cdot V_1 \Rightarrow p \cdot V_2 = W + p \cdot V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{W + p \cdot V_1}{p} =$$

$$= \frac{200 \text{ J} + 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{2 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 0.006 \text{ m}^3 = 6 \text{ dm}^3 = 6 \text{ l}.$$

Pri temperaturi t plin ima obujam:

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t).$$

Sada je:

$$\left. \begin{array}{l} V_1 = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \\ V_2 = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)}{V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1)} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1 + \alpha \cdot t_2}{1 + \alpha \cdot t_1} \quad / \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + \alpha \cdot t_2 = \frac{V_2}{V_1} \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \Rightarrow \alpha \cdot t_2 = \frac{V_2}{V_1} \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) - 1 \quad / \cdot \frac{1}{\alpha} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{\alpha} \cdot \left[\frac{V_2}{V_1} \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) - 1 \right] =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{273.15} \text{ K}^{-1}} \cdot \left[\frac{6 \text{ l}}{5 \text{ l}} \cdot \left(1 + \frac{1}{273.15} \cdot 17 \right) - 1 \right] = 75 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Temperatura se povisila za:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 75 \text{ }^\circ\text{C} - 17 \text{ }^\circ\text{C} = 58 \text{ }^\circ\text{C}.$$

2. inačica

Pri izobarnom zagrijavanju (tlak je stalan) plin utroši rad:

$$W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Pomoću tog rada dobije se obujam V_2 plina nakon zagrijavanja:

$$\begin{aligned} W = p \cdot (V_2 - V_1) &\Rightarrow W = p \cdot V_2 - p \cdot V_1 \Rightarrow p \cdot V_2 = W + p \cdot V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{W + p \cdot V_1}{p} = \\ &= \frac{200 \text{ J} + 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{2 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 0.006 \text{ m}^3 = 6 \text{ dm}^3 = 6 \text{ l}. \end{aligned}$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Temperatura T_2 je jednaka:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow V_1 \cdot T_2 = V_2 \cdot T_1 \Rightarrow T_2 = \frac{V_2 \cdot T_1}{V_1} = \frac{6 \text{ l} \cdot 290 \text{ K}}{5 \text{ l}} = 348 \text{ K}.$$

Temperatura se povisila za:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 348 \text{ K} - 290 \text{ K} = 58 \text{ K ili } 50 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Vježba 024

Pri temperaturi $17 \text{ }^\circ\text{C}$ plin ima obujam 5 litara i nalazi se pod tlakom $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Plin se izobarnim zagrijavanjem rasteže i pritom obavi rad 300 J. Za koliko se stupnjeva povisila temperatura plina?

Rezultat: $87 \text{ }^\circ\text{C}$.

Zadatak 025 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Koliki je omjer srednjih kvadratnih brzina molekula kisika i dušika? Atomska masa kisika je 16 g/mol, a dušika 14 g/mol.

Rješenje 025

Za molekulu kisika O_2 je molna masa kisika $M_{O_2} = 2 \cdot 16 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$,

za molekulu dušika N_2 je molna masa dušika $M_{N_2} = 2 \cdot 14 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$, $v_{skO_2} : v_{skN_2} = ?$

Srednja kvadratna brzina molekula plina dobije se iz izraza:

$$v_{sk} = \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3 \cdot R \cdot T}{M}},$$

gdje je R plinska konstanta, T termodinamička temperatura, M molna masa. Omjer srednjih kvadratnih brzina molekula kisika i dušika iznosi:

$$\frac{v_{skO_2}}{v_{skN_2}} = \frac{\sqrt{\frac{3 \cdot R \cdot T}{M_{O_2}}}}{\sqrt{\frac{3 \cdot R \cdot T}{M_{N_2}}}} = \sqrt{\frac{M_{N_2}}{M_{O_2}}} = \sqrt{\frac{28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}} = \sqrt{\frac{7}{8}} = 0.935.$$

Vježba 025

Koliki je omjer srednjih kvadratnih brzina molekula dušika i kisika? Atomska masa dušika je 14 g/mol, a kisika 16 g/mol.

Rezultat: 1.07.

Zadatak 026 (Kristina – Kiki, medicinska škola)

Odredite broj atoma vodika u 1 kg vode. Atomska masa vodika je 1.008 g/mol, atomska masa kisika 16.0 g/mol, a Avogadrov broj je $6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Rješenje 026

Masu molekule vode naći ćemo iz izraza

$$m_{H_2O} = \frac{M_{H_2O}}{N_A},$$

gdje je M_{H_2O} molna masa vode, a N_A Avogadrov broj. Molna masa M_{H_2O} vode dobije se pomoću relativne molekulske mase M_r koja je jednaka zbroju relativnih atomskih masa vodika i kisika:

$$M_r = 2 \cdot 1.008 + 16.0 = 18.016.$$

Molna masa vode iznosi:

$$M_{H_2O} = 18.016 \frac{\text{g}}{\text{mol}}.$$

Masa molekule vode je tada:

$$m_{H_2O} = \frac{M_{H_2O}}{N_A} = \frac{18.016 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}} = 2.9916971 \cdot 10^{-23} \text{ g} = 2.9916971 \cdot 10^{-26} \text{ kg}.$$

U vodi mase $m = 1 \text{ kg}$ broj molekula vode je:

$$N = \frac{m}{m_{H_2O}} = \frac{1 \text{ kg}}{2.9916971 \cdot 10^{-26} \text{ kg}} = 3.3425843 \cdot 10^{25}.$$

Budući da se u svakoj molekuli vode nalaze dva atoma vodika, njihov broj iznosi:

$$N_H = 2 \cdot 3.3425843 \cdot 10^{25} \approx 6.7 \cdot 10^{25}.$$

Vježba 026

Odredi masu jedne molekule metana (CH_4). Atomska masa vodika je 1.008 g/mol, atomska masa ugljika 12.011 g/mol, a Avogadrov broj je $6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Rezultat: $2.66 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$.

Zadatak 027 (Mira, gimnazija)

Koliko leda temperature $0 \text{ }^\circ\text{C}$ treba staviti u 1 kg vode temperature $28 \text{ }^\circ\text{C}$ da je ohladimo na $10 \text{ }^\circ\text{C}$? (specifični toplinski kapacitet vode $c_v = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/kgK}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda_l = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$)

Rješenje 027

$$t_1 = 0 \text{ }^\circ\text{C}, \quad m_v = 1 \text{ kg}, \quad t_2 = 28 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t = 10 \text{ }^\circ\text{C}, \quad c_v = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/kgK}, \quad \lambda_l = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J/kg},$$

$$m_l = ?$$

Voda gubi određenu količinu topline koja se najprije "troši" za taljenje leda, a onda za zagrijavanje vode (nastale od leda) do temperature smjese:

$$m_v \cdot c_v \cdot (t_2 - t) = m_l \cdot \lambda_l + m_l \cdot c_v \cdot (t - t_1) \Rightarrow m_v \cdot c_v \cdot (t_2 - t) = m_l \cdot [\lambda_l + c_v \cdot (t - t_1)] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_l = \frac{m_v \cdot c_v \cdot (t_2 - t)}{\lambda_l + c_v \cdot (t - t_1)} = \frac{1 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (28 - 10) \text{ K}}{3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (10 - 0) \text{ K}} = 0.203 \text{ kg} = 203 \text{ g}.$$

Vježba 027

Koliko leda temperature $0 \text{ }^\circ\text{C}$ treba staviti u 2 kg vode temperature $28 \text{ }^\circ\text{C}$ da je ohladimo na $10 \text{ }^\circ\text{C}$? (specifični toplinski kapacitet vode $c_v = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/kgK}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda_l = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$)

Rezultat: 406 g.

Zadatak 028 (Mira, gimnazija)

Koliko je potrebno topline da iz 3 kg leda temperature $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ dobijemo vodu temperature $10\text{ }^{\circ}\text{C}$? (specifični toplinski kapacitet vode $c_v = 4.19 \cdot 10^3\text{ J/kgK}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda_l = 3.3 \cdot 10^5\text{ J/kg}$, specifični toplinski kapacitet leda $c_l = 2.1 \cdot 10^3\text{ J/kgK}$)

Rješenje 028

$$m = 3\text{ kg}, \quad t_1 = -5\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad t_2 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad t_3 = 10\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad c_v = 4.19 \cdot 10^3\text{ J/kgK}, \quad \lambda_l = 3.3 \cdot 10^5\text{ J/kg}, \\ c_l = 2.1 \cdot 10^3\text{ J/kgK}, \quad Q = ?$$

Ukupna količina topline Q jednaka je zbroju topline zagrijavanja leda Q_1 , topline taljenja leda Q_2 i topline zagrijavanja vode Q_3 :

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q = m \cdot c_l \cdot (t_2 - t_1) + m \cdot \lambda_l + m \cdot c_v \cdot (t_3 - t_2) \Rightarrow \\ \Rightarrow Q = m \cdot [c_l \cdot (t_2 - t_1) + \lambda_l + c_v \cdot (t_3 - t_2)] = \\ = 3\text{ kg} \cdot \left[2.1 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (0 + 5)\text{ K} + 3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (10 - 0)\text{ K} \right] = \\ = 3\text{ kg} \cdot \left[2.1 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 5 + 3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 10 \right] = 1.15 \cdot 10^6\text{ J} = 1.15\text{ MJ}.$$

Vježba 028

Koliko je potrebno topline da iz 6 kg leda temperature $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ dobijemo vodu temperature $10\text{ }^{\circ}\text{C}$? (specifični toplinski kapacitet vode $c_v = 4.19 \cdot 10^3\text{ J/kgK}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda_l = 3.3 \cdot 10^5\text{ J/kg}$, specifični toplinski kapacitet leda $c_l = 2.1 \cdot 10^3\text{ J/kgK}$)

Rezultat: 2.29 MJ.

Zadatak 029 (Vesna, medicinska škola)

Kolika je duljina bakrene šipke polumjera 2 cm ako je njezina masa 890 g? (Gustoća bakra je $\rho = 8900\text{ kg/m}^3$.)

Rješenje 029

$$r = 2\text{ cm} = 0.02\text{ m}, \quad m = 890\text{ g} = 0.89\text{ kg}, \quad \rho = 8900\text{ kg/m}^3, \quad l = ?$$



Šipka ima oblik valjka pa je njezin obujam:

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot l.$$

Budući da se masa dobije iz gustoće, duljina bakrene šipke iznosi:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \Rightarrow m = \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot l \Rightarrow l = \frac{m}{\rho \cdot r^2 \cdot \pi} = \frac{0.89\text{ kg}}{8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (0.02\text{ m})^2 \cdot \pi} = 0.0796\text{ m} = 7.96\text{ cm}.$$

Vježba 029

Kolika je duljina bakrene šipke polumjera 2 cm ako je njezina masa 1780 g? (Gustoća bakra je $\rho = 8900\text{ kg/m}^3$.)

Rezultat: 16 cm.

Zadatak 030 (Mira, gimnazija)

Zid debljine 25 cm ima dimenzije 4 m i 2.5 m, a koeficijent toplinske vodljivosti zida je 1.2 W/mK . Temperatura vanjske strane zida je $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$, a unutarnje strane $15\text{ }^{\circ}\text{C}$. Nadite toplinski tok kroza zid.

Rješenje 030

$$\Delta x = 25\text{ cm} = 0.25\text{ m}, \quad S = 4\text{ m} \cdot 2.5\text{ m} = 10\text{ m}^2, \quad \lambda = 1.2\text{ W/mK}, \\ t_1 = 15\text{ }^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + 15 = 288\text{ K}, \quad t_2 = -10\text{ }^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_2 = 273 - 10 = 263\text{ K}, \quad \Phi = ?$$

Količina topline koja prolazi čvrstim tijelom zbog razlike temperatura može se izraziti formulom samo kada

je vođenje topline stacionarno, znači da u jednakim vremenskim razmacima mora istim presjekom tijela proći ista količina topline. Ispitivanjem je ustanovljeno da količina topline koja prelazi od toplije stijenke na hladniju ovisi o veličini površine (S) okomitoy na tok strujanja, o udaljenosti nasuprotnih površina (Δx), o razlici temperatura ($T_2 - T_1 = \Delta T$), o vremenu prijelaza topline (τ) i o vrsti materijala odnosno vrsti čvrste tvari (λ).

Količina topline Q dana je Fourierovim zakonom:

$$Q = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \tau$$

Predznak minus dolazi zato da bi se za toplinu koja se širi u pozitivnom smjeru osi x, prema padajućim temperaturama dobila pozitivna vrijednost.

Toplinski tok definira se:

$$\Phi = \frac{Q}{\tau} \Rightarrow \Phi = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Veličina λ je koeficijent toplinske vodljivosti (termička provodnost).

Toplinski tok kroza zid iznosi:

$$\begin{aligned} \Phi &= -\lambda \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow \Phi = -\lambda \cdot S \cdot \frac{T_2 - T_1}{\Delta x} = -1.2 \frac{W}{m \cdot K} \cdot 10 m^2 \cdot \frac{(263 - 288) K}{0.25 m} = \\ &= -1.2 \frac{W}{m \cdot K} \cdot 10 m^2 \cdot \frac{-25 K}{0.25 m} = 1200 W. \end{aligned}$$

Vježba 030

Zid debljine 50 cm ima dimenzije 4 m i 2.5 m, a koeficijent toplinske vodljivosti zida je 1.2 W/mK. Temperatura vanjske strane zida je $-10^\circ C$, a unutarnje strane $15^\circ C$. Nadite toplinski tok kroza zid.

Rezultat: 600 W.

Zadatak 031 (Goga, gimnazija)

Jedan mol vodika (H_2) zagrijavamo od $20^\circ C$ do $120^\circ C$ pri stalnom tlaku. Koliki je rad pri tom plin izvršio? (Plinska konstanta je $R = 8.314 J/molK$.)

Rješenje 031

$$\begin{aligned} n &= 1 \text{ mol}, & t_1 &= 20^\circ C \Rightarrow T_1 = 273 + 20 = 293 \text{ K}, & t_2 &= 120^\circ C \Rightarrow T_2 = 273 + 120 = 393 \text{ K}, \\ R &= 8.314 J/molK, & W &= ? \end{aligned}$$

Rad pri izobarnom širenju plina je:

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Napišemo li plinsku jednadžbu za početno i konačno stanje i oduzmemo ih, dobit ćemo izvršeni rad:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} p_1 \cdot V_1 &= n \cdot R \cdot T_1 \\ p_2 \cdot V_2 &= n \cdot R \cdot T_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{oduzmemo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_2 - n \cdot R \cdot T_1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{stalan tlak} \\ p_1 = p_2 = p \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow p \cdot V_2 - p \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_2 - n \cdot R \cdot T_1 \Rightarrow p \cdot (V_2 - V_1) = n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) \Rightarrow W = n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) = \\ = 1 \text{ mol} \cdot 8.314 \frac{J}{\text{mol} \cdot K} \cdot (393 \text{ K} - 293 \text{ K}) = 831.4 \text{ J}. \end{aligned}$$

Vježba 031

Jedan mol vodika (H_2) zagrijavamo od $30^\circ C$ do $130^\circ C$ pri stalnom tlaku. Koliki je rad pri tom plin izvršio? (Plinska konstanta je $R = 8.314 J/molK$.)

Rezultat: 831.4 J.

Zadatak 032 (Mira, gimnazija)

Kolika je gustoća zraka u prostoriji pri normalnim uvjetima? (Normirani tlak je $p_0 = 101325 \text{ Pa}$, molna masa zraka $M = 0.029 \text{ kg/mol}$, univerzalna plinska konstanta $R = 8.314 J/molK$, temperatura $t = 0^\circ C$)

Rješenje 032

$$\begin{aligned} p_0 &= 101325 \text{ Pa}, & M &= 0.029 \text{ kg/mol}, & R &= 8.314 J/molK, & t &= 0^\circ C \Rightarrow T = 273 + 0 = 273 \text{ K}, \\ \rho &= ? \end{aligned}$$

Ako imamo množinu n idealnog plina, jednačba stanja glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T.$$

Gustoća zraka u sobi je:

$$\left. \begin{array}{l} p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \\ \rho = \frac{m}{V} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T / \cdot \frac{M}{V \cdot R \cdot T} \\ \rho = \frac{m}{V} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{p \cdot M}{R \cdot T} = \frac{m}{V} \\ \rho = \frac{m}{V} \end{array} \right\} \Rightarrow \rho = \frac{p \cdot M}{R \cdot T} =$$

$$= \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 0.029 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 273 \text{ K}} = 1.29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 032

Kolika je gustoća zraka u prostoriji pri temperaturi 100 °C? (Normirani tlak je $p_0 = 101325 \text{ Pa}$, molna masa zraka $M = 0.029 \text{ kg/mol}$, univerzalna plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J/molK}$)

Rezultat: $0.95 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$

Zadatak 033 (Mira, gimnazija)

Kolika je masa zraka u sobi dimenzija 4 m x 3 m x 3 m pri normalnim uvjetima? (Normirani tlak je $p_0 = 101325 \text{ Pa}$, molna masa zraka $M = 0.029 \text{ kg/mol}$, univerzalna plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J/molK}$, temperatura $t = 0 \text{ °C}$)

Rješenje 033

$$V = 4 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 36 \text{ m}^3, \quad p_0 = 101325 \text{ Pa}, \quad M = 0.029 \text{ kg/mol}, \quad R = 8.314 \text{ J/molK},$$

$$t = 0 \text{ °C} \Rightarrow T = 273 + 0 = 273 \text{ K}, \quad m = ?$$

Ako imamo množinu n idealnog plina, jednačba stanja glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T.$$

Masa zraka u sobi iznosi:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T / \cdot \frac{M}{R \cdot T} \Rightarrow m = \frac{p \cdot V \cdot M}{R \cdot T} = \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 36 \text{ m}^3 \cdot 0.029 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 273 \text{ K}} = 46.61 \text{ kg}.$$

Vježba 033

Kolika je masa zraka u sobi dimenzija 8 m x 3 m x 3 m pri normalnim uvjetima? (Normirani tlak je $p_0 = 101325 \text{ Pa}$, molna masa zraka $M = 0.029 \text{ kg/mol}$, univerzalna plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J/molK}$, temperatura $t = 0 \text{ °C}$)

Rezultat: $93.21 \text{ kg}.$

Zadatak 034 (Mira, gimnazija)

Jednu litru idealnog plina pri atmosferskom tlaku 1 bar i temperaturi 0 °C najprije izotermno komprimiramo na volumen 0.4 litre, a zatim izohorno (uz isti volumen) zagrijemo na 100 °C. Koliki će biti tlak plina nakon toga?

Rješenje 034

$$V_1 = 1 \text{ l}, \quad p_1 = 1 \text{ bar}, \quad t_1 = 0 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + 0 = 273 \text{ K}, \quad V_2 = 0.4 \text{ l},$$

$$t_2 = 100 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273 + 100 = 373 \text{ K}, \quad p_2 = ?$$

1. uvjet

Temperatura je stalna, izotermna promjena, Boyle – Mariotteov zakon:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2}.$$

2.uvjet

Volumen je stalan, izohorna promjena, Charlesov zakon:

$$\frac{p_2}{T_1} = \frac{p_3}{T_2} \Rightarrow p_3 = \frac{p_2 \cdot T_2}{T_1}$$

Tlak će iznositi:

$$p_3 = p_2 \cdot \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow p_3 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow p_3 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{V_2 \cdot T_1} = \frac{1 \text{ bar} \cdot 1 \text{ l} \cdot 373 \text{ K}}{0.4 \text{ l} \cdot 273 \text{ K}} = 3.42 \text{ bara.}$$

Vježba 034

Jednu litru idealnog plina pri atmosferskom tlaku 1 bar i temperaturi 0 °C najprije izotermno komprimiramo na volumen 0.8 litara, a zatim izohorno (uz isti volumen) zagrijemo na 100 °C. Koliki će biti tlak plina nakon toga?

Rezultat: 1.71 bar.

Zadatak 035 (Mira, gimnazija)

Nekom smo plinu predali toplinu $5 \cdot 10^7 \text{ J}$ uz stalan tlak, a plin je pritom obavio rad $3 \cdot 10^7 \text{ J}$. Da li se promijenila unutrašnja energija?

Rješenje 035

$$Q = 5 \cdot 10^7 \text{ J}, \quad W = 3 \cdot 10^7 \text{ J}, \quad \Delta U = ?$$

Unutrašnju energiju tijela možemo promijeniti na dva načina: međusobnim dodiranjem dvaju tijela različitih temperatura i mehaničkim radom. Općenito to možemo izraziti ovako: $\Delta U = Q - W$, gdje je ΔU promjena unutrašnje energije tijela, Q toplina, a W mehanički rad.

Rad je:

- pozitivan, $W > 0 \Rightarrow$ sustav obavlja rad
- negativan, $W < 0 \Rightarrow$ vanjske sile obavljaju rad.

Toplina je:

- pozitivna, $Q > 0 \Rightarrow$ toplinu dovodimo sustavu
- negativna, $Q < 0 \Rightarrow$ toplinu odvodimo od sustava.

Unutrašnja energija iznosi:

$$\Delta U = Q - W = 5 \cdot 10^7 \text{ J} - 3 \cdot 10^7 \text{ J} = 2 \cdot 10^7 \text{ J}.$$

Unutrašnja energija plina povećala se za $2 \cdot 10^7 \text{ J}$.

Vježba 035

Nekom smo plinu predali toplinu $6 \cdot 10^7 \text{ J}$ uz stalan tlak, a plin je pritom obavio rad $4 \cdot 10^7 \text{ J}$. Da li se promijenila unutrašnja energija?

Rezultat: Unutrašnja energija plina povećala se za $2 \cdot 10^7 \text{ J}$.

Zadatak 036 (Mira, gimnazija)

Kilogram ugljena topline izgaranja $3.3 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$ proizvede dovoljno pare da parni stroj radi dva sata prosječnom snagom 700 W. Koliki je koeficijent iskorištenja?

Rješenje 036

$$m = 1 \text{ kg}, \quad q = 3.3 \cdot 10^7 \text{ J/kg}, \quad t = 2 \text{ h} = 7200 \text{ s}, \quad P = 700 \text{ W}, \quad \eta = ?$$

Omjer između energije koju iskorišćujemo od nekog stroja i ukupne energije koju ulažemo u stroj zovemo korisnost stroja η . Često je izražavamo u postotku:

$$\eta = \left(\frac{W_i}{W_u} \cdot 100 \right) \%$$

Koeficijent iskorištenja iznosi:

$$\eta = \frac{W_i}{W_u} \cdot 100 \% \Rightarrow \eta = \frac{P \cdot t}{m \cdot q} \cdot 100 \% = \frac{700 \text{ W} \cdot 7200 \text{ s}}{1 \text{ kg} \cdot 3.3 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} \cdot 100 \% = 15.3 \%$$

Vježba 036

Kilogram ugljena topline izgaranja $3.3 \cdot 10^7$ J/kg proizvede dovoljno pare da parni stroj radi tri sata prosječnom snagom 700 W. Koliki je koeficijent iskorištenja?

Rezultat: 22.9 %.

Zadatak 037 (Mira, gimnazija)

Zrak se u prostoriji zagrijava od temperature 11°C do 23°C uz stalan tlak. Koliki postotak mase zraka pritom izađe iz prostorije?

Rješenje 037

$$t_1 = 11^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + 11 = 284\text{ K}, \quad t_2 = 23^\circ\text{C} \Rightarrow T_2 = 273 + 23 = 296\text{ K}, \quad \eta = ?$$

Uporabit ćemo jednadžbu stanja idealnog plina: $p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$.

$$\left. \begin{aligned} p \cdot V &= \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1 \\ p \cdot V &= \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1 = \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2 \quad / \cdot \frac{M}{R} \Rightarrow m_1 \cdot T_1 = m_2 \cdot T_2 \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 \cdot T_1}{T_2}.$$

Postotak mase iznosi:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{m_1 - m_2}{m_1} \cdot 100\% \Rightarrow \eta = \frac{m_1 - \frac{m_1 \cdot T_1}{T_2}}{m_1} \cdot 100\% \Rightarrow \eta = \frac{m_1 \cdot \left[1 - \frac{T_1}{T_2}\right]}{m_1} \cdot 100\% \Rightarrow \eta = \left[1 - \frac{T_1}{T_2}\right] \cdot 100\% = \\ &= \left[1 - \frac{284\text{ K}}{296\text{ K}}\right] \cdot 100\% = 4\%. \end{aligned}$$

Vježba 037

Zrak se u prostoriji zagrijava od temperature 27°C do 77°C uz stalan tlak. Koliki postotak mase zraka pritom izađe iz prostorije?

Rezultat: 14.29 %.

Zadatak 038 (Mira, gimnazija)

Parabolično zrcalo promjera 10 m sakuplja sunčeve zrake na 1 kg bakra. Pod pretpostavkom da se cjelokupna energija apsorbira u bakru bez gubitaka, izračunajte vrijeme potrebno da se bakar zagrije od 20°C do temperature tališta, 1083°C . (Specifični toplinski kapacitet bakra je $c = 382$ J/kgK, a solarna konstanta $E_0 = 1.4$ kW/m².)

Rješenje 038

$$d = 10\text{ m}, \quad m = 1\text{ kg}, \quad t_1 = 20^\circ\text{C}, \quad t_2 = 1083^\circ\text{C}, \quad c = 382\text{ J/kgK}, \\ E_0 = 1.4\text{ kW/m}^2 = 1400\text{ W/m}^2, \quad t = ?$$



$$\text{Površina zrcala je: } S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4},$$

$$\text{a sakupljena energija Sunca iznosi: } W = P \cdot t \Rightarrow W = S \cdot E_0 \cdot t.$$

Iz uvjeta zadatka proizlazi:

$$\begin{aligned} W = Q &\Rightarrow S \cdot E_0 \cdot t = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow t = \frac{m \cdot c \cdot \Delta t}{S \cdot E_0} \Rightarrow t = \frac{m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)}{\frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot E_0} \Rightarrow t = \frac{4 \cdot m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)}{d^2 \cdot \pi \cdot E_0} = \\ &= \frac{4 \cdot 1\text{ kg} \cdot 382 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (1083 - 20)\text{ K}}{(10\text{ m})^2 \cdot \pi \cdot 1400 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} = 3.69\text{ s}. \end{aligned}$$

Vježba 038

Parabolično zrcalo promjera 10 m sakuplja sunčeve zrake na 2 kg bakra. Pod pretpostavkom da se cjelokupna energija apsorbira u bakru bez gubitaka, izračunajte vrijeme potrebno da se bakar zagrije od 20 °C do temperature tališta, 1083 °C. (Specifični toplinski kapacitet bakra je $c = 382 \text{ J/kgK}$, a solarna konstanta $E_0 = 1.4 \text{ kW/m}^2$.)

Rezultat: 7.39 s.

Zadatak 039 (Mira, gimnazija)

Nogometnu loptu volumena 2.8 litara (u napuhanom stanju) pumpamo ručnom pumpom koja u jednom hodu ručice daje 200 cm³ zraka. Lopta je u početku pumpanja potpuno ispražnjena, a pumpamo je do tlaka od 180 kPa. Koliko puta treba pritisnuti ručicu pumpe?

Rješenje 039

$$V_2 = 2.8 \text{ l}, \quad \Delta V = 200 \text{ cm}^3 = 0.2 \text{ dm}^3 = 0.2 \text{ l}, \quad p_1 = 101325 \text{ Pa} - \text{normirani tlak}, \\ p_2 = 180 \text{ kPa} = 180000 \text{ Pa}, \quad n = ?$$



Temperatura je stalna (izotermna promjena):

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Računamo koliko puta treba pritisnuti ručicu pumpe:

$$\left. \begin{array}{l} V_1 = n \cdot \Delta V \\ p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \end{array} \right\} \Rightarrow p_1 \cdot n \cdot \Delta V = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow n = \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot \Delta V} = \frac{180000 \text{ Pa} \cdot 2.8 \text{ l}}{101325 \text{ Pa} \cdot 0.2 \text{ l}} = 25.$$

Vježba 039

Nogometnu loptu volumena 5.6 litara (u napuhanom stanju) pumpamo ručnom pumpom koja u jednom hodu ručice daje 200 cm³ zraka. Lopta je u početku pumpanja potpuno ispražnjena, a pumpamo je do tlaka od 180 kPa. Koliko puta treba pritisnuti ručicu pumpe?

Rezultat: 50.

Zadatak 040 (Martin, gimnazija)

Deset kilograma vode temperature 50 °C pomiješamo s 10 kg petroleja temperature 10 °C. Kolika je temperatura smjese ako je specifični toplinski kapacitet vode dva puta veći od specifičnog toplinskog kapaciteta petroleja?

Rješenje 040

$$m_1 = 10 \text{ kg}, \quad t_1 = 50 \text{ °C}, \quad m_2 = 10 \text{ kg}, \quad t_2 = 10 \text{ °C}, \quad c_1 = 2 \cdot c_2, \quad t = ?$$

Iz Richmannova zakona smjese dobije se:

$$m_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - t) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t - t_2) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m_1 = m_2 \\ c_1 = 2 \cdot c_2 \end{array} \right] \Rightarrow m_1 \cdot 2 \cdot c_2 \cdot (t_1 - t) = m_1 \cdot c_2 \cdot (t - t_2) \quad /: \frac{1}{m_1 \cdot c_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot (t_1 - t) = t - t_2 \Rightarrow 2 \cdot t_1 - 2 \cdot t = t - t_2 \Rightarrow -2 \cdot t - t = -2 \cdot t_1 - t_2 \Rightarrow -3 \cdot t = -2 \cdot t_1 - t_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow -3 \cdot t = -2 \cdot t_1 - t_2 \quad /: (-3) \Rightarrow t = \frac{2 \cdot t_1 + t_2}{3} = \frac{2 \cdot 50 \text{ °C} + 10 \text{ °C}}{3} = \frac{110 \text{ °C}}{3} = 36.7 \text{ °C}.$$

Vježba 040

Deset kilograma vode temperature 50 °C pomiješamo s 10 kg petroleja temperature 20 °C. Kolika je temperatura smjese ako je specifični toplinski kapacitet vode dva puta veći od specifičnog toplinskog kapaciteta petroleja?

Rezultat: 40 °C.