

### Zadatak 041 (Goran, gimnazija)

Pri temperaturi 27 °C tlak plina je p. Do koje je temperature potrebno plin izovolumno (izohorno) zagrijati da mu tlak bude 4 · p?

#### Rješenje 041

$$t_1 = 27 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = 273 + 27 = 300 \text{ K}, \quad p_1 = p, \quad p_2 = 4 \cdot p, \quad T_2 = ?$$

1. inačica

Budući da je obujam stalan (izohorna promjena), tlak će se promjenom temperature mijenjati prema Charlesovu zakonu:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow p_1 \cdot T_2 = p_2 \cdot T_1 \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 \cdot T_1}{p_1} \Rightarrow T_2 = \frac{4 \cdot p \cdot 300 \text{ K}}{p} = 1200 \text{ K}.$$

2. inačica

Budući da je obujam stalan (izohorna promjena), vrijedi:

$$\frac{p}{T} = \text{konst.} \Rightarrow [\text{tlak i temperatura su proporcionalne veličine}].$$

Znači da će, ako je tlak četiri puta veći, temperatura biti četiri puta veća.

#### Vježba 041

Pri temperaturi 127 °C tlak plina je p. Do koje je temperature potrebno plin izovolumno (izohorno) zagrijati da mu tlak bude 4 · p?

**Rezultat:** 1600 K.

### Zadatak 042 (Goran, gimnazija)

Bojler zapremnine 100 litara ima električni grijač snage 2 kW. Za koliko će se stupnjeva zagrijati voda u bojleru ako je grijač uključen 1 sat? ( $c = 4200 \text{ J/(kgK)}$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

#### Rješenje 042

$$V = 100 \text{ l} = 100 \text{ dm}^3 = 0.1 \text{ m}^3, \quad P = 2 \text{ kW} = 2000 \text{ W}, \quad t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}, \\ c = 4200 \text{ J/(kgK)}, \quad \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad \Delta t = ?$$



Za zagrijavanje vode utrošeno je električne energije:

$$W = P \cdot t.$$

Unutarnja energija vode povećala se za:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t.$$

Pretpostavimo li da je sva električna energija utrošena za zagrijavanje vode, možemo pisati:

$$W = Q \Rightarrow P \cdot t = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{P \cdot t}{m \cdot c} \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow \Delta t = \frac{P \cdot t}{\rho \cdot V \cdot c} = \\ = \frac{2000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0.1 \text{ m}^3 \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 17.14 \text{ °C}.$$

#### Vježba 042

Bojler zapremnine 100 litara ima električni grijač snage 4 kW. Za koliko će se stupnjeva zagrijati voda u bojleru ako je grijač uključen 1 sat? ( $c = 4200 \text{ J/(kgK)}$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

**Rezultat:** 34.28 °C.

### Zadatak 043 (Mira, gimnazija)

Plin mase 16 g zauzima volumen od 1600 cm<sup>3</sup> kod tlaka od 10<sup>6</sup> Pa i temperature 112 °C. Odredite koji je to plin. ( $R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$ )

#### Rješenje 043

$$m = 16 \text{ g} = 1.6 \cdot 10^{-2} \text{ kg}, \quad V = 1600 \text{ cm}^3 = 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p = 10^6 \text{ Pa}, \\ t = 112 \text{ °C} \Rightarrow T = 273 + t = 273 + 112 = 385 \text{ K}, \quad R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}, \quad M = ?$$



Ako je poznata množina  $n$  idealnog plina, jednačba stanja glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T,$$

gdje je  $n = \frac{\text{masa plina}}{\text{molna masa}} = \frac{m}{M}$ .

Računamo molnu masu  $M$ :

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \quad / \cdot \frac{M}{p \cdot V} \Rightarrow M = \frac{m \cdot R \cdot T}{p \cdot V} = \frac{1.6 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 385 \text{ K}}{10^6 \text{ Pa} \cdot 1.6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} = 0.032 \text{ kg} = 32 \text{ g}.$$

Radi se o plinu  $\text{O}_2$ .

### Vježba 043

Plin mase 32 g zauzima volumen od  $3200 \text{ cm}^3$  kod tlaka od  $10^6 \text{ Pa}$  i temperature  $112 \text{ }^\circ\text{C}$ . Odredite koji je to plin. ( $R = 8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ )

**Rezultat:**  $M = 32 \text{ g}$ , radi se o plinu  $\text{O}_2$ .

### Zadatak 044 (Ancy, gimnazija)

Kolika je brzina istjecanja  $8 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$  zraka koji se nalazi pod tlakom od  $1.5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  u prostor napunjen zrakom pri tlaku od  $0.9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ? (gustoća zraka  $\rho = 1.293 \text{ kg}/\text{m}^3$ )

### Rješenje 044

$$V = 8 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3, \quad p_1 = 1.5 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad p_2 = 0.9 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad v = ?$$

Kinetička energija

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

što je ima zrak mase  $m$  kada se brzinom  $v$  giba iz prostora većeg tlaka  $p_1$  u prostor manjeg tlaka  $p_2$ , jednaka je obavljenom radu

$$W = V \cdot (p_1 - p_2).$$

Brzina istjecanja zraka iznosi:

$$E_k = W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = V \cdot (p_1 - p_2) \Rightarrow \left[ \text{gustoća zraka } \rho = \frac{m}{V} \right] \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = V \cdot (p_1 - p_2) \quad / \cdot \frac{1}{V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{m}{V} \cdot v^2 = p_1 - p_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = p_1 - p_2 \quad / \cdot \frac{2}{\rho} \Rightarrow v^2 = \frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho} \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (1.5 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 0.9 \cdot 10^5 \text{ Pa})}{1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 305 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Vježba 044

Kolika je brzina istjecanja  $5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$  zraka koji se nalazi pod tlakom od  $1.5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  u prostor napunjen zrakom pri tlaku od  $0.9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ ? (gustoća zraka  $\rho = 1.293 \text{ kg}/\text{m}^3$ )

**Rezultat:**  $305 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

### Zadatak 045 (Marija, gimnazija)

Koliki je ukupni naboj svih elektrona u litri vode? ( $M = 0.018 \text{ kg}/\text{mol}$ ,  $N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ,  $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

### Rješenje 045

$$V = 1 \text{ l} \Rightarrow m = 1 \text{ kg}, \quad M = 0.018 \text{ kg}/\text{mol}, \quad N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad Q = ?$$

Ukupni naboj koji prođe elektrolitom za vrijeme elektrolize jednak je naboju svih iona što stignu na

elektrodu:

$$Q = N \cdot z \cdot e,$$

gdje je z valencija iona. Valencija iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} H_2O \\ {}_1H, {}_8O \end{array} \right\} \Rightarrow z(H_2O) = 2 \cdot 1 + 1 \cdot 8 = 10.$$

Ukupni naboj svih elektrona u litri vode je:

$$Q = N \cdot z \cdot e \Rightarrow Q = \frac{m \cdot N_A}{M} \cdot z \cdot e = \frac{1 \text{ kg} \cdot 6.023 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}}{0.018 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} \cdot 10 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = -5.35 \cdot 10^7 \text{ C}.$$

### Vježba 045

Koliki je ukupni naboj svih elektrona u 3 litre vode? ( $M = 0.018 \text{ kg/mol}$ ,  $N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ,  $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ )

**Rezultat:**  $-1.605 \cdot 10^8 \text{ C}$ .

### Zadatak 046 (Hrvoje, strojarska škola)

U posudi volumena  $1 \text{ cm}^3$  nalazi se plin pri tlaku  $10^{-12} \text{ Pa}$  i temperaturi  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ . Koliki je broj molekula u posudi? ( $N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ,  $R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$ )

### Rješenje 046

$$V = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3, \quad p = 10^{-12} \text{ Pa}, \quad t = 0 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T = 273 + t = 273 + 0 = 273 \text{ K}, \\ N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \quad R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}, \quad N = ?$$

Pomoću kinetičke teorije plinova možemo temperaturu i tlak plina izraziti formulama:

$$\left. \begin{array}{l} T = \frac{2}{3} \cdot \frac{N_A}{R} \cdot E_k \\ p = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot E_k \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{T}{p} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{N_A}{R} \cdot E_k}{\frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot E_k} \Rightarrow \frac{T}{p} = \frac{V \cdot N_A}{N \cdot R} \Rightarrow T \cdot N \cdot R = p \cdot V \cdot N_A \Rightarrow \\ \Rightarrow N = \frac{p \cdot V \cdot N_A}{T \cdot R} = \frac{10^{-12} \text{ Pa} \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot 6.023 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}}{273 \text{ K} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} = 265.$$

### Vježba 046

U posudi volumena  $1 \text{ cm}^3$  nalazi se plin pri tlaku  $2 \cdot 10^{-12} \text{ Pa}$  i temperaturi  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ . Koliki je broj molekula u posudi? ( $N_A = 6.023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ,  $R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$ )

**Rezultat:** 531.

### Zadatak 047 (Mario, elektrotehnička škola)

Nakon koliko će vremena iz kalorimetra ispariti 100 g vode ako je u kalorimetar uronjen grijač snage 1000 W? Početna masa vode u kalorimetru bila je 2000 g, a njezina je temperatura iznosila  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . (Specifični toplinski kapacitet vode je  $4190 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ , a specifična toplina isparavanja vode  $2.26 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$ )

### Rješenje 047

$$m_1 = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg}, \quad P = 1000 \text{ W}, \quad m = 2000 \text{ g} = 2 \text{ kg}, \quad t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t_2 = 100 \text{ }^\circ\text{C}, \\ c = 4190 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad r = 2.26 \cdot 10^6 \text{ J/kg}, \quad t = ?$$

Količina topline (energije) koja se oslobodi na grijaču snage P u vremenu t iznosi:

$$W = P \cdot t.$$

Oslobodena toplina potroši se na zagrijavanje vode do vrelišta i isparavanje vode mase  $m_1$ :

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t + m_1 \cdot r.$$

Zato je:

$$W = Q \Rightarrow P \cdot t = m \cdot c \cdot \Delta t + m_1 \cdot r \Rightarrow t = \frac{m \cdot c \cdot \Delta t + m_1 \cdot r}{P} \Rightarrow t = \frac{m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) + m_1 \cdot r}{P} =$$

$$= \frac{2 \text{ kg} \cdot 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 20) \text{ K} + 0.1 \text{ kg} \cdot 2.26 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}}{1000 \text{ W}} = 896.4 \text{ s.}$$

### Vježba 047

Nakon koliko će vremena iz kalorimetra ispariti 100 g vode ako je u kalorimetar uronjen grijač snage 1000 W? Početna masa vode u kalorimetru bila je 4000 g, a njezina je temperatura iznosila 20 °C. (Specifični toplinski kapacitet vode je 4190 J/(kg · K), a specifična toplota isparavanja vode 2.26 · 10<sup>6</sup> J/kg)

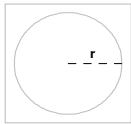
**Rezultat:** 1566.8 s.

### Zadatak 048 (Nena, gimnazija)

U aluminijskoj je ploči napravljen kružni otvor polumjera 2.5 cm na temperaturi 20 °C. Koliki će biti polumjer otvora na temperaturi 200 °C? ( $\beta = 24 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ )

### Rješenje 048

$$r_1 = 2.5 \text{ cm}, \quad t_1 = 20 \text{ °C}, \quad t_2 = 200 \text{ °C}, \quad \beta = 24 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \quad r_2 = ?$$



Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu  $l_0$ , povišimo temperaturu za  $t$  (od 0 °C do  $t$ ), on će se produžiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je  $\beta$  koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Jedinica za koeficijent linearnog rastezanja je  $\text{K}^{-1}$ . Iz izraza za  $\beta$  slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Duljina polumjera kružnog otvora pri temperaturi  $t_1$  jest:

$$r_1 = r_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1).$$

Duljina polumjera kružnog otvora pri temperaturi  $t_2$  iznosi:

$$r_2 = r_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_2).$$

Iz sustava jednadžbi dobije se  $r_2$ :

$$\left. \begin{array}{l} r_2 = r_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_2) \\ r_1 = r_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1) \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{r_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_2)}{r_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1)} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{1 + \beta \cdot t_2}{1 + \beta \cdot t_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{1 + \beta \cdot t_2}{1 + \beta \cdot t_1} \cdot r_1 \Rightarrow r_2 = r_1 \cdot \frac{1 + \beta \cdot t_2}{1 + \beta \cdot t_1} = 2.5 \text{ cm} \cdot \frac{1 + 24 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 200 \text{ K}}{1 + 24 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 20 \text{ K}} = 2.51 \text{ cm.}$$

### Vježba 048

U aluminijskoj je ploči napravljen kružni otvor polumjera 3.5 cm na temperaturi 20 °C. Koliki će biti polumjer otvora na temperaturi 200 °C? ( $\beta = 24 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ )

**Rezultat:** 3.52 cm.

**Zadatak 049 (Nena, gimnazija)**

Staklena posuda volumena  $100 \text{ cm}^3$  pri temperaturi  $15 \text{ }^\circ\text{C}$  napunjena je do vrha alkoholom iste temperature. Koliko će se alkohola prelići iz posude kada se alkohol i posuda ugriju na temperaturu  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ ? (Koeficijent linearnog rastezanja stakla je  $\beta_s = 9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , koeficijent kubnog rastezanja alkohola je  $\alpha_a = 1.1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ )

**Rješenje 049**

$$V_0 = 100 \text{ cm}^3, \quad t_1 = 15 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t_2 = 50 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \beta_s = 9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \quad \alpha_a = 1.1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \\ \Delta V = ?$$

Nakon zagrijavanja volumeni staklene posude i alkohola iznositi će:

$$V_s = V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \beta_s \cdot \Delta t), \quad V_a = V_0 \cdot (1 + \alpha_a \cdot \Delta t).$$

Razlika volumena jednaka je količini alkohola koji se prelio iz staklene posude:

$$\Delta V = V_a - V_s \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot (1 + \alpha_a \cdot \Delta t) - V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \beta_s \cdot \Delta t) \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot (1 + \alpha_a \cdot \Delta t - 1 - 3 \cdot \beta_s \cdot \Delta t) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot (\alpha_a \cdot \Delta t - 3 \cdot \beta_s \cdot \Delta t) \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot (\alpha_a - 3 \cdot \beta_s) \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot (\alpha_a - 3 \cdot \beta_s) \cdot (t_2 - t_1) = \\ = 100 \text{ cm}^3 \cdot \left( 1.1 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} - 3 \cdot 9 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \right) \cdot (50 - 15) \text{ K} = 3.76 \text{ cm}^3.$$

**Vježba 049**

Staklena posuda volumena  $200 \text{ cm}^3$  pri temperaturi  $15 \text{ }^\circ\text{C}$  napunjena je do vrha alkoholom iste temperature. Koliko će se alkohola prelići iz posude kada se alkohol i posuda ugriju na temperaturu  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ ? (Koeficijent linearnog rastezanja stakla je  $\beta = 9 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , koeficijent kubnog rastezanja alkohola je  $\alpha = 1.1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ )

**Rezultat:**  $7.51 \text{ cm}^3$ .

**Zadatak 050 (Nena, gimnazija)**

Pun spremnik benzina sadrži 60 litara. Ako je napunjen pri temperaturi  $5 \text{ }^\circ\text{C}$  i ostavljen na suncu tako da se temperatura povisi na  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ , koliko će benzina isteći iz njega? (Koeficijent volumnog širenja benzina je  $\alpha_b = 950 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , a za metal  $\alpha_m = 36 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ )

**Rješenje 050**

$$V_0 = 60 \text{ l}, \quad t_1 = 5 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t_2 = 25 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \alpha_b = 950 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \quad \alpha_m = 36 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \\ \Delta V = ?$$

Nakon zagrijavanja volumeni benzina i metalnog spremnika iznositi će:

$$V_b = V_0 \cdot (1 + \alpha_b \cdot \Delta t), \quad V_m = V_0 \cdot (1 + \alpha_m \cdot \Delta t).$$

Razlika volumena jednaka je količini benzina koji je istekao iz metalnog spremnika:

$$\Delta V = V_b - V_m \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot (1 + \alpha_b \cdot \Delta t) - V_0 \cdot (1 + \alpha_m \cdot \Delta t) \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot (1 + \alpha_b \cdot \Delta t - 1 - \alpha_m \cdot \Delta t) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot (\alpha_b \cdot \Delta t - \alpha_m \cdot \Delta t) \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot (\alpha_b - \alpha_m) \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot (\alpha_b - \alpha_m) \cdot (t_2 - t_1) = \\ = 60 \text{ l} \cdot \left( 950 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} - 36 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \right) \cdot (25 - 5) \text{ K} = 1.0968 \text{ l} \approx 1.1 \text{ l}.$$

**Vježba 050**

Pun spremnik benzina sadrži 120 litara. Ako je napunjen pri temperaturi  $5 \text{ }^\circ\text{C}$  i ostavljen na suncu tako da se temperatura povisi na  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ , koliko će benzina isteći iz njega? (Koeficijent volumnog širenja benzina je  $\alpha_b = 950 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , a za metal  $\alpha_m = 36 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ )

**Rezultat:**  $2.1936 \text{ l}$ .

**Zadatak 051 (Goran, gimnazija)**

U termodinamičkom procesu plin apsorbira količinu topline od  $3.2 \text{ kJ}$  i istodobno je nad njim obavljen rad od  $720 \text{ J}$ . Kolika je promjena unutarnje energije plina?

### Rješenje 051

$$Q = 3.2 \text{ kJ} = 3200 \text{ J}, \quad W = 720 \text{ J}, \quad \Delta U = ?$$

Unutarnju energiju tijela možemo promijeniti na dva načina:

- međusobnim dodiranjem dvaju tijela različitih temperatura
- mehaničkim radom.

Općenito to možemo izraziti ovako:

$$\Delta U = Q - W,$$

gdje je:

- $\Delta U$  – promjena unutarnje energije tijela
- $Q$  – toplina
- $W$  – mehanički rad.

Rad  $W$  može biti pozitivan ili negativan:

- $W > 0$  (pozitivan), ako sustav obavlja rad
- $W < 0$  (negativan), ako rad obavljaju vanjske sile.

Toplina  $Q$  može biti pozitivna ili negativna:

- $Q > 0$  (pozitivna), ako toplinu dovodimo sustavu
- $Q < 0$  (negativna), ako toplinu odvodimo od sustava.

Promjena unutarnje energije iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} Q = +3200 \text{ J toplinu dovodimo sustavu} \\ W = -720 \text{ J vanjske sile obavljaju rad} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U = Q - W = 3200 \text{ J} - (-720 \text{ J}) = 3920 \text{ J} = 3.92 \text{ kJ}.$$

### Vježba 051

U termodinamičkom procesu plin apsorbira količinu topline od 3.1 kJ i istodobno je nad njim obavljen rad od 730 J. Kolika je promjena unutarnje energije plina?

**Rezultat:** 3830 J.

### Zadatak 052 (Vedrana, gimnazija)

Kolika je promjena unutarnje energije sustava, ako su u adijabatskom procesu vanjske sile obavile rad od 328 J?

### Rješenje 052

$$W = 328 \text{ J}, \quad \Delta U = ?$$

Pri adijabatskoj promjeni mijenja se stanje plina uz obavljanje rada, a da pritom plin ne izmjenjuje toplinu s okolinom. Sustav je od okoline savršeno toplinski izoliran pa nema izmjene topline, (tj. količine topline  $Q$ ) s okolinom,  $Q = 0$ . Budući da vanjske sile moraju obaviti rad u sustavu ( $W < 0$ ), proizlazi:

$$\left. \begin{array}{l} Q = 0, \quad W = -328 \text{ J} \\ \Delta U = Q - W \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U = 0 - (-328 \text{ J}) = 328 \text{ J}.$$

### Vježba 052

Kolika je promjena unutarnje energije sustava, ako su u adijabatskom procesu vanjske sile obavile rad od 450 J?

**Rezultat:** 450 J.

### Zadatak 053 (Vedrana, gimnazija)

Olovno i bakreno tijelo prime jednake količine topline. Olovnom se tijelu temperatura povisi za 75 °C, a bakrenom za 25 °C. Izračunajte omjer masa olovnog i bakrenog tijela.

( $c_{\text{Pb}} = 130 \text{ J/kgK}$ ,  $c_{\text{Cu}} = 390 \text{ J/kgK}$ )

### Rješenje 053

$$Q_{\text{Pb}} = Q_{\text{Cu}}, \quad \Delta t_{\text{Pb}} = 75 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \Delta t_{\text{Cu}} = 25 \text{ }^\circ\text{C}, \quad c_{\text{Pb}} = 130 \text{ J/kgK}, \quad c_{\text{Cu}} = 390 \text{ J/kgK},$$
$$m_{\text{Pb}} : m_{\text{Cu}} = ?$$

Količina topline koju sustav mikročestica (odnosno tijelo) pri zagrijavanju preuzme odnosno pri hlađenju preda, opisana je relacijama:

$$\pm Q = m \cdot c \cdot (\pm \Delta t),$$

gdje je  $c$  specifični toplinski kapacitet tvari,  $m$  je masa sustava (tijela), a  $\Delta t$  je promjena (povišenje odnosno sniženje) temperature.

Računamo omjer masa olovnog i bakrenog tijela:

$$Q_{Pb} = Q_{Cu} \Rightarrow m_{Pb} \cdot c_{Pb} \cdot \Delta t_{Pb} = m_{Cu} \cdot c_{Cu} \cdot \Delta t_{Cu} \quad / \cdot \frac{1}{m_{Cu} \cdot c_{Pb} \cdot \Delta t_{Pb}} \Rightarrow \frac{m_{Pb}}{m_{Cu}} = \frac{c_{Cu} \cdot \Delta t_{Cu}}{c_{Pb} \cdot \Delta t_{Pb}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_{Pb}}{m_{Cu}} = \frac{390 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 25 \text{ } ^\circ C}{130 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 75 \text{ } ^\circ C} \Rightarrow \frac{m_{Pb}}{m_{Cu}} = \frac{1}{1} \Rightarrow m_{Pb} : m_{Cu} = 1 : 1.$$

### Vježba 053

Olovno i bakreno tijelo prime jednake količine topline. Olovnom se tijelu temperatura povisi za  $60 \text{ } ^\circ C$ , a bakrenom za  $20 \text{ } ^\circ C$ . Izračunajte omjer masa olovnog i bakrenog tijela.

( $c_{Pb} = 130 \text{ J/kgK}$ ,  $c_{Cu} = 390 \text{ J/kgK}$ )

**Rezultat:** 1 : 1.

### Zadatak 054 (Vedrana, gimnazija)

Posuda oblika kvadra pregradom je podijeljena u dva dijela tako da se visine odnose 2 : 1. U manjem dijelu je vakuum (plin evakuiran), a u većem plin pod tlakom  $p$ . Kad se ukloni pregrada, koliki je tlak u posudi?

### Rješenje 054

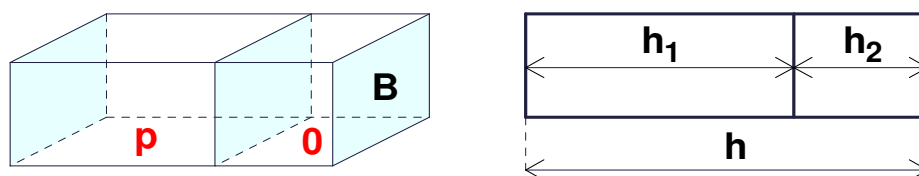
$$p_1 = p, \quad h_1 : h_2 = 2 : 1, \quad p_2 = ?$$

Izotermna promjena plinskog stanja (ili istotemperaturna) je takva promjena kod koje je temperatura plina konstantna.

$$p \cdot V = \text{konst. ako je } T = \text{konst. (Boyle-Mariotte-ov zakon)}$$

Ako se volumen plina smanji, tlak plina (u posudi) se poveća i obrnuto. Za niz uzastopnih plinskih stanja je:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = p_3 \cdot V_3 = p_4 \cdot V_4 = \dots = p_n \cdot V_n = \text{konst.}, \text{ uz } T = \text{konst.}$$



Računamo visinu  $h_1$ :

$$\left. \begin{array}{l} h_1 + h_2 = h \\ h_1 : h_2 = 2 : 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} h_2 = h - h_1 \\ h_1 = 2 \cdot h_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} h_2 = h - h_1 \\ h_2 = \frac{1}{2} \cdot h_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot h_1 = h - h_1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot h_1 + h_1 = h \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} \cdot h_1 = h \quad / \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow h_1 = \frac{2}{3} \cdot h.$$

Kad se ukloni pregrada tlak u posudi iznosi:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p \cdot B \cdot h_1}{B \cdot h} \Rightarrow p_2 = \frac{p \cdot \frac{2}{3} \cdot h}{h} \Rightarrow p_2 = \frac{2}{3} \cdot p.$$

### Vježba 054

Posuda oblika kvadra pregradom je podijeljena u dva dijela tako da se visine odnose 1 : 1. U jednom dijelu je vakuum (plin evakuiran), a u drugom plin pod tlakom  $p$ . Kad se ukloni pregrada, koliki je tlak u posudi?

**Rezultat:**  $\frac{p}{2}$ .

### Zadatak 055 (Kety, gimnazija)

Čelični most ima duljinu 518 m na temperaturi  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Za koliko se može promijeniti duljina mosta ako se ekstremne temperature na tom području kreću od  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$  do  $+35\text{ }^{\circ}\text{C}$ ? Linearni koeficijent rastezanja čelika je  $1.1 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ .

#### Rješenje 055

$$l_0 = 518\text{ m}, \quad t_1 = -20\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad t_2 = +35\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad \beta = 1.1 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}, \quad \Delta l = ?$$

Ponovimo!

Kad štapu nekoga čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  ima duljinu  $l_0$ , povisimo temperaturu za  $t$  (od  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  do  $t$ ), duljina štapa bit će jednaka

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Duljina mosta promijenit će se za  $\Delta l$ :

$$\begin{aligned} \Delta l = l_{t_2} - l_{t_1} &\Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_2) - l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1) \Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_2 - 1 - \beta \cdot t_1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1) = 518\text{ m} \cdot 1.1 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \cdot (35 - (-20))\text{ K} = 0.31\text{ m}. \end{aligned}$$

### Vježba 055

Čelični most ima duljinu 1036 m na temperaturi  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Za koliko se može promijeniti duljina mosta ako se ekstremne temperature na tom području kreću od  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$  do  $+35\text{ }^{\circ}\text{C}$ ? Linearni koeficijent rastezanja čelika je  $1.1 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ .

**Rezultat:** 0.63 m.

### Zadatak 056 (Josip, elektrotehnička škola)

Odredite masu molekule vode ( $\text{H}_2\text{O}$ ). ( $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$ )

#### Rješenje 056

$$N_A = 6.022 \cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}, \quad m_{\text{H}_2\text{O}} = ?$$

Relativna atomska masa  $A_r$ , nekog atoma, odnosno molekule  $M_r$ , jest broj koji govori koliko je puta masa atoma ili molekule veća od  $\frac{1}{12}$  mase atoma izotopa  $^{12}_6\text{C}$ . Masa  $\frac{1}{12}$  mase atoma izotopa ugljika

$^{12}_6\text{C}$  jest atomska jedinica mase (znak:  $u$ ). Izražena u kilogramima, ta masa iznosi

$$u = 1.66 \cdot 10^{-27}\text{ kg}.$$

Prema tome masa molekule je

$$m_M = M_r \cdot u.$$

Jedan mol bilo koje tvari sadrži jednak broj jedinki (molekula, atoma i sl.), i to  $6.022 \cdot 10^{23}$  što je brojčana vrijednost Avogadrove konstante  $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}\text{ mol}^{-1}$ .

Masu molekule  $m_M$  možemo naći iz izraza

$$m_M = \frac{M}{N_A},$$

gdje  $M$  označuje molnu masu molekula.

1. inačica

Masu molekule naći ćemo iz izraza



$$m_{H_2O} = \frac{M_{H_2O}}{N_A}$$

Molnu masu  $M$  vode odredit ćemo tako da najprije odredimo relativnu molekulsku masu  $M_r$ . Ona je jednaka zbroju relativnih atomskih masa vodika i kisika čije su vrijednosti naznačene u periodnom sustavu elemenata:

$$M_r = 2 \cdot 1.008 + 16.00 = 18.016$$

Molna masa vode iznosi:

$$M_{H_2O} = 18.016 \frac{g}{mol}$$

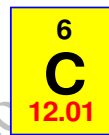
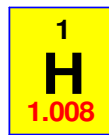
Masa molekule vode je tada:

$$m_{H_2O} = \frac{M_{H_2O}}{N_A} = \frac{18.016 \frac{g}{mol}}{6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}} = 2.99 \cdot 10^{-23} g = 2.99 \cdot 10^{-26} kg$$

2. inačica

Masu molekule vode naći ćemo iz:

$$m_M = M_r \cdot u = 18.016 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} kg = 2.99 \cdot 10^{-26} kg$$



### Vježba 056

Odredite masu jedne molekule metana ( $CH_4$ ), ( $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} mol^{-1}$ )

**Rezultat:**  $2.66 \cdot 10^{-26} kg$ .

### Zadatak 057 (Ivan, strojarska škola)

Teret mase 500 kg podignemo 10 m visoko pomoću motora koji utroši 0.02 kg nafte. Kolika je korisnost motora ako je specifična toplina izgaranja nafte  $4.6 \cdot 10^7 J/kg$ ? ( $g = 10 m/s^2$ )

### Rješenje 057

$$m = 500 kg, \quad h = 10 m, \quad m_1 = 0.02 kg, \quad q = 4.6 \cdot 10^7 J/kg, \quad g = 10 m/s^2, \quad \eta = ?$$

Omjer između energije koju iskoristujemo od nekog stroja i ukupne energije koju ulažemo u stroj zovemo korisnost stroja  $\eta$ . Često je izražavamo u postocima:

$$\eta = \left( \frac{W_i}{W_u} \cdot 100 \right) \%$$

Korisnost motora iznosi:

$$\eta = \frac{W_i}{W_u}$$

gdje je  $W_i$  rad što ga obavi motor,  $W_u$  rad ekvivalentan toplini (uloženi rad).

$$\left. \begin{array}{l} W_i = m \cdot g \cdot h \\ W_u = m_1 \cdot q \end{array} \right\} \Rightarrow \eta = \frac{m \cdot g \cdot h}{m_1 \cdot q} = \frac{500 kg \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 10 m}{0.02 kg \cdot 4.6 \cdot 10^7 \frac{J}{kg}} = 0.054 = \frac{5.4}{100} = 5.4\%$$

### Vježba 057

Teret mase 300 kg podignemo 10 m visoko pomoću motora koji utroši 0.01 kg nafte. Kolika je korisnost motora ako je specifična toplina izgaranja nafte  $4.6 \cdot 10^7 J/kg$ ? ( $g = 10 m/s^2$ )

**Rezultat:** 6.5%.

**Zadatak 058 (Ivan, strojarska škola)**

Dva tijela jednakih masa, jedno od mjedi, a drugo od željeza, padnu na tlo s jednake visine. Koje će tijelo nakon pada imati višu temperaturu? (specifični toplinski kapacitet mjedi  $c_1 = 0.38 \cdot 10^3$  J/kgK, specifični toplinski kapacitet željeza  $c_2 = 0.46 \cdot 10^3$  J/kgK)

**Rješenje 058**

$$c_1 = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J/kgK}, \quad c_2 = 0.46 \cdot 10^3 \text{ J/kgK}, \quad \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = ?$$

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t,$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta t$  promjena temperature tijela. Toplina koju su oba tijela prilikom padanja primila jednaka je promjeni njihove gravitacijske potencijalne energije. Budući da tijela imaju jednake mase i padaju sa iste visine, jednake su im gravitacijske potencijalne energije:

$$\left. \begin{array}{l} E_{gp} = Q_1 \\ E_{gp} = Q_2 \end{array} \right\} \Rightarrow Q_1 = Q_2 \Rightarrow m \cdot c_1 \cdot \Delta t_1 = m \cdot c_2 \cdot \Delta t_2 \quad /:m \Rightarrow c_1 \cdot \Delta t_1 = c_2 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c_1 \cdot \Delta t_1 = c_2 \cdot \Delta t_2 \quad /: \frac{1}{c_1 \cdot \Delta t_2} \Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{c_2}{c_1} \Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{0.46 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}}{0.38 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} \Rightarrow \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 1.21.$$

**Vježba 058**

Dva tijela jednakih masa, jedno od stakla, a drugo od željeza, padnu na tlo s jednake visine. Koje će tijelo nakon pada imati višu temperaturu? (specifični toplinski kapacitet stakla  $c_1 = 0.84 \cdot 10^3$  J/kgK, specifični toplinski kapacitet željeza  $c_2 = 0.46 \cdot 10^3$  J/kgK)

**Rezultat:**  $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 0.55.$

**Zadatak 059 (Ivan, strojarska škola)**

Pri  $0^\circ\text{C}$  masa 3 g vodika nalazi se pod tlakom  $5.07 \cdot 10^5$  Pa. Nakon širenja pri stalnom tlaku obujam plina je 15 litara. Kolika je promjena unutarnje energije plina ako je on primio  $1.47 \cdot 10^4$  J topline? ( $R = 8.31$  J/(mol · K),  $M = 2 \cdot 10^{-3}$  kg/mol)

**Rješenje 059**

$$t = 0^\circ\text{C} \Rightarrow T = 273 \text{ K}, \quad m = 3 \text{ g} = 0.003 \text{ kg}, \quad p = 5.07 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad Q = 1.47 \cdot 10^4 \text{ J},$$

$$V_2 = 15 \text{ l} = 15 \text{ dm}^3 = 0.015 \text{ m}^3, \quad R = 8.31 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}, \quad M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}, \quad \Delta U = ?$$

Budući da je zadana masa  $m$  plina i njegova molna masa  $M$ , jednadžba stanja plina glasi

$$p \cdot V_1 = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$$

pa se dobije obujam  $V_1$  plina pri  $0^\circ\text{C}$ :

$$V_1 = \frac{m \cdot R \cdot T}{p \cdot M}.$$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak:

$$W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Promjena unutarnje energije plina iznosi:

$$\Delta U = Q - W \Rightarrow \Delta U = Q - p \cdot (V_2 - V_1) \Rightarrow \Delta U = Q - p \cdot V_2 + p \cdot V_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta U = Q - p \cdot V_2 + p \cdot \frac{m \cdot R \cdot T}{p \cdot M} \Rightarrow \Delta U = Q - p \cdot V_2 + \frac{m \cdot R \cdot T}{M} =$$

$$= 1.47 \cdot 10^4 \text{ J} - 5.04 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 0.015 \text{ m}^3 + \frac{0.003 \text{ kg} \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 273 \text{ K}}{2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} = 10542.945 \text{ J} \approx 10.5 \text{ kJ}.$$

### Vježba 059

Pri 0°C masa 3 g vodika nalazi se pod tlakom  $5.07 \cdot 10^5$  Pa. Nakon širenja pri stalnom tlaku obujam plina je 15 litara. Kolika je promjena unutarnje energije plina ako je on primio  $2 \cdot 10^4$  J topline? ( $R = 8.31 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ ,  $M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ )

**Rezultat:** 15842.945 J.

### Zadatak 060 (Maturant, gimnazija)

Pretpostavimo da parni stroj koji radi kao idealni toplinski stroj (po Carnotovu ciklusu) uzima vodenu paru temperature 200 °C. Kolika je maksimalna temperatura vodene pare koja iz stroja izlazi ako je stupanj djelovanja stroja 20%?

#### Rješenje 060

$$t_1 = 200 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = 273 + 200 = 473 \text{ K}, \quad \eta = 20\% = 0.20, \quad t_2 = ?$$

Korisnost  $\eta$  nekog toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad, tj.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su  $T_1$  i  $T_2$  temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot T_1 \Rightarrow \eta \cdot T_1 = T_1 - T_2 \Rightarrow T_2 = T_1 - \eta \cdot T_1 \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot (1 - \eta) = 473 \text{ K} \cdot (1 - 0.20) = 378.4 \text{ K}.$$

Maksimalna temperatura vodene pare izražena u stupnjevima iznosi:

$$T_2 = 273 + t_2 \Rightarrow t_2 = T_2 - 273 = 378.4 - 273 = 105.4 \text{ °C}.$$

### Vježba 060

Pretpostavimo da parni stroj koji radi kao idealni toplinski stroj (po Carnotovu ciklusu) uzima vodenu paru temperature 200 °C. Kolika je maksimalna temperatura vodene pare koja iz stroja izlazi ako je stupanj djelovanja stroja 30%?

**Rezultat:** 58.1 °C.