

Zadatak 141 (Ante, tehnička škola)

Pri $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ masa 3 g vodika nalazi se pod tlakom $5.07 \cdot 10^5\text{ Pa}$. Nakon širenja pri stalnom tlaku obujam plina je 15 litara.

a) Koliki je rad utrošio plin pri širenju?

b) Kolika je promjena unutrašnje energije plina ako je on primio $1.47 \cdot 10^4\text{ J}$ topline? (molna masa vodika (H_2) $M = 0.002\text{ kg/mol}$, plinska konstanta $R = 8.31\text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$)

Rješenje 141

$$t = 0\text{ }^{\circ}\text{C} \Rightarrow T = 273 + t = 273 + 0 = 273\text{ K}, \quad m(\text{H}_2) = 3\text{ g} = 3 \cdot 10^{-3}\text{ kg}, \\ p = 5.07 \cdot 10^5\text{ Pa} = \text{konst.}, \quad V_2 = 15\text{ l} = 15\text{ dm}^3 = 1.5 \cdot 10^{-2}\text{ m}^3, \quad Q = 1.47 \cdot 10^4\text{ J}, \\ M = 0.002\text{ kg/mol}, \quad R = 8.31\text{ J/(K} \cdot \text{mol)}, \quad W = ?, \quad \Delta U = ?$$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Ako je poznata množina n idealnog plina, jednadžba stanja glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$$

gdje je $n = \frac{\text{masa plina}}{\text{molna masa}} = \frac{m}{M}$.

Relativna atomska masa A_r , nekog atoma, odnosno molekule M_r , jest broj koji govori koliko je puta masa atoma ili molekule veća od $\frac{1}{12}$ mase atoma izotopa $^{12}_6\text{C}$. Masa $\frac{1}{12}$ mase atoma izotopa ugljika $^{12}_6\text{C}$ jest atomska jedinica mase (znak: u).

Unutarnju energiju tijela možemo promijeniti na dva načina:

- međusobnim dodiranjem dvaju tijela različitih temperatura
- mehaničkim radom.

Općenito to možemo izraziti ovako:

$$\Delta U = Q - W,$$

gdje je:

- ΔU – promjena unutarnje energije tijela
- Q – toplina
- W – mehanički rad.

Rad W može biti pozitivan ili negativan:

- $W > 0$ (pozitivan), ako sustav obavlja rad
- $W < 0$ (negativan), ako rad obavljaju vanjske sile.

Toplina Q može biti pozitivna ili negativna:

- $Q > 0$ (pozitivna), ako toplinu dovodimo sustavu
- $Q < 0$ (negativna), ako toplinu odvodimo od sustava.

a)

1
H
1.008

Da bismo našli molnu masu M vodika, odredit ćemo najprije relativnu molekulsku masu M_r . Ona je jednaka zbroju relativnih atomskih masa dva atoma vodika čija je vrijednost naznačena u periodnom sustavu elemenata:

$$M_r = 2 \cdot 1.008 = 2.016.$$

Molna masa vodika iznosi:

$$M = 2.016 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \approx 0.002 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}.$$

Računamo obujam V_1 plina prije širenja:

$$p \cdot V_1 = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot V_1 = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \cdot \frac{1}{p} \Rightarrow V_1 = \frac{m \cdot R \cdot T}{M \cdot p}$$

Pri širenju plin je utrošio rad W:

$$W = p \cdot (V_2 - V_1) \Rightarrow W = p \cdot \left(V_2 - \frac{m \cdot R \cdot T}{M \cdot p} \right) \Rightarrow W = p \cdot V_2 - \frac{m \cdot R \cdot T}{M} =$$

$$= 5.07 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 - \frac{3 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 8.31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot 273 \text{ K}}{0.002 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} = 4202.1 \text{ J}$$

b)

Promjena unutrašnje energije plina kad je primio toplinu Q iznosi:

$$\Delta U = Q - W = 1.47 \cdot 10^4 \text{ J} - 4202.1 \text{ J} = 10497.9 \text{ J}$$

Vježba 141

Pri 0 °C masa 3 g vodika nalazi se pod tlakom $6.07 \cdot 10^5$ Pa. Nakon širenja pri stalnom tlaku obujam plina je 15 litara. Koliki je rad utrošio plin pri širenju?

(molna masa vodika (H_2) $M = 0.002$ kg/mol, plinska konstanta $R = 8.31$ J/(K · mol))

Rezultat: 5702.1 J.

Zadatak 142 (Mira, gimnazija)

Staklena čaša volumena 2000 cm³ napunjena je do vrha alkoholom na temperaturi 0 °C. Koji volumen alkohola će isteći iz čaše ako nju i alkohol zagrijemo na 50 °C? (Koeficijent volumnog, kubičnog rastezanja alkohola je $1.135 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, a stakla $2.4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

Rješenje 142

$$V_0 = 2000 \text{ cm}^3, \quad t = 50 \text{ °C} = [\text{promjena temperature}] = 50 \text{ K}, \quad \alpha_a = 1.135 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1},$$

$$\alpha_s = 2.4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad \Delta V = ?$$

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu njegove se dimenzije povećaju. Ako su sve dimenzije čvrstog tijela (duljina, širina, visina) podjednako izražene, riječ je o kubičnom rastezanju. Neka tijelo pri 0 °C ima obujam V_0 . Poveisimo li tijelu temperaturu za t (od 0 °C do t), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = \alpha \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je α koeficijent volumnog, kubičnog rastezanja. Taj izraz vrijedi i za volumno, kubično rastezanje tekućina, kao i za šuplja čvrsta tijela.



Obujam alkohola koji će isteći iz staklene čaše jednak je razlici promjene obujma alkohola i promjene obujma staklene čaše:

$$\Delta V = \Delta V_a - \Delta V_s \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot t \cdot \alpha_a - V_0 \cdot t \cdot \alpha_s \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot t \cdot (\alpha_a - \alpha_s) =$$

$$= 2000 \text{ cm}^3 \cdot 50 \text{ K} \cdot \left(1.135 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{K}} - 2.4 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \right) = 111.1 \text{ cm}^3.$$

Vježba 142

Staklena čaša volumena 4000 cm³ napunjena je do vrha alkoholom na temperaturi 0 °C. Koji volumen alkohola će isteći iz čaše ako nju i alkohol zagrijemo na 50 °C? (Koeficijent volumnog, kubičnog rastezanja alkohola je $1.135 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, a stakla $2.4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

Rezultat: 222.2 cm³.

Zadatak 143 (Josip, maturant)

Tijelo mase $m = 5$ kg upada brzinom $v = 100$ km/h u tekući medij mase 50 kg, specifičnog toplinskog kapaciteta $4 \cdot 10^3$ J/(kg · K), temperature 20 °C, prođe kroz medij i prilikom izlaska iz medija brzina mu iznosi $v_1 = 0.1$ m/s. Izračunajte:

- a) Gubitak energije tijela prilikom prolaska kroz medij.
 b) Uz pretpostavku da se sav gubitak energije iskoristi za zagrijavanje medija, izračunajte novu temperaturu medija.

Rješenje 143

$$m = 5 \text{ kg}, \quad v = 100 \text{ km/h} = [100 : 3.6] = 27.78 \text{ m/s}, \quad m_1 = 50 \text{ kg}, \quad c_1 = 4 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)},$$

$$t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}, \quad v_1 = 0.1 \text{ m/s}, \quad \Delta E_k = ?, \quad t_2 = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

- a) Gubitak energije tijela prilikom prolaska kroz medij jednak je razlici kinetičke energije prije upada tijela u medij i poslije izlaska iz medija:

$$\Delta E_k = E_k - E_{k_1} \Rightarrow \Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow \Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v^2 - v_1^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v - v_1) \cdot (v + v_1) = \frac{1}{2} \cdot 5 \text{ kg} \cdot \left(27.78 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot \left(27.78 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 1929.296 \text{ J}.$$

- b) Budući da se sav gubitak energije iskoristio za zagrijavanje medija, nova temperatura medija iznosi:

$$Q = \Delta E_k \Rightarrow Q = E_k - E_{k_1} \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t_2 - t_1) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v^2 - v_1^2) \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t_2 - t_1) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v^2 - v_1^2) \cdot \frac{1}{m_1 \cdot c_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{m \cdot (v^2 - v_1^2)}{2 \cdot m_1 \cdot c_1} \Rightarrow t_2 = \frac{m \cdot (v - v_1) \cdot (v + v_1)}{2 \cdot m_1 \cdot c_1} + t_1 =$$

$$= \frac{5 \text{ kg} \cdot \left(27.78 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \cdot \left(27.78 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{2 \cdot 50 \text{ kg} \cdot 4 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} + 20 \text{ }^\circ\text{C} = 20.0096 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Vježba 143

Tijelo mase $m = 10 \text{ kg}$ upada brzinom $v = 100 \text{ km/h}$ u tekući medij, prođe kroz medij i prilikom izlaska iz medija brzina mu iznosi $v_1 = 0.1 \text{ m/s}$. Izračunajte gubitak energije tijela prilikom prolaska kroz medij.

Rezultat: 3858.592 J.

Zadatak 144 (Josip, maturant)

Čvrsto tijelo, na temperaturi taljenja leda, ima obujam V_0 . Tijelo zagrijemo za $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Za koliko postotaka će se promijeniti gustoća tijela u odnosu na početnu gustoću? (Koeficijent linearnog rastezanja iznosi 0.000023 K^{-1}).

Rješenje 144

$$t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}, \quad V_0, \quad \Delta t = 20 \text{ }^\circ\text{C} = 20 \text{ K}, \quad \beta = 0.000023 \text{ K}^{-1} = 2.3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad p = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Kad čvrstom tijelu povišimo temperaturu njegove se dimenzije povećaju. Ako su sve dimenzije čvrstog tijela (duljina, širina, visina) podjednako izražene, riječ je o kubičnom rastezanju. Neka tijelo pri 0 °C ima obujam V_0 . Povišimo li tijelu temperaturu za t (od 0 °C do t), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = \alpha \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je α koeficijent volumnog, kubičnog rastezanja. Pri temperaturi t tijelo će imati obujam

$$V_t = V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \beta \cdot \Delta t), \quad \alpha = 3 \cdot \beta,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja.

Gustoća tijela na temperaturi taljenja leda je

$$\rho_0 = \frac{m}{V_0}.$$

Gustoća tijela nakon zagrijavanja za Δt dana je izrazom:

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1} \Rightarrow \rho_1 = \frac{m}{V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \beta \cdot \Delta t)}.$$

Promjena gustoće tijela izražena u postotku iznosi:

$$p = \frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_0} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{\frac{m}{V_0} - \frac{m}{V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \beta \cdot \Delta t)}}{\frac{m}{V_0}} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{\frac{m}{V_0} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + 3 \cdot \beta \cdot \Delta t}\right)}{\frac{m}{V_0}} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \left(1 - \frac{1}{1 + 3 \cdot \beta \cdot \Delta t}\right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{1}{1 + 3 \cdot 2.3 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{K} \cdot 20 \text{ K}}\right) \cdot 100\% = 0.14\%.$$

Vježba 144

Čvrsto tijelo, na temperaturi taljenja leda, ima obujam V_0 . Tijelo zagrijemo za 40 °C. Za koliko postotaka će se promijeniti gustoća tijela u odnosu na početnu gustoću? (Koeficijent linearnog rastezanja iznosi 0.000023 K⁻¹).

Rezultat: 0.28%.

Zadatak 145 (Edi, tehnička škola)

Plin ima obujam 100 cm³ na 25 °C. Koliki bi imao obujam na 0 °C uz jednak tlak?
($\alpha = \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}$)

Rješenje 145

$$V_t = 100 \text{ cm}^3, \quad t = 25 \text{ °C}, \quad \alpha = \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}, \quad V_0 = ?$$

Kad čvrstom tijelu povišimo temperaturu njegove se dimenzije povećaju. Ako su sve dimenzije čvrstog tijela (duljina, širina, visina) podjednako izražene, riječ je o kubičnom rastezanju. Neka tijelo pri 0 °C ima obujam V_0 . Povišimo li tijelu temperaturu za t (od 0 °C do t), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = \alpha \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je α koeficijent volumnog, kubičnog rastezanja. Pri temperaturi t tijelo će imati obujam

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t).$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici

temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

1. inačica

Budući da na temperaturi t tijelo ima obujam V_t , vrijedi:

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \Rightarrow V_0 = \frac{V_t}{1 + \alpha \cdot t} = \frac{100 \text{ cm}^3}{1 + \frac{1}{273} \text{ K}^{-1} \cdot 25 \text{ K}} = 91.61 \text{ cm}^3.$$

2. inačica

Zadane temperature izrazimo u termodinamičkoj ljestvici (u kelvinima):

$$\left. \begin{array}{l} t_0 = 0 \text{ } ^\circ\text{C} \\ t = 25 \text{ } ^\circ\text{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} T_0 = 273 + t_0 \\ T = 273 + t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} T_0 = (273 + 0) \text{ K} \\ T = (273 + 25) \text{ K} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} T_0 = 273 \text{ K} \\ T = 298 \text{ K} \end{array} \right\}.$$

Budući da je tlak plina stalan (izobarno stanje), a mijenja se temperatura, vrijedi:

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_t}{T} \Rightarrow \frac{V_0}{T_0} = \frac{V_t}{T} \cdot T_0 \Rightarrow V_0 = \frac{V_t}{T} \cdot T_0 = \frac{100 \text{ cm}^3}{298 \text{ K}} \cdot 273 \text{ K} = 91.61 \text{ cm}^3.$$

Vježba 145

Plin ima obujam 200 cm^3 na $25 \text{ } ^\circ\text{C}$. Koliki bi imao obujam na $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ uz jednak tlak?
($\alpha = \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}$)

Rezultat: 183.22 cm^3 .

Zadatak 146 (Slavica, srednja škola)

Projektil brzine 200 m/s udari u zemljani nasip i zabije se u njega. Ako je specifični toplinski kapacitet materijala iz kojeg je načinjen projektil $c = 460 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ i ako je pri zaustavljanju 60% početne kinetičke energije projektila utrošeno za zagrijavanje tijela projektila, koliko je povećanje temperature projektila?

Rješenje 146

$$v = 200 \text{ m/s}, \quad c = 460 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad \eta = 60\% = 0.6, \quad \Delta t = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Toplina Q koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t,$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela. Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela.

Kako se računa $p\%$ od x ?

$$\frac{P}{100} \cdot x.$$

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$Q = \eta \cdot E_k \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta t = \eta \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow \Delta t = \frac{\eta \cdot v^2}{2 \cdot c} = \frac{0.6 \cdot \left(200 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 460 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 26.1 \text{ K}.$$

Vježba 146

Projektil brzine 200 m/s udari u zemljani nasip i zabije se u njega. Ako je specifični toplinski kapacitet materijala iz kojeg je načinjen projektil $c = 230 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ i ako je pri zaustavljanju 30% početne kinetičke energije projektila utrošeno za zagrijavanje tijela projektila, koliko je povećanje temperature projektila?

Rezultat: 26.1 K.

Zadatak 147 (Mira, gimnazija)

Nogometnu loptu volumena 2.8 litara (u napuhanom stanju) pumpamo ručnom pumpom koja u jednom hodu ručice daje 200 cm^3 zraka. Lopta je u početku pumpanja potpuno ispražnjena, a pumpamo je do tlaka od 180 kPa. Koliko puta treba pritisnuti ručicu pumpe? (normirani tlak $p_0 = 101325 \text{ Pa}$)

Rješenje 147

$$V_2 = 2.8 \text{ l}, \quad \Delta V = 200 \text{ cm}^3 = 0.2 \text{ dm}^3 = 0.2 \text{ l}, \quad p_1 = p_0 = 101325 \text{ Pa},$$
$$p_2 = 180 \text{ kPa} = 1.8 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad n = ?$$

Ako pri promjeni stanja dane mase plina temperatura ostaje stalna (izotermna promjena), promjenu obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle-Mariotteovim zakonom:



$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Označimo slovom n broj pritisaka ručice pumpe. Svakim pritiskom ručice lopti se doda ΔV zraka pa vrijedi

$$V_1 = n \cdot \Delta V.$$

Budući da je temperatura stalna (izotermna promjena), slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} V_1 = n \cdot \Delta V \\ p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \end{array} \right\} \Rightarrow p_1 \cdot n \cdot \Delta V = p_2 \cdot V_2 \quad / \cdot \frac{1}{p_1 \cdot \Delta V} \Rightarrow n = \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot \Delta V} = \frac{1.8 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 2.8 \text{ l}}{101325 \text{ Pa} \cdot 0.2 \text{ l}} = 24.87 \approx 25.$$

Vježba 147

Nogometnu loptu volumena 1.4 litara (u napuhanom stanju) pumpamo ručnom pumpom koja u jednom hodu ručice daje 100 cm^3 zraka. Lopta je u početku pumpanja potpuno ispražnjena, a pumpamo je do tlaka od 180 kPa. Koliko puta treba pritisnuti ručicu pumpe? (normirani tlak $p_0 = 101325 \text{ Pa}$)

Rezultat: 25.

Zadatak 148 (Ana, gimnazija)

Zagrijavajući se izobarno od $0 \text{ }^\circ\text{C}$ do $40 \text{ }^\circ\text{C}$ plin je poprimio obujam 16 cm^3 . Koliki je bio početni obujam plina?

Rješenje 148

$$t_1 = 0 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 \text{ K} + t_1 = 273 \text{ K} + 0 \text{ K} = 273 \text{ K},$$
$$t_2 = 40 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_2 = 273 \text{ K} + t_2 = 273 \text{ K} + 40 \text{ K} = 313 \text{ K}, \quad V_2 = 16 \text{ cm}^3, \quad V_1 = ?$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay-Lussacovom zakonu. Uvedemo li termodinamičku temperaturu, tj.

$T = t + 273 \text{ K}$, dobivamo taj zakon u obliku:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Početni obujam V_1 plina iznosi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad / \cdot T_1 \Rightarrow V_1 = V_2 \cdot \frac{T_1}{T_2} = 16 \text{ cm}^3 \cdot \frac{273 \text{ K}}{313 \text{ K}} = 13.96 \text{ cm}^3 \approx 14 \text{ cm}^3.$$

Vježba 148

Zagrijavajući se izobarno od 0 °C do 40 °C plin je poprimio obujam 32 cm³. Koliki je bio početni obujam plina?

Rezultat: 27.991 cm³.

Zadatak 149 (Marko, budući ferovac ☺)

U kalorimetar s 1 kg vode temperature 50 °C uvodi se vodena para temperature 100 °C i dodaje led temperature 0 °C. Koliku masu vodene pare treba uvesti u vodu da se na kraju dobije 2 kg vode iste temperature kao i na početku? (specifična toplina isparavanja vode $r = 2.2 \cdot 10^6$ J/kg, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.35 \cdot 10^5$ J/kg, specifični toplinski kapacitet vode $c = 4186$ J/(kg · K))

Rješenje 149

$m_1 = 1$ kg, $t = 50$ °C, $t_p = 100$ °C, $t_l = 0$ °C, $m_2 = 2$ kg, $r = 2.2 \cdot 10^6$ J/kg,
 $\lambda = 3.35 \cdot 10^5$ J/kg, $c = 4186$ J/(kg · K), $m = ?$

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t,$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Toplinu koja je potrebna da tekućina mase m prijeđe u paru iste temperature možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot r,$$

gdje je r specifična toplina isparavanja.

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Na početku je u kalorimetru bila voda mase m_1 , a na kraju procesa mase m_2 . Znači da masa vodene pare i leda m_3 koje smo naknadno uveli u kalorimetar iznosi zajedno

$$m_3 = m_2 - m_1 = 2 \text{ kg} - 1 \text{ kg} = 1 \text{ kg}.$$



POZOR!

Zbog jednostavnosti računanja ne pišemo mjerne jedinice za fizikalne veličine!

Neka je m masa vodene pare, tada je $1 - m$ masa leda.

Budući da je temperatura kalorimetra na početku i na kraju procesa ostala ista (50 °C), toplina smjese u kalorimetru nije se mijenjala. Znači da je količina topline koju vodena para hlađenjem izgubi jednaka količini topline koju led zagrijavanjem primi.

Proces za vodenu paru sastoji se od dva koraka:

- kondenzacija:

$$Q_{1p} = m \cdot r$$

- hlađenje vodene pare do konačne temperature t :

$$Q_{2p} = m \cdot c \cdot (t_p - t) \Rightarrow Q_{2p} = m \cdot c \cdot (100 - 50) \Rightarrow Q_{2p} = 50 \cdot m \cdot c.$$

Proces za led sastoji se od dva koraka:

- taljenje:

$$Q_{1l} = (1 - m) \cdot \lambda$$

- zagrijavanje vode do konačne temperature t :

$$Q_{2l} = (1 - m) \cdot c \cdot (t - t_l) \Rightarrow Q_{2l} = (1 - m) \cdot c \cdot (50 - 0) \Rightarrow Q_{2l} = 50 \cdot (1 - m) \cdot c.$$

Količina topline koju vodena para hlađenjem izgubi jednaka je količini topline koju led zagrijavanjem primi:

$$Q_{1p} + Q_{2p} = Q_{1l} + Q_{2l} \Rightarrow m \cdot r + 50 \cdot m \cdot c = (1 - m) \cdot \lambda + 50 \cdot (1 - m) \cdot c \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow 2\,200\,000 \cdot m + 50 \cdot m \cdot c = 33\,500 \cdot (1-m) + 50 \cdot (1-m) \cdot c \quad /: 50 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 44\,000 \cdot m + m \cdot c = 6\,700 \cdot (1-m) + (1-m) \cdot c \Rightarrow 44\,000 \cdot m + m \cdot c = 6\,700 - 6\,700 \cdot m + c - m \cdot c \Rightarrow \\ &\Rightarrow 44\,000 \cdot m + m \cdot c + 6\,700 \cdot m + m \cdot c = 6\,700 + c \Rightarrow 44\,000 \cdot m + 2 \cdot m \cdot c + 6\,700 \cdot m = 6\,700 + c \Rightarrow \\ &\Rightarrow m \cdot (44\,000 + 2 \cdot c + 6\,700) = 6\,700 + c \quad /: \frac{1}{44\,000 + 2 \cdot c + 6\,700} \Rightarrow m = \frac{6\,700 + c}{44\,000 + 2 \cdot c + 6\,700} = \\ &= \frac{6\,700 + 4\,186}{44\,000 + 2 \cdot 4\,186 + 6\,700} = 0.18428 \text{ kg} \approx 184.3 \text{ g}. \end{aligned}$$

Vježba 149

U kalorimetar s 100 dag vode temperature 50 °C uvodi se vodena para temperature 100 °C i dodaje led temperature 0 °C. Koliku masu vodene pare treba uvesti u vodu da se na kraju dobije 2000 g vode iste temperature kao i na početku? (specifična toplina isparavanja vode $r = 2.2 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.35 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$, specifični toplinski kapacitet vode $c = 4186 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$)

Rezultat: 184.3 g.

Zadatak 150 (Ivan, tehnička škola)

U aluminijskoj je ploči napravljen kružni otvor polumjera 2.5 cm na temperaturi 20 °C. Koliki će biti polumjer otvora na temperaturi 200 °C? ($\alpha = 24 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$)

Rješenje 150

$$r_1 = 2.5 \text{ cm}, \quad t_1 = 20 \text{ °C}, \quad t_2 = 200 \text{ °C}, \quad \alpha = 24 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \quad r_2 = ?$$

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu, njegove se dimenzije povećaju. Ima li tijelo takav oblik da duljina premašuje ostale dimenzije (oblik štapa), govorimo o linearnom rastezanju čvrstog tijela. Nakon zagrijavanja duljina štapa bit će jednaka

$$l_t = l_0 (1 + \alpha \cdot t),$$

gdje je l_0 duljina štapa pri 0 °C, t povećanje temperature za t (od 0 °C do t), α koeficijent linearnog rastezanja.

1. inačica

Duljina štapa iznosi:

$$r_2 = r_1 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta t) \Rightarrow r_2 = r_1 \cdot (1 + \alpha \cdot (t_2 - t_1)) = 2.5 \text{ cm} \cdot \left(1 + 24 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot (200 - 20) \text{ K}\right) = 2.51 \text{ cm}.$$

2. inačica

Duljina štapa iznosi:

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= r_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \\ r_2 &= r_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{dijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{r_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)}{r_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1)} \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{r_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)}{r_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \frac{1 + \alpha \cdot t_2}{1 + \alpha \cdot t_1} \quad /: r_1 \Rightarrow r_2 = r_1 \cdot \frac{1 + \alpha \cdot t_2}{1 + \alpha \cdot t_1} = 2.5 \text{ cm} \cdot \frac{1 + 24 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 200 \text{ K}}{1 + 24 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \cdot 20 \text{ K}} = 2.51 \text{ cm}.$$

Vježba 150

U aluminijskoj je ploči napravljen kružni otvor polumjera 25 mm na temperaturi 20 °C. Koliki će biti polumjer otvora na temperaturi 200 °C? ($\alpha = 24 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$)

Rezultat: 25.1 mm.

Zadatak 151 (Ivan, tehnička škola)

Termos boca sadrži 0.5 litara čaja temperature 70 °C. Koliko hladnog čaja temperature 10 °C treba dodati vrućem da bi mu temperatura bila 40 °C?

Rješenje 151

$$V_1 = 0.5 \text{ l} \Rightarrow m_1 = 0.5 \text{ kg}, \quad t_1 = 70 \text{ °C}, \quad t_2 = 10 \text{ °C}, \quad t = 40 \text{ °C}, \quad V_2 = ?$$

Kad su u međusobnom dodiru dva tijela različitih temperatura, onda je, prema zakonu o očuvanju energije, povećanje unutrašnje energije tijela koje se grije jednako smanjenju unutrašnje energije tijela koje se hladi, tj.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t), \quad \text{Richmannovo pravilo}$$

gdje je t konačna temperatura, tj. temperatura pri kojoj oba tijela postizu toplinsku ravnotežu.

Volumen V_2 iznosi:

$$m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t) = m_2 \cdot c \cdot (t - t_2) \Rightarrow m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t) = m_2 \cdot c \cdot (t - t_2) \cdot \frac{1}{c \cdot (t - t_2)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{m_1 \cdot (t_1 - t)}{t - t_2} = \frac{0.5 \text{ kg} \cdot (70 \text{ °C} - 40 \text{ °C})}{40 \text{ °C} - 10 \text{ °C}} = 0.5 \text{ kg} \Rightarrow V_2 = 0.5 \text{ l}.$$

Vježba 151

Termos boca sadrži 2 litre čaja temperature 70 °C. Koliko hladnog čaja temperature 10 °C treba dodati vrućem da bi mu temperatura bila 40 °C?

Rezultat: 2 l.

Zadatak 152 (Ivan, tehnička škola)

Litru idealnog plina pri atmosferskom tlaku od 1 bara i temperaturi od 0 °C najprije izotermno komprimiramo na volumen od 0.4 litre, a zatim izohorno (uz isti volumen) zagrijemo na 100 °C. Koliki će biti tlak plina nakon toga?

Rješenje 152

$$V_1 = 1 \text{ l}, \quad p_1 = 1 \text{ bar}, \quad t_1 = 0 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = 273 \text{ K} + 0 \text{ K} = 273 \text{ K}, \quad V_2 = 0.4 \text{ l},$$

$$t_2 = 100 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = 273 \text{ K} + 100 \text{ K} = 373 \text{ K}, \quad p_3 = ?$$

Ako pri promjeni stanja dane mase plina temperatura ostaje stalna (izotermna promjena) promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle – Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Mijenja li se temperatura nekoj masi plina stalnog obujma (izohorna promjena), mijenjat će se tlak plina prema Charlesovu zakonu:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

Tlak plina p_3 iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \quad \text{stalna temperatura} \\ \frac{p_2}{T_1} = \frac{p_3}{T_2} \quad \text{stalan volumen} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \quad /: V_2 \\ \frac{p_2}{T_1} = \frac{p_3}{T_2} \quad /: T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2} \\ p_3 = p_2 \cdot \frac{T_2}{T_1} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_3 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} = \frac{1 \text{ bar} \cdot 1 \text{ l}}{0.4 \text{ l}} \cdot \frac{373 \text{ K}}{273 \text{ K}} = 3.42 \text{ bar}.$$

Vježba 152

Litru idealnog plina pri tlaku od 2 bara i temperaturi od 0 °C najprije izotermno komprimiramo na volumen od 0.8 litre, a zatim izohorno (uz isti volumen) zagrijemo na 100 °C. Koliki će biti tlak plina nakon toga?

Rezultat: 3.42 bar.

Zadatak 153 (Sany, gimnazija)

Gumena lopta sadrži pri 20 °C dvije litre zraka uz atmosferski tlak $1.07 \cdot 10^5$ Pa. Kakav će obujam poprimiti zrak u lopti ako je spustimo u vodu na dubinu 10 m? Temperatura vode je 4 °C. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 153

$$t_1 = 20 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = 273 \text{ K} + 20 \text{ K} = 293 \text{ K}, \quad V_1 = 2 \text{ l} = 2 \text{ dm}^3 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \\ p_1 = 1.07 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad h = 10 \text{ m}, \quad t_2 = 4 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = 273 \text{ K} + 4 \text{ K} = 277 \text{ K}, \\ \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad V_2 = ?$$

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojem mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ ,

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Općenitu ovisnost između tri parametra idealnog plina – obujma, tlaka i temperature – možemo izraziti zakonom koji sadrži sva tri plinska zakona:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2},$$

što vrijedi za određenu masu plina. To je jedan od oblika jednadžbe stanja plina.

Kada se lopta spusti u vodu na dubinu h na nju djeluje ukupan tlak p_2 koji je jednak zbroju atmosferskog tlaka i hidrostatskog tlaka:

$$p_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot h.$$

Obujam zraka V_2 u lopti kada je spustimo u vodu na dubinu h iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} p_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot h \\ \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot h \\ \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \cdot \frac{T_2}{p_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot h \\ V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{T_1 \cdot p_2} \end{array} \right\} \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} \cdot \frac{T_2}{p_1 + \rho \cdot g \cdot h} = \\ = \frac{1.07 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{293 \text{ K}} \cdot \frac{277 \text{ K}}{1.07 \cdot 10^5 \text{ Pa} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m}} = \\ = 9.86 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 0.986 \text{ dm}^3 = 0.986 \text{ l}.$$

Vježba 153

Gumena lopta sadrži pri 20 °C jednu litru zraka uz atmosferski tlak $1.07 \cdot 10^5$ Pa. Kakav će obujam poprimiti zrak u lopti ako je spustimo u vodu na dubinu 10 m? Temperatura vode je 4 °C. ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: 0.493 l.

Zadatak 154 (Sany, gimnazija)

Gustoća dušika u normiranim uvjetima iznosi 1.25 kg/m^3 . Odredi gustoću dušika pri 42 °C i $9.7 \cdot 10^4$ Pa. (normirani uvjeti: temperatura $t_1 = 0$ °C, tlak $p_1 = 101325$ Pa)

Rješenje 154

$$p_1 = 1.25 \text{ kg/m}^3, \quad t_1 = 0 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = 273 \text{ K} + 0 \text{ K} = 273 \text{ K}, \quad p_1 = 101325 \text{ Pa}, \\ t_2 = 42 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = 273 \text{ K} + 42 \text{ K} = 315 \text{ K}, \quad p_2 = 9.7 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad \rho_2 = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

Općenitu ovisnost između tri parametra idealnog plina – obujma, tlaka i temperature – možemo izraziti zakonom koji sadrži sva tri plinska zakona:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2},$$

što vrijedi za određenu masu plina. To je jedan od oblika jednadžbe stanja plina. Obujmovi iste mase m plina na temperaturama t_1 i t_2 iznose:

$$V_1 = \frac{m}{\rho_1}, \quad V_2 = \frac{m}{\rho_2}.$$

Gustoća ρ_2 ima vrijednost:

$$\left. \begin{array}{l} V_1 = \frac{m}{\rho_1}, \quad V_2 = \frac{m}{\rho_2} \\ \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{p_1 \cdot \frac{m}{\rho_1}}{T_1} = \frac{p_2 \cdot \frac{m}{\rho_2}}{T_2} \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1 \cdot \rho_1} = \frac{p_2}{T_2 \cdot \rho_2} \cdot \frac{\rho_2 \cdot T_1 \cdot \rho_1}{p_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_2 = \frac{p_2 \cdot T_1 \cdot \rho_1}{T_2 \cdot p_1} \Rightarrow \rho_2 = \frac{9.7 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot 273 \text{ K} \cdot 1.25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{315 \text{ K} \cdot 101325 \text{ Pa}} = 1.037 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1.037 \frac{1000 \text{ g}}{1000 \text{ dm}^3} = 1.037 \frac{\text{g}}{\text{l}}.$$

Vježba 154

Gustoća dušika u normiranim uvjetima iznosi 1.25 kg/m^3 . Odredi gustoću dušika pri 27°C i $9.7 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. (normirani uvjeti: temperatura $t_1 = 0^\circ \text{C}$, tlak $p_1 = 101325 \text{ Pa}$)

Rezultat: 1.089 kg/m^3 .

Zadatak 155 (Maja, srednja škola)

Pri temperaturi zraka 17°C i normiranome atmosferskom tlaku uronimo staklenu cijev u posudu sa živom. U staklenoj se cijevi nalazi stanovita količina zraka tako da je razina žive u cijevi 5 cm iznad razine žive u posudi. Duljina dijela cijevi koji je ispunjen zrakom iznosi 50 cm . Za koliko se mora povisiti temperatura okolnog zraka da se živa u cijevi spusti do razine žive u posudi? (normirani tlak $p_0 = 76 \text{ cm Hg}$)

Rješenje 155

$t_1 = 17^\circ \text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = 273 \text{ K} + 17 \text{ K} = 290 \text{ K}$, $p_1 = 76 \text{ cm Hg} - 5 \text{ cm Hg} = 71 \text{ cm Hg}$, $p_2 = p_0 = 76 \text{ cm Hg}$, $h = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$, $h_1 = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$, $\Delta T = ?$

Općenitu ovisnost između tri parametra idealnog plina – obujma, tlaka i temperature – možemo izraziti zakonom koji sadrži sva tri plinska zakona:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2},$$

što vrijedi za određenu masu plina. To je jedan od oblika jednadžbe stanja plina.

Pri temperaturi $t_1 = 17^\circ \text{C}$ tlak stupca zraka jednak je normiranom tlaku umanjenom za stupac žive visine 5 cm

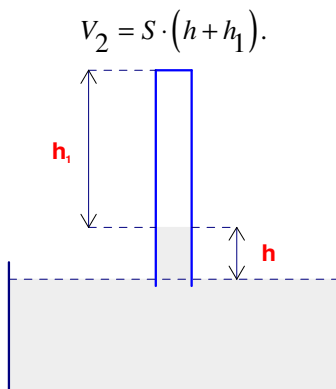
$$p_1 = 76 \text{ cm Hg} - 5 \text{ cm Hg} = 71 \text{ cm Hg}.$$

Neka je S poprečni presjek staklene cijevi.

Obujam dijela staklene cijevi koji je ispunjen zrakom (to je obujam valjka poprečnog presjeka S i visine h_1) iznosi:

$$V_1 = S \cdot h_1.$$

Obujam dijela staklene cijevi koji je ispunjen živom i zrakom (to je obujam valjka poprečnog presjeka S i visine $h + h_1$) iznosi



Temperatura T_2 okolnog zraka pri kojoj će se živa u cijevi spustiti do razine žive u posudi je:

$$\left. \begin{aligned} V_1 = S \cdot h_1, \quad V_2 = S \cdot (h + h_1) \\ \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} V_1 = S \cdot h_1, \quad V_2 = S \cdot (h + h_1) \\ \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \quad \text{/.} \quad \frac{T_2 \cdot T_1}{p_1 \cdot V_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} V_1 = S \cdot h_1, \quad V_2 = S \cdot (h + h_1) \\ T_2 = \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot T_1}{p_1 \cdot V_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 \cdot S \cdot (h + h_1) \cdot T_1}{p_1 \cdot S \cdot h_1} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 \cdot (h + h_1) \cdot T_1}{p_1 \cdot h_1}.$$

Temperatura se mora povisiti za:

$$\left. \begin{aligned} T_1, \quad T_2 = \frac{p_2 \cdot (h + h_1) \cdot T_1}{p_1 \cdot h_1} \\ \Delta T = T_2 - T_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta T = \frac{p_2 \cdot (h + h_1) \cdot T_1}{p_1 \cdot h_1} - T_1 \Rightarrow \Delta T = T_1 \cdot \left(\frac{p_2 \cdot (h + h_1)}{p_1 \cdot h_1} - 1 \right) =$$

$$= 290 \text{ K} \cdot \left(\frac{76 \text{ cm Hg} \cdot (0.05 \text{ m} + 0.5 \text{ m})}{71 \text{ cm Hg} \cdot 0.5 \text{ m}} - 1 \right) = 51.46 \text{ K}.$$

Vježba 155

Pri temperaturi zraka 17°C i normiranome atmosferskom tlaku uronimo staklenu cijev u posudu sa živom. U staklenoj se cijevi nalazi stanovita količina zraka tako da je razina žive u cijevi 50 mm iznad razine žive u posudi. Duljina dijela cijevi koji je ispunjen zrakom iznosi 5 dm . Za koliko se mora povisiti temperatura okolnog zraka da se živa u cijevi spusti do razine žive u posudi? (normirani tlak $p_0 = 76 \text{ cm Hg}$)

Rezultat: 51.46 K .

Zadatak 156 (Maja, srednja škola)

Neki plin mase 12 g ima pri 7°C obujam $4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. Nakon zagrijavanja plina pri stalnom tlaku gustoća plina je $6 \cdot 10^{-4} \text{ g/cm}^3$. Do koje je temperature ugrijan plin?

Rješenje 156

$$m = 12 \text{ g} = 0.012 \text{ kg}, \quad t_1 = 7^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = 273 \text{ K} + 7 \text{ K} = 280 \text{ K},$$

$$V_1 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p = \text{konst.}, \quad \rho_2 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ g/cm}^3 = 0.6 \text{ kg/m}^3, \quad t_2 = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Ako pri promjeni stanja dane mase plina tlak ostaje stalan (izobarna promjena) promjene obujma i temperature plina možemo opisati Gay – Lussacovim zakonom:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Nakon zagrijavanja plina stalne mase m njegova gustoća se mijenja pa volumen V_2 iznosi:

$$V_2 = \frac{m}{\rho_2}.$$

Budući da je tlak konstantan (izobarna promjena), temperatura T_2 do koje se plin ugrije iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} V_2 = \frac{m}{\rho_2} \\ \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} V_2 = \frac{m}{\rho_2} \\ \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \cdot \frac{T_2 \cdot T_1}{V_1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} V_2 = \frac{m}{\rho_2} \\ T_2 = \frac{V_2 \cdot T_1}{V_1} \end{array} \right\} \Rightarrow T_2 = \frac{\frac{m}{\rho_2} \cdot T_1}{V_1} \Rightarrow T_2 = \frac{m \cdot T_1}{V_1 \cdot \rho_2} =$$

$$= \frac{0.012 \text{ kg} \cdot 280 \text{ K}}{4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 0.6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 1400 \text{ K} = \begin{bmatrix} T = 273 + t \\ t = T - 273 \end{bmatrix} = (1400 - 273) \text{ } ^\circ\text{C} = 1127 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Vježba 156

Neki plin mase 24 g ima pri 7 °C obujam $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. Nakon zagrijavanja plina pri stalnom tlaku gustoća plina je $6 \cdot 10^{-4} \text{ g/cm}^3$. Do koje je temperature ugrijan plin?

Rezultat: 1127 °C.

Zadatak 157 (Tomislav, strojarska škola)

Gustoća je kisika pri 0 °C i normiranom tlaku 1.43 g/l. Nađi gustoću kisika pri 17 °C i tlaku $9.3 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. (normirani tlak $p_0 = 101325 \text{ Pa}$)

Rješenje 157

$$t_1 = 0 \text{ } ^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = 273 \text{ K} + 0 \text{ K} = 273 \text{ K}, \quad p_1 = p_0 = 101325 \text{ Pa},$$

$$\rho_1 = 1.43 \text{ g/l} = 1.43 \text{ kg/m}^3, \quad t_2 = 17 \text{ } ^\circ\text{C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = 273 \text{ K} + 17 \text{ K} = 290 \text{ K},$$

$$p_2 = 9.3 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad \rho_2 = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase m tijela i njegova obujma V:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Općenitu ovisnost između tri parametra idealnog plina – obujma, tlaka i temperature – možemo izraziti zakonom koji sadrži sva tri plinska zakona:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2},$$

što vrijedi za određenu masu plina. To je jedan od oblika jednadžbe stanja plina.

Kisik stalne mase m pri promjeni temperature od t_1 na t_2 mijenja gustoću pa volumeni V_1 i V_2 iznose:

$$V_1 = \frac{m}{\rho_1}, \quad V_2 = \frac{m}{\rho_2}.$$

Računamo gustoću ρ_2 :

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{m}{\rho_1}, \quad V_2 = \frac{m}{\rho_2} \\ \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} &= \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{p_1 \cdot \frac{m}{\rho_1}}{T_1} = \frac{p_2 \cdot \frac{m}{\rho_2}}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1 \cdot m}{T_1 \cdot \rho_1} = \frac{p_2 \cdot m}{T_2 \cdot \rho_2} \quad / \cdot \frac{\rho_2 \cdot T_1 \cdot \rho_1}{p_1 \cdot m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_2 = \frac{p_2 \cdot T_1 \cdot \rho_1}{p_1 \cdot T_2} = \frac{9.3 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot 273 \text{ K} \cdot 1.43 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{101325 \text{ Pa} \cdot 290 \text{ K}} = 1.24 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 157

Gustoća je kisika pri 0 °C i normiranom tlaku 1.43 g/l. Nađi gustoću kisika pri 17 °C i tlaku $1.86 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. (normirani tlak $p_0 = 101325 \text{ Pa}$)

Rezultat: 2.47 kg/m³.

Zadatak 158 (Ante, elektrotehnička škola)

Iz elektronske cijevi isisan je plin do tlaka $1.59 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$ pri 27 °C. Obujam cijevi je 100 cm³. Koliko je molekula preostalo u cijevi? (Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$)

Rješenje 158

$$p = 1.59 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}, \quad t = 27 \text{ °C} \Rightarrow T = 273 + t = 273 \text{ K} + 27 \text{ K} = 300 \text{ K},$$

$$V = 100 \text{ cm}^3 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \quad k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}, \quad N = ?$$

Jednadžbu plinskog stanja možemo iskazati i brojem N molekula u obliku

$$p \cdot V = k_B \cdot N \cdot T,$$

gdje je k_B Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$.

Broj preostalih molekula N u cijevi iznosi:



$$p \cdot V = k_B \cdot N \cdot T \Rightarrow p \cdot V = k_B \cdot N \cdot T \quad / \cdot \frac{1}{k_B \cdot T} \Rightarrow N = \frac{p \cdot V}{k_B \cdot T} =$$

$$= \frac{1.59 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}{1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 300 \text{ K}} = 3.84057971 \cdot 10^{13} \text{ molekula.}$$

Vježba 158

Iz elektronske cijevi isisan je plin do tlaka $1.59 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$ pri 27 °C. Obujam cijevi je 200 cm³. Koliko je molekula preostalo u cijevi?

Rezultat: $7.68115942 \cdot 10^{13}$ molekula.

Zadatak 159 (Ante, elektrotehnička škola)

Smjesa plinova sadrži pri normiranom tlaku 65.0 % dušika, 15.0 % kisika i 20.0 % ugljičnog dioksida. Koliki je parcijalni tlak svakog plina? (normirani tlak $p_0 = 101325 \text{ Pa}$)

Rješenje 159

$$p_0 = 101325 \text{ Pa}, \quad p(\text{N}_2) = 65 \% \cdot p_0 = 0.65 \cdot p_0 = ?, \quad p(\text{O}_2) = 15 \% \cdot p_0 = 0.15 \cdot p_0 = ?$$

$$p(\text{CO}_2) = 20 \% \cdot p_0 = 0.20 \cdot p_0 = ?$$

Imamo li smjesu nekoliko plinova, ukupni će tlak biti jednak zbroju parcijalnih tlakova pomiješanih plinova. Tlak smjese je

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n,$$

gdje su $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ tlakovi pojedinih plinova. Parcijalni ili djelomični tlak plina je tlak što bi ga imala jedna od pomiješanih količina plina kad bi sama ispunila cijeli prostor u kojem se nalazi smjesa. Parcijalni tlakovi dušika, kisika i ugljičnog dioksida iznose:

$$\left. \begin{array}{l} p(N_2) = 0.65 \cdot p_0 \\ p(O_2) = 0.15 \cdot p_0 \\ p(CO_2) = 0.20 \cdot p_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p(N_2) = 0.65 \cdot 101325 \text{ Pa} \\ p(O_2) = 0.15 \cdot 101325 \text{ Pa} \\ p(CO_2) = 0.20 \cdot 101325 \text{ Pa} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p(N_2) = 65861.25 \text{ Pa} \\ p(O_2) = 15198.75 \text{ Pa} \\ p(CO_2) = 20265 \text{ Pa} \end{array} \right\}.$$

Vježba 159

Smjesa plinova sadrži pri normiranom tlaku 70.0 % dušika, 10.0 % kisika i 20.0 % ugljičnog dioksida. Koliki je parcijalni tlak svakog plina? (normirani tlak $p_0 = 101325 \text{ Pa}$)

Rezultat: $p(N_2) = 70927.5 \text{ Pa}$, $p(O_2) = 10132.5 \text{ Pa}$, $p(CO_2) = 20265 \text{ Pa}$.

Zadatak 160 (Marija, gimnazija)

U zatvorenoj posudi obujma 1 m^3 nalazi se 0.5 kg vode i 1.6 kg kisika. Odredi tlak u posudi pri $500 \text{ }^\circ\text{C}$ ako znamo da pri toj temperaturi sva voda prijeđe u paru?

(plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J / (mol} \cdot \text{K)}$), molna masa vode $M_1 = 18 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$, molna masa kisika $M_2 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$)

Rješenje 160

$$V = 1 \text{ m}^3, \quad m_1 = m(\text{H}_2\text{O}) = 0.5 \text{ kg}, \quad m_2 = m(\text{O}_2) = 1.6 \text{ kg}, \\ t = 500 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T = 273 + t = 273 \text{ K} + 500 \text{ K} = 773 \text{ K}, \quad R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}, \\ M_1 = 18 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}, \quad M_2 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}, \quad p = ?$$

Ako imamo množinu n idealnog plina, jednačba stanja plina glasi

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$$

gdje je

$$n = \frac{m}{M} = \frac{\text{masa plina}}{\text{molna masa}}.$$

Imamo li smjesu nekoliko plinova, ukupni će tlak biti jednak zbroju parcijalnih tlakova pomiješanih plinova. Tlak smjese je

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n,$$

gdje su $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ tlakovi pojedinih plinova. Parcijalni ili djelomični tlak plina je tlak što bi ga imala jedna od pomiješanih količina plina kad bi sama ispunila cijeli prostor u kojem se nalazi smjesa. Parcijalni tlakovi vode i kisika u posudi iznose:

$$\left. \begin{array}{l} \text{vodena para} \quad p_1 \cdot V = \frac{m_1}{M_1} \cdot R \cdot T \\ \text{kisik} \quad p_2 \cdot V = \frac{m_2}{M_2} \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_1 \cdot V = \frac{m_1}{M_1} \cdot R \cdot T \quad /: V \\ p_2 \cdot V = \frac{m_2}{M_2} \cdot R \cdot T \quad /: V \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_1 = \frac{m_1 \cdot R \cdot T}{V \cdot M_1} \\ p_2 = \frac{m_2 \cdot R \cdot T}{V \cdot M_2} \end{array} \right\}.$$

Prema zakonu o parcijalnim tlakovima nakon isparavanja vode u posudi ukupni tlak p jednak je zbroju parcijalnih tlakova vodene pare p_1 i kisika p_2 :

$$p = p_1 + p_2 \Rightarrow p = \frac{m_1 \cdot R \cdot T}{V \cdot M_1} + \frac{m_2 \cdot R \cdot T}{V \cdot M_2} \Rightarrow p = \frac{R \cdot T}{V} \cdot \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) = \\ = \frac{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 773 \text{ K}}{1 \text{ m}^3} \cdot \left(\frac{0.5 \text{ kg}}{18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} + \frac{1.6 \text{ kg}}{32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} \right) = 4.99856 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

Vježba 160

U zatvorenoj posudi obujma 2 m^3 nalazi se 0.5 kg vode i 1.6 kg kisika. Odredi tlak u posudi pri $500 \text{ }^\circ\text{C}$ ako znamo da pri toj temperaturi sva voda prijeđe u paru? (plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J / (mol} \cdot \text{K)}$, molna masa vode $M_1 = 18 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$, molna masa kisika $M_2 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$)

Rezultat: $2.49928 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

www.halapa.com