

Zadatak 181 (Filip, elektrotehnička škola)

Štap od cinka i štap od željeza imaju pri 0 °C jednaku duljinu $l_0 = 1$ m. Kolika je razlika duljina štapova pri 200 °C? (koeficijent linearnog rastezanja cinka $\beta_{\text{cink}} = 2.9 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, koeficijent linearnog rastezanja željeza $\beta_{\text{željezo}} = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

Rješenje 181

$$t_0 = 0 \text{ °C}, \quad l_{0 \text{ željeza}} = l_{0 \text{ cinka}} = l_0 = 1 \text{ m}, \quad t_1 = 200 \text{ °C} - 0 \text{ °C} = 200 \text{ °C} = 200 \text{ K}, \\ \beta_{\text{cink}} = 2.9 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad \beta_{\text{željezo}} = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad \Delta l = ?$$

Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0 , povisimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produžiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Jedinica za koeficijent linearnog rastezanja je K^{-1} . Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Duljina štapa od cinka na temperaturi t_1 je:

$$l_{1 \text{ cink}} = l_0 \cdot (1 + \beta_{\text{cink}} \cdot t_1).$$

Duljina štapa od željeza na temperaturi t_1 je:

$$l_{1 \text{ željezo}} = l_0 \cdot (1 + \beta_{\text{željezo}} \cdot t_1).$$

Uoči da je koeficijent linearnog rastezanja cinka veći od koeficijenta linearnog rastezanja željeza. Razlika duljina štapova na temperaturi t_1 iznosi:

$$\begin{aligned} \Delta l &= l_{1 \text{ cink}} - l_{1 \text{ željezo}} \Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot (1 + \beta_{\text{cink}} \cdot t_1) - l_0 \cdot (1 + \beta_{\text{željezo}} \cdot t_1) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta l &= l_0 \cdot (1 + \beta_{\text{cink}} \cdot t_1 - 1 - \beta_{\text{željezo}} \cdot t_1) \Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot (1 + \beta_{\text{cink}} \cdot t_1 - 1 - \beta_{\text{željezo}} \cdot t_1) \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta l &= l_0 \cdot (\beta_{\text{cink}} \cdot t_1 - \beta_{\text{željezo}} \cdot t_1) \Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot t_1 \cdot (\beta_{\text{cink}} - \beta_{\text{željezo}}) = \\ &= 1 \text{ m} \cdot 200 \text{ K} \cdot (2.9 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} - 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}) = 0.0034 \text{ m} = 3.4 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Vježba 181

Štap od cinka i štap od željeza imaju pri 0 °C jednaku duljinu $l_0 = 1$ m. Kolika je razlika duljina štapova pri 400 °C?

Rezultat: 6.8 mm.

Zadatak 182 (Filip, elektrotehnička škola)

Eiffelov toranj visok je 300 m pri 0 °C. Pri kojoj će temperaturi biti 10 cm duži, odnosno viši? (koeficijent linearnog rastezanja željeza $\beta = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

Rješenje 182

$$l_0 = 300 \text{ m}, \quad t_0 = 0 \text{ °C}, \quad \Delta l = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad \beta = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \quad t = ?$$

Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0 , povisimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produžiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}$$

Jedinica za koeficijent linearnog rastezanja je K^{-1} . Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t)$$

1. inačica

Na temperaturi t visina Eiffelova tornja je

$$l_t = l_0 + \Delta l$$

pa zato vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} l_t = l_0 + \Delta l \\ l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow l_0 + \Delta l = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) \Rightarrow l_0 + \Delta l = l_0 + l_0 \cdot \beta \cdot t \Rightarrow$$



$$\Rightarrow l_0 + \Delta l = l_0 + l_0 \cdot \beta \cdot t \Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot \beta \cdot t \Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot \beta \cdot t \cdot \frac{1}{\beta \cdot l_0} \Rightarrow t = \frac{\Delta l}{\beta \cdot l_0} =$$

$$= \frac{0.1 \text{ m}}{1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 300 \text{ m}} = 27.78 \text{ } ^\circ\text{C} \approx 28 \text{ } ^\circ\text{C}$$

2. inačica

Budući da promatramo samo visinu Eiffelova tornja koja je linearna, promjena temperature Δt prilikom koje će se visina tornja povećati, iznosi:

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{\beta \cdot l_0}$$

Temperatura t pri kojoj će toranj biti duži, odnosno viši ima vrijednost:

$$t = t_0 + \Delta t \Rightarrow t = t_0 + \frac{\Delta l}{\beta \cdot l_0} = 0 \text{ } ^\circ\text{C} + \frac{0.1 \text{ m}}{1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 300 \text{ m}} = 27.78 \text{ } ^\circ\text{C} \approx 28 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Vježba 182

Toranj je visok 600 m pri $0 \text{ } ^\circ\text{C}$. Pri kojoj će temperaturi biti 20 cm duži, odnosno viši? (koeficijent linearnog rastezanja željeza $\beta = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

Rezultat: 28 $^\circ\text{C}$.

Zadatak 183 (Marko, gimnazija)

Kotač lokomotive ima pri $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ polumjer $r_0 = 80 \text{ cm}$. Koliko okretaja manje na putu dugome 200 km učini taj kotač ljeti pri temperaturi $20 \text{ } ^\circ\text{C}$ nego zimi pri $-20 \text{ } ^\circ\text{C}$? (koeficijent linearnog rastezanja željeza $\beta = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

Rješenje 183

$t_0 = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$, $r_0 = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}$, $s = 200 \text{ km} = 200000 \text{ m}$, $t_1 = 20 \text{ } ^\circ\text{C} - 0 \text{ } ^\circ\text{C} = 20 \text{ } ^\circ\text{C} = 20 \text{ K}$ **promjena temperature**, $t_2 = 0 \text{ } ^\circ\text{C} - 20 \text{ } ^\circ\text{C} = -20 \text{ } ^\circ\text{C} = -20 \text{ K}$ **promjena temperature**, $\beta = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $\Delta n = ?$

Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ ima duljinu l_0 , povisimo temperaturu za t (od $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ do t), on će se produžiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}$$

Jedinica za koeficijent linearnog rastezanja je K^{-1} . Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Budući da promatramo samo opseg kotača lokomotive koji je linearan, pri temperaturi t_0 on je

$$O_0 = 2 \cdot r_0 \cdot \pi.$$

Opseg kotača ljeti, pri temperaturi t_1 , je

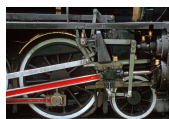
$$O_1 = O_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1) \Rightarrow O_1 = 2 \cdot r_0 \cdot \pi \cdot (1 + \beta \cdot t_1).$$

Opseg kotača zimi, pri temperaturi t_2 , je

$$O_2 = O_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_2) \Rightarrow O_2 = 2 \cdot r_0 \cdot \pi \cdot (1 + \beta \cdot t_2).$$

Uoči da je opseg kotača zimi manji zbog stezanja, a ljeti veći zbog rastezanja materijala. Zato će na putu s broj okretaja zimi biti veći, a ljeti manji.

Broj okretaja kotača lokomotive na putu s iznosi:



- ljeti $n_1 = \frac{s}{O_1} \Rightarrow n_1 = \frac{s}{2 \cdot r_0 \cdot \pi \cdot (1 + \beta \cdot t_1)}$.
- zimi $n_2 = \frac{s}{O_2} \Rightarrow n_2 = \frac{s}{2 \cdot r_0 \cdot \pi \cdot (1 + \beta \cdot t_2)}$.

Razlika u broju okretaja zimi i ljeti je:

$$\begin{aligned} \Delta n = n_2 - n_1 &\Rightarrow \Delta n = \frac{s}{2 \cdot r_0 \cdot \pi \cdot (1 + \beta \cdot t_2)} - \frac{s}{2 \cdot r_0 \cdot \pi \cdot (1 + \beta \cdot t_1)} \Rightarrow \Delta n = \frac{s}{2 \cdot r_0 \cdot \pi} \cdot \left[\frac{1}{1 + \beta \cdot t_2} - \frac{1}{1 + \beta \cdot t_1} \right] = \\ &= \frac{200000 \text{ m}}{2 \cdot 0.80 \text{ m} \cdot \pi} \cdot \left[\frac{1}{1 + 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot (-20) \text{ K}} - \frac{1}{1 + 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 20 \text{ K}} \right] = 19 \text{ okretaja.} \end{aligned}$$

Vježba 183

Kotač lokomotive ima pri 0°C polumjer $r_0 = 80 \text{ cm}$. Koliko okretaja manje na putu dugome 200 km učini taj kotač ljeti pri temperaturi 30°C nego zimi pri -30°C ? (koeficijent linearnog rastezanja željeza $\beta = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

Rezultat: 28.65 okretaja \approx 29 okretaja.

Zadatak 184 (Petra, gimnazija)

Na površinu leda pri 0°C stavimo mjedeni uteg mase 200 g ugrijan do 100°C . Kolika će se masa leda rastaliti pod utegom ako se on ohladi do 0°C ? (specifični toplinski kapacitet mjedi $c = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$)

Rješenje 184

$$t_1 = 100^\circ\text{C}, \quad m = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}, \quad t_2 = 0^\circ\text{C}, \quad c = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \\ \lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J/kg}, \quad m_1 = ?$$

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Toplinu Q smatramo pozitivnom veličinom ako je dovodimo sustavu (zagrijavamo ga), a negativnom ako je odvodimo od sustava (hladimo ga).

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Količina topline Q_{mjed} koju mjedeni uteg mase m hlađenjem izgubi jednaka je količini topline Q_{led} koju led mase m_1 primi da bi se rastalio na 0°C :

$$Q_{mjed} = Q_{led} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{toplina } Q_{mjed} \text{ negativna, mjed hladimo} \\ Q_{mjed} = -m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q_{mjed} = -m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow Q_{mjed} = m \cdot c \cdot (t_1 - t_2) \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot c \cdot (t_1 - t_2) = m_l \cdot \lambda \Rightarrow m \cdot c \cdot (t_1 - t_2) = m_l \cdot \lambda \cdot \frac{1}{\lambda} \Rightarrow m_l = \frac{m \cdot c \cdot (t_1 - t_2)}{\lambda} =$$

$$= \frac{0.2 \text{ kg} \cdot 0.38 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 0) \text{ K}}{3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 0.023 \text{ kg} = 23 \text{ g}.$$

Vježba 184

Na površinu leda pri 0 °C stavimo mjedeni uteg mase 400 g ugrijan do 100 °C. Kolika će se masa leda rastaliti pod utegom ako se on ohladi do 0 °C? (specifični toplinski kapacitet mjedi $c = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J}/\text{kg}$)

Rezultat: 46 g.

Zadatak 185 (Marko, gimnazija)

Koliki je rad potreban da bi se trenjem dvaju komada leda jedan o drugi rastalio 1 gram leda pri 0 °C? (specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J}/\text{kg}$)

Rješenje 185

$$m = 1 \text{ g} = 0.001 \text{ kg}, \quad t_0 = 0 \text{ °C}, \quad \lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J}/\text{kg}, \quad W = ?$$

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot \lambda$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Kad tijelo obavlja rad mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Utrošeni rad W potreban da bi se trenjem dvaju komada leda jedan o drugi rastalio led mase m jednak je toplini taljenja Q leda:

$$W = Q \Rightarrow W = m \cdot \lambda = 0.001 \text{ kg} \cdot 3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 330 \text{ J}.$$

Vježba 185

Koliki je rad potreban da bi se trenjem dvaju komada leda jedan o drugi rastalila 2 grama leda pri 0 °C? (specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J}/\text{kg}$)

Rezultat: 660 J.

Zadatak 186 (Leo, gimnazija)

Kolika će toplina biti potrebna da 1 litra alkohola od 0 °C proključa i prijeđe u paru? (gustoća alkohola $\rho = 790 \text{ kg}/\text{m}^3$, temperatura vrelišta alkohola $t = 78 \text{ °C}$, specifični toplinski kapacitet alkohola $c = 2.5 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, specifična toplina isparavanja alkohola $r = 8.59 \cdot 10^5 \text{ J}/\text{kg}$)

Rješenje 186

$$V_1 = 1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3, \quad t_1 = 0 \text{ °C}, \quad \rho = 790 \text{ kg}/\text{m}^3, \quad t_2 = 78 \text{ °C},$$

$$c = 2.5 \cdot 10^3 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}), \quad r = 8.59 \cdot 10^5 \text{ J}/\text{kg}, \quad Q = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Toplinu Q smatramo pozitivnom veličinom ako je dovodimo sustavu (zagrijavamo ga), a negativnom ako je odvodimo od sustava (hladimo ga). Tekućina prelazi u paru pri svakoj temperaturi. Temperatura iznad koje pri određenom tlaku tekućina više ne može postojati u tekućem agregatnom stanju naziva se vrelištem. Temperatura vrelišta ostaje nepromijenjena sve dok sva tekućina vrenjem ne prijeđe u paru. Toplinu koja je potrebna da tekućina mase m prijeđe u paru iste temperature možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot r,$$

gdje je r specifična toplina isparavanja.

Proces isparavanja alkohola sastoji se od dva koraka. Navedimo ih redom: zagrijavanje do $78\text{ }^\circ\text{C}$ (vrelište) i isparavanje. Tako će se i izraz za utrošenu toplinu Q sastojati od dva dijela pa vrijedi:

$$\begin{aligned} Q &= m \cdot c \cdot \Delta t + m \cdot r \Rightarrow Q = m \cdot (c \cdot \Delta t + r) \Rightarrow [m = \rho \cdot V] \Rightarrow Q = \rho \cdot V \cdot (c \cdot \Delta t + r) = \\ \Rightarrow Q &= \rho \cdot V \cdot (c \cdot (t_2 - t_1) + r) = 790 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \left(2.5 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (78 - 0) \text{ K} + 8.59 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right) = \\ &= 832660 \text{ J} = 8.3266 \cdot 10^5 \text{ J}. \end{aligned}$$

Vježba 186

Kolika će toplina biti potrebna da 2 litre alkohola od $0\text{ }^\circ\text{C}$ proključaju i prijeđu u paru? (gustoća alkohola $\rho = 790 \text{ kg/m}^3$, temperatura vrelišta alkohola $t = 78\text{ }^\circ\text{C}$, specifični toplinski kapacitet alkohola $c = 2.5 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina isparavanja alkohola $r = 8.59 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$)

Rezultat: 1665320 J.

Zadatak 187 (Leo, gimnazija)

U jednu litru vode temperature $18\text{ }^\circ\text{C}$ bačen je komad željeza mase 100 grama ugrijan na $500\text{ }^\circ\text{C}$. Koliko je vode prešlo u paru ako je konačna temperatura $20\text{ }^\circ\text{C}$? (specifični toplinski kapacitet željeza $c_1 = 0.46 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina isparavanja vode $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$)

Rješenje 187

$$V = 1 \text{ l} \Rightarrow m_v = 1 \text{ kg}, \quad t_1 = 18\text{ }^\circ\text{C}, \quad m = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg}, \quad t_2 = 500\text{ }^\circ\text{C}, \quad t = 20\text{ }^\circ\text{C}, \\ c_1 = 0.46 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad c_2 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J/kg}, \quad m_p = ?$$

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Toplinu Q smatramo pozitivnom veličinom ako je dovodimo sustavu (zagrijavamo ga), a negativnom ako je odvodimo od sustava (hladimo ga). Tekućina prelazi u paru pri svakoj temperaturi. Temperatura iznad koje pri određenom tlaku tekućina više ne može postojati u tekućem agregatnom stanju naziva se vrelištem. Temperatura vrelišta ostaje nepromijenjena sve dok sva tekućina vrenjem ne prijeđe u paru. Toplinu koja je potrebna da tekućina mase m prijeđe u paru iste temperature možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot r,$$

gdje je r specifična toplina isparavanja.

Količina topline Q_1 koju komad željeza mase m hlađenjem izgubi iznosi:

$$\begin{aligned} Q_1 &= m \cdot c_1 \cdot \Delta t \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{toplina } Q_1 \text{ negativna, željezo hladimo} \\ Q_1 = -m \cdot c_1 \cdot \Delta t \Rightarrow Q_1 = -m \cdot c_1 \cdot (t - t_2) \Rightarrow Q_1 = m \cdot c_1 \cdot (t_2 - t) \end{array} \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow Q_1 = m \cdot c_1 \cdot (t_2 - t). \end{aligned}$$

Količina topline Q_2 koju voda mase m_v zagrijavanjem primi iznosi:

$$Q_2 = m_v \cdot c_2 \cdot \Delta t \Rightarrow Q_2 = m_v \cdot c_2 \cdot (t - t_1).$$

Toplina isparavanja Q vodene pare mase m_p jednaka je razlici toplina Q_1 i Q_2 . Količina vode m_p koja je prešla u paru iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} Q = m_p \cdot r \\ Q = Q_1 - Q_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow m_p \cdot r = Q_1 - Q_2 \quad / \cdot \frac{1}{r} \Rightarrow m_p = \frac{Q_1 - Q_2}{r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_p = \frac{m \cdot c_1 \cdot (t_2 - t) - m_v \cdot c_2 \cdot (t - t_1)}{r} =$$

$$= \frac{0.1 \text{ kg} \cdot 0.46 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (500 - 20) \text{ K} - 1 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (20 - 18) \text{ K}}{22.6 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 0.006 \text{ kg} = 6 \text{ g}.$$

Vježba 187

U jednu litru vode temperature 18°C bačen je komad željeza mase 10 dag ugrijan na 500°C . Koliko je vode prešlo u paru ako je konačna temperatura 20°C ? (specifični toplinski kapacitet željeza $c_1 = 0.46 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina isparavanja vode $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$)

Rezultat: 6 g.

Zadatak 188 (Mila, gimnazija)

Koliku toplinu treba utrošiti da se dobije 5 litara destilirane vode ako u destilacijski uređaj ulazi voda temperature 14°C ? (vrelšte vode $t = 100^\circ\text{C}$, specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina isparavanja vode $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$)

Rješenje 188

$$V = 5 \text{ l} \Rightarrow m = 5 \text{ kg}, \quad t_1 = 14^\circ\text{C}, \quad t = 100^\circ\text{C}, \quad c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)},$$

$$r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J/kg}, \quad Q = ?$$

Destilacije je proces u kojem zagrijavamo tekućinu ili otopinu. Tekućina isparava i sakuplja se na hladnijem za to predviđenom dijelu posude. Tekućinu koju sakupimo na taj način nazivamo destilat. Na ovaj način možemo jednostavno odvojiti tekućinu od otopljenosti tvari pod uvjetom da otopljenost tvar nije hlapljiva i da pri samom procesu destilacije sama ne isparava.

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

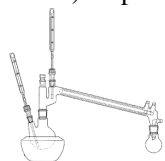
gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Toplinu Q smatramo pozitivnom veličinom ako je dovodimo sustavu (zagrijavamo ga), a negativnom ako je odvodimo od sustava (hladimo ga). Tekućina prelazi u paru pri svakoj temperaturi. Temperatura iznad koje pri određenom tlaku tekućina više ne može postojati u tekućem agregatnom stanju naziva se vrelištem. Temperatura vrelišta ostaje nepromijenjena sve dok sva tekućina vrenjem ne prijeđe u paru. Toplinu koja je potrebna da tekućina mase m prijeđe u paru iste temperature možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot r,$$

gdje je r specifična toplina isparavanja.

Proces isparavanja vode sastoji se od dva koraka. Navedimo ih redom: zagrijavanje do 100°C (vrelište) i isparavanje. Tako će se i izraz za utrošenu toplinu Q sastojati od dva dijela pa vrijedi:



$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t + m \cdot r \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t - t_1) + m \cdot r \Rightarrow Q = m \cdot [c \cdot (t - t_1) + r] =$$

$$= 5 \text{ kg} \cdot \left[4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 14) \text{ K} + 22.6 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] = 13101700 \text{ J} \approx 13.10 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

Vježba 188

Koliku toplinu treba utrošiti da se dobije 10 litara destilirane vode ako u destilacijski uređaj ulazi voda temperature 14 °C? (vrelište vode $t = 100$ °C, specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3$ J/(kg · K), specifična toplina isparavanja vode $r = 22.6 \cdot 10^5$ J/kg)

Rezultat: 26203400 J.

Zadatak 189 (Mila, gimnazija)

Kolikom brzinom mora letjeti olovno tane da se pri udaru o zapreku rastali? Početna je temperatura taneta bila 27 °C. Pretpostavimo da sva energija taneta pri sudaru prijede u toplinu. (talište olova $t = 327$ °C, specifični toplinski kapacitet olova $c = 0.13 \cdot 10^3$ J/(kg · K), specifična toplina taljenja olova $\lambda = 0.25 \cdot 10^5$ J/kg)

Rješenje 189

$t_1 = 27$ °C, $t = 327$ °C, $c = 0.13 \cdot 10^3$ J/(kg · K), $\lambda = 0.25 \cdot 10^5$ J/kg, $v = ?$
Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Toplinu Q smatramo pozitivnom veličinom ako je dovodimo sustavu (zagrijavamo ga), a negativnom ako je odvodimo od sustava (hladimo ga). Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Proces taljenja olovnog taneta sastoji se od dva koraka. Navedimo ih redom: zagrijavanje do 327 °C (talište) i taljenje. Tako će se i izraz za toplinu Q sastojati od dva dijela:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t + m \cdot \lambda \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t - t_1) + m \cdot \lambda.$$

Budući da je sva kinetička energija taneta pri sudaru prešla u toplinu, vrijedi:

$$\begin{aligned} E_k = Q &\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot c \cdot (t - t_1) + m \cdot \lambda \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot c \cdot (t - t_1) + m \cdot \lambda \quad / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow \\ \Rightarrow v^2 &= 2 \cdot c \cdot (t - t_1) + 2 \cdot \lambda \Rightarrow v^2 = 2 \cdot [c \cdot (t - t_1) + \lambda] \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot [c \cdot (t - t_1) + \lambda]} = \\ &= \sqrt{2 \cdot \left[0.13 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (327 - 27) \text{K} + 0.25 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right]} = 357.77 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \end{aligned}$$

Vježba 189

Kolikom brzinom mora letjeti olovno tane da se pri udaru o zapreku rastali? Početna je temperatura taneta bila 127 °C. Pretpostavimo da sva energija taneta pri sudaru prijede u toplinu. (talište olova $t = 327$ °C, specifični toplinski kapacitet olova $c = 0.13 \cdot 10^3$ J/(kg · K), specifična toplina taljenja olova $\lambda = 0.25 \cdot 10^5$ J/kg)

Rezultat: 319.37 m/s.

Zadatak 190 (Željko, gimnazija)

U 4 m³ zraka ima 100 g vodene pare. Kolika je apsolutna vlažnost zraka?

Rješenje 190

$V = 4$ m³, $m_v = 100$ g, $\Phi = ?$

Apsolutna vlažnost Φ jednaka je omjeru mase m_v vodene pare i obujma V vlažnog zraka u kojem se ta para nalazi.

$$\Phi = \frac{m_v}{V}$$

Apsolutnu vlažnost najčešće izražavamo u gramima po kubičnom metru, g/m^3 .
Apsolutna vlažnost iznosi:

$$\Phi = \frac{m_v}{V} = \frac{100 \text{ g}}{4 \text{ m}^3} = 25 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

Vježba 190

U 8 m^3 zraka ima 100 g vodene pare. Kolika je apsolutna vlažnost zraka?

Rezultat: 12.5 g/m^3 .

Zadatak 191 (Natalija, gimnazija)

Miješanjem jednakih količina leda i vode dobili smo vodu temperature 0°C . Kolika je bila temperatura vode ako je temperatura leda bila 0°C ? (specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$, specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$)

Rješenje 191

$$m_l = m_v = m, \quad t_{\text{smjesa}} = t = 0^\circ\text{C}, \quad t_{\text{led}} = t_1 = 0^\circ\text{C}, \quad \lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J/kg}, \\ c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \quad t_{\text{voda}} = t_2 = ?$$

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Toplinu Q smatramo pozitivnom veličinom ako je dovodimo sustavu (zagrijavamo ga), a negativnom ako je odvodimo od sustava (hladimo ga).

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Količina topline Q_{voda} koju voda mase m hlađenjem izgubi jednaka je količini topline Q_{led} koju led mase m primi da bi se rastalio na 0°C :

$$Q_{\text{voda}} = Q_{\text{led}} \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta t = m \cdot \lambda \cdot \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow \Delta t = \frac{\lambda}{c} = \frac{3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}}{4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 78.76^\circ\text{C}.$$

Temperatura vode prije miješanja iznosila je:

$$t_2 = t + \Delta t = 0^\circ\text{C} + 78.76^\circ\text{C} = 78.76^\circ\text{C}.$$

Vježba 191

Miješanjem leda mase m i vode mase $2 \cdot m$ dobili smo vodu temperature 0°C . Kolika je bila temperatura vode ako je temperatura leda bila 0°C ? (specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$, specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$)

Rezultat: 39.38°C .

Zadatak 192 (Josip, gimnazija)

Kolika se toplina oslobodi kad 10 g srebra očvrstne pri temperaturi taljenja i zatim se ohladi do 60°C ? (temperatura tališta srebra $t = 960^\circ\text{C}$, specifični toplinski kapacitet srebra $c = 0.25 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja srebra $\lambda = 1.0 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$)

Rješenje 192

$$m = 10 \text{ g} = 0.01 \text{ kg}, \quad t_1 = 60^\circ\text{C}, \quad t = 960^\circ\text{C}, \quad c = 0.25 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}, \\ \lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J/kg}, \quad Q = ?$$

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Toplinu Q smatramo pozitivnom veličinom ako je dovodimo sustavu (zagrijavamo ga), a negativnom ako je odvodimo od sustava (hladimo ga).

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Proces hlađenja srebra sastoji se od dva koraka. Navedimo ih redom: očvršćivanje i hlađenje do 60 °C.

Tako će se i izraz za toplinu Q sastojati od dva dijela:

$$\begin{aligned} Q &= m \cdot \lambda + m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot (\lambda + c \cdot \Delta t) \Rightarrow Q = m \cdot (\lambda + c \cdot (t - t_1)) = \\ &= 0.01 \text{ kg} \cdot \left(1.0 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 0.25 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (960 - 60) \text{ K} \right) = 3250 \text{ J}. \end{aligned}$$

Vježba 192

Kolika se toplina oslobodi kad 2 dag srebra očvrstne pri temperaturi taljenja i zatim se ohladi do 60 °C? (temperatura tališta srebra $t = 960$ °C, specifični toplinski kapacitet srebra $c = 0.25 \cdot 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja srebra $\lambda = 1.0 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$)

Rezultat: 7500 J.

Zadatak 193 (Katarina, srednja škola)

Nadi broj molekula vodika u posudi obujma 1 cm³ ako je tlak plina na stijenke posude $2.7 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, a srednja brzina molekula 2400 m/s. (masa molekule vodika $m = 3.35 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

Rješenje 193

$V = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$, $p = 2.7 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, $\bar{v} = 2400 \text{ m/s}$, $m = 3.35 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $N = ?$
Pomoću kinetičke teorije plinova možemo tlak plina izraziti pomoću impulsa molekula na stijenke posude

$$p = \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m \cdot \overline{v^2},$$

gdje je N broj molekula plina, V obujam plina, m masa molekule, a $\overline{v^2}$ srednja vrijednost kvadrata molekulske brzine. Broj molekula vodika u posudi iznosi:

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m \cdot \overline{v^2} \Rightarrow p = \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m \cdot \overline{v^2} \cdot 3 \cdot V \Rightarrow 3 \cdot V \cdot p = N \cdot m \cdot \overline{v^2} \cdot \frac{1}{m \cdot \overline{v^2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow N &= \frac{3 \cdot V \cdot p}{m \cdot \overline{v^2}} = \frac{3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot 2.7 \cdot 10^4 \text{ Pa}}{3.35 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \left(2400 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2} = 4.198 \cdot 10^{18} \text{ molekula}. \end{aligned}$$

Vježba 193

Nadi broj molekula vodika u posudi obujma 2 cm³ ako je tlak plina na stijenke posude $1.35 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, a srednja brzina molekula 2400 m/s.

Rezultat: $4.198 \cdot 10^{18}$ molekula.

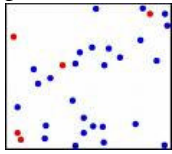
Zadatak 194 (Katarina, srednja škola)

U 1 cm³ plina ima $1.45 \cdot 10^{12}$ molekula. Srednja kinetička energija molekula pri njihovom nesređenom gibanju je $1.242 \cdot 10^{-20} \text{ J}$. Odredi tlak kojim plin pritišće na stijenke posude.

Rješenje 194

$$V = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3, \quad N = 1.45 \cdot 10^{12}, \quad \overline{E_k} = 1.242 \cdot 10^{-20} \text{ J}, \quad p = ?$$

Pomoću kinetičke teorije plinova možemo tlak plina izraziti pomoću impulsa molekula na stijenke posude



$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \overline{E_k},$$

gdje je N broj molekula plina, V obujam plina, a $\overline{E_k}$ srednja kinetička energija jedne molekule. Tlak kojim plin pritišće na stijenke posude iznosi:

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \overline{E_k} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1.45 \cdot 10^{12}}{10^{-6} \text{ m}^3} \cdot 1.242 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0.012 \text{ Pa}.$$

Vježba 194

U 1 cm^3 plina ima $2.9 \cdot 10^{12}$ molekula. Srednja kinetička energija molekula pri njihovu nesređenom gibanju je $1.242 \cdot 10^{-20} \text{ J}$. Odredi tlak kojim plin pritišće na stijenke posude.

Rezultat: 0.024 Pa.

Zadatak 195 (Mario, srednja škola)

Tijelo ima pri $0 \text{ }^\circ\text{C}$ obujam V_0 i gustoću ρ_0 .

- Kolika je njegova masa?
- Tijelo ugrijemo do t_1 . Koliki su njegov obujam V_1 i gustoća ρ_1 ?
- Tijelo ugrijemo do temperature t_2 . Koliki su njegov obujam V_2 i gustoća ρ_2 ? Kubični koeficijent rastezanja je α . Pokaži da za dobivene rezultate vrijedi relacija $V_1 / V_2 = \rho_2 / \rho_1$. Kakvo fizikalno svojstvo objašnjava ta relacija?

Rješenje 195

$t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, V_0 , ρ_0 , $m = ?$, t_1 , $V_1 = ?$, $\rho_1 = ?$, t_2 , $V_2 = ?$, $\rho_2 = ?$, α
Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu njegove se dimenzije povećaju. Ako su sve dimenzije čvrstog tijela podjednako izražene, riječ je o kubičnom rastezanju. Neka tijelo pri $0 \text{ }^\circ\text{C}$ ima obujam V_0 . Povećamo li tijelu temperaturu za t (od $0 \text{ }^\circ\text{C}$ do t), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = \alpha \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je α koeficijent kubičnog rastezanja. Pri temperaturi t tijelo će imati obujam

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t).$$

- Pri $0 \text{ }^\circ\text{C}$ tijelo obujma V_0 i gustoće ρ_0 ima masu

$$m = \rho_0 \cdot V_0.$$

- Kada tijelo ugrijemo do temperature t_1 , masa ostaje ista (masa tijela s promjenom temperature ostaje nepromijenjena). Zato vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} \rho_1 = \frac{m}{V_1} \\ \rho_0 = \frac{m}{V_0} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = \rho_1 \cdot V_1 \\ m = \rho_0 \cdot V_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \rho_1 \cdot V_1 = \rho_0 \cdot V_0 \Rightarrow \left[V_1 = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_1 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) = \rho_0 \cdot V_0 \Rightarrow \rho_1 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) = \rho_0 \cdot V_0 \cdot \frac{1}{V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1)} \Rightarrow \rho_1 = \frac{\rho_0}{1 + \alpha \cdot t_1}.$$

c) Kada tijelo ugrijemo do temperature t_2 , masa ostaje ista (masa tijela s promjenom temperature ostaje nepromijenjena). Zato vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} \rho_2 = \frac{m}{V_2} \\ \rho_0 = \frac{m}{V_0} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = \rho_2 \cdot V_2 \\ m = \rho_0 \cdot V_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \rho_2 \cdot V_2 = \rho_0 \cdot V_0 \Rightarrow [V_2 = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_2 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) = \rho_0 \cdot V_0 \Rightarrow \rho_2 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) = \rho_0 \cdot V_0 \cdot \frac{1}{V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)} \Rightarrow \rho_2 = \frac{\rho_0}{1 + \alpha \cdot t_2}.$$

Dokazujemo da vrijedi relacija

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{m}{\rho_1}}{\frac{m}{\rho_2}} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

Uočimo da su obujmovi tijela obrnuto razmjerni (proporcionalni) s njihovim gustoćama.

Vježba 195

Tijelo ima pri 0°C masu m i gustoću ρ_0 . Koliki je njegov obujam

Rezultat: $V_0 = \frac{m}{\rho_0}.$

Zadatak 196 (Sara, gimnazija)

Gustoća je žive pri 0°C 13.60 g/cm^3 . Odredi gustoću žive pri 60°C . (koeficijent kubičnog rastezanja žive $\alpha = 1.18 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$)

Rješenje 196

$t_0 = 0^\circ\text{C}$, $\rho_0 = 13.60 \text{ g/cm}^3 = 13600 \text{ kg/m}^3$, $t = 60^\circ\text{C}$, $\alpha = 1.18 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $\rho = ?$
Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu njegove se dimenzije povećaju. Ako su sve dimenzije čvrstog tijela podjednako izražene, riječ je o kubičnom rastezanju. Neka tijelo pri 0°C ima obujam V_0 . Povećamo li tijelu temperaturu za t (od 0°C do t), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = \alpha \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je α koeficijent kubičnog rastezanja. Pri temperaturi t tijelo će imati obujam

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za kubično rastezanje tekućina, kao i za šuplja čvrsta tijela.

Kada živu ugrijemo do temperature t , masa ostaje ista (masa žive s promjenom temperature ostaje nepromijenjena). Zato vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ \rho_0 = \frac{m}{V_0} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = \rho \cdot V \\ m = \rho_0 \cdot V_0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \rho \cdot V = \rho_0 \cdot V_0 \Rightarrow [V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = \rho_0 \cdot V_0 \Rightarrow \rho \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = \rho_0 \cdot V_0 \cdot \frac{1}{V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_0}{1 + \alpha \cdot t} =$$

$$= \frac{13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1 + 1.18 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1} \cdot 60 \text{K}} = 12700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 12.7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

Vježba 196

Gustoća je žive pri 0 °C 13.60 g/cm³. Odredi gustoću žive pri 40 °C. (koeficijent kubičnog rastezanja žive $\alpha = 1.18 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$)

Rezultat: $12.99 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$

Zadatak 197 (Tonka, gimnazija)

Gustoća je zlata pri 20 °C 19.30 g/cm³. Nadi gustoću zlata pri 90 °C. (koeficijent linearnog rastezanja zlata $\beta = 1.4 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}$)

Rješenje 197

$$t_1 = 20 \text{ °C}, \quad \rho_1 = 19.30 \text{ g/cm}^3 = 19300 \text{ kg/m}^3, \quad t_2 = 90 \text{ °C}, \quad \beta = 1.4 \cdot 10^{-5} \text{K}^{-1}, \quad \rho_2 = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu, njegove se dimenzije povećaju. Ima li tijelo takav oblik da duljina premašuje ostale dimenzije (žice, štapovi, cijevi), govorimo o linearnom rastezanju čvrstog tijela. Kad štapu nekoga čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0 , povisimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produžiti za

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Ako su sve dimenzije čvrstog tijela podjednako izražene, riječ je o kubičnom rastezanju. Neka tijelo pri 0 °C ima obujam V_0 . Povisimo li tijelu temperaturu za t (od 0 °C do t), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = \alpha \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je α koeficijent kubičnog rastezanja.

Između tih koeficijenata rastezanja postoji odnos

$$\alpha = 3 \cdot \beta.$$

Pri temperaturi t tijelo će imati obujam

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \text{ ili } V_t = V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \beta \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za kubično rastezanje tekućina, kao i za šuplja čvrsta tijela.

Ako je na temperaturi t_1 obujam tijela V_1 , a na temperaturi t_2 obujam V_2 , tada vrijedi

$$V_2 = V_1 \cdot (1 + \alpha \cdot (t_2 - t_1)).$$

1. inačica

Budući da masa tijela s promjenom temperature ostaje nepromijenjena, za obujmove V_1 i V_2 zlata na temperaturama t_1 i t_2 vrijedi:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{m}{\rho_1}, & V_1 &= V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \\ V_2 &= \frac{m}{\rho_2}, & V_2 &= V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{m}{\rho_1} &= V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1) \\ \frac{m}{\rho_2} &= V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{\frac{m}{\rho_1}}{\frac{m}{\rho_2}} = \frac{V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_1)}{V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2)} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1 + \alpha \cdot t_1}{1 + \alpha \cdot t_2} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1 + \alpha \cdot t_1}{1 + \alpha \cdot t_2} \cdot \rho_1 \Rightarrow \\
 \Rightarrow \rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{1 + \alpha \cdot t_1}{1 + \alpha \cdot t_2} \Rightarrow [\alpha = 3 \cdot \beta] \Rightarrow \rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{1 + 3 \cdot \beta \cdot t_1}{1 + 3 \cdot \beta \cdot t_2} = \\
 = 13900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{1 + 3 \cdot 1.4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 20 \text{ K}}{1 + 3 \cdot 1.4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 90 \text{ K}} = 19243 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 19.243 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

2. inačica

Budući da masa tijela s promjenom temperature ostaje nepromijenjena, za obujmove V_1 i V_2 zlata na temperaturama t_1 i t_2 vrijedi:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{m}{\rho_1}, & V_2 &= \frac{m}{\rho_2} \\ V_2 &= V_1 \cdot (1 + \alpha \cdot (t_2 - t_1)) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{m}{\rho_2} = \frac{m}{\rho_1} \cdot (1 + \alpha \cdot (t_2 - t_1)) \Rightarrow \frac{m}{\rho_2} = \frac{m}{\rho_1} \cdot (1 + \alpha \cdot (t_2 - t_1)) \cdot \frac{1}{m} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{1}{\rho_2} = \frac{1}{\rho_1} \cdot (1 + \alpha \cdot (t_2 - t_1)) \Rightarrow \frac{1}{\rho_2} = \frac{1 + \alpha \cdot (t_2 - t_1)}{\rho_1} \Rightarrow \rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \alpha \cdot (t_2 - t_1)} \Rightarrow [\alpha = 3 \cdot \beta] \Rightarrow \\
 \Rightarrow \rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + 3 \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1)} = \frac{19300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1 + 3 \cdot 1.4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot (90 - 20) \text{ K}} = 19243 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 19.243 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

Vježba 197

Gustoća je zlata pri 20 °C 19.30 g/cm³. Nađi gustoću zlata pri 100 °C. (koeficijent linearnog rastezanja zlata $\beta = 1.4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$)

Rezultat: $19.235 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

Zadatak 198 (Tonka, gimnazija)

Petrolej se na skladištu nalazi u cilindričnoj bačvi polumjera 4 m i visine 6 m. Pri - 10 °C površina petroleja nalazi se 10 cm ispod gornjeg ruba bačve. Koliko se petroleja izlije iz bačve kad temperatura naraste na 35 °C? Rastezanje bačve zanemarimo. (koeficijent kubičnog rastezanja petroleja $\alpha = 1.0 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$)

Rješenje 198

$$r = 4 \text{ m}, \quad h = 6 \text{ m}, \quad t_1 = -10 \text{ °C}, \quad \Delta h = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad t_2 = 35 \text{ °C}, \\
 \alpha = 1.0 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \quad \Delta V = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}.$$

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu njegove se dimenzije povećaju. Ako su sve dimenzije čvrstog tijela podjednako izražene, riječ je o kubičnom rastezanju. Neka tijelo pri 0 °C ima obujam V_0 . Povećamo li tijelu temperaturu za t (od 0 °C do t), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = \alpha \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je α koeficijent kubičnog rastezanja. Pri temperaturi t tijelo će imati obujam

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t).$$

Ako je na temperaturi t_1 obujam tijela V_1 , a na temperaturi t_2 obujam V_2 , tada vrijedi

$$V_2 = V_1 \cdot (1 + \alpha \cdot (t_2 - t_1)).$$



Cilindrična bačva polumjera baze r i visine h ima obujam:

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot h.$$

Budući da se površina petroleja na temperaturi t_1 nalazi za Δh ispod gornjeg ruba bačve, njegov obujam iznosi

$$V_1 = r^2 \cdot \pi \cdot (h - \Delta h).$$

Na temperaturi t_2 obujam petroleja V_2 dan je izrazom:

$$V_2 = V_1 \cdot (1 + \alpha \cdot (t_2 - t_1)) \Rightarrow V_2 = r^2 \cdot \pi \cdot (h - \Delta h) \cdot (1 + \alpha \cdot (t_2 - t_1)).$$

Količina petroleja ΔV koja se izlije iz bačve jednaka je razlici obujma petroleja V_2 i obujma bačve V :

$$\begin{aligned} \Delta V = V_2 - V &\Rightarrow \Delta V = r^2 \cdot \pi \cdot (h - \Delta h) \cdot (1 + \alpha \cdot (t_2 - t_1)) - r^2 \cdot \pi \cdot h \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta V = r^2 \cdot \pi \cdot [(h - \Delta h) \cdot (1 + \alpha \cdot (t_2 - t_1)) - h] = \\ &= (4 \text{ m})^2 \cdot \pi \cdot [(6 \text{ m} - 0.1 \text{ m}) \cdot (1 + 1.0 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1} \cdot (35 + 10) \text{ K}) - 6 \text{ m}] = 8.32 \text{ m}^3. \end{aligned}$$

Vježba 198

Petrolej se na skladištu nalazi u cilindričnoj bačvi polumjera 400 cm i visine 60 dm. Pri -10 °C površina petroleja nalazi se 100 mm ispod gornjeg ruba bačve. Koliko se petroleja izlije iz bačve kad temperatura naraste na 35 °C? Rastezanje bačve zanemarimo. (koeficijent kubičnog rastezanja petroleja $\alpha = 1.0 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$)

Rezultat: 8.32 m³.

Zadatak 199 (Tin, gimnazija)

Na slici grafički je prikaz ovisnosti produljenja žice o temperaturi. Odredi koeficijent linearnog rastezanja ako je početna duljina žice 100 m.

Rješenje 199

$$l_0 = 100 \text{ m}, \quad \beta = ?$$

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu, njegove se dimenzije povećaju. Ima li tijelo takav oblik da duljina premašuje ostale dimenzije (žice, štapovi, cijevi), govorimo o linearnom rastezanju čvrstog tijela. Kad štapu nekoga čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0 , povisimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produžiti za

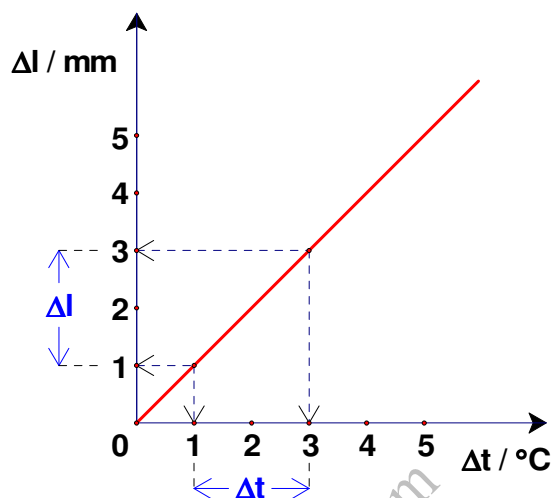
$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t} \text{ ili } \beta = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta t}.$$

Jedinica za koeficijent linearnog rastezanja je K^{-1} . Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$



Sa slike vidi se:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta l = 3 \text{ mm} - 1 \text{ mm} \\ \Delta t = 3^{\circ}\text{C} - 1^{\circ}\text{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Delta l = 2 \text{ mm} \\ \Delta t = 2^{\circ}\text{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Delta l = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ \Delta t = 2 \text{ K} \end{array} \right\}.$$

Budući da se koeficijent linearnog rastezanja β definira izrazom

$$\beta = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta t},$$

vrijedi:

$$\beta = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta t} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{100 \text{ m} \cdot 2 \text{ K}} = 0.00001 \text{ K}^{-1} = 10^{-5} \text{ K}^{-1}.$$

Vježba 199

Na slici (gore) grafički je prikaz ovisnosti produljenja žice o temperaturi. Odredi koeficijent linearnog rastezanja ako je početna duljina žice 200 m.

Rezultat: $5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Zadatak 200 (Tin, gimnazija)

Ako se kinetička energija tijela mase m pretvori u toplinu, porast temperature tijela ovisi o masi tijela proporcionalno:

- A. m B. m^2 C. Ne ovisi o masi D. $\frac{1}{m}$ E. $\frac{1}{m^2}$

Rješenje 200

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t,$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.
Ako se kinetička energija tijela mase m pretvori u toplotu, slijedi:

$$Q = E_k \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow \Delta t = \frac{v^2}{2 \cdot c}.$$

Porast temperature ne ovisi o masi. Odgovor je pod C.

Vježba 200

Ako se gravitacijska potencijalna energija tijela mase m pretvori u toplotu, porast temperature tijela ovisi o masi tijela proporcionalno:

- A. m B. m^2 C. Ne ovisi o masi D. $\frac{1}{m}$ E. $\frac{1}{m^2}$

Rezultat: C.

www.halapa.com