Zadatak 201 (Josip, elektrotehnička škola)

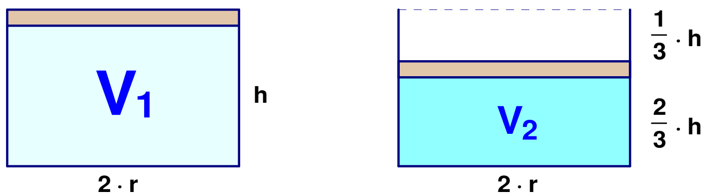
Ako pri konstantnoj temperaturi plina klip u cilindru spustimo za 1/3 visine cilindra, tlak u cilindru će se:

A. povećati 3 puta B. smanjiti 3 puta C. povećati 2 puta D. povećati 1.5 puta E. smanjiti za 1/3

Rješenje 201

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle-Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 .$$



Cilindar motora je valjak polumjera baze r i visine h pa je njegov obujam dan izrazom

$$V_1 = r^2 \cdot \pi \cdot h.$$

Ako klip u cilindru spustimo za 1/3 visine cilindra, obujam iznosi:

$$V_2 = r^2 \cdot \pi \cdot \left(h - \frac{1}{3} \cdot h \right) \Rightarrow V_2 = r^2 \cdot \pi \cdot \frac{2}{3} \cdot h \Rightarrow V_2 = \frac{2}{3} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h \Rightarrow V_2 = \frac{2}{3} \cdot V_1 .$$

Tlak plina p_2 u cilindru ima vrijednost:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \; / \cdot \frac{1}{V_2} \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \frac{V_1}{\frac{2}{3} \cdot V_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1 \cdot \frac{\cancel{V_1}}{\frac{2}{3} \cdot \cancel{V_1}} \Rightarrow p_2 = \frac{3}{2} \cdot p_1 \Rightarrow p_2 = 1.5 \cdot p_1 .$$

Tlak se povećao 1.5 puta. Odgovor je pod D.

Vježba 201

Ako pri konstantnoj temperaturi plina klip u cilindru spustimo za 1/2 visine cilindra, tlak u cilindru će se:

A. povećati 3 puta B. smanjiti 3 puta C. povećati 2 puta D. povećati 1.5 puta E. smanjiti za 1/3

Rezultat: C.

Zadatak 202 (Marija, gimnazija)

Određena je količina vodika zatvorena u čeličnoj boci. Kad bocu uronimo u smjesu leda i vode, manometar priključen na bocu pokazuje tlak $1.25 \cdot 10^5$ Pa. Kolika je temperatura u boci kad manometar pokazuje tlak $1.25 \cdot 10^4$ Pa?

Rješenje 202

$p_0 = 1.25 \cdot 10^5$ Pa tlak pri 0 °C, $p_t = 1.25 \cdot 10^4$ Pa, V = konst., t = ?

Mijenja li se temperatura nekoj masi plina stalnog obujma (izohorna promjena), mijenjat će se tlak plina prema Charlesovu zakonu:

$$p_t = p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \;, \text{ pri } V = konst.,$$

gdje je p_0 tlak plina pri 0 °C, a α termički koeficijent promjene tlaka plina koji ima za sve plinove istu vrijednost

$$\alpha = \frac{1}{273.15} K^{-1} .$$

Smjesa leda i vode ima temperaturu 0 °C. Budući da je obujam stalan (izohorna promjena), tlak će se promjenom temperature mijenjati prema Charlesovu zakonu:

$$p_t = p_0 \cdot (1+\alpha \cdot t) \Rightarrow p_t = p_0 \cdot (1+\alpha \cdot t) \ / \cdot \frac{1}{p_0} \Rightarrow \frac{p_t}{p_0} = 1+\alpha \cdot t \Rightarrow 1+\alpha \cdot t = \frac{p_t}{p_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha \cdot t = \frac{p_t}{p_0} - 1 \ / \cdot \frac{1}{\alpha} \Rightarrow t = \frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{p_t}{p_0} - 1\right) = \frac{1}{\frac{1}{273.15} K^{-1}} \cdot \left(\frac{1.25 \cdot 10^4 \ Pa}{1.25 \cdot 10^5 \ Pa} - 1\right) = -245.835 \ ^0C.$$

Vježba 202

Određena je količina vodika zatvorena u čeličnoj boci. Kad bocu uronimo u smjesu leda i vode, manometar priključen na bocu pokazuje tlak $1.27 \cdot 10^4$ Pa. Kolika je temperatura u boci kad manometar pokazuje tlak $1.27 \cdot 10^3$ Pa?

Rezultat: – 245.835 °C.

Zadatak 203 (Tanja, srednja škola)

Kolikom brzinom mora letjeti olovno tane da se pri udaru o zapreku rastali? Početna je temperatura taneta bila 27 °C. Pretpostavimo da sva energija taneta pri sudaru prijeđe u toplinu. (specifični toplinski kapacitet olova c = 130 J/(kg · K), talište olova t = 327 °C, specifična toplina taljenja olova λ = 25000 J/kg)

Rješenje 203

t_1 = 27 °C, c = 130 J/(kg · K), t = 327 °C, λ = 25000 J/kg, v = ?

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Taljenje je proces prijelaza tvari iz čvrstog agregatnog stanja u tekuće agregatno stanje. Talište je temperatura pri kojoj se čvrsto tijelo tali (odnosno očvršćuje) pri normiranom tlaku. Ta temperatura ostaje nepromijenjena sve dok se tvar ne rastali, odnosno očvrsne.

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Proces taljenja olovnog taneta sastoji se od dva koraka. Navedimo ih redom: zagrijavanje olovnog taneta do tališta 327 ºC i taljenje. Tako će se izraz za toplinu potrebnu da se olovno tane rastali sastojati od dva dijela:

$$Q = m \cdot c \cdot (t - t_1) + m \cdot \lambda.$$

Budući da je kinetička energija olovnog taneta jednaka ukupnoj količina topline Q potrebnoj da se olovno tane rastali, slijedi:

$$E_k = Q \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot c \cdot (t - t_1) + m \cdot \lambda \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot c \cdot (t - t_1) + m \cdot \lambda \ / \cdot \frac{2}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v^2 = 2 \cdot c \cdot (t - t_1) + 2 \cdot \lambda \Rightarrow v^2 = 2 \cdot (c \cdot (t - t_1) + \lambda) \; / \sqrt{} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot (c \cdot (t - t_1) + \lambda)} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot \left(130 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (327 - 27)\ K + 25000 \frac{J}{kg}\right)} = 357.77 \frac{m}{s}.$$

Vježba 203

Kolikom brzinom mora letjeti olovno tane da se pri udaru o zapreku rastali? Početna je temperatura taneta bila 127 °C. Pretpostavimo da sva energija taneta pri sudaru prijeđe u toplinu. (specifični toplinski kapacitet olova c = 130 J/(kg · K), talište olova t = 327 °C, specifična toplina taljenja olova λ = 25000 J/kg)

Rezultat: 319.37 m/s.

Zadatak 204 (Kristina, gimnazija)

Cilindar, obujma V_1 = 1 dm^3 je na temperaturi od t_1 = 20 °C i zatvoren je pokretnim klipom površine S = 25 cm^2. Za koliko će se pomaknuti klip ako se plin koji se nalazi u cilindru zagrije do temperature t_2 = 100 °C?

Rješenje 204

$V_1 = 1\ dm^3 = 1 \cdot 10^{-3}\ m^3$, $t_1 = 20$ °C => $T_1 = 273 + t_1 = 273\ K + 20\ K = 293\ K$,
$S = 25\ cm^2 = 2.5 \cdot 10^{-3}\ m^2$, $t_2 = 100$ °C => $T_2 = 273 + t_2 = 273\ K + 100\ K = 373\ K$, x = ?

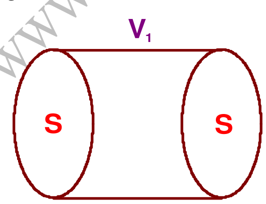
Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

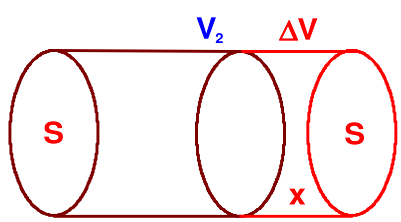
Obujam valjka (cilindra) površine osnovke (baze) S i visine h iznosi

$$V = S \cdot h.$$

Na temperaturi T_1 valjak ima obujam V_1.



Na temperaturi T_2 ($T_2 > T_1$) valjak ima obujam V_2 (koji je veći od V_1) čija je vrijednost:



$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \; / \cdot T_2 \Rightarrow V_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot V_1 = \frac{373\ K}{293\ K} \cdot 1 \cdot 10^{-3}\ m^3 = 0.00127\ m^3 = 1.27 \cdot 10^{-3}\ m^3.$$

Povećanje obujma valjka njegovim zagrijavanjem jednako je:

$$\Delta V = V_2 - V_1.$$

Budući da je površina pokretnog klipa S stalna, slijedi da povećani dio obujma iznosi:

$$\Delta V = S \cdot x,$$

gdje je x duljina pomaka klipa. Klip će se pomaknuti za

$$\left.\begin{array}{l}\Delta V = V_2 - V_1 \\ \Delta V = S \cdot x\end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{metoda} \\ \text{komparacije}\end{array}\right] \Rightarrow S \cdot x = V_2 - V_1 \Rightarrow S \cdot x = V_2 - V_1 \; / \cdot \frac{1}{S} \Rightarrow x = \frac{V_2 - V_1}{S} =$$

$$= \frac{1.27 \cdot 10^{-3} \ m^3 - 1 \cdot 10^{-3} \ m^3}{2.5 \cdot 10^{-3} \ m^2} = 0.108 \ m = 108 \ mm.$$

Vježba 204

Cilindar, obujma V_1 = 1000 cm^3 je na temperaturi od t_1 = 20 °C i zatvoren je pokretnim klipom površine S = 0.25 dm^2. Za koliko će se pomaknuti klip ako se plin koji se nalazi u cilindru zagrije do temperature t_2 = 100 °C?

Rezultat: 108 mm.

Zadatak 205 (Kristina, gimnazija)

Plin je u posudi od 1 litre uz pomoć adijabatskog klipa podijeljen na dva jednaka dijela koji su zatim zagrijani do 400 K odnosno do 450 K. Koliki su odgovarajući obujmovi nakon pomicanja klipa?

Rješenje 205

V = 1 l, T_1 = 400 K, T_2 = 450 K, V_1 = ?, V_2 = ?

Općenitu ovisnost između tri parametra idealnog plina – obujma, tlaka i temperature – možemo izraziti zakonom koji sadrži sva tri plinska zakona:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2},$$

što vrijedi za određenu masu plina. To je jedan od oblika jednadžbe stanja plina.

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Na početku je stanje plina u obje polovice posude okarakterizirano temperaturom T, tlakom p i obujmom $\frac{1}{2} \cdot V$. Nakon promjene temperature plina u jednom i u drugom dijelu posude klip će zauzeti ravnotežni položaj kada se tlakovi u oba dijela posude izjednače. Za promjenu stanja plina u jednom dijelu posude vrijedi jednadžba:

$$\frac{p \cdot V}{T} = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1},$$

a za promjenu stanja plina u drugom dijelu jednadžba:

$$\frac{p \cdot V}{T} = \frac{p_1 \cdot V_2}{T_2}.$$

Iz ove dvije jednadžbe dobije se:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{p \cdot V}{T} = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} \\ \frac{p \cdot V}{T} = \frac{p_1 \cdot V_2}{T_2}\end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{metoda} \\ \text{komparacije}\end{array}\right] \Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_1 \cdot V_2}{T_2} \; / \cdot \frac{T_1 \cdot T_2}{p_1} \Rightarrow V_1 \cdot T_2 = V_2 \cdot T_1.$$

Budući da je ukupni obujam plina V, slijedi:

$$V_1 + V_2 = V.$$

Iz sustava jednadžbi izračunaju se obujmovi V_1 i V_2:

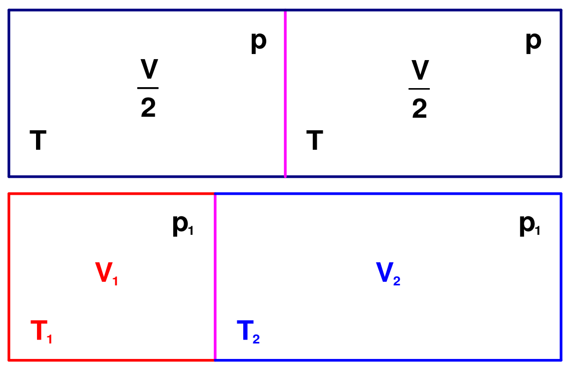
$$\left.\begin{matrix} V_1 + V_2 = V \\ V_1 \cdot T_2 = V_2 \cdot T_1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{bmatrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} V_2 = V - V_1 \\ V_1 \cdot T_2 = V_2 \cdot T_1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow V_1 \cdot T_2 = \left(V - V_1\right) \cdot T_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_1 \cdot T_2 = V \cdot T_1 - V_1 \cdot T_1 \Rightarrow V_1 \cdot T_2 + V_1 \cdot T_1 = V \cdot T_1 \Rightarrow V_1 \cdot \left(T_2 + T_1\right) = V \cdot T_1 \Rightarrow V_1 \cdot \left(T_1 + T_2\right) = V \cdot T_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_1 \cdot \left(T_1 + T_2\right) = V \cdot T_1 \; / \cdot \frac{1}{T_1 + T_2} \Rightarrow V_1 = \frac{T_1}{T_1 + T_2} \cdot V = \frac{400\ K}{400\ K + 450\ K} \cdot 1\ l = 0.471\ l.$$

Tada je obujam V_2 jednak:

$$V_2 = V - V_1 = 1\ l - 0.471\ l = 0.529\ l.$$



Vježba 205

Plin je u posudi od 2 litre uz pomoć adijabatskog klipa podijeljen na dva jednaka dijela koji su zatim zagrijani do 400 K odnosno do 450 K. Koliki su odgovarajući obujmovi nakon pomicanja klipa?

Rezultat: $V_1 = 0.941$, $V_2 = 1.059$ l.

Zadatak 206 (Ana, medicinska škola)

Koliki je stupanj korisnosti idealnog toplinskog stroja koji uzima toplinu iz spremnika topline temperature 327 °C, a predaje toplinu spremniku topline temperature 127 °C?

Rješenje 206

$t_1 = 327$ °C => $T_1 = 273 + t_1 = (273 + 327)$ K = 600 K,
$t_2 = 127$ °C => $T_2 = 273 + t_2 = (273 + 127)$ K = 400 K, $\eta = ?$

Korisnost η nekog toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad, tj.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su T_1 i T_2 temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika.

Stupanj korisnosti idealnog toplinskog stroja iznosi:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{600\ K - 400\ K}{600\ K} = 0.3333 = \frac{33.33}{100} = 33.33\ \%.$$

Vježba 206

Koliki je stupanj korisnosti idealnog toplinskog stroja koji uzima toplinu iz spremnika topline temperature 427 °C, a predaje toplinu spremniku topline temperature 227 °C?

Rezultat: 28.57 %.

Zadatak 207 (Maturant, gimnazija)

Za pripremu tople kupke temperature 35 ºC u 60 kg hladne vode temperature 20 ºC dodamo vruću vodu temperature 80 ºC. Kolika je masa vruće vode koju smo dodali?

Rješenje 207

t = 35 °C, m_1 = 60 kg, t_1 = 20 °C, t_2 = 80 °C, m_2 = ?

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela. Toplinu Q smatramo pozitivnom veličinom ako je dovodimo sustavu (zagrijavamo ga), a negativnom ako je odvodimo od sustava (hladimo ga).

Kad su u međusobnom dodiru dva tijela različitih temperatura, onda je, prema zakonu o očuvanju energije, povećanje unutrašnje energije tijela koje se grije jednako smanjenju unutrašnje energije tijela koje se hladi, tj.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t), \quad \text{Richmannovo pravilo}$$

gdje je t konačna temperatura, tj. temperatura pri kojoj oba tijela postižu toplinsku ravnotežu. Hladna i vruća voda imaju isti specifični toplinski kapacitet pa masa m_2 vruće vode koju smo dodali iznosi:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 \cdot c \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c \cdot (t_2 - t) \Rightarrow m_1 \cdot c \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c \cdot (t_2 - t) \; / \cdot \frac{1}{c \cdot (t_2 - t)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{m_1 \cdot (t - t_1)}{t_2 - t} = \frac{60\ kg \cdot \left(35\ ^0C - 20\ ^0C\right)}{80\ ^0C - 35\ ^0C} = 20\ kg.$$

Vježba 207

Za pripremu tople kupke temperature 35 ºC u 120 kg hladne vode temperature 20 ºC dodamo vruću vodu temperature 80 ºC. Kolika je masa vruće vode koju smo dodali?

Rezultat: 40 kg.

Zadatak 208 (Maturant, gimnazija)

Zgrada od opeke ima visinu 20 m po zimi pri temperaturi od – 10 ºC. Koeficijent linearnoga rastezanja opeke iznosi 10^{-5} K^{-1}.

a) Kolika je visina zgrade pri temperaturi od 0 ºC?

b) Za koliko će se promijeniti visina zgrade od zime do ljeta kad temperatura iznosi 25 ºC?

Rješenje 208

l_1 = 20 m, t_1 = – 10 °C, β = 10^{-5} K^{-1}, l_0 = ? t_2 = 25 °C, Δl = ?

Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0, povisimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produžiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Jedinica za koeficijent linearnog rastezanja je K^{-1}. Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

a) Visina zgrade pri temperaturi od 0 ºC.

$$l_1 = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1) \Rightarrow l_1 = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1) \; / \cdot \frac{1}{1 + \beta \cdot t_1} \Rightarrow l_0 = \frac{l_1}{1 + \beta \cdot t_1} =$$

$$= \frac{20\ m}{1 + 10^{-5}\ K^{-1} \cdot (-10\ K)} = 20.002\ m.$$

b) Promjena visine zgrade od zime do ljeta kad temperatura iznosi 25 ºC iznosi:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot \Delta t \;\Rightarrow\; \Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot \left(t_2 - t_1\right) = 10^{-5}\ K^{-1} \cdot 20.002\ m \cdot \left(25\ K - \left(-10\ K\right)\right) = 0.007\ m = 7\ mm.$$

Vježba 208

Zgrada od opeke ima visinu 40 m po zimi pri temperaturi od – 10 ºC. Koeficijent linearnoga rastezanja opeke iznosi 10^{-5} K^{-1}. Kolika je visina zgrade pri temperaturi od 0 ºC?

Rezultat: 40.004 m.

Zadatak 209 (Željka, gimnazija)

Koliki se rad obavi ako se plinu početnog volumena 5 litara uz stalan tlak $2 \cdot 10^5$ Pa povisi temperatura sa 27 °C na 327 °C?

Rješenje 209

$V_1 = 5$ l $= 5$ dm$^3 = 5 \cdot 10^{-3}$ m^3, $p = 2 \cdot 10^5$ Pa,
$t_1 = 27$ °C => $T_1 = 273 + t_1 = 273$ K $+ 27$ K $= 300$ K,
$t_2 = 327$ °C => $T_2 = 273 + t_2 = 273$ K $+ 327$ K $= 600$ K, $W = ?$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \;\Rightarrow\; W = p \cdot \left(V_2 - V_1\right).$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay-Lussacovu zakonu:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2},$$

što znači da za različita stanja iste mase nekog plina, uz stalan tlak, omjer $\frac{V}{T}$ ostaje uvijek isti.

Pomoću formule za izobarnu promjenu stanja plina izračuna se konačan volumen V_2:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \;\Rightarrow\; \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \;/\cdot T_2 \;\Rightarrow\; V_2 = T_2 \cdot \frac{V_1}{T_1} \;\Rightarrow\; V_2 = V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}.$$

Budući da je zagrijavanje plina izobarno (tlak je konstantan), plin utroši rad

$$W = p \cdot \left(V_2 - V_1\right) \;\Rightarrow\; W = p \cdot \left(V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} - V_1\right) \;\Rightarrow\; W = p \cdot V_1 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) =$$

$$= 2 \cdot 10^5\ Pa \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ m^3 \cdot \left(\frac{600\ K}{300\ K} - 1\right) = 1000\ J.$$

Vježba 209

Koliki se rad obavi ako se plinu početnog volumena 5 litara uz stalan tlak $4 \cdot 10^5$ Pa povisi temperatura sa 27 °C na 327 °C?

Rezultat: 2000 J.

Zadatak 210 (Željka, gimnazija)

Koliko kockica leda temperature 0 °C, stranice 2 cm, treba rastaliti u 1 litri vode da bi ju ohladili sa 26.5 °C na 10 °C? (specifična toplina taljenja leda $\lambda_L = 3.33 \cdot 10^5$ J/kg, specifični toplinski kapacitet vode $c_v = 4190$ J/(kg · K), gustoća vode $\rho_v = 1000$ kg/m^3, gustoća leda $\rho_L = 920$ kg/m^3). Gubitak topline u okolinu valja zanemariti.

Rješenje 210

$t_L = 0$ °C, $a = 2$ cm $= 0.02$ m, $V_v = 1$ l $= 1$ dm$^3 = 1 \cdot 10^{-3}$ m^3, $t_{1v} = 26.5$ °C,
$t_{2v} = 10$ °C, $\lambda_L = 3.33 \cdot 10^5$ J/kg, $c_v = 4190$ J/(kg · K), $\rho_v = 1000$ kg/m^3, $\rho_L = 920$ kg/m^3,

N = ?

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Taljenje je proces prijelaza tvari iz čvrstog agregatnog stanja u tekuće agregatno stanje. Talište je temperatura pri kojoj se čvrsto tijelo tali (odnosno očvršćuje) pri normiranom tlaku. Ta temperatura ostaje nepromijenjena sve dok se tvar ne rastali, odnosno očvrsne.

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Kad su u međusobnom dodiru dva tijela različitih temperatura, onda je, prema zakonu o očuvanju energije, povećanje unutrašnje energije tijela koje se grije jednako smanjenju unutrašnje energije tijela koje se hladi, tj.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t), \quad \text{Richmannovo pravilo}$$

gdje je t konačna temperatura, tj. temperatura pri kojoj oba tijela postižu toplinsku ravnotežu.

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Količina topline koju voda hlađenjem izgubi iznosi:

$$\left. \begin{aligned} m_v &= \rho_v \cdot V_v \\ Q_v &= m_v \cdot c_v \cdot (t_1 - t_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow Q_v = \rho_v \cdot V_v \cdot c_v \cdot (t_1 - t_2).$$

Toplina taljenja leda je:

$$Q_L = m_L \cdot \lambda_L.$$

Budući da je količina topline Q_v koju voda hlađenjem izgubi jednaka količini topline Q_L koju led taljenjem primi, slijedi:

$$Q_L = Q_v \Rightarrow m_L \cdot \lambda_L = \rho_v \cdot V_v \cdot c_v \cdot (t_1 - t_2) \Rightarrow m_L \cdot \lambda_L = \rho_v \cdot V_v \cdot c_v \cdot (t_1 - t_2) \; / \cdot \frac{1}{\lambda_L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_L = \frac{\rho_v \cdot V_v \cdot c_v \cdot (t_1 - t_2)}{\lambda_L}.$$

Dobili smo masu leda m_L potrebnog za taljenje kako bi se voda rashladila na zadanu temperaturu.

Masa jedne kockice leda iznosi:

$$m = \rho_L \cdot V_L \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{volumen kocke} \\ V_L = a^3 \end{bmatrix} \Rightarrow m = \rho_L \cdot a^3.$$

Podijelimo li ukupnu masu m_L potrebnog leda sa masom m jedne kockice, dobit ćemo broj kockica N:

$$N = \frac{m_L}{m} \Rightarrow N = \frac{\frac{\rho_v \cdot V_v \cdot c_v \cdot (t_1 - t_2)}{\lambda_L}}{\rho_L \cdot a^3} \Rightarrow N = \frac{\rho_v \cdot V_v \cdot c_v \cdot (t_1 - t_2)}{\lambda_L \cdot \rho_L \cdot a^3} =$$

$$= \frac{1000\ \frac{kg}{m^3} \cdot 1 \cdot 10^{-3}\ m^3 \cdot 4190\ \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (26.5 - 10)\ K}{3.33 \cdot 10^5\ \frac{J}{kg} \cdot 920\ \frac{kg}{m^3} \cdot (0.02\ m)^3} = 28.$$

Vježba 210

Koliko kockica leda temperature 0 °C, stranice 20 mm, treba rastaliti u 1 litri vode da bi ju ohladili sa 36.5 °C na 20 °C? (specifična toplina taljenja leda $\lambda_L = 3.33 \cdot 10^5$ J/kg, specifični toplinski kapacitet vode $c_v = 4190$ J/(kg · K), gustoća vode $\rho_v = 1000$ kg/m^3, gustoća leda $\rho_L = 920$ kg/m^3). Gubitak topline u okolinu valja zanemariti.

Rezultat: 28.

Zadatak 213 (Mario, student)

Led mase 50 g i temperature 0 °C treba potpuno ispariti. Koliko je potrebno topline za navedeni proces? (specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5$ J/kg, specifična toplina isparavanja vode $r = 22.6 \cdot 10^5$ J/kg, specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3$ J/(kg · K))

Rješenje 213

$m = 50$ g $= 0.05$ kg, $t_1 = 0$ °C, $t_2 = 100$ °C, $\lambda = 3.3 \cdot 10^5$ J/kg, $r = 22.6 \cdot 10^5$ J/kg, $c = 4.19 \cdot 10^3$ J/(kg · K), $Q = ?$

Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \;\Rightarrow\; Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.
Taljenje je proces prijelaza tvari iz čvrstog agregatnog stanja u tekuće agregatno stanje. Talište je temperatura pri kojoj se čvrsto tijelo tali (odnosno očvršćuje) pri normiranom tlaku. Ta temperatura ostaje nepromijenjena sve dok se tvar ne rastali, odnosno očvrsne.
Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.
Tekućina prelazi u paru pri svakoj temperaturi. Temperatura iznad koje pri određenom tlaku tekućina više ne može postojati u tekućem agregatnom stanju naziva se vrelištem. Temperatura vrelišta ostaje nepromijenjena sve dok sva tekućina vrenjem ne prijeđe u paru. Toplinu koja je potrebna da tekućina mase m prijeđe u paru iste temperature možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot r,$$

gdje je r specifična toplina isparavanja.
Proces isparavanja leda sastoji se od tri koraka. Navedimo ih redom:

- taljenje leda, $Q_1 = m \cdot \lambda$
- zagrijavanje vode od 0 °C do 100 °C, $Q_2 = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)$
- isparavanje vode, $Q_3 = m \cdot r$.

Potrebna toplina Q iznosi:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \;\Rightarrow\; Q = m \cdot \lambda + m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) + m \cdot r \;\Rightarrow\; Q = m \cdot \left(\lambda + c \cdot (t_2 - t_1) + r\right) =$$

$$= 0.05\ kg \cdot \left(3.3 \cdot 10^5\ \frac{J}{kg} + 4.19 \cdot 10^3\ \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (100 - 0)\ K + 22.6 \cdot 10^5\ \frac{J}{kg}\right) = 150\,450\ J.$$

Vježba 213

Led mase 100 g i temperature 0 °C treba potpuno ispariti. Koliko je potrebno topline za navedeni proces? (specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5$ J/kg, specifična toplina isparavanja vode $r = 22.6 \cdot 10^5$ J/kg, specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3$ J/(kg · K))

Rezultat: 300900 J.

Zadatak 214 (Marija, gimnazija)

Na horizontalnoj ploči od lijevana željeza pričvršćena su dva štapića A i B. Njihova međusobna udaljenost pri 0 °C iznosi a = 10 cm. Na štapiće A i B privarena je mjedena žica. U sredini žice P obješen je uteg p. Prije zagrijavanja žica je napeta.
a) Izrazi vertikalni pomak točke P kao funkciju temperature t.
b) Izračunaj pomak točke P za temperaturu 50 °C. (koeficijent linearnog rastezanja željeza $\beta_1 = 1.2 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}, koeficijent linearnog rastezanja mjedi $\beta_2 = 1.7 \cdot 10^{-5}$ K^{-1})

Rješenje 214

a = 10 cm, t = 50 °C, $\beta_1 = 1.2 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}, $\beta_2 = 1.7 \cdot 10^{-5}$ K^{-1}, $\left|PP_1\right| = f(t) = ?$

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu, njegove se dimenzije povećaju. Ima li tijelo takav oblik da duljina premašuje ostale dimenzije (žice, štapovi, cijevi), govorimo o linearnom rastezanju čvrstog tijela. Kad štapu nekoga čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0, povisimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produžiti za

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Ako su sve dimenzije čvrstog tijela podjednako izražene, riječ je o kubičnom rastezanju. Neka tijelo pri 0 °C ima obujam V_0. Povisimo li tijelu temperaturu za t (od 0 °C do t), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = \alpha \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je α koeficijent kubičnog rastezanja.
Između tih koeficijenata rastezanja postoji odnos

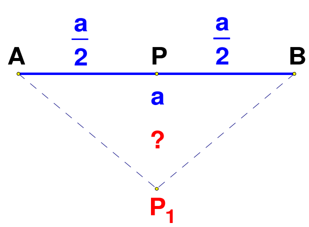
$$\alpha = 3 \cdot \beta.$$

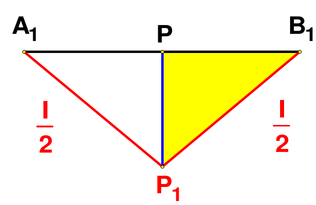
Pri temperaturi t tijelo će imati obujam

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \text{ ili } V_t = V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \beta \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za kubično rastezanje tekućina, kao i za šuplja čvrsta tijela.
Ako je na temperaturi t_1 obujam tijela V_1, a na temperaturi t_2 obujam V_2, tada vrijedi

$$V_2 = V_1 \cdot \left(1 + \alpha \cdot \left(t_2 - t_1\right)\right).$$





Neka je l duljina žice od mjedi. Sa slika vidi se:

$$\left|A_1P_1\right| = \left|P_1B_1\right| = \frac{l}{2}.$$

Povišenjem temperature međusobna udaljenost štapića A i B postaje

$$\left|A_1B_1\right| = a \cdot \left(1 + \beta_1 \cdot t\right),$$

a žica od mjedi imat će duljinu

$$l = a \cdot \left(1 + \beta_2 \cdot t\right).$$

Znači da se sredina žice pomaknula u točku P_1. Uočimo pravokutan trokut PP_1B_1 i uporabom Pitagorina poučka dobije se:

$$\left|PP_1\right|^2=\left|P_1B_1\right|^2-\left|PB_1\right|^2 \Rightarrow \left|PP_1\right|^2=\left(\frac{l}{2}\right)^2-\left(\frac{\left|A_1B_1\right|}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|PP_1\right|^2=\left(\frac{a\cdot\left(1+\beta_2\cdot t\right)}{2}\right)^2-\left(\frac{a\cdot\left(1+\beta_1\cdot t\right)}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|PP_1\right|^2=\frac{a^2\cdot\left(1+\beta_2\cdot t\right)^2}{4}-\frac{a^2\cdot\left(1+\beta_1\cdot t\right)^2}{4} \Rightarrow \left|PP_1\right|^2=\frac{a^2}{4}\cdot\left(\left(1+\beta_2\cdot t\right)^2-\left(1+\beta_1\cdot t\right)^2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|PP_1\right|^2=\frac{a^2}{4}\cdot\left(1+2\cdot\beta_2\cdot t+\beta_2^2\cdot t^2-1-2\cdot\beta_1\cdot t-\beta_1^2\cdot t^2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|PP_1\right|^2=\frac{a^2}{4}\cdot\left(1+2\cdot\beta_2\cdot t+\beta_2^2\cdot t^2-1-2\cdot\beta_1\cdot t-\beta_1^2\cdot t^2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|PP_1\right|^2=\frac{a^2}{4}\cdot\left(2\cdot\beta_2\cdot t+\beta_2^2\cdot t^2-2\cdot\beta_1\cdot t-\beta_1^2\cdot t^2\right).$$

Budući da su β_1^2 i β_2^2 po iznosu jako male veličine možemo ih zanemariti.

$$\left|PP_1\right|^2=\frac{a^2}{4}\cdot\left(2\cdot\beta_2\cdot t+\beta_2^2\cdot t^2-2\cdot\beta_1\cdot t-\beta_1^2\cdot t^2\right) \Rightarrow \left[\begin{array}{c}\text{zanemarujemo}\\ \beta_1^2=0\ ,\ \ \beta_2^2=0\end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\left|PP_1\right|^2=\frac{a^2}{4}\cdot\left(2\cdot\beta_2\cdot t-2\cdot\beta_1\cdot t\right) \Rightarrow \left|PP_1\right|^2=\frac{a^2}{4}\cdot\left(2\cdot\beta_2\cdot t-2\cdot\beta_1\cdot t\right)\ /\sqrt{\ } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|PP_1\right|=\sqrt{\frac{a^2}{4}\cdot\left(2\cdot\beta_2\cdot t-2\cdot\beta_1\cdot t\right)} \Rightarrow \left|PP_1\right|=\frac{a}{2}\cdot\sqrt{2\cdot\beta_2\cdot t-2\cdot\beta_1\cdot t} \Rightarrow \left|PP_1\right|=\frac{a}{2}\cdot\sqrt{2\cdot t\cdot\left(\beta_2-\beta_1\right)}.$$

Pomak točke P u točku P_1 za temperaturu t = 50 °C iznosi:

$$\left|PP_1\right|=\frac{a}{2}\cdot\sqrt{2\cdot t\cdot\left(\beta_2-\beta_1\right)}=\frac{10\ cm}{2}\cdot\sqrt{2\cdot 50\ K\cdot\left(1.7\cdot 10^{-5}-1.2\cdot 10^{-5}\right)\frac{1}{K}}=0.1118\ cm.$$

Vježba 214

Na horizontalnoj ploči od lijevana željeza pričvršćena su dva štapića A i B. Njihova međusobna udaljenost pri 0 °C iznosi a = 100 mm. Na štapiće A i B privarena je mjedena žica. U sredini žice P obješen je uteg p. Prije zagrijavanja žica je napeta. Izračunaj pomak točke P za temperaturu 50 °C. (koeficijent linearnog rastezanja željeza $\beta_1 = 1.2 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}$, koeficijent linearnog rastezanja mjedi $\beta_2 = 1.7 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}$)

Rezultat: 1.118 mm.

Zadatak 215 (Marija, gimnazija)

Staklena boca ima obujam 2000 cm^3 pri 0 °C. Pri 0 °C boca je do ruba napunjena alkoholom. Koliko će alkohola izaći iz boce kad je ugrijemo na 50 °C? (koeficijent linearnog rastezanja stakla $\beta = 0.9 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}$, koeficijent kubičnog rastezanja alkohola $\alpha = 1.135 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}$)

Rješenje 215

$V_0 = 2000\ cm^3$, $t_1 = 0$ °C, $t_2 = 50$ °C, $\beta = 0.9 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}$, $\alpha = 1.135 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}$, $\Delta V = ?$

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu, njegove se dimenzije povećaju. Ima li tijelo takav oblik da duljina premašuje ostale dimenzije (žice, štapovi, cijevi), govorimo o linearnom rastezanju čvrstog tijela. Kad štapu nekoga čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0, povisimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produžiti za

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Ako su sve dimenzije čvrstog tijela podjednako izražene, riječ je o kubičnom rastezanju. Neka tijelo pri 0 °C ima obujam V_0. Povisimo li tijelu temperaturu za t (od 0 °C do t), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = \alpha \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je α koeficijent kubičnog rastezanja.
Između tih koeficijenata rastezanja postoji odnos

$$\alpha = 3 \cdot \beta.$$

Pri temperaturi t tijelo će imati obujam

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \text{ ili } V_t = V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \beta \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za kubično rastezanje tekućina, kao i za šuplja čvrsta tijela.
Ako je na temperaturi t_1 obujam tijela V_1, a na temperaturi t_2 obujam V_2, tada vrijedi

$$V_2 = V_1 \cdot (1 + \alpha \cdot (t_2 - t_1)).$$

Obujam staklene boce V_1 pri temperaturi t_2 je

$$V_1 = V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \beta \cdot t_2).$$

Obujam alkohola V_2 pri temperaturi t_2 je

$$V_2 = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2).$$

Obujam alkohola koji se prelio jednak je razlici obujma alkohola pri temperaturi t_2 i obujma staklene boce pri istoj temperaturi.

$$\Delta V = V_2 - V_1 \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2) - V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \beta \cdot t_2) \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2 - 1 - 3 \cdot \beta \cdot t_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t_2 - 1 - 3 \cdot \beta \cdot t_2) \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot (\alpha \cdot t_2 - 3 \cdot \beta \cdot t_2) \Rightarrow \Delta V = V_0 \cdot t_2 \cdot (\alpha - 3 \cdot \beta) =$$

$$= 2000 \ cm^3 \cdot 50 \ K \cdot \left(1.135 \cdot 10^{-3} \ \frac{1}{K} - 3 \cdot 0.9 \cdot 10^{-5} \ \frac{1}{K}\right) = 110.8 \ cm^3.$$

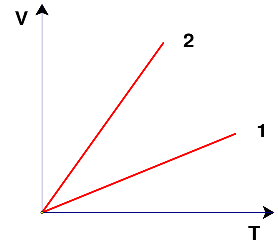
Vježba 215

Staklena boca ima obujam 0.002 m^3 pri 0 °C. Pri 0 °C boca je do ruba napunjena alkoholom. Koliko će alkohola izaći iz boce kad je ugrijemo na 50 °C?

Rezultat: 110.8 cm^3.

Zadatak 216 (Ivan, srednja škola)

U grafičkom prikazu na slici nacrtane su dvije izobare. Koja izobara odgovara većem tlaku?



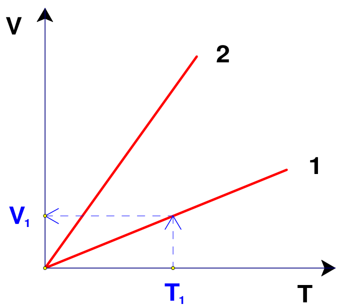
Rješenje 216

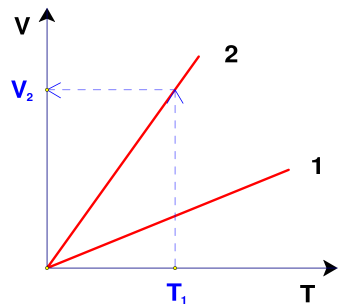
Za dvije promjenjive međusobno zavisne veličine x i y kažemo da su obrnuto razmjerne s koeficijentom proporcionalnosti k, $k \neq 0$ ako je

$$x \cdot y = k \quad \text{ili} \quad y = \frac{k}{x}.$$

Svako povećanje jedne veličine dovodi jednoliko toliko puta do smanjenja druge veličine. Svako smanjenje jedne veličine dovodi jednoliko toliko puta do povećanja druge veličine.
Ako pri promjeni stanja dane mase plina temperatura ostaje stalna (izotermna promjena) promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle-Mariotteovim zakonom.

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \quad \text{ili} \quad p \cdot V = konst.$$





Za neku temperaturu T_1 izobara 1 odgovara obujmu V_1, a izobara 2 odgovara obujmu V_2. Obujam V_1 koji odgovara izobari 1 manji je od obujma V_2 koji odgovara izobari 2, tj.

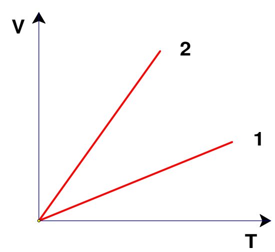
$$V_1 < V_2.$$

Iz Boyle-Mariotteova zakona proizlazi da su tlak p i obujam V obrnuto razmjerne veličine. Izobara 1 odgovara manjem obujmu V_1, ali je zato tlak p_1 veći. Dakle, izobara 1 odgovara većem tlaku.

$$\left.\begin{array}{l} p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \\ V_1 < V_2 \end{array}\right\} \Rightarrow p_1 > p_2.$$

Vježba 216

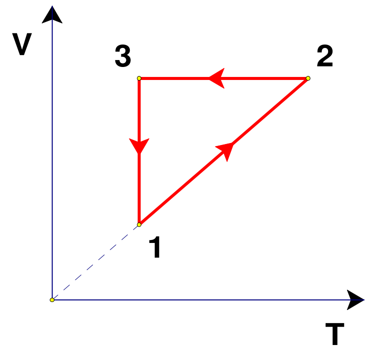
U grafičkom prikazu na slici nacrtane su dvije izobare. Koja izobara odgovara manjem tlaku?



Rezultat: Izobara 2 odgovara manjem tlaku.

Zadatak 217 (Vesna, gimnazija)

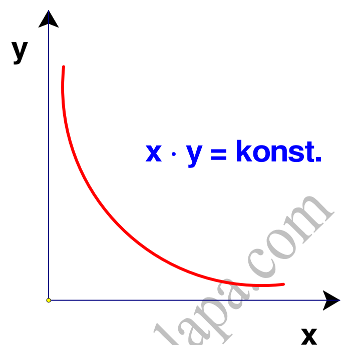
U cilindru zatvorenome pomičnim klipom nalazi se plin kojemu se može mijenjati obujam, temperatura i tlak. Promjena stanja plina pri nekome kružnom procesu predočena je na grafičkom prikazu ovisnosti obujma plina o temperaturi (slika). Prikaži tu promjenu stanja plina u koordinatnom sustavu p, V te označi na njemu na kojim je njegovim dijelovima plin primio toplinu izvana, a na kojim je toplinu predao okolini.



Rješenje 217

Za dvije promjenjive međusobno zavisne veličine x i y kažemo da su obrnuto razmjerne s koeficijentom razmjernosti k, k ≠ 0 ako je

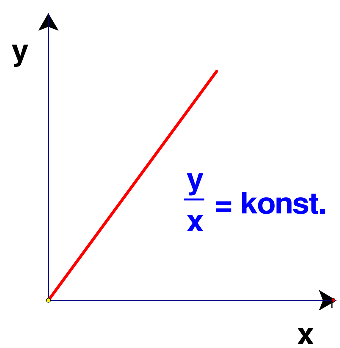
$$x \cdot y = k \quad \text{ili} \quad y = \frac{k}{x}.$$



Svako povećanje jedne veličine dovodi jednako toliko puta do smanjenja druge veličine. Svako smanjenje jedne veličine dovodi jednako toliko puta do povećanja druge veličine.

Za dvije promjenjive međusobno zavisne veličine x i y kažemo da su upravo razmjerne s koeficijentom razmjernosti k, k ≠ 0 ako je

$$\frac{y}{x} = k \quad \text{ili} \quad y = k \cdot x.$$



Svako povećanje jedne veličine dovodi jednako toliko puta do povećanja druge veličine. Svako smanjenje jedne veličine dovodi jednako toliko puta do smanjenja druge veličine.
Ako pri promjeni stanja dane mase plina temperatura ostaje stalna (izotermna promjena) promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle-Mariotteovim zakonom.

$$T = konst. \Rightarrow p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \quad \text{ili} \quad p \cdot V = konst.$$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \;\Rightarrow\; W = p \cdot \left(V_2 - V_1\right).$$

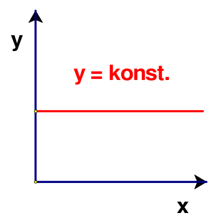
Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay-Lussacovu zakonu:

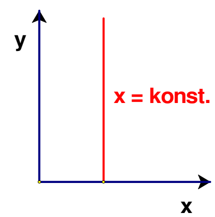
$$p = konst. \;\Rightarrow\; \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad , \quad \frac{V}{T} = konst.$$

što znači da za različita stanja iste mase nekog plina, uz stalan tlak, omjer $\frac{V}{T}$ ostaje uvijek isti.

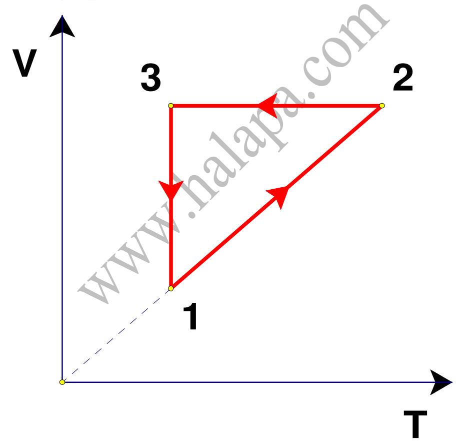
Mijenja li se temperatura nekoj masi plina stalnog obujma (izohorna promjena), mijenjat će se tlak plina prema Charlesovu zakonu:

$$V = konst. \;\Rightarrow\; \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad , \quad \frac{p}{T} = konst.$$





Sa slike (V, T – grafa) gledamo stanja plina.



Proces 1 → 2

Budući da je pravac 12 nagnut prema koordinatnoj osi T, obujam V plina povećava se linearno sa temperaturom T. To je izobarno širenje plina (tlak je stalan).

$$p = konst. \;\Rightarrow\; \frac{V}{T} = konst. \;\Rightarrow\; \left.\begin{matrix} V \text{ povećava se} \\ T \text{ povećava se} \end{matrix}\right\}.$$

Na p, V – grafu predstavljeno je izobarom 12.

Proces 2 → 3

Budući da je pravac 23 paralelan sa koordinatnom osi T, obujam V je stalan, a temperatura T smanjuje se. To je izohorno hlađenje plina (obujam je stalan).

$$V = konst. \;\Rightarrow\; \frac{p}{T} = konst. \;\Rightarrow\; \left.\begin{matrix} p \text{ smanjuje se} \\ T \text{ smanjuje se} \end{matrix}\right\}.$$

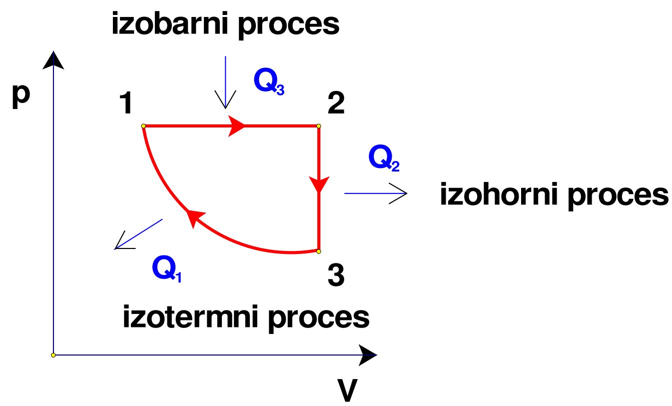
Na p, V – grafu predstavljeno je izohorom 23.

Proces 3 → 1

Budući da je pravac 31 okomit na koordinatnu os T, temperatura T je stalna, a obujam V smanjuje se. To je izotermno stezanje plina (temperatura je stalna).

$$T = konst. \;\Rightarrow\; p \cdot V = konst. \;\Rightarrow\; \left.\begin{matrix} p \ \text{povećava se} \\ T \ \text{smanjuje se} \end{matrix}\right\}.$$

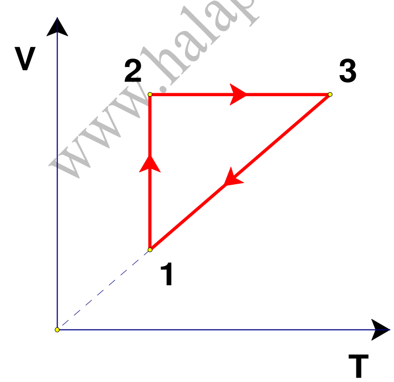
Na p, V – grafu predstavljeno je izotermom 31.



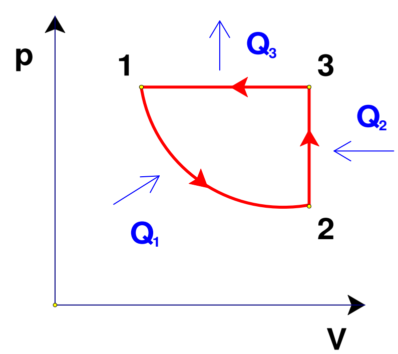
Pri prijelazu iz stanja 1 u stanje 2 (izobarni proces) plin je primio toplinu.
Pri prijelazu iz stanja 2 u stanje 3 (izohorni proces) plin je toplinu predao okolini.
Pri prijelazu iz stanja 3 u stanje 1 (izotermni proces) plin je toplinu predao okolini.

Vježba 217

U cilindru zatvorenome pomičnim klipom nalazi se plin kojemu se može mijenjati obujam, temperatura i tlak. Promjena stanja plina pri nekome kružnom procesu predočena je na grafičkom prikazu ovisnosti obujma plina o temperaturi (slika). Prikaži tu promjenu stanja plina u koordinatnom sustavu p,V te označi na njemu na kojim je njegovim dijelovima plin primio toplinu izvana, a na kojim je toplinu predao okolini.



Rezultat: Prikaz p, V – grafa.



Zadatak 218 (Vesna, gimnazija)

U balonu se nalazi 5 kg plina argona temperature 300 K. Kolika je unutrašnja energija tog plina? (plinska konstanta R = 8.314 J/(mol · K))

Rješenje 218

m = 5 kg, T = 300 K, R = 8.314 J/(mol · K), U = ?

Srednja kinetička energija molekula plina iznosi:

$$N \cdot \overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$$

gdje je N broj molekula, $\overline{E_k}$ srednja kinetička energija jedne molekule plina, m masa plina, M molna masa plina, R plinska konstanta, T temperatura.

Relativna atomska masa A_r, nekog atoma, odnosno molekule M_r, jest broj koji govori koliko je puta masa atoma ili molekule veća od $\frac{1}{12}$ mase atoma izotopa ${}^{12}_{6}C$. Masa $\frac{1}{12}$ mase atoma izotopa ugljika ${}^{12}_{6}C$ jest atomska jedinica mase (znak: u). Izražena u kilogramima, ta masa iznosi

$$u = 1.66 \cdot 10^{-27} \; kg.$$

Molnu masu M plina argona odredit ćemo tako da najprije odredimo relativnu molekulsku masu M_r. Budući da je plin argon jednoatoman, ona je jednaka relativnoj atomskoj masi argona čija je vrijednost naznačena u periodnom sustavu elemenata:

18
Ar
39.95

$$M_r = 1 \cdot 39.95 = 39.95.$$

Molna masa argona iznosi:

$$M_{Ar} = 39.95 \frac{g}{mol} = 39.95 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{mol}.$$

Unutrašnja energija plina

$$\left.\begin{array}{l} U = N \cdot \overline{E_k} \\ N \cdot \overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \end{array}\right\} \Rightarrow U = \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{M} \cdot R \cdot T = \frac{3}{2} \cdot \frac{5 \; kg}{39.95 \cdot 10^{-3} \; \frac{kg}{mol}} \cdot 8.314 \; \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 300 \; K = 468247.81 \text{ J}.$$

Vježba 218

U balonu se nalazi 500 dag plina argona temperature 27 °C. Kolika je unutrašnja energija tog plina? (plinska konstanta R = 8.314 J/(mol · K))

Rezultat: 468247.81 J.

Zadatak 219 (Vesna, gimnazija)

Kolika je srednja kinetička energija molekule plina pri temperaturi 1200 K? (plinska konstanta R = 8.314 J/(mol · K), Avogadrova konstanta $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ 1/mol, Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K.)

Rješenje 219

T = 1200 K, R = 8.314 J/(mol · K), $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ 1/mol, $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K, $\overline{E_k} = ?$

Srednja kinetička energija jedne molekula plina iznosi:

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T \quad , \quad \overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T,$$

gdje je R plinska konstanta, N_A Avogadrova konstanta, k_B Boltzmanova konstanta, T temperatura.

Računamo srednju kinetičku energiju jedne molekule plina.

1.inačica

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N_A} \cdot T = \frac{3}{2} \cdot \frac{8.314 \ \frac{J}{mol \cdot K}}{6.022 \cdot 10^{23} \ \frac{1}{mol}} \cdot 1200 \ K = 2.485 \cdot 10^{-20} \ J.$$

2.inačica

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T = \frac{3}{2} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \ \frac{J}{K} \cdot 1200 \ K = 2.484 \cdot 10^{-20} \ J.$$

Vježba 219

Kolika je srednja kinetička energija molekule plina pri temperaturi 927 °C? (plinska konstanta R = 8.314 J/(mol · K), Avogadrova konstanta $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ 1/mol, Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K.)

Rezultat: $2.484 \cdot 10^{-20}$ J.

Zadatak 220 (Vesna, gimnazija)

Izračunaj srednju kinetičku energiju gibanja molekula koje se nalaze u 1 m^3 kisika uz normirane uvjete. (plinska konstanta R = 8.314 J/(mol · K), normirani uvjeti: p = 101325 Pa, T = 273 K)

Rješenje 220

V = 1 m^3, R = 8.314 J/(mol · K), p = 101325 Pa, T = 273 K, $N \cdot \overline{E_k} = ?$

Srednja kinetička energija molekula plina dana je formulom:

$$N \cdot \overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T,$$

gdje je N broj molekula, $\overline{E_k}$ srednja kinetička energija jedne molekule plina, n množina plina, R plinska konstanta, T temperatura.

Jednadžba stanja plina, ako je zadana množina n idealnog plina, glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak, V obujam, R plinska konstanta, T temperatura.

Računamo srednju kinetičku energiju gibanja molekula.

1.inačica.

$$\left. \begin{array}{l} N \cdot \overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T \\ p \cdot V = n \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow N \cdot \overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot p \cdot V = \frac{3}{2} \cdot 101325 \ Pa \cdot 1 \ m^3 = 151987.5 \ J.$$

2.inačica

Iz plinske jednadžbe izračunamo množinu n plina.

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \ \Rightarrow \ p \cdot V = n \cdot R \cdot T \ / \cdot \frac{1}{R \cdot T} \ \Rightarrow \ n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{101325 \ Pa \cdot 1 \ m^3}{8.314 \ \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 273 \ K} = 44.642 \ mol.$$

Srednja kinetička energija gibanja molekula iznosi:

$$N \cdot \overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T = \frac{3}{2} \cdot 44.642 \ mol \cdot 8.314 \ \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 273 \ K = 151987.39 \ J.$$

Vježba 220

Izračunaj srednju kinetičku energiju gibanja molekula koje se nalaze u 1000 dm^3 kisika uz normirane uvjete. (normirani uvjeti: p = 101325 Pa, T = 273 K, plinska konstanta R = 8.314 J/(mol · K))

Rezultat: 151987.5 J.