

Zadatak 281 (Ante, srednja škola)

Carnotov stroj radi između dvaju toplinskih spremnika, jednog temperature 10°C i drugog temperature 100°C . Kolika je korisnost stroja?

Rješenje 281

$$t_1 = 100^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = (273 + 100) \text{ K} = 373 \text{ K},$$
$$t_2 = 10^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = (273 + 10) \text{ K} = 283 \text{ K}, \quad \eta = ?$$

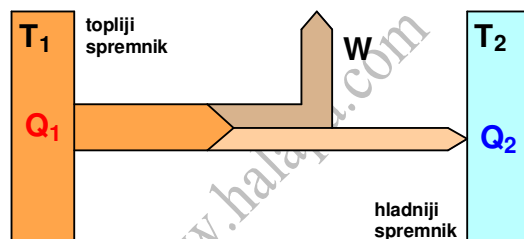
Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plinova i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu Q_1 i preda hladnijem spremniku toplinu Q_2 . Promjena topline $Q_1 - Q_2$ pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad W :

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Korisnost η nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad W , tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su T_1 i T_2 temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Korisnost ne ovisi o vrsti radnog tijela, već samo o razlici temperatura toplijeg i hladnijeg spremnika. Što je ta razlika veća, korisnost je veća.



Djelotvornost (korisnost) stroja iznosi:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{283 \text{ K}}{373 \text{ K}} = 0.24 = \frac{24}{100} = 24\%.$$

Vježba 281

Carnotov stroj radi između dvaju toplinskih spremnika, jednog temperature 20°C i drugog temperature 100°C . Kolika je korisnost stroja?

Rezultat: 21%.

Zadatak 282 (Ana, Mira, srednja škola)

Grijačem snage 3 kW zagrijava se 0.5 kg vode čija je početna temperatura 25°C . Koliko je vremena potrebno da sva voda ispari? Zanimarite gubitke. Specifični toplinski kapacitet vode je $4200 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, a njezina specifična toplota isparavanja je $2.26 \cdot 10^6 \text{ J / kg}$.

Rješenje 282

$$P = 3 \text{ kW} = 3000 \text{ W}, \quad m = 0.5 \text{ kg}, \quad t_1 = 25^{\circ}\text{C}, \quad t_2 = 100^{\circ}\text{C} \text{ vrelište vode},$$
$$c = 4200 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad r = 2.26 \cdot 10^6 \text{ J / kg}, \quad t = ? \text{ vrijeme isparavanja}$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P \cdot t.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Tekućina prelazi u paru pri svakoj temperaturi. Temperatura iznad koje pri određenom tlaku tekućina više ne može postojati u tekućem agregatnom stanju naziva se vrelištem. Temperatura vrelišta ostaje nepromijenjena sve dok sva tekućina vrenjem ne prijeđe u paru. Toplinu koja je potrebna da tekućina mase m prijeđe u paru iste temperature možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot r,$$

gdje je r specifična toplina isparavanja.

Toplina potrebna da se voda zagrije od temperature t_1 do t_2 iznosi:

$$Q_1 = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1).$$

Toplina isparavanja vode je:

$$Q_2 = m \cdot r.$$

Budući da nema gubitaka topline, rad kojeg obavi grijač jednak je zbroju topline zagrijavana Q_1 i topline isparavanja Q_2 .

$$W = Q_1 + Q_2 \Rightarrow P \cdot t = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) + m \cdot r \Rightarrow P \cdot t = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) + m \cdot r \cdot \frac{1}{P} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) + m \cdot r}{P} \Rightarrow t = \frac{m \cdot (c \cdot (t_2 - t_1) + r)}{P} =$$

$$= \frac{0.5 \text{ kg} \cdot \left(4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 25) \text{ K} + 2.26 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right)}{3000 \text{ W}} = 429 \text{ s.}$$



Vježba 282

Grijačem snage 6 kW zagrijava se 1 kg vode čija je početna temperatura 25 °C. Koliko je vremena potrebno da sva voda ispari? Zanemarite gubitke. Specifični toplinski kapacitet vode je 4200 J / (kg · K), a njezina specifična toplina isparavanja je 2.26 · 10⁶ J / kg.

Rezultat: 429 s.

Zadatak 283 (Zlatko, srednja škola)

Odredi unutarnju energiju idealnog plina koji sadrži 10²³ čestica na temperaturi 200 K. (Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

Rješenje 283

$$N = 10^{23}, \quad T = 200 \text{ K}, \quad k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}, \quad U = ?$$

Molekule idealnog monoatomnog plina su točkaste čestice čija se interakcija može zanemariti. Unutarnja energija idealnog monoatomnog plina računa se po formuli:

$$U = \frac{3}{2} \cdot N \cdot k_B \cdot T,$$

gdje je N broj molekula monoatomnog plina, k_B Boltzmanova konstanta, T termodinamička temperatura plina.

Unutarnja energija idealnog plina iznosi:

$$U = \frac{3}{2} \cdot N \cdot k_B \cdot T = \frac{3}{2} \cdot 10^{23} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 200 K = 414 J.$$

Vježba 283

Odredi unutarnju energiju idealnog plina koji sadrži 10^{23} čestica na temperaturi 400 K. (Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} J/K$)

Rezultat: 828 J.

Zadatak 284 (Nino, srednja škola)

Pri stalnom tlaku od $5 \cdot 10^5 Pa$ idealnome plinu dovede se $6 \cdot 10^3 J$ topline, a plinu se pritom poveća obujam od $1 dm^3$ na $5 dm^3$. Za koliko se u tome procesu povećala unutarnja energija plina?

Rješenje 284

$$p = 5 \cdot 10^5 Pa \text{ stalan tlak, } Q = 6 \cdot 10^3 J, \quad V_1 = 1 dm^3 = 1 \cdot 10^{-3} m^3, \\ V_2 = 5 dm^3 = 5 \cdot 10^{-3} m^3, \quad \Delta U = ?$$

Promjene stanja idealnog plina pri kojima je tlak stalan nazivamo izobarnim promjenama.

Prvi zakon termodinamike

Toplina Q koju dovodimo nekom sustavu jednaka je zbroju promjene unutarnje energije ΔU sustava i rada W koji obavi sustav.

Prvi zakon termodinamike poseban je slučaj zakona očuvanja energije za situaciju gdje do promjene unutarnje energije dolazi zbog izmjene topline i (ili) zbog obavljanja rada.

$$Q = \Delta U + W.$$

Pravila:

Pozitivno	Simbolički zapis	Opis
Q	Q > 0	Toplina se dovodi sustavu.
ΔU	$\Delta U > 0$	Unutarnja energija sustava raste.
W	W > 0	Sustav obavlja rad.

Negativno	Simbolički zapis	Opis
Q	Q < 0	Toplina se odvodi sustavu.
ΔU	$\Delta U < 0$	Unutarnja energija sustava pada.
W	W < 0	Rad se obavlja na sustavu.

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Unutarnja energija idealnog plina iznosi

$$Q = \Delta U + W \Rightarrow \Delta U = Q - W \Rightarrow \Delta U = Q - p \cdot \Delta V \Rightarrow \Delta U = Q - p \cdot (V_2 - V_1) = \\ = 6 \cdot 10^3 J - 5 \cdot 10^5 Pa \cdot (5 \cdot 10^{-3} m^3 - 1 \cdot 10^{-3} m^3) = 4 \cdot 10^3 J = 4 kJ.$$

Vježba 284

Pri stalnome tlaku od $5 \cdot 10^5 Pa$ idealnome plinu dovede se $6 \cdot 10^3 J$ topline, a plinu se pritom poveća obujam od $2 dm^3$ na $6 dm^3$. Za koliko se u tome procesu povećala unutarnja energija plina?

Rezultat: 4 kJ.

Zadatak 285 (Ivan, gimnazija)

Kolika bi morala biti temperatura hladnijeg spremnika da bi korisnost Carnotova stroja bila 100%?

Rješenje 285

$$T_2, \quad \eta = 100\% = \frac{100}{100} = 1, \quad T_1 = ?$$

Idealni toplinski stroj koristi Carnotov kružni proces i od toplijeg spremnika prima količinu topline Q_2 , jedan njezin dio pretvara u rad W , a ostatak Q_1 predaje hladnijem spremniku.

Korisnost idealnog toplinskog (Carnotova) stroja je:

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2},$$

gdje je T_2 temperatura toplijeg spremnika, T_1 temperatura hladnijeg spremnika.

$$\left. \begin{array}{l} \eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \\ \eta = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 1 \Rightarrow \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 1 \cdot T_2 \Rightarrow T_2 - T_1 = T_2 \Rightarrow T_2 - T_1 = T_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -T_1 = 0 \Rightarrow T_1 = 0 \text{ K.}$$

Vježba 285

Kolika bi morala biti temperatura hladnijeg spremnika da bi korisnost Carnotova stroja bila 50%?

Rezultat: $T_1 = 0.5 \cdot T_2.$

Zadatak 286 (Ivan, gimnazija)

Za koliko se promijeni korisnost Carnotova stroja koji radi između 227°C i 0°C , ako se temperatura hladnijeg spremnika povisi na 27°C ?

Rješenje 286

$$t_1 = 0^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = (273 + 0) \text{ K} = 273 \text{ K,}$$

$$t_2 = 227^\circ\text{C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = (273 + 227) \text{ K} = 500 \text{ K,}$$

$$t_1' = 27^\circ\text{C} \Rightarrow T_1' = 273 + t_1' = (273 + 27) \text{ K} = 300 \text{ K,} \quad \frac{\eta_2}{\eta_1} = ?$$

Idealni toplinski stroj koristi Carnotov kružni proces i od toplijeg spremnika prima količinu topline Q_2 , jedan njezin dio pretvara u rad W , a ostatak Q_1 predaje hladnijem spremniku.

Korisnost idealnog toplinskog (Carnotova) stroja je:

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2},$$

gdje je T_2 temperatura toplijeg spremnika, T_1 temperatura hladnijeg spremnika.

$$\left. \begin{array}{l} \eta_1 = \frac{T_2 - T_1}{T_2} \\ \eta_2 = \frac{T_2 - T_1'}{T_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{\frac{T_2 - T_1'}{T_2}}{\frac{T_2 - T_1}{T_2}} \Rightarrow \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{T_2 - T_1'}{T_2 - T_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{T_2 - T_1'}{T_2 - T_1} \Rightarrow \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{500 \text{ K} - 300 \text{ K}}{500 \text{ K} - 273 \text{ K}} \Rightarrow \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{200 \text{ K}}{227 \text{ K}} \Rightarrow \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{200 \text{ K}}{227 \text{ K}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{200}{227} \Rightarrow \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{200 : 200}{227 : 200} \Rightarrow \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{1}{1.14} \Rightarrow \frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{1}{1.14} \cdot \eta_1 \Rightarrow \eta_2 = \frac{1}{1.14} \cdot \eta_1.$$

Korisnost se smanji za 1.14 puta.

Vježba 286

Za koliko se promijeni korisnost Carnotova stroja koji radi između 227°C i 0°C, ako se temperatura hladnijeg spremnika povisi na 17°C?

Rezultat: Korisnost se smanji za 1.08 puta.

Zadatak 287 (Doc, gimnazija)

Koliko plina je potrebno da se u bojleru zagrije 80 litara vode od 15°C do 60°C? Korisnost je 60%. Specifična toplina izgaranja plina je $3.2 \cdot 10^7 \text{ J/m}^3$. Specifični toplinski kapacitet vode je $4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$.

Rješenje 287

$$V_v = 80 \text{ l} \Rightarrow m = 80 \text{ kg}, \quad t_1 = 15^\circ \text{C}, \quad t_2 = 60^\circ \text{C}, \quad \eta = 60\% = 0.6,$$

$$q = 3.2 \cdot 10^7 \text{ J/m}^3, \quad c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad V = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet tijela, a Δt promjena temperature.

Toplina Q koja se oslobađa pri potpunom izgaranju goriva mase m izražava se umnoškom

$$Q = m \cdot q,$$

gdje je q specifična toplina izgaranja.

Omjer između energije koju iskorišćujemo od nekog stroja i ukupne energije koju ulažemo u stroj zovemo korisnost stroja η .

$$\eta = \frac{W_i}{W_u}, \quad \eta = \frac{Q_i}{Q_u}.$$

Potrebna količina topline Q_k za zagrijavanje vode od temperature t_1 do temperature t_2 dana je formulom:

$$Q_k = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q_k = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1).$$

Izgaranjem plina volumena V dobije se količina topline Q_u :

$$Q_u = q \cdot V.$$

Budući da je korisnost grijača η , vrijedi:

$$\eta = \frac{Q_k}{Q_u} \Rightarrow \eta = \frac{Q_k}{Q_u} \cdot \frac{Q_u}{\eta} \Rightarrow Q_u = \frac{Q_k}{\eta}.$$

Računamo volumen plina V.

$$\left. \begin{array}{l} Q_u = q \cdot V, \quad Q_u = \frac{Q_k}{\eta} \\ Q_k = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} q \cdot V = \frac{Q_k}{\eta} \\ Q_k = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \end{array} \right\} \Rightarrow q \cdot V = \frac{m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)}{\eta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q \cdot V = \frac{m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)}{\eta} \cdot \frac{1}{q} \Rightarrow V = \frac{m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)}{\eta \cdot q} = \frac{80 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (60 - 15) \text{ K}}{0.6 \cdot 3.2 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{m}^3}} = 0.79 \text{ m}^3.$$

Vježba 287

Koliko plina je potrebno da se u bojleru zagrije 80 litara vode od 10°C do 55°C? Korisnost je 60%. Specifična toplina izgaranja plina je $3.2 \cdot 10^7 \text{ J/m}^3$. Specifični toplinski kapacitet vode je $4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg \cdot K)}$.

Rezultat: 0.79 m³.

Zadatak 288 (Doc, gimnazija)

Koliko se poveća unutarnja energija vodika mase 2 g pri izovolumnom zagrijavanju od 0°C do 200°C? Kolika je pritom dovedena količina topline? (specifični toplinski kapacitet vodika pri stalnom volumenu $c_v = 10100 \text{ J / (kg \cdot K)}$)

Rješenje 288

$$m = 2 \text{ g} = 0.002 \text{ kg}, \quad t_1 = 0^\circ\text{C}, \quad t_2 = 200^\circ\text{C}, \quad c_v = 10100 \text{ J / (kg \cdot K)}, \quad \Delta U = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet tijela, a Δt promjena temperature.

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Unutarnju energiju tijela možemo promijeniti na dva načina:

- međusobnim dodiranjem dvaju tijela različitih temperatura
- mehaničkim radom.

Općenito to možemo izraziti ovako:

$$\Delta U = Q - W,$$

gdje je:

- ΔU – promjena unutarnje energije tijela
- Q – toplina
- W – mehanički rad.

Rad W može biti pozitivan ili negativan:

- $W > 0$ (pozitivan), ako sustav obavlja rad
- $W < 0$ (negativan), ako rad obavljaju vanjske sile.

Toplina Q može biti pozitivna ili negativna:

- $Q > 0$ (pozitivna), ako toplinu dovodimo sustavu
- $Q < 0$ (negativna), ako toplinu odvodimo od sustava.

Budući da se plin izohorno zagrijava (volumen je stalan), rad W je nula:

$$\left. \begin{array}{l} W = p \cdot \Delta V \\ \Delta V = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow W = p \cdot 0 \Rightarrow W = 0.$$

Povećanje unutarnje energije vodika iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta U = Q - W \\ W = 0 \\ Q = m \cdot c \cdot \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Delta U = Q \\ Q = m \cdot c \cdot \Delta t \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta U = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta U = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) =$$

$$= 0.002 \text{ kg} \cdot 10100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (200 - 0) \text{ K} = 4040 \text{ J} = 4.04 \cdot 10^3 \text{ J} = 4.04 \text{ kJ}.$$

Vježba 288

Koliko se poveća unutarnja energija vodika mase 2 g pri izovolumnom zagrijavanju od 50°C do 250°C? Kolika je pritom dovedena količina topline? (specifični toplinski kapacitet vodika pri stalnom volumenu $c_v = 10100 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$)

Rezultat: 4.04 kJ.

Zadatak 289 (Davor, strukovna škola)

Tijelo se sudari neelastično sa zidom. U takvome se sudara uz početnu brzinu v temperatura tijela poveća za 0.5 K. Za koliko bi se povećala temperatura tijela uz početnu brzinu $4 \cdot v$ uz pretpostavku da se prilikom sudara uvijek pola kinetičke energije tijela pretvori u unutarnju energiju tijela?

A. za 1 K B. za 2 K C. za 4 K D. za 8 K

Rješenje 289

$$m, \quad c, \quad v_1 = v, \quad \Delta t_1 = 0.5 \text{ K}, \quad v_2 = 4 \cdot v, \quad \Delta t_2 = ?$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet tijela, a Δt promjena temperature.

Pri neelastičnom sudaru kinetička energija nije održana, dio se utroši na deformaciju tijela u sudaru, odnosno zagrijavanje (promjenu unutarnje energije).

Iz uvjeta zadatka dobije se sustav od dvije jednadžbe.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot E_{k1} = Q_1 \\ \frac{1}{2} \cdot E_{k2} = Q_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = m \cdot c \cdot \Delta t_1 \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 = m \cdot c \cdot \Delta t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{1}{4} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot c \cdot \Delta t_1 \\ \frac{1}{4} \cdot m \cdot (4 \cdot v)^2 = m \cdot c \cdot \Delta t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{1}{4} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot c \cdot \Delta t_1 \\ \frac{1}{4} \cdot m \cdot 16 \cdot v^2 = m \cdot c \cdot \Delta t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{\frac{1}{4} \cdot m \cdot 16 \cdot v^2}{\frac{1}{4} \cdot m \cdot v^2} = \frac{m \cdot c \cdot \Delta t_2}{m \cdot c \cdot \Delta t_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{4} \cdot m \cdot 16 \cdot v^2}{\frac{1}{4} \cdot m \cdot v^2} = \frac{m \cdot c \cdot \Delta t_2}{m \cdot c \cdot \Delta t_1} \Rightarrow 16 = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} \Rightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = 16 \Rightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = 16 / \cdot \Delta t_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t_2 = 16 \cdot \Delta t_1 = 16 \cdot 0.5 \text{ K} = 8 \text{ K}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 289

Tijelo se sudari neelastično sa zidom. U takvome se sudara uz početnu brzinu v temperatura tijela poveća za 0.5 K. Za koliko bi se povećala temperatura tijela uz početnu brzinu $2 \cdot v$ uz pretpostavku da se prilikom sudara uvijek pola kinetičke energije tijela pretvori u unutarnju energiju tijela?

- A. za 1 K B. za 2 K C. za 4 K D. za 8 K

Rezultat: B.

Zadatak 290 (Nino, gimnazija)

Toplinski stroj radi u Carnotovom kružnom procesu i ima korisnost 20%. Za koliko postotaka treba povećati temperaturu toplijeg spremnika ako se želi povećati korisnost na 21% uz pretpostavku da je temperatura hladnijeg spremnika stalna?

Rješenje 290

$$\eta_1 = 20\% = 0.2, \quad \eta_2 = 21\% = 0.21, \quad p = ?$$

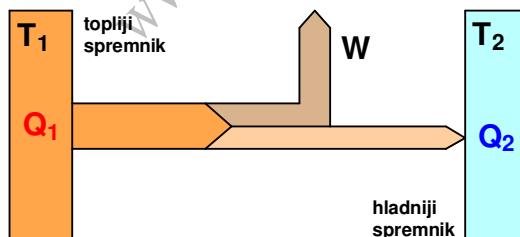
Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plinova i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu Q_1 i preda hladnijem spremniku toplinu Q_2 . Promjena topline $Q_1 - Q_2$ pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad W :

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Korisnost η nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad W , tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su T_1 i T_2 temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Korisnost ne ovisi o vrsti radnog tijela, već samo o razlici temperatura toplijeg i hladnijeg spremnika. Što je ta razlika veća, korisnost je veća.



1. inačica

Neka je T_1 temperatura toplijeg spremnika, a T_2 hladnijeg. Tada je

$$\eta_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Ako se za p postotaka poveća temperatura toplijeg spremnika, a hladnijeg ne mijenja, vrijedi:

$$\eta_2 = \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1 - T_2}{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1}.$$

Iz sustava jednačbi izračunamo postotak p .

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned} \eta_1 &= \frac{T_1 - T_2}{T_1} \\ \eta_2 &= \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1 - T_2}{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 0.2 &= \frac{T_1 - T_2}{T_1} \\ 0.21 &= \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1 - T_2}{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 0.2 &= \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad / \cdot T_1 \\ 0.21 &= \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1 - T_2}{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \left. \begin{aligned} 0.2 \cdot T_1 &= T_1 - T_2 \\ 0.21 &= \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1 - T_2}{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} T_2 &= T_1 - 0.2 \cdot T_1 \\ 0.21 &= \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1 - T_2}{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} T_2 &= 0.8 \cdot T_1 \\ 0.21 &= \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1 - T_2}{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow 0.21 = \frac{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1 - 0.8 \cdot T_1}{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1} \Rightarrow 0.21 = \frac{\left(1 + \frac{p}{100} - 0.8\right) \cdot T_1}{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1} \Rightarrow \\
& \Rightarrow 0.21 = \frac{\left(0.2 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1}{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot T_1} \Rightarrow 0.21 = \frac{\left(0.2 + \frac{p}{100}\right) \cdot \cancel{T_1}}{\left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \cancel{T_1}} \Rightarrow 0.21 = \frac{0.2 + \frac{p}{100}}{1 + \frac{p}{100}} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \frac{21}{100} = \frac{\frac{20}{100} + \frac{p}{100}}{\frac{100}{100} + \frac{p}{100}} \Rightarrow \frac{21}{100} = \frac{\frac{20+p}{100}}{\frac{100+p}{100}} \Rightarrow \frac{21}{100} = \frac{20+p}{100+p} \Rightarrow \frac{21}{100} = \frac{20+p}{1} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \frac{21}{100} = \frac{20+p}{100+p} \Rightarrow 21 \cdot (100+p) = 100 \cdot (20+p) \Rightarrow 2100 + 21 \cdot p = 2000 + 100 \cdot p \Rightarrow \\
& \Rightarrow 21 \cdot p - 100 \cdot p = 2000 - 2100 \Rightarrow -79 \cdot p = -100 \Rightarrow -79 \cdot p = -100 \quad / : (-79) \Rightarrow p = 1.27.
\end{aligned}$$

2. inačica

Neka je T_1 temperatura toplijeg spremnika, a T_2 hladnijeg. Tada je

$$\eta_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Ako je T_3 temperatura toplijeg spremnika koja je za p postotaka povećana u odnosu na T_1 , a temperatura hladnijeg spremnika se ne mijenja, vrijedi:

$$\eta_2 = \frac{T_3 - T_2}{T_3}.$$

Iz sustava jednačbi izračunamo postotak p .

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \frac{T_1 - T_2}{T_1} \\ \eta_2 &= \frac{T_3 - T_2}{T_3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 0.2 &= \frac{T_1 - T_2}{T_1} \\ 0.21 &= \frac{T_3 - T_2}{T_3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 0.2 &= \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad / \cdot T_1 \\ 0.21 &= \frac{T_3 - T_2}{T_3} \quad / \cdot T_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 0.2 \cdot T_1 &= T_1 - T_2 \\ 0.21 \cdot T_3 &= T_3 - T_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 0.2 \cdot T_1 = T_1 - T_2 \\ 0.21 \cdot T_3 = T_3 - T_2 \quad / \cdot (-1) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 0.2 \cdot T_1 = T_1 - T_2 \\ -0.21 \cdot T_3 = -T_3 + T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0.2 \cdot T_1 - 0.21 \cdot T_3 = T_1 - T_3 \Rightarrow -0.21 \cdot T_3 + T_3 = T_1 - 0.2 \cdot T_1 \Rightarrow 0.79 \cdot T_3 = 0.8 \cdot T_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0.79 \cdot T_3 = 0.8 \cdot T_1 \quad / : 0.79 \Rightarrow T_3 = 1.0127 \cdot T_1.$$

Računamo postotak za koji treba povećati temperaturu toplijeg spremnika.

$$T_3 = 1.0127 \cdot T_1 \Rightarrow T_3 = T_1 + 0.0127 \cdot T_1 \Rightarrow T_3 = T_1 + \frac{1.27}{100} \cdot T_1 \Rightarrow T_3 = T_1 + 1.27\% \cdot T_1.$$

Ili ovako:

$$p = \frac{T_3 - T_1}{T_1} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{1.0127 \cdot T_1 - T_1}{T_1} \cdot 100\% \Rightarrow p = \frac{0.0127 \cdot T_1}{T_1} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{0.0127 \cdot T_1}{T_1} \cdot 100\% \Rightarrow p = 0.0127 \cdot 100\% \Rightarrow p = 1.27\%.$$

Vježba 290

Toplinski stroj radi u Carnotovom kružnom procesu i ima djelotvornost 20%. Za koliko postotaka treba povećati temperaturu toplijeg spremnika ako se želi povećati djelotvornost na 22% uz pretpostavku da je temperatura hladnijeg spremnika stalna?

Rezultat: 2.56%.

Zadatak 291 (Nikolina, strukovna škola)

U popodnevnom se satima temperatura zraka povećala za 13 K u odnosu na ranojutarnju temperaturu. Za koliko se povećala temperatura zraka u Celzijevim stupnjevima?

A. 13 $^{\circ}\text{C}$ B. 30 $^{\circ}\text{C}$ C. 260 $^{\circ}\text{C}$ D. 286 $^{\circ}\text{C}$

Rješenje 291

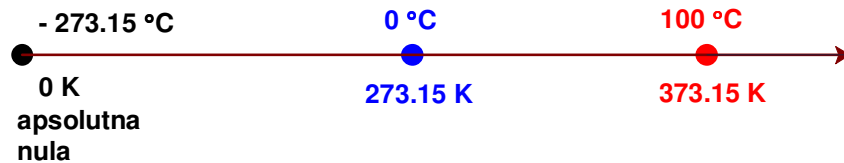
$$\Delta T = 13 \text{ K}, \quad \Delta t = ?$$

Kelvinova i Celzijusova ljestvica su dvije različite temperaturne ljestvice.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 $^{\circ}\text{C}$, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T (\text{K}) = \Delta t (^{\circ}\text{C}).$$



Kelvinova i Celzijusova ljestvica podijeljene su na jednake dijelove. Ako se temperatura povećala za 13 K, u Celzijevim stupnjevima to iznosi 13 $^{\circ}\text{C}$.

Odgovor je pod A.

Vježba 291

U popodnevnom se satima temperatura zraka povećala za 30 K u odnosu na ranojutarnju temperaturu. Za koliko se povećala temperatura zraka u Celzijevim stupnjevima?

A. 13 $^{\circ}\text{C}$ B. 30 $^{\circ}\text{C}$ C. 260 $^{\circ}\text{C}$ D. 286 $^{\circ}\text{C}$

Rezultat: B.

Zadatak 292 (Tomislav, srednja škola)

Ako se idealnom plinu apsolutna temperatura smanji 10%, uz nepromijenjen volumen, tlak se smanji za 10^3 Pa. Koliko iznosi početni tlak plina?

Rješenje 292

$T_1, \quad T_2 = T_1 - 10\% \cdot T_1 = T_1 - 0.10 \cdot T_1 = 0.90 \cdot T_1, \quad p_1, \quad p_2 = p_1 - 1000, \quad p_1 = ?$
Mijenja li se temperatura nekoj masi plina stalnog obujma (izohorna promjena), mijenjat će se tlak plina prema Charlesovu zakonu:

$$V = konst. \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \quad \frac{p}{T} = konst.$$

Računamo početni tlak plina p_1 .

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} &\Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \cdot T_1 \cdot T_2 \Rightarrow p_1 \cdot T_2 = p_2 \cdot T_1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} T_2 = 0.90 \cdot T_1 \\ p_2 = p_1 - 1000 \end{array} \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow p_1 \cdot 0.90 \cdot T_1 = (p_1 - 1000) \cdot T_1 \Rightarrow p_1 \cdot 0.90 \cdot T_1 = (p_1 - 1000) \cdot T_1 \quad /: T_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 0.90 \cdot p_1 = p_1 - 1000 \Rightarrow 0.90 \cdot p_1 - p_1 = -1000 \Rightarrow -0.10 \cdot p_1 = -1000 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -0.10 \cdot p_1 = -1000 \quad /: (-0.10) \Rightarrow p_1 = 10000 \text{ Pa} = 10 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 10 \text{ kPa}. \end{aligned}$$

Vježba 292

Ako se idealnom plinu apsolutna temperatura smanji 20%, uz nepromijenjen volumen, tlak se smanji za 2 kPa. Koliko iznosi početni tlak plina?

Rezultat: 10 kPa.

Zadatak 293 (Tomislav, srednja škola)

Obujam neke količine plina smanji se pri stalnoj temperaturi na 80% početne vrijednosti. Je li vrijednost tlaka nakon te promjene obujma manja ili veća od njegove početne vrijednosti? Koliko puta?

Rješenje 293

$$V_1, \quad V_2 = 80\% \cdot V_1 = 0.80 \cdot V_1, \quad p_2 : p_1 = ?$$

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle-Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Računamo omjer tlakova plina nakon i prije promjene obujma.

$$\begin{aligned} p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 &\Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{1}{V_2 \cdot p_1} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{0.80 \cdot V_1} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{0.80 \cdot V_1} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{0.80} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = 1.25 \Rightarrow p_2 = 1.25 \cdot p_1. \end{aligned}$$

Vrijednost tlaka nakon promjene veća je 1.25 puta.

Vježba 293

Obujam neke količine plina smanji se pri stalnoj temperaturi na 25% početne vrijednosti. Je li vrijednost tlaka nakon te promjene obujma manja ili veća od njegove početne vrijednosti? Koliko puta?

Rezultat: 4 puta veća.

Zadatak 294 (Sanja, srednja škola)

Temperatura jednoatomnog idealnog plina iznosi T . Što će se dogoditi s unutarnjom energijom jednoatomnog idealnog plina ako se temperatura plina smanji na $T/2$?

- A. Povećat će se dva puta. B. Smanjit će se dva puta.
C. Povećat će se četiri puta. D. Smanjit će se četiri puta.

Rješenje 294

$$T, \quad T/2, \quad \overline{E_k} = ?$$

U idealnom plinu:

- molekule smatramo materijalnim točkama
- ne postoje sile između čestica
- čestice se sudaraju međusobno potpuno elastično (količina gibanja je očuvana), ali i sa stijenkama posude u kojoj se nalaze.

Pri određenoj temperaturi srednja kinetička energija molekule svih plinova jednaka je. Ona ovisi samo o temperaturi T plina:

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T,$$

gdje je k_B Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K.

Iz formule vidi se da je srednja kinetička energija razmjerna sa termodinamičkom temperaturom.

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T \Rightarrow \overline{E_k} = \frac{3}{2} \cdot k_B \cdot T \Rightarrow \overline{E_k} \sim T.$$

Ako se termodinamička temperatura poveća n puta i energija će se povećati n puta.

Ako se termodinamička temperatura smanji n puta i energija će se smanjiti n puta.

Budući da se termodinamička temperatura smanjila dva puta i kinetička energija smanjit će se dva puta.

Odgovor je pod B.

Vježba 294

Temperatura jednoatomnog idealnog plina iznosi T . Što će se dogoditi s unutarnjom energijom jednoatomnog idealnog plina ako se temperatura plina poveća na $2 \cdot T$?

- A. Povećat će se dva puta. B. Smanjit će se dva puta.
C. Povećat će se četiri puta. D. Smanjit će se četiri puta.

Rezultat: A.

Zadatak 295 (DVD, gimnazija)

Dvije lopte spojene su međusobno ventilom. U prvoj lopti nalazi se plin pod tlakom 10^5 Pa, a u drugoj pod tlakom $0.5 \cdot 10^5$ Pa. Obujam prve lopte je 2 dm^3 , a druge 8 dm^3 . Koliki će biti tlak u loptama pri otvaranju ventila? Temperatura plina je stalna.

Rješenje 295

$$p_1 = 10^5 \text{ Pa}, \quad p_2 = 0.5 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad V_1 = 2 \text{ dm}^3 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad V_2 = 8 \text{ dm}^3 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \\ T_1 = T_2 = T = \text{konst.}, \quad p = ?$$

Jednadžbu stanja plina možemo izraziti u obliku

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak plina, V obujam plina, m masa plina, M molna masa plina, R plinska konstanta i T termodinamička temperatura plina.

Pri izotermnoj promjeni stanja (temperatura je stalna), plin obavlja rad toplinom koju mu dovodimo.

$$E = p \cdot V.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.

- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V.$$

Promjena stanja plina pri kojoj plin obavlja rad može biti još i izotermna i adijabatska. Pri izotermnoj promjeni plin obavlja rad toplinom koju mu dovodimo. Unutarnja energija plina pritom se ne mijenja pa temperatura ostaje stalna.

1. inačica

Budući da je temperatura stalna u obje lopte u kojima se nalazi plin, vrijede jednačbe stanja plina:

$$\left. \begin{aligned} p_1 \cdot V_1 &= \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1 \\ p_2 \cdot V_2 &= \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} p_1 \cdot V_1 &= \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T \\ p_2 \cdot V_2 &= \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednačbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1} = \frac{\frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T}{\frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1} = \frac{\frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T}{\frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T} \Rightarrow \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{0.5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{10^5 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = 2 \quad / \cdot m_1 \Rightarrow m_2 = 2 \cdot m_1.$$

Masa plina u drugoj lopti dva puta je veća nego u prvoj. Kada se ventil otvori tlakovi plinova u obje lopte izjednače se (novi tlak je p) pa vrijedi:

$$\left. \begin{aligned} p \cdot V_1 &= \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T \\ p \cdot V_2 &= \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednačbe} \end{array} \right] \Rightarrow p \cdot V_1 + p \cdot V_2 = \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T + \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p \cdot (V_1 + V_2) = \frac{m_1 + m_2}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot (V_1 + V_2) = \frac{m_1 + 2 \cdot m_1}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot (V_1 + V_2) = \frac{3 \cdot m_1}{M} \cdot R \cdot T.$$

Sada promatramo sustav jednačbi iz kojeg se lako odredi tlak p.

$$\left. \begin{aligned} p \cdot (V_1 + V_2) &= \frac{3 \cdot m_1}{M} \cdot R \cdot T \\ p_1 \cdot V_1 &= \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednačbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{p \cdot (V_1 + V_2)}{p_1 \cdot V_1} = \frac{\frac{3 \cdot m_1}{M} \cdot R \cdot T}{\frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p \cdot (V_1 + V_2)}{p_1 \cdot V_1} = \frac{\frac{3 \cdot m_1}{M} \cdot R \cdot T}{\frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T} \Rightarrow \frac{p \cdot (V_1 + V_2)}{p_1 \cdot V_1} = 3 \Rightarrow \frac{p \cdot (V_1 + V_2)}{p_1 \cdot V_1} = 3 \quad / \cdot \frac{p_1 \cdot V_1}{V_1 + V_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{3 \cdot p_1 \cdot V_1}{V_1 + V_2} = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 + 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} = 6 \cdot 10^4 \text{ Pa} = 60 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 60 \text{ kPa}.$$

2. inačica

Prije otvaranja ventila energija plina u loptama je:

- u prvoj lopti

$$E_1 = p_1 \cdot V_1$$

- u drugoj lopti

$$E_2 = p_2 \cdot V_2$$

Ukupna energija je

$$E_3 = E_1 + E_2 \Rightarrow E_3 = p_1 \cdot V_1 + p_2 \cdot V_2$$

Budući da je nakon otvaranja ventila tlak plina u obje lopte jednak i iznosi p , energija plina u sustavu lopti sada iznosi:

$$E_4 = p \cdot (V_1 + V_2)$$

Prema zakonu o očuvanju energije ukupna energija prije otvaranja ventila mora biti jednaka ukupnoj energiji plina nakon otvaranja ventila:

$$\begin{aligned} E_4 = E_3 &\Rightarrow p \cdot (V_1 + V_2) = p_1 \cdot V_1 + p_2 \cdot V_2 \Rightarrow p \cdot (V_1 + V_2) = p_1 \cdot V_1 + p_2 \cdot V_2 \cdot \frac{1}{V_1 + V_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow p &= \frac{p_1 \cdot V_1 + p_2 \cdot V_2}{V_1 + V_2} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 + 0.5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 + 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} = \\ &= 6 \cdot 10^4 \text{ Pa} = 60 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cong 60 \text{ kPa}. \end{aligned}$$

Vježba 295

Dvije lopte spojene su međusobno ventilom. U prvoj lopti nalazi se plin pod tlakom 100 kPa, a u drugoj pod tlakom 50 kPa. Obujam prve lopte je 2 dm³, a druge 8 dm³. Koliki će biti tlak u loptama pri otvaranju ventila? Temperatura plina je stalna.

Rezultat: 60 kPa.

Zadatak 296 (Iva, srednja škola)

Tlak plina, zatvorenog u posudi, iznosi 0.1 MPa. Za koliko će se povećati njegov tlak, ako se termodinamička temperatura poveća pet puta?

Rješenje 296

$$p_1 = 0.1 \text{ MPa}, \quad T_1 = T, \quad T_2 = 5 \cdot T, \quad \Delta p = ?$$

Mijenja li se temperatura nekoj masi plina stalnog obujma (**izohorna promjena**), mijenjat će se tlak plina prema Charlesovu zakonu:

$$V = \text{konst.} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \quad \frac{p}{T} = \text{konst.}$$

Budući da je obujam plina stalan, konačan tlak p_2 iznositi će:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \cdot T_2 \Rightarrow p_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot p_1$$

Povećanje tlaka plina je:

$$\begin{aligned} \Delta p = p_2 - p_1 &\Rightarrow \Delta p = \frac{T_2}{T_1} \cdot p_1 - p_1 \Rightarrow \Delta p = \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \cdot p_1 \Rightarrow \Delta p = \left(\frac{5 \cdot T}{T} - 1 \right) \cdot p_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta p &= \left(\frac{5 \cdot T}{T} - 1 \right) \cdot p_1 \Rightarrow \Delta p = (5 - 1) \cdot p_1 \Rightarrow \Delta p = 4 \cdot p_1 = 4 \cdot 0.1 \text{ MPa} = 0.4 \text{ MPa}. \end{aligned}$$

Vježba 296

Tlak plina zatvorenog u posudi iznosi 0.1 MPa. Za koliko će se povećati njegov tlak, ako se termodinamička temperatura poveća četiri puta?

Rezultat: 0.3 MPa.

Zadatak 297 (Lidija, srednja škola)

Koliki rad daje parni stroj ako je njegova korisnost 20%, a pritom hladnijem spremniku predaje 3000 J toplinske energije?

Rješenje 297

$$\eta = 20\% = 0.20, \quad Q_2 = 3000 \text{ J}, \quad W = ?$$

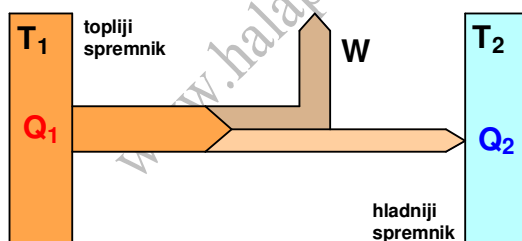
Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plinova i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu Q_1 i preda hladnijem spremniku toplinu Q_2 . Promjena topline $Q_1 - Q_2$ pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad W :

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Korisnost η nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad W , tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su T_1 i T_2 temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Korisnost ne ovisi o vrsti radnog tijela, već samo o razlici temperatura toplijeg i hladnijeg spremnika. Što je ta razlika veća, korisnost je veća.



Najprije odredimo toplinu Q_1 toplijeg spremnika.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \Rightarrow \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot Q_1 \Rightarrow \eta \cdot Q_1 = Q_1 - Q_2 \Rightarrow Q_1 - Q_2 = \eta \cdot Q_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_1 - \eta \cdot Q_1 = Q_2 \Rightarrow Q_1 \cdot (1 - \eta) = Q_2 \Rightarrow Q_1 \cdot (1 - \eta) = Q_2 \cdot \frac{1}{1 - \eta} \Rightarrow Q_1 = \frac{Q_2}{1 - \eta}.$$

Računamo rad W koji obavi parni stroj.

$$W = Q_1 - Q_2 \Rightarrow W = \frac{Q_2}{1 - \eta} - Q_2 \Rightarrow W = Q_2 \cdot \left(\frac{1}{1 - \eta} - 1 \right) \Rightarrow W = Q_2 \cdot \frac{1 - (1 - \eta)}{1 - \eta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = Q_2 \cdot \frac{1 - 1 + \eta}{1 - \eta} \Rightarrow W = Q_2 \cdot \frac{1 - 1 + \eta}{1 - \eta} \Rightarrow W = Q_2 \cdot \frac{\eta}{1 - \eta} = 3000 \text{ J} \cdot \frac{0.20}{1 - 0.20} = 750 \text{ J}.$$

Vježba 297

Koliki rad daje parni stroj ako je njegova korisnost 20%, a pritom hladnijem spremniku predaje 6 kJ toplinske energije?

Rezultat: 1500 J.

Zadatak 298 (Nadja, gimnazija)

Toplinski stroj u jednom kružnom procesu obavi rad od 80 kJ. Temperatura grijača je 180 °C, a temperatura hladnjaka 18 °C. Odredi:

- koeficijent korisnog djelovanja
- količinu topline koju stroj uzme od grijača
- količinu topline koja ostaje neiskorištena.

Rješenje 297

$$W = 80 \text{ kJ} = 8 \cdot 10^4 \text{ J}, \quad t_1 = 180 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = (273 + 180) \text{ K} = 453 \text{ K}, \\ t_2 = 18 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = (273 + 18) \text{ K} = 291 \text{ K}, \quad \eta = ?, \quad Q_1 = ?, \quad Q_2 = ?$$

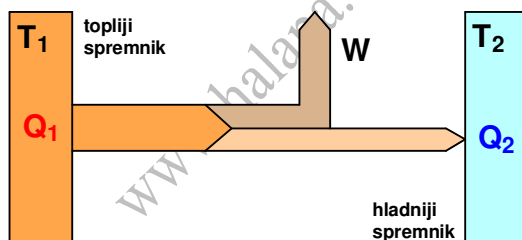
Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plinova i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu Q_1 i preda hladnijem spremniku toplinu Q_2 . Promjena topline $Q_1 - Q_2$ pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad W :

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Korisnost η nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad W , tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su T_1 i T_2 temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Korisnost ne ovisi o vrsti radnog tijela, već samo o razlici temperatura toplijeg i hladnijeg spremnika. Što je ta razlika veća, korisnost je veća.



- a) Koeficijent korisnog djelovanja iznosi:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{453 \text{ K} - 291 \text{ K}}{453 \text{ K}} = 0.358.$$

- b) Količina topline Q_1 koju stroj uzme od grijača je:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \Rightarrow [W = Q_1 - Q_2] \Rightarrow \eta = \frac{W}{Q_1} \Rightarrow \eta = \frac{W}{Q_1} \cdot \frac{Q_1}{\eta} \Rightarrow Q_1 = \frac{W}{\eta} = \frac{8 \cdot 10^4 \text{ J}}{0.358} = 2.235 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

- c) Količina topline Q_2 koja ostaje neiskorištena iznosi:

$$W = Q_1 - Q_2 \Rightarrow Q_2 = Q_1 - W = 2.235 \cdot 10^5 \text{ J} - 8 \cdot 10^4 \text{ J} = 1.435 \cdot 10^5 \text{ J}.$$

Vježba 297

Plin koji izvodi Carnotov kružni proces obavi rad 300 J na svakih $2 \cdot 10^3$ J topline dobivene od toplijeg spremnika. Kolika je korisnost djelovanja toga kružnog procesa?

Rezultat: 0.15.

Zadatak 299 (Željko, srednja škola)

Kolika je korisnost toplinskog stroja koji obavlja rad 3 kJ i hladnijem spremniku preda 16 kJ topline?

Rješenje 299

$$W = 3 \text{ kJ} = 3000 \text{ J}, \quad Q_2 = 16 \text{ kJ} = 16000 \text{ J}, \quad \eta = ?$$

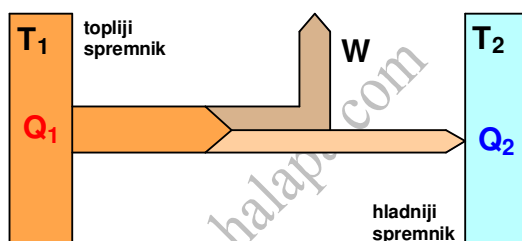
Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plinova i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu Q_1 i preda hladnijem spremniku toplinu Q_2 . Promjena topline $Q_1 - Q_2$ pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad W :

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Korisnost η nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad W , tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad \eta = \frac{W}{Q_1}, \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su T_1 i T_2 temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Korisnost ne ovisi o vrsti radnog tijela, već samo o razlici temperatura toplijeg i hladnijeg spremnika. Što je ta razlika veća, korisnost je veća.



Računamo korisnost η toplinskog stroja.

$$\left. \begin{array}{l} \eta = \frac{W}{Q_1} \\ W = Q_1 - Q_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \eta = \frac{W}{Q_1} \\ Q_1 - Q_2 = W \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \eta = \frac{W}{Q_1} \\ Q_1 = W + Q_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \eta = \frac{W}{W + Q_2} =$$
$$= \frac{3000 \text{ J}}{3000 \text{ J} + 16000 \text{ J}} = 0.16 = \frac{16}{100} = 16\%.$$

Vježba 299

Kolika je korisnost toplinskog stroja koji obavlja rad 6 kJ i hladnijem spremniku preda 32 kJ topline?

Rezultat: 16%.

Zadatak 300 (Valentina, srednja škola)

Zagrijan topline 30 J termodinamički je sustav obavio rad 14 J. Koliko se povećala unutarnja toplinska energija sustava?

Rješenje 300

$$Q = 30 \text{ J}, \quad W = 14 \text{ J}, \quad \Delta U = ?$$

Prvi zakon termodinamike

Toplina Q koju dovodimo nekom sustavu jednaka je zbroju promjene unutarnje energije ΔU sustava i rada W koji obavi sustav.

Prvi zakon termodinamike poseban je slučaj zakona očuvanja energije za situaciju gdje do promjene unutarnje energije dolazi zbog izmjene topline i (ili) zbog obavljanja rada.

$$Q = \Delta U + W.$$

Pravila:

Pozitivno	Simbolički zapis	Opis
Q	$Q > 0$	Toplina se dovodi sustavu.
ΔU	$\Delta U > 0$	Unutarnja energija sustava raste.
W	$W > 0$	Sustav obavlja rad.

Negativno	Simbolički zapis	Opis
Q	$Q < 0$	Toplina se odvodi sustavu.
ΔU	$\Delta U < 0$	Unutarnja energija sustava pada.
W	$W < 0$	Rad se obavlja na sustavu.

Unutarnja toplinska energija povećala se za:

$$Q = \Delta U + W \Rightarrow \Delta U + W = Q \Rightarrow \Delta U = Q - W = 30 \text{ J} - 14 \text{ J} = 16 \text{ J}.$$

Vježba 300

Zagrijan toplinom 40 J termodinamički je sustav obavio rad 24 J. Koliko se povećala unutarnja toplinska energija sustava?

Rezultat: 16 J.