Zadatak 301 (Valentina, srednja škola)

Povećavajući svoj obujam pri stalnom tlaku 0.4 MPa plin je obavio rad 60 kJ. Izračunajte konačni obujam plina ako je početni obujam bio 0.5 m^3.

Rješenje 301

p = 0.4 MPa = $4 \cdot 10^5$ Pa, W = 60 kJ = $6 \cdot 10^4$ J, V_1 = 0.5 m^3, V_2 = ?

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot \left(V_2 - V_1\right).$$

Konačni obujam plina iznosi:

$$W = p \cdot \left(V_2 - V_1\right) \Rightarrow W = p \cdot \left(V_2 - V_1\right) \; / \cdot \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{W}{p} = V_2 - V_1 \Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{W}{p} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{W}{p} + V_1 = \frac{6 \cdot 10^4 \; J}{4 \cdot 10^5 \; Pa} + 0.5 \; m^3 = 0.65 \; m^3.$$

Vježba 301

Povećavajući svoj obujam pri stalnom tlaku 0.8 MPa plin je obavio rad 120 kJ. Izračunajte konačni obujam plina ako je početni obujam bio 0.5 m^3.

Rezultat: 0.65 m^3.

Zadatak 302 (Valentina, srednja škola)

Izračunajte rad u termodinamičkom procesu ako je sustav primio toplinu 28 J i smanjio svoju unutarnju toplinsku energiju za 15 J.

Rješenje 302

Q = 28 J, ΔU = – 15 J unutarnja energija sustava se smanjila pa zato pišemo minus, W = ?

Prvi zakon termodinamike

Toplina Q koju dovodimo nekom sustavu jednaka je zbroju promjene unutarnje energije ΔU sustava i rada W koji obavi sustav.

Prvi zakon termodinamike poseban je slučaj zakona očuvanja energije za situaciju gdje do promjene unutarnje energije dolazi zbog izmjene topline i (ili) zbog obavljanja rada.

$$Q = \Delta U + W.$$

Pravila:

Pozitivno	Simbolički zapis	Opis
Q	**Q > 0**	**Toplina se dovodi sustavu.**
ΔU	**ΔU > 0**	**Unutarnja energija sustava raste.**
W	**W > 0**	**Sustav obavlja rad.**

Negativno	Simbolički zapis	Opis
Q	**Q < 0**	**Toplina se odvodi sustavu.**
ΔU	**ΔU < 0**	**Unutarnja energija sustava pada.**
W	**W < 0**	**Rad se obavlja na sustavu.**

Rad u termodinamičkom procesu iznosi:

$$Q = \Delta U + W \Rightarrow \Delta U + W = Q \Rightarrow W = Q - \Delta U = 28 \; J - \left(-15 \; J\right) = 43 \; J.$$

Vježba 302

Izračunajte rad u termodinamičkom procesu ako je sustav primio toplinu 20 J i smanjio svoju unutarnju toplinsku energiju za 16 J.

Rezultat: 36 J.

Zadatak 303 (Valentina, srednja škola)

U posudi je 3.5 kg vode početne temperature 300 K. Na koju temperaturu će se voda ohladiti ako je okolini predala toplinu 88 000 J? (specifični toplinski kapacitete vode je c = 4185 J / (kg · K)

Rješenje 303

m = 3.5 kg, T_1 = 300 K, Q = – 88 000 J toplinu odvodimo od sustava pa je znak minus, c = 4185 J / (kg · K), T_2 = ?

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \;\Rightarrow\; Q = m \cdot c \cdot \left(T_2 - T_1\right),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a ΔT promjena temperature.
Toplina Q može biti pozitivna ili negativna:

- $Q > 0$ (pozitivna), ako toplinu dovodimo sustavu
- $Q < 0$ (negativna), ako toplinu odvodimo od sustava.

Temperatura na koju se voda ohladi iznosi:

$$Q = m \cdot c \cdot \left(T_2 - T_1\right) \Rightarrow m \cdot c \cdot \left(T_2 - T_1\right) = Q \Rightarrow m \cdot c \cdot \left(T_2 - T_1\right) = Q \;/ \cdot \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow T_2 - T_1 = \frac{Q}{m \cdot c} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{Q}{m \cdot c} + T_1 = \frac{-88000 \ J}{3.5 \ kg \cdot 4185 \ \frac{J}{kg \cdot K}} + 300 \ K = 294 \ K.$$

Vježba 303

U posudi je 7 kg vode početne temperature 300 K. Na koju temperaturu će se voda ohladiti ako je okolini predala toplinu 176 000 J? (specifični toplinski kapacitete vode je c = 4185 J / (kg · K)

Rezultat: 294 K.

Zadatak 304 (Petar, srednja škola)

Neka je na temperaturi t_1 = 10 ºC gustoća tekućine ρ_1 = 550 kg/m^3. Izračunajte gustoću tekućine na temperaturi t_2 = 18 ºC, ako je zadan koeficijent kubičnog rastezanja α = 2.5 · 10^{-4} ºC^{-1}.

Rješenje 304

t_1 = 10 ºC, ρ_1 = 550 kg/m^3, t_2 = 18 ºC, α = 2.5 · 10^{-4} ºC^{-1}, ρ_2 = ?

Ako je ρ_0 gustoća krutine ili tekućine na temperaturi 0ºC, onda je ona na temperaturi t jednaka

$$\rho_t = \frac{\rho_0}{1 + \alpha \cdot t} \quad \text{ili} \quad \rho_t = \frac{\rho_0}{1 + 3 \cdot \beta \cdot t},$$

gdje je α koeficijent kubičnog rastezanja, β koeficijent linearnog rastezanja.
Između koeficijenata α i β postoji odnos

$$\alpha = 3 \cdot \beta.$$

Formule za gustoću tekućine na temperaturama t_1 i t_2 glase:

- $$\rho_1 = \frac{\rho_0}{1 + \alpha \cdot t_1}$$
- $$\rho_2 = \frac{\rho_0}{1 + \alpha \cdot t_2}.$$

Iz sustava jednadžbi izračunamo gustoću ρ_2.

$$\left.\begin{array}{l} \rho_1 = \dfrac{\rho_0}{1+\alpha\cdot t_1} \\ \\ \rho_2 = \dfrac{\rho_0}{1+\alpha\cdot t_2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c}\text{podijelimo}\\ \text{jednadžbe}\end{array}\right] \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\dfrac{\rho_0}{1+\alpha\cdot t_2}}{\dfrac{\rho_0}{1+\alpha\cdot t_1}} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\dfrac{\rho_0}{1+\alpha\cdot t_2}}{\dfrac{\rho_0}{1+\alpha\cdot t_1}} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\dfrac{1}{1+\alpha\cdot t_2}}{\dfrac{1}{1+\alpha\cdot t_1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1+\alpha\cdot t_1}{1+\alpha\cdot t_2} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1+\alpha\cdot t_1}{1+\alpha\cdot t_2} \;/\cdot\, \rho_1 \Rightarrow \rho_2 = \rho_1\cdot\frac{1+\alpha\cdot t_1}{1+\alpha\cdot t_2} =$$

$$= 550\,\frac{kg}{m^3}\cdot\frac{1+2.5\cdot 10^{-4}\,\dfrac{1}{{}^0C}\cdot 10\,{}^0C}{1+2.5\cdot 10^{-4}\,\dfrac{1}{{}^0C}\cdot 18\,{}^0C} = 548.9\,\frac{kg}{m^3}.$$

Vježba 304

Neka je na temperaturi t_1 = 10 ºC gustoća tekućine ρ_1 = 550 kg/m^3. Izračunajte gustoću tekućine na temperaturi t_2 = 18 ºC, ako je zadan koeficijent kubičnog rastezanja $\alpha = 25 \cdot 10^{-5}$ ºC^{-1}.

Rezultat: 548.9 kg/m^3.

Zadatak 305 (Petar, srednja škola)

Gustoća zlata na temperaturi t_1 = 20 ºC iznosi ρ_1 = 19320 kg/m^3. Kolika je gustoća zlata na temperaturi t_2 = – 20 ºC, ako je zadan koeficijent linearnog rastezanja zlata $\beta = 14 \cdot 10^{-6}$ ºC^{-1}.

Rješenje 305

t_1 = 20 ºC, ρ_1 = 19320 kg/m^3, t_2 = – 20 ºC, $\beta = 14 \cdot 10^{-6}$ ºC^{-1}, ρ_2 = ?

Ako je ρ_0 gustoća krutine ili tekućine na temperaturi 0ºC, onda je ona na temperaturi t jednaka

$$\rho_t = \frac{\rho_0}{1+\alpha\cdot t} \quad \text{ili} \quad \rho_t = \frac{\rho_0}{1+3\cdot\beta\cdot t},$$

gdje je α koeficijent kubičnog rastezanja, β koeficijent linearnog rastezanja.
Između koeficijenata α i β postoji odnos

$$\alpha = 3\cdot\beta.$$

Formule za gustoću zlata na temperaturama t_1 i t_2 glase:

- $\rho_1 = \dfrac{\rho_0}{1+3\cdot\beta\cdot t_1}$
- $\rho_2 = \dfrac{\rho_0}{1+3\cdot\beta\cdot t_2}.$

Iz sustava jednadžbi izračunamo gustoću ρ_2.

$$\left.\begin{array}{l} \rho_1 = \dfrac{\rho_0}{1+3\cdot\beta\cdot t_1} \\ \\ \rho_2 = \dfrac{\rho_0}{1+3\cdot\beta\cdot t_2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c}\text{podijelimo}\\ \text{jednadžbe}\end{array}\right] \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\dfrac{\rho_0}{1+3\cdot\beta\cdot t_2}}{\dfrac{\rho_0}{1+3\cdot\beta\cdot t_1}} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\dfrac{\rho_0}{1+3\cdot\beta\cdot t_2}}{\dfrac{\rho_0}{1+3\cdot\beta\cdot t_1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\dfrac{1}{1+3\cdot\beta\cdot t_2}}{\dfrac{1}{1+3\cdot\beta\cdot t_1}} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1+3\cdot\beta\cdot t_1}{1+3\cdot\beta\cdot t_2} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1+3\cdot\beta\cdot t_1}{1+3\cdot\beta\cdot t_2} \;/\cdot\, \rho_1 \Rightarrow \rho_2 = \rho_1\cdot\frac{1+3\cdot\beta\cdot t_1}{1+3\cdot\beta\cdot t_2} =$$

$$= 19320 \frac{kg}{m^3} \cdot \frac{1 + 3 \cdot 14 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^0C} \cdot 20\ ^0C}{1 + 3 \cdot 14 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^0C} \cdot \left(-20\ ^0C\right)} = 19352 \frac{kg}{m^3}.$$

Vježba 305

Gustoća zlata na temperaturi $t_1 = 20\ ^{\circ}C$ iznosi $\rho_1 = 19320\ kg/m^3$. Kolika je gustoća zlata na temperaturi $t_2 = -20\ ^{\circ}C$, ako je zadan koeficijent linearnog rastezanja zlata $\beta = 1.4 \cdot 10^{-5}\ ^{\circ}C^{-1}$.

Rezultat: $19352\ kg/m^3$.

Zadatak 306 (Ivana, srednja škola)

Temperatura jednoatomnog idealnog plina iznosi T. Što će se dogoditi s unutarnjom energijom jednoatomnog idealnog plina ako se temperatura plina smanji na T/2?

A. Povećat će se dva puta. *B. Smanjit će se dva puta.*
C. Povećat će se četiri puta. *D. Smanjit će se četiri puta.*

Rješenje 306

$T_1 = T, \quad T_2 = T/2, \quad U_2 : U_1 = ?$

Molekule idealnog jednoatomnog plina su točkaste čestice čija se interakcija može zanemariti. Unutarnja energija idealnog jednoatomnog plina računa se po formuli:

$$U = \frac{3}{2} \cdot N \cdot k_B \cdot T,$$

gdje je N broj molekula monoatomnog plina, k_B Boltzmanova konstanta, T termodinamička temperatura plina.

1.inačica

Ako je N stalan broj iz formule vidi se da je unutarnja energija U razmjerna temperaturi T.

$$U = \frac{3}{2} \cdot N \cdot k_B \cdot T \Rightarrow U = \frac{3}{2} \cdot N \cdot k_B \cdot T \Rightarrow U \sim T. \left(\text{N stalno}\right)$$

Ako se temperatura dva puta smanji i energija će se dva puta smanjiti. Odgovor je pod B.

2.inačica

Promatramo omjer unutarnjih energija U_2 i U_1.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{3}{2} \cdot N \cdot k_B \cdot T_2}{\frac{3}{2} \cdot N \cdot k_B \cdot T_1} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{3}{2} \cdot N \cdot k_B \cdot \frac{T}{2}}{\frac{3}{2} \cdot N \cdot k_B \cdot T} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{3}{2} \cdot N \cdot k_B \cdot \frac{T}{2}}{\frac{3}{2} \cdot N \cdot k_B \cdot T} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{2} \ / \cdot U_1 \Rightarrow U_2 = \frac{1}{2} \cdot U_1.$$

Unutarnja energija smanjila se dva puta. Odgovor je pod B.

Vježba 306

Temperatura jednoatomnog idealnog plina iznosi T. Što će se dogoditi s unutarnjom energijom jednoatomnog idealnog plina ako se temperatura plina smanji na T/3?

A. Povećat će se tri puta. *B. Smanjit će se tri puta.*
C. Povećat će se šest puta. *D. Smanjit će se šest puta.*

Rezultat: B.

Zadatak 307 (Tony, srednja škola)

Duljinu stupca žive pri 100 ºC označimo sa l_{100}, a pri 0 ºC sa l_0. Koji od navedenih izraza prikazuje temperaturu t pri kojoj je duljina stupca žive l_t?

$$A.\ \frac{l_t}{l_{100}-l_0}\cdot 100\ ^0C \qquad B.\ \frac{l_0}{l_{100}-l_0}\cdot 100\ ^0C$$

$$C.\ \frac{l_{100}-l_t}{l_{100}-l_0}\cdot 100\ ^0C \qquad D.\ \frac{l_t-l_0}{l_{100}-l_0}\cdot 100\ ^0C$$

Rješenje 307

$t_1 = 100$ ºC, l_{100}, $t_2 = 0$ ºC, l_0, l_t, $t = ?$

Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0, povisimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produljiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Jedinica za koeficijent linearnog rastezanja je K^{-1}. Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za kubično rastezanje tekućine, kao i za šuplja čvrsta tijela.
Duljinu stupca žive pri 100 ºC označimo sa l_{100}, a pri 0 ºC sa l_0. Tada β iznosi:

$$l_{100} = l_0 \cdot \left(1 + \beta \cdot 100\ ^0C\right) \Rightarrow l_{100} = l_0 \cdot \left(1 + \beta \cdot 100\ ^0C\right) \ / \cdot \frac{1}{l_0} \Rightarrow \frac{l_{100}}{l_0} = 1 + \beta \cdot 100\ ^0C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{l_{100}}{l_0} - 1 = \beta \cdot 100\ ^0C \Rightarrow \frac{l_{100} - l_0}{l_0} = \beta \cdot 100\ ^0C \Rightarrow \frac{l_{100} - l_0}{l_0} = \beta \cdot 100\ ^0C \ / \cdot \frac{1}{100\ ^0C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{l_{100} - l_0}{l_0} \cdot \frac{1}{100\ ^0C} \Rightarrow \frac{1}{\beta} = \frac{l_0 \cdot 100\ ^0C}{l_{100} - l_0}.$$

Računamo temperaturu t pri kojoj je duljina stupca žive l_t.

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) \Rightarrow l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) \ / \cdot \frac{1}{l_0} \Rightarrow \frac{l_t}{l_0} = 1 + \beta \cdot t \Rightarrow \frac{l_t}{l_0} - 1 = \beta \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{l_t - l_0}{l_0} = \beta \cdot t \Rightarrow \frac{l_t - l_0}{l_0} = \beta \cdot t \ / \cdot \frac{1}{\beta} \Rightarrow t = \frac{l_t - l_0}{l_0} \cdot \frac{1}{\beta} \Rightarrow t = \frac{l_t - l_0}{l_0} \cdot \frac{l_0 \cdot 100\ ^0C}{l_{100} - l_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{l_t - l_0}{l_0} \cdot \frac{l_0 \cdot 100\ ^0C}{l_{100} - l_0} \Rightarrow t = \frac{l_t - l_0}{l_{100} - l_0} \cdot 100\ ^0C.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 307

Duljinu stupca žive pri 200 ºC označimo sa l_{200}, a pri 0 ºC sa l_0. Koji od navedenih izraza prikazuje temperaturu t pri kojoj je duljina stupca žive l_t?

$$A.\ \frac{l_t}{l_{200}-l_0}\cdot 200\ {}^0C \qquad B.\ \frac{l_0}{l_{200}-l_0}\cdot 200\ {}^0C$$

$$C.\ \frac{l_{200}-l_t}{l_{200}-l_0}\cdot 200\ {}^0C \qquad D.\ \frac{l_t-l_0}{l_{200}-l_0}\cdot 200\ {}^0C$$

Rezultat: D.

Zadatak 308 (MM, gimnazija)

Iz elektronske cijevi isisan je plin do tlaka $1.59 \cdot 10^{-3}$ Pa pri 27 ºC. Obujam cijevi je 100 cm^3. Koliko je molekula preostalo u cijevi? (Avogadrova konstanta $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}, plinska konstanta R = 8.314 J / (K · mol))

Rješenje 308

$p = 1.59 \cdot 10^{-3}$ Pa, t = 27 ºC => T = 273 + t = (273 + 27) K = 300 K,
$V = 100\ cm^3 = 10^{-4}\ m^3$, $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$, R = 8.314 J / (K · mol), N = ?

Broj atoma i molekula u makroskopskim tijelima je velik i obično se ne izražava brojnošću, već veličinom množina, tj. količina tvari (znak: n). Jedinica za količinu tvari ili množinu je mol (znak: mol). Jedan mol bilo koje tvari sadrži jednak broj jedinki (molekula, atoma itd.) i to $6.022 \cdot 10^{23}$, što je brojčana vrijednost Avogadrove konstante $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$.
Broj jedinki N u množini tvari n iznosi:

$$N = n \cdot N_A.$$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana množina n idealnog plina, glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak, V obujam plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina.
Računamo broj N preostalih molekula u cijevi.

$$\left.\begin{array}{l} p\cdot V = n\cdot R\cdot T \\ N = n\cdot N_A \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} p\cdot V = n\cdot R\cdot T \ /\cdot\frac{1}{R\cdot T} \\ N = n\cdot N_A \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} n = \frac{p\cdot V}{R\cdot T} \\ N = n\cdot N_A \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{metoda} \\ \text{supstitucije}\end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{p\cdot V}{R\cdot T}\cdot N_A = \frac{1.59\cdot 10^{-3}\ Pa\cdot 10^{-4}\ m^3}{8.314\ \frac{J}{K\cdot mol}\cdot 300\ K}\cdot 6.022\cdot 10^{23}\ \frac{1}{mol} = 3.84\cdot 10^{13} \approx 4\cdot 10^{13}.$$

Vježba 308

Iz elektronske cijevi isisan je plin do tlaka $3.18 \cdot 10^{-3}$ Pa pri 27 ºC. Obujam cijevi je 50 cm^3. Koliko je molekula preostalo u cijevi? (Avogadrova konstanta $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}, plinska konstanta R = 8.314 J / (K · mol))

Rezultat: $4 \cdot 10^{13}$.

Zadatak 309 (MM, gimnazija)

Otvorena staklena boca obujma 500 cm^3 ispunjena je zrakom. Bocu zagrijavamo do 227 ºC i zatim je grlom prema dolje uronimo u vodu. Koja će masa vode ući u bocu kad se temperatura zraka u njoj snizi na 27 ºC? Gustoća zraka kod 27 ºC je 10^3 kg/m^3.

Rješenje 309

$V_1 = 500\ cm^3 = 500 \cdot 10^{-6}\ m^3 = 5 \cdot 10^{-4}\ m^3$,
$t_1 = 227\ ºC$ => $T_1 = 273 + t_1 = (273 + 227)\ K = 500\ K$,
$t_2 = 27\ ºC$ => $T_2 = 273 + t_2 = (273 + 27)\ K = 300\ K$, $\rho = 10^3\ kg/m^3$, $m = ?$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Budući da je tlak zraka u boci stalan (izobarna promjena) vrijedi Gay – Lussacov zakon pa će na temperaturi T_2 obujam V_2 zraka u boci iznositi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \; / \cdot T_2 \Rightarrow V_2 = V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}.$$

Obujam vode ΔV koja je ušla u bocu jednak je razlici obujma zraka prije i poslije hlađenja.

$$\Delta V = V_1 - V_2 \Rightarrow \Delta V = V_1 - V_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \Delta V = V_1 \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right).$$

Masa vode koja je ušla u bocu iznosi:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta V = V_1 \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \\ m = \rho \cdot \Delta V \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c}\text{metoda} \\ \text{supstitucije}\end{array}\right] \Rightarrow m = \rho \cdot V_1 \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) =$$

$$= 10^3\ \frac{kg}{m^3} \cdot 5 \cdot 10^{-4}\ m^3 \cdot \left(1 - \frac{300\ K}{500\ K}\right) = 0.2\ kg.$$

Vježba 309

Otvorena staklena boca obujma 0.5 dm^3 ispunjena je zrakom. Bocu zagrijavamo do 227 ºC i zatim je grlom prema dolje uronimo u vodu. Koja će masa vode ući u bocu kad se temperatura zraka u njoj snizi na 27 ºC? Gustoća zraka kod 27 ºC je $10^3\ kg/m^3$.

Rezultat: 0.2 kg.

Zadatak 310 (Lucijin prijatelj ☺, strukovna škola)

Koliko je bara 4.8 MPa?

Rješenje 310

SI – jedinica za tlak je paskal, oznaka Pa. Tlak se može još izražavati i jedinicom bar.

$$1\ bar = 10^5\ Pa.$$

$$4.8\ MPa = \left[\begin{array}{c} M \\ \downarrow \\ mega \\ \downarrow \\ 10^6 \end{array}\right] = 4.8 \cdot 10^6\ Pa = 4.8 \cdot 10 \cdot 10^5\ Pa = 48 \cdot 10^5\ Pa = 48\ bar.$$

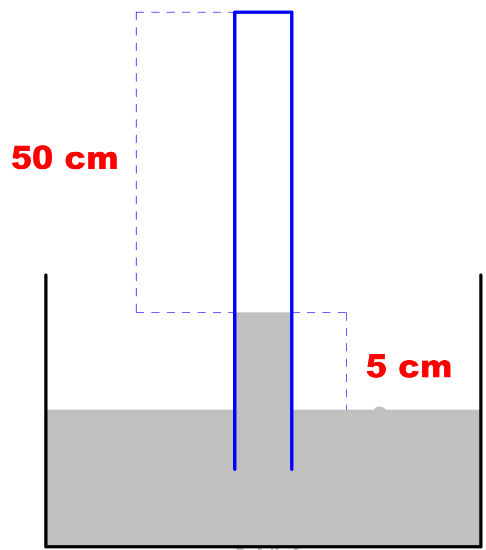
Vježba 310

Koliko je bara 0.7 MPa?

Rezultat: 7 bar.

Zadatak 311 (MM, gimnazija)

Pri temperaturi zraka 17 ºC i normiranom atmosferskom tlaku uronimo staklenu cijev u posudu sa živom (slika). U staklenoj se cijevi nalazi neka količina zraka tako da je razina žive u cijevi 5 cm iznad razine žive u posudi. Duljina dijela cijevi koji je ispunjen zrakom iznosi 50 cm. Za koliko se mora povisiti temperatura okolnog zraka da se živa u cijevi spusti do razine žive u posudi?



Rješenje 311

t_1 = 17 ºC => $T_1 = 273 + t_1 = (273 + 17)$ K = 290 K, h = 5 cm = 0.05 m,
d = 50 cm = 0.5 m, p_0 = 76 cmHg – normirani atmosferski tlak, Δt = ?

Obujam valjka

Uspravni i kosi valjak polumjera osnovke (baze) r i visine v imaju jednake obujmove. Taj obujam iznosi:

$$V = S \cdot v \;\Rightarrow\; V = r^2 \cdot \pi \cdot v.$$

Općenitu ovisnost između tri parametra idealnog plina – obujma V, tlaka p i temperature T – možemo izraziti zakonom koji sadrži sva tri plinska zakona:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}.$$

Pri temperaturi T_1 tlak stupca zraka u cijevi jednak je

$$p_1 = p_0 - 5\ cmHg = 76\ cmHg - 5\ cmHg = 71\ cmHg.$$

Visina stupca zraka u cijevi je d pa njegov volumen iznosi:

$$V_1 = r^2 \cdot \pi \cdot d.$$

Budući da se živa u cijevi mora spustiti do razine žive u posudi, tlak zraka u cijevi p_2 mora biti jednak vanjskom tlaku (atmosferskom tlaku p_0) koji iznosi:

$$p_2 = p_0 \;\Rightarrow\; p_2 = 76\ cmHg.$$

Tada će se volumen zraka u cijevi povećati jer će u cijeloj cijevi sada biti zrak i iznosit će

$$\left.\begin{array}{l} V_2 = r^2 \cdot \pi \cdot l \\ l = h + d \end{array}\right\} \Rightarrow V_2 = r^2 \cdot \pi \cdot (h + d).$$

Pomoću jednadžbe stanja plina izračunamo temperaturu T_2.

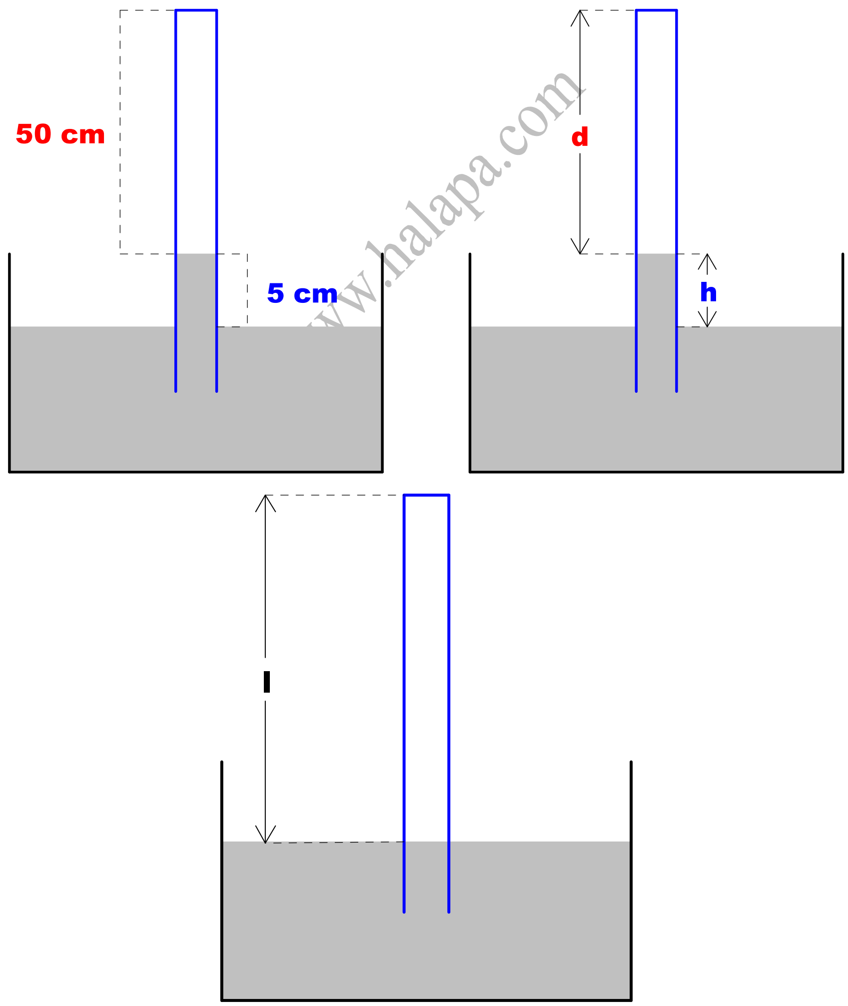
$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \;/\cdot \frac{T_2 \cdot T_1}{p_1 \cdot V_1} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot T_1}{p_1 \cdot V_1}.$$

Povećanje temperature okolnog zraka iznosi:

$$\Delta t = T_2 - T_1 \Rightarrow \Delta t = \frac{p_2 \cdot V_2 \cdot T_1}{p_1 \cdot V_1} - T_1 \Rightarrow \Delta t = T_1 \cdot \left(\frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1} - 1 \right) \Rightarrow$$

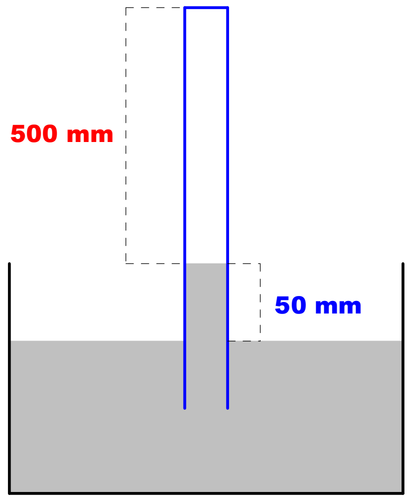
$$\Rightarrow \Delta t = T_1 \cdot \left(\frac{p_2 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot (h + d)}{p_1 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot d} - 1 \right) \Rightarrow \Delta t = T_1 \cdot \left(\frac{p_2 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot (h + d)}{p_1 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot d} - 1 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = T_1 \cdot \left(\frac{p_2 \cdot (h + d)}{p_1 \cdot d} - 1 \right) = 290\ K \cdot \left(\frac{76\ cmHg \cdot (0.05\ m + 0.5\ m)}{71\ cmHg \cdot 0.5\ m} - 1 \right) = 51.46\ K.$$



Vježba 311

Pri temperaturi zraka 17 ºC i normiranom atmosferskom tlaku uronimo staklenu cijev u posudu sa živom (slika). U staklenoj se cijevi nalazi neka količina zraka tako da je razina žive u cijevi 50 mm iznad razine žive u posudi. Duljina dijela cijevi koji je ispunjen zrakom iznosi 500 mm. Za koliko se mora povisiti temperatura okolnog zraka da se živa u cijevi spusti do razine žive u posudi?



Rezultat: 51.46 K.

Zadatak 312 (Jelena, srednja škola)

Srebrna kugla uronjena u vodu temperature 0 ºC istisne 10 cm³ vode, a uronjena u vodu temperature 100 °C istisne 10.057 cm³. Koliki je koeficijent kubičnog rastezanja srebra?

Rješenje 312

$t_0 = 0$ ºC, $V_0 = 10\ \text{cm}^3 = 10^{-5}\ \text{m}^3$, $t = 100$ °C, $V = 10.057\ \text{cm}^3 = 1.0057 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^3$, $\alpha = ?$

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu, njegove se dimenzije povećaju. Ako su sve dimenzije čvrstog tijela podjednako izražene, riječ je o kubičnom rastezanju. Neka tijelo pri 0 °C ima obujam V_0. Povisimo li tijelu temperaturu za t (od 0 °C do t), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = \alpha \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je α koeficijent kubičnog rastezanja. Pri temperaturi t tijelo će imati obujam

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za kubično rastezanje tekućina, kao i za šuplja čvrsta tijela.
Budući da tlak u tekućini ovisi o dubini, na tijelo uronjeno u tekućinu djeluje tekućina odozdo većom silom nego odozgo, tj. na tijelo djeluje uzgon. Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom. Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

1.inačica

Budući da je prema Arhimedovom zakonu volumen istisnute vode ujedno volumen srebrne kugle, radi se o kubičnom rastezanju čvrstog tijela pa vrijedi:

$$V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \Rightarrow V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = V \Rightarrow V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = V \ / \cdot \frac{1}{V_0} \Rightarrow 1 + \alpha \cdot t = \frac{V}{V_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha \cdot t = \frac{V}{V_0} - 1 \Rightarrow \alpha \cdot t = \frac{V - V_0}{V_0} \Rightarrow \alpha \cdot t = \frac{V - V_0}{V_0} \ / \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow \alpha = \frac{V - V_0}{t \cdot V_0} =$$

$$= \frac{1.0057 \cdot 10^{-5}\ m^3 - 10^{-5}\ m^3}{100\ K \cdot 10^{-5}\ m^3} = 0.000057\ \frac{1}{K} = 5.7 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{K}.$$

2.inačica

Budući da je prema Arhimedovom zakonu volumen istisnute vode ujedno volumen srebrne kugle, radi se o kubičnom rastezanju čvrstog tijela pa vrijedi:

$$V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \Rightarrow V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = V \Rightarrow 10^{-5}\ m^3 \cdot (1 + \alpha \cdot 100\ K) = 1.0057 \cdot 10^{-5}\ m^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10^{-5}\ m^3 \cdot (1 + \alpha \cdot 100\ K) = 1.0057 \cdot 10^{-5}\ m^3 \ / \cdot \frac{1}{10^{-5}\ m^3} \Rightarrow 1 + \alpha \cdot 100\ K = 1.0057 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha \cdot 100\ K = 1.0057 - 1 \Rightarrow \alpha \cdot 100\ K = 0.0057 \Rightarrow \alpha \cdot 100\ K = 0.0057 \ / \cdot \frac{1}{100\ K} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = 0.000057\ \frac{1}{K} \Rightarrow \alpha = 5.7 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{K}.$$

Vježba 312

Srebrna kugla uronjena u vodu temperature 0 ºC istisne 0.01 dm^3 vode, a uronjena u vodu temperature 100 °C istisne 0.010057 cm^3. Koliki je koeficijent kubičnog rastezanja srebra?

Rezultat: $\alpha = 5.7 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{K}.$

Zadatak 313 (Jelena, srednja škola)

Plin ima volumen 100 cm^3 na 25 °C. Koliki bi imao volumen na 0 °C uz jednak tlak?

$$\left(\text{termički koeficijent promjene tlaka plina } \alpha = \frac{1}{273\ K} \right)$$

Rješenje 313

$V = 100\ cm^3$, $t = 25\ ºC$ => $T = 273 + t = (273 + 25)\ K = 298\ K$,

$t_0 = 0\ ºC$ => $T_0 = 273 + t_0 = (273 + 0)\ K = 273\ K$, p = konst., $\alpha = \frac{1}{273\ K}$, $V_0 = ?$

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu, njegove se dimenzije povećaju. Ako su sve dimenzije čvrstog tijela podjednako izražene, riječ je o kubičnom rastezanju. Neka tijelo pri 0 °C ima obujam V_0. Povisimo li tijelu temperaturu za t (od 0 °C do t), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = \alpha \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je α koeficijent kubičnog rastezanja. Pri temperaturi t tijelo će imati obujam

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za kubično rastezanje tekućina, kao i za šuplja čvrsta tijela.
Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

1.inačica

Iz formule za kubično rastezanje plina dobije se:

$$V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \Rightarrow V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \; / \cdot \frac{1}{1 + \alpha \cdot t} \Rightarrow V_0 = \frac{V}{1 + \alpha \cdot t} = \frac{100 \; cm^3}{1 + \frac{1}{273 \; K} \cdot 25 \; K} = 91.61 \; cm^3.$$

2.inačica

Budući da je stanje plina izobarno, vrijedi:

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T} \Rightarrow \frac{V_0}{T_0} = \frac{V}{T} \; / \cdot T_0 \Rightarrow V_0 = \frac{V}{T} \cdot T_0 = \frac{100 \; cm^3}{298 \; K} \cdot 273 \; K = 91.61 \; cm^3.$$

Vježba 313

Plin ima volumen 0.1 dm^3 na 25 °C. Koliki bi imao volumen na 0 °C uz jednak tlak?

$$\left(\text{termički koeficijent promjene tlaka plina } \alpha = \frac{1}{273 \; K} \right)$$

Rezultat: 91.61 cm^3.

Zadatak 314 (Sanja, gimnazija)

Bimetalna traka od željeza i cinka kod 0 °C duga je 40 cm i ravna. Kod koje će temperature cinčana traka biti za 1 mm dulja od željezne? (koeficijent linearnog rastezanja željeza $\beta_1 = 1.2 \cdot 10^{-5} \; \frac{1}{K}$, koeficijent linearnog rastezanja cinka $\beta_2 = 2.9 \cdot 10^{-5} \; \frac{1}{K}$.)

Rješenje 314

l_0 = 40 cm = 0.4 m, Δl = 1 mm = 0.001 m, $\beta_1 = 1.2 \cdot 10^{-5} \; \frac{1}{K}$,

$\beta_2 = 2.9 \cdot 10^{-5} \; \frac{1}{K}$. t = ?

Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0, povisimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produljiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Jedinica za koeficijent linearnog rastezanja je K^{-1}. Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Budući da je koeficijent linearnog rastezanja cinka β_2 veći od koeficijenta linearnog rastezanja željeza β_1, bimetalna traka će se savinuti tako da će luk cinka biti veći za Δl pa vrijedi:

$$l_2 - l_1 = \Delta l \Rightarrow l_0 \cdot (1 + \beta_2 \cdot t) - l_0 \cdot (1 + \beta_1 \cdot t) = \Delta l \Rightarrow l_0 \cdot (1 + \beta_2 \cdot t - 1 - \beta_1 \cdot t) = \Delta l \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l_0 \cdot (1 + \beta_2 \cdot t - 1 - \beta_1 \cdot t) = \Delta l \Rightarrow l_0 \cdot (\beta_2 \cdot t - \beta_1 \cdot t) = \Delta l \Rightarrow l_0 \cdot t \cdot (\beta_2 - \beta_1) = \Delta l \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l_0 \cdot t \cdot (\beta_2 - \beta_1) = \Delta l \; / \cdot \frac{1}{l_0 \cdot (\beta_2 - \beta_1)} \Rightarrow t = \frac{\Delta l}{l_0 \cdot (\beta_2 - \beta_1)} =$$

$$= \frac{0.001 \; m}{0.4 \; m \cdot \left(2.9 \cdot 10^{-5} \; \frac{1}{{}^0C} - 1.2 \cdot 10^{-5} \; \frac{1}{{}^0C} \right)} = 147.06 \; {}^0C.$$

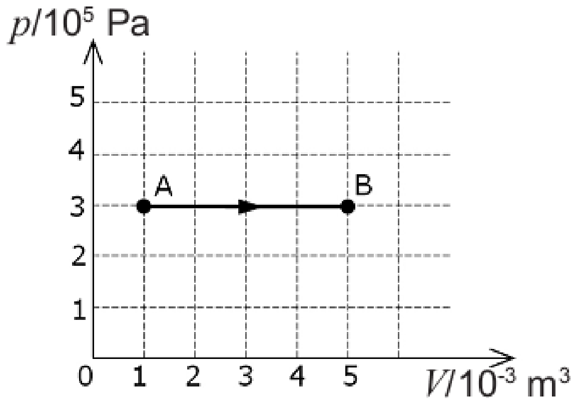
Vježba 314

Bimetalna traka od željeza i cinka kod 0 °C duga je 4 dm i ravna. Kod koje će temperature cinčana traka biti za 0.1 cm dulja od željezne? (koeficijent linearnog rastezanja željeza $\beta_1 = 1.2 \cdot 10^{-5} \ \frac{1}{K}$, koeficijent linearnog rastezanja cinka $\beta_2 = 2.9 \cdot 10^{-5} \ \frac{1}{K}$.)

Rezultat: 147.06 °C.

Zadatak 315 (Iva, gimnazija)

Ako se idealnomu plinu dovede 3000 J topline, plin prijeđe iz stanja A u stanje B, kao što je prikazano na crtežu. Kolika je promjena unutarnje energije plina?



Rješenje 315

Q = 3000 J, p = $3 \cdot 10^5$ Pa, $V_A = 1 \cdot 10^{-3}$ m^3, $V_B = 5 \cdot 10^{-3}$ m^3, ΔU = ?

Promjene stanja idealnog plina pri kojima je tlak stalan nazivamo izobarnim promjenama.

Prvi zakon termodinamike

Toplina Q koju dovodimo nekom sustavu jednaka je zbroju promjene unutarnje energije $\triangle$U sustava i rada W koji obavi sustav.

Prvi zakon termodinamike poseban je slučaj zakona očuvanja energije za situaciju gdje do promjene unutarnje energije dolazi zbog izmjene topline i (ili) zbog obavljanja rada.

$$Q = \Delta U + W.$$

Pravila:

Pozitivno	Simbolički zapis	Opis
Q	**Q > 0**	**Toplina se dovodi sustavu.**
$\triangle$U	**$\triangle$U > 0**	**Unutarnja energija sustava raste.**
W	**W > 0**	**Sustav obavlja rad.**

Negativno	Simbolički zapis	Opis
Q	**Q < 0**	**Toplina se odvodi sustavu.**
$\triangle$U	**$\triangle$U < 0**	**Unutarnja energija sustava pada.**
W	**W < 0**	**Rad se obavlja na sustavu.**

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \ \Rightarrow \ W = p \cdot \left(V_2 - V_1\right).$$

Kada plin prelazi iz stanja A u stanje B njegov se volumen promijeni za ΔV,

$$\Delta V = V_B - V_A.$$

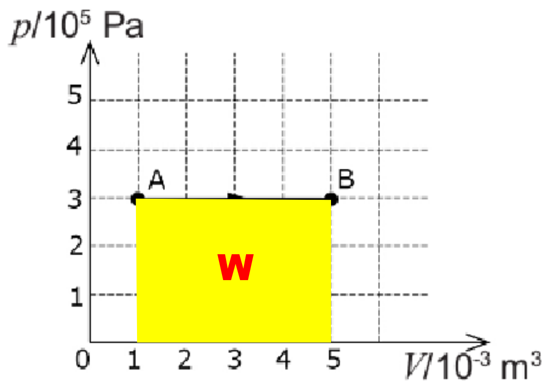
Budući da je tlak stalan (izobarno stanje), obavljen je rad W,

$$W = p \cdot \Delta V \ \Rightarrow \ W = p \cdot \left(V_B - V_A\right).$$

Promjena unutarnje energije plina ΔU ima vrijednost:

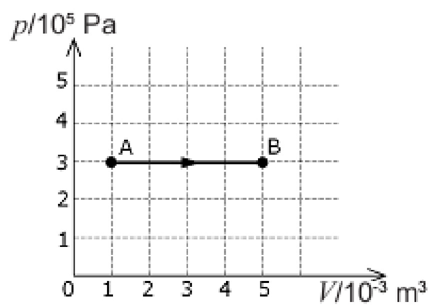
$$Q = \Delta U + W \;\Rightarrow\; \Delta U + W = Q \;\Rightarrow\; \Delta U = Q - W \;\Rightarrow\; \Delta U = Q - p \cdot \left(V_B - V_A\right) =$$

$$= 3000\ J - 3 \cdot 10^{5}\ Pa \cdot \left(5 \cdot 10^{-3}\ m^{3} - 1 \cdot 10^{-3}\ m^{3}\right) = 1800\ J.$$



Vježba 315

Ako se idealnomu plinu dovede 4000 J topline, plin prijeđe iz stanja A u stanje B, kao što je prikazano na crtežu. Kolika je promjena unutarnje energije plina?

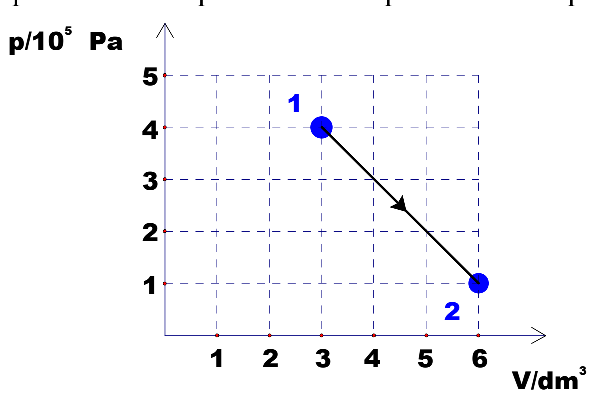


Rezultat: 2800 J.

Zadatak 316 (Marija, gimnazija)

Crtež prikazuje graf ovisnosti tlaka plina p o obujmu plina V od početnog do konačnog stanja za konstantan broj molova. Koliki je omjer temperatura plina konačnog i početnog stanja $\frac{T_2}{T_1} = ?$

$$A.\ \frac{T_2}{T_1} = 4 \qquad B.\ \frac{T_2}{T_1} = 2 \qquad C.\ \frac{T_2}{T_1} = 1 \qquad D.\ \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{2}$$



Rješenje 316

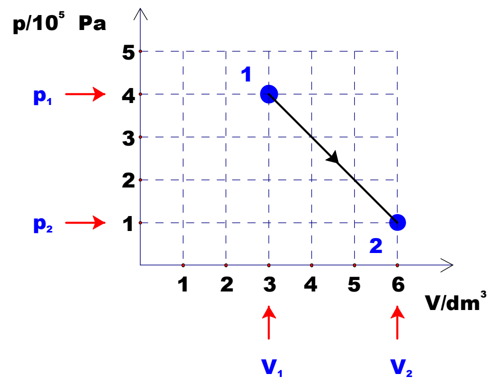
$p_1 = 4 \cdot 10^5$ Pa, $V_1 = 3$ dm^3 $= 3 \cdot 10^{-3}$ m^3, $p_2 = 1 \cdot 10^5$ Pa, $V_2 = 6$ dm^3 $= 6 \cdot 10^{-3}$ m^3,

$\frac{T_2}{T_1} = ?$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana množina n idealnog plina, glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak, V obujam, R plinska konstanta, T temperatura.
Računamo omjer temperatura plina konačnog i početnog stanja.



$$\left.\begin{array}{l} p_1 \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1 \\ p_2 \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c}\text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe}\end{array}\right] \Rightarrow \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1} = \frac{n \cdot R \cdot T_2}{n \cdot R \cdot T_1} \Rightarrow \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1} = \frac{\cancel{n \cdot R} \cdot T_2}{\cancel{n \cdot R} \cdot T_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{1 \cdot 10^5 \; Pa \cdot 6 \cdot 10^{-3} \; m^3}{4 \cdot 10^5 \; Pa \cdot 3 \cdot 10^{-3} \; m^3} \Rightarrow$$

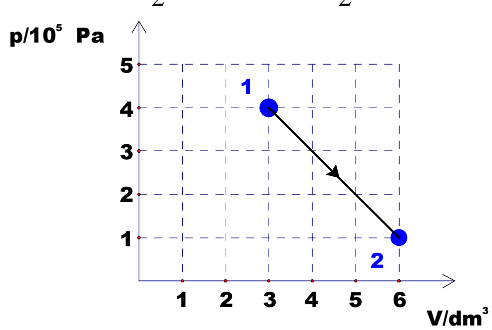
$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{1 \cdot \cancel{10^5} \; \cancel{Pa} \cdot 6 \cdot \cancel{10^{-3}} \; \cancel{m^3}}{4 \cdot \cancel{10^5} \; \cancel{Pa} \cdot 3 \cdot \cancel{10^{-3}} \; \cancel{m^3}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{1 \cdot 6}{4 \cdot 3} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{6}{12} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{\cancel{6}}{\cancel{12}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{2}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 316

Crtež prikazuje graf ovisnosti tlaka plina p o obujmu plina V od početnog do konačnog stanja za konstantan broj molova. Koliki je omjer temperatura plina konačnog i početnog stanja $\frac{T_1}{T_2} = ?$

$A. \; \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{4}$ $\quad B. \; \frac{T_1}{T_2} = 2$ $\quad C. \; \frac{T_1}{T_2} = 1$ $\quad D. \; \frac{T_1}{T_2} = 4$



Rezultat: B.

Zadatak 317 (Magy, gimnazija)

Plin dušik gustoće 1.5 kg/m³ nalazi se u posudi obujma 0.8 m³. Izračunajte broj molekula u posudi ako je masa jedne molekule dušika $m_0 = 2.33 \cdot 10^{-26}$ kg.

Rješenje 317

$\rho = 1.5\ kg/m^3$, $V = 0.8\ m^3$, $m_0 = 2.33 \cdot 10^{-26}$ kg, $N = ?$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Broj molekula dušika N u posudi obujma V iznosi:

$$\left.\begin{array}{l} m = \rho \cdot V - \text{masa dušika obujma } V \\ N = \dfrac{m}{m_0} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{metoda}\\ \text{supstitucije}\end{array}\right] \Rightarrow N = \frac{\rho \cdot V}{m_0} = \frac{1.5\ \frac{kg}{m^3} \cdot 0.8\ m^3}{2.33 \cdot 10^{-26}\ kg} = 5.15 \cdot 10^{25}.$$

Vježba 317

Koliko je molekula u 1 m³ vode ako je gustoća vode 1000 kg/m³, a masa jedne molekule vode $m_0 = 3 \cdot 10^{-26}$ kg?

Rezultat: $3.33 \cdot 10^{28}$.

Zadatak 318 (Magy, gimnazija)

Odredite tlak plina kisika pri gustoći 1.2 kg/m³ i temperaturi 340 K. Masa mola kisika iznosi 0.032 kg/mol. (univerzalna plinska konstanta R = 8.314 J/(K · mol))

Rješenje 318

$\rho = 1.2\ kg/m^3$, $T = 340$ K, $M = 0.032$ kg/mol, $R = 8.314$ J/(K · mol), $p = ?$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Jednadžbu stanja plina možemo izraziti u obliku

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak plina, V obujam plina, m masa plina, M molna masa plina, R plinska konstanta i T termodinamička temperatura plina.
Računamo tlak plina.

$$\left.\begin{array}{l} m = \rho \cdot V \\ p \cdot V = \dfrac{m}{M} \cdot R \cdot T \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{metoda}\\ \text{supstitucije}\end{array}\right] \Rightarrow p \cdot V = \frac{\rho \cdot V}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot V = \frac{\rho \cdot V}{M} \cdot R \cdot T \ / \cdot \frac{1}{V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{\rho}{M} \cdot R \cdot T = \frac{1.2\ \frac{kg}{m^3}}{0.032\ \frac{kg}{mol}} \cdot 8.314\ \frac{J}{K \cdot mol} \cdot 340\ K = 1.06 \cdot 10^5\ Pa.$$

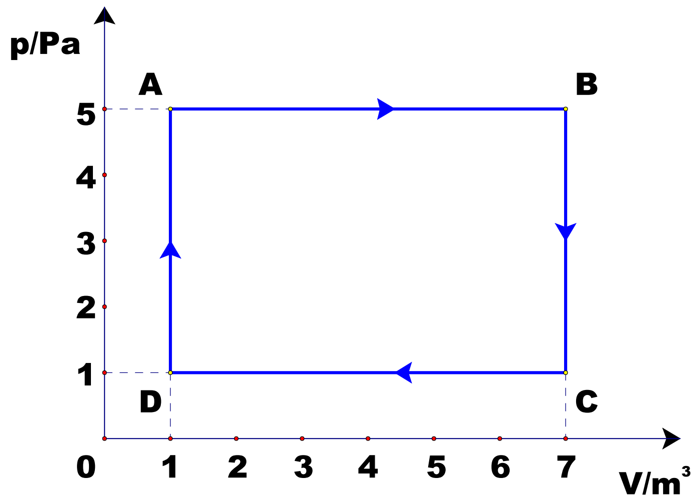
Vježba 318

Odredite tlak plina kisika pri gustoći 1.2 kg/m³ i temperaturi 680 K. Masa mola kisika iznosi 0.032 kg/mol. (univerzalna plinska konstanta R = 8.314 J / (K · mol))

Rezultat: $2.12 \cdot 10^5$ Pa.

Zadatak 319 (Magy, gimnazija)

Koliki je rad u kružnom procesu A → B → C → D → A sa slike.



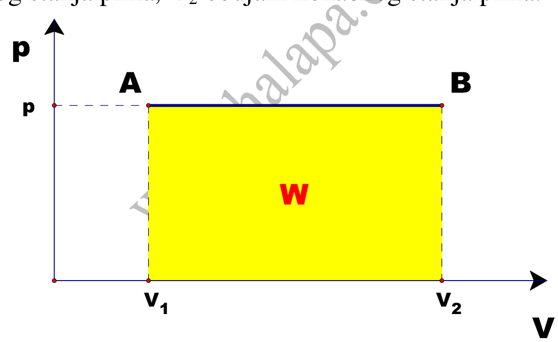
Rješenje 319

$p_1 = 1$ Pa, $p_2 = 5$ Pa, $V_1 = 1$ m^3, $V_2 = 7$ m^3, $W = ?$

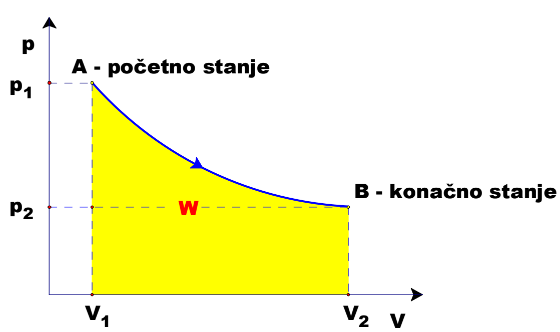
Izraz za rad plina pri izobarnoj (p = konst.) promjeni njegova obujma glasi

$$W = p \cdot (V_2 - V_1),$$

gdje je V_1 obujam početnog stanja plina, V_2 obujam konačnog stanja plina.



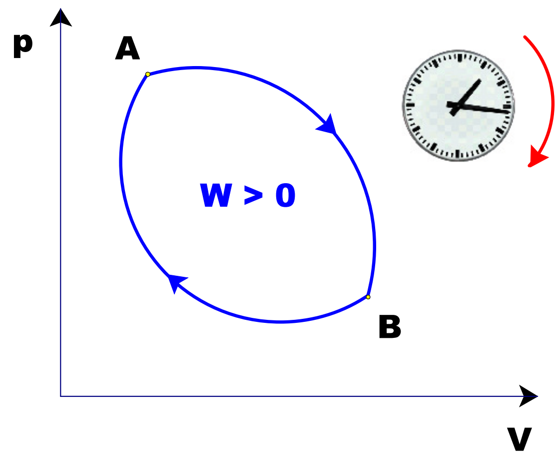
Iznos rada plina W obavljenoga pri općenitom termodinamičkom procesu brojčano je jednak ploštini geometrijskog lika u p, V – dijagramu kojem je osnovica jednaka promjeni obujma $\Delta V = V_2 - V_1$, lijeva stranica jednaka početnom tlaku p_1, desna stranica jednaka konačnom tlaku p_2, a s gornje strane je omeđen krivuljom koja opisuje ovisnost tlaka p o obujmu V tijekom te promjene.



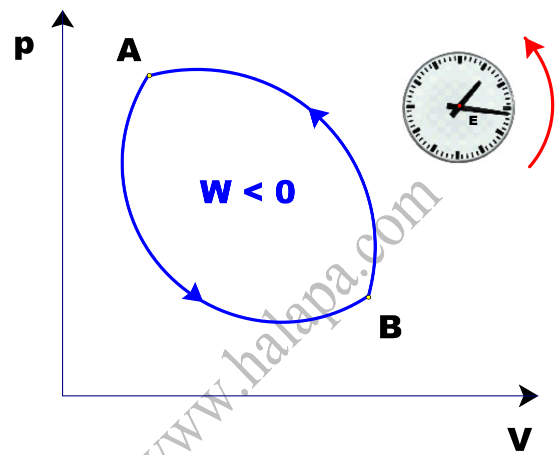
Rad plina u kružnom procesu

Rad plina u kružnom procesu:

- pozitivan je ako se u p, V – dijagramu stanje plina mijenja u smjeru gibanja kazaljke sata



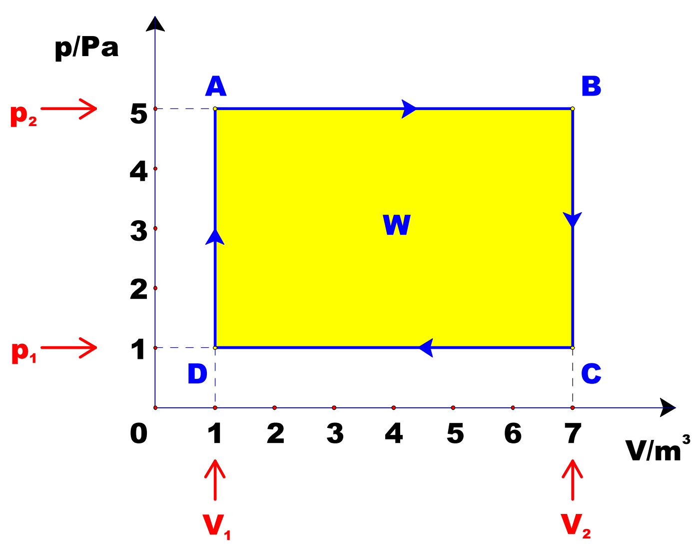
- negativan je ako se u p, V – dijagramu stanje plina mijenja u smjeru suprotnom smjeru gibanja kazaljke sata.



1.inačica

Ukupni rad možemo napisati u obliku

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}.$$



Za pojedinačne radove vrijedi:

- rad W_{AB}

Proces je izobaran (stalan tlak p_2).

$$W_{AB} = p_2 \cdot (V_2 - V_1) = 5\ Pa \cdot (7\ m^3 - 1\ m^3) = 30\ J.$$

- rad W_{BC}

U prijelazu B → C obujam se ne mijenja.

$$W_{BC} = 0.$$

- rad W_{CD}

Proces je izobaran (stalan tlak p_1).

$$W_{CD} = p_1 \cdot (V_1 - V_2) = 1\ Pa \cdot (1\ m^3 - 7\ m^3) = -6\ J.$$

- rad W_{DA}

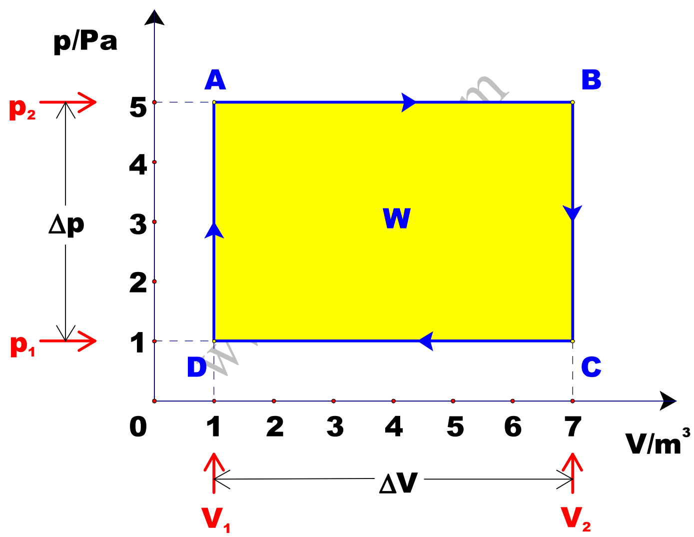
U prijelazu D → A obujam se ne mijenja.

$$W_{DA} = 0.$$

Stoga je rad W u promatranom kružnom procesu jednak

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = 30\ J + 0 - 6\ J + 0 = 24\ J.$$

2.inačica



Iznos rada u kružnom procesu brojčano je jednak površini koju obuhvaća pripadni p, V – dijagram. Prema slici p, V – dijagram je pravokutnik sa 'stranicama'

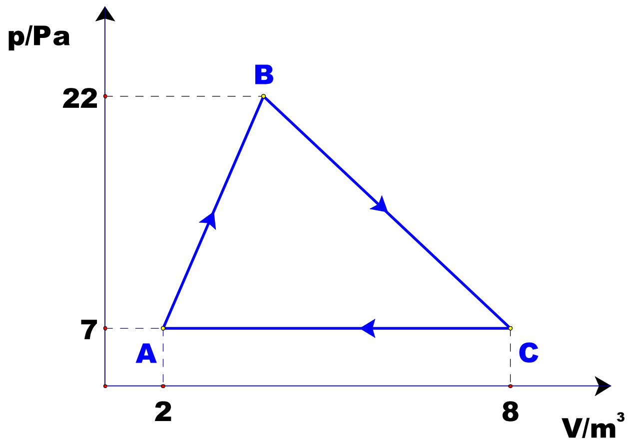
$$\Delta V = V_2 - V_1 = 7\ m^3 - 1\ m^3 = 6\ m^3 \quad , \quad \Delta p = p_2 - p_1 = 5\ Pa - 1\ Pa = 4\ Pa$$

pa za rad W u kružnom procesu proizlazi

$$W = \Delta V \cdot \Delta p = V_2 - V_1 = 6\ m^3 \cdot 4\ Pa = 24\ J.$$

Vježba 319

Izračunajte rad u kružnom procesu A → B → C → A prikazanome na slici.



Rezultat: Iz slike vidimo da je p, V – dijagram promatranog procesa trokut s 'osnovicom' $\Delta V = V_2 - V_1$, i 'visinom' $\Delta p = p_2 - P_1$. Primjenom formule za izračunavanje površine trokuta

$$P = \frac{a \cdot v_a}{2}$$

određujemo rad u kružnom procesu

$$W = \frac{\Delta V \cdot \Delta p}{2} = \frac{\left(V_2 - V_1\right) \cdot \left(V_2 - V_1\right)}{2} = 45\ J.$$

Zadatak 320 (Helena, gimnazija)

Sa koje visine mora pasti komad olova mase m da se srazom ugrije za 1°C ako padne na vodoravnu podlogu od koje ne odskače, a od topline koja nastaje pri srazu olovo primi polovinu? (specifični toplinski kapacitet olova $c = 0.13 \cdot 10^3$ J/(kg · K), ubrzanje sile teže $g = 9.81$ m/s^2)

Rješenje 320

m, $\Delta t = 1$ °C = 1 K, $c = 0.13 \cdot 10^3$ J/(kg · K), $g = 9.81$ m/s^2, h = ?

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.
Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \ \Rightarrow \ Q = m \cdot c \cdot \left(t_2 - t_1\right),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.
Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Komad olova mase m na visini h ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

a prema uvjetu zadatka polovina nje pretvori se, zbog sraza, u toplinu Q.

$$\frac{1}{2} \cdot E_{gp} = Q \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot g \cdot h = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot g \cdot h = m \cdot c \cdot \Delta t \;/ \cdot \frac{2}{m \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{2 \cdot c \cdot \Delta t}{g} = \frac{2 \cdot 0.13 \cdot 10^{3} \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 1 \; K}{9.81 \frac{m}{s^{2}}} = 26.5 \; m.$$

Vježba 320

Sa koje visine mora pasti komad olova mase m da se srazom ugrije za 2°C ako padne na vodoravnu podlogu od koje ne odskače, a od topline koja nastaje pri srazu olovo primi polovinu? (specifični toplinski kapacitet olova $c = 0.13 \cdot 10^3$ J/(kg · K), ubrzanje sile teže $g = 9.81$ m/s^2)

Rezultat: 53 m.