

Zadatak 341 (Marija, gimnazija)

Tri tijela jednakih masa imaju specifične toplinske kapacitete za koje vrijedi $c_1 = 2 \cdot c_2 = 3 \cdot c_3$. Dok su u termičkome kontaktu, svim tijelima zajedno dovede se toplina iznosa $11 \cdot Q$. Tijelo specifičnoga toplinskog kapaciteta c_2 pritom primi topline iznosa $3 \cdot Q$. Koliko je topline Q_1 primilo tijelo specifičnog toplinskog kapaciteta c_1 , a koliko topline Q_3 , tijelo specifičnog toplinskog kapaciteta c_3 ?

- A. $Q_1 = 2 \cdot Q$, $Q_3 = 6 \cdot Q$ B. $Q_1 = 3 \cdot Q$, $Q_3 = 5 \cdot Q$
C. $Q_1 = 5 \cdot Q$, $Q_3 = 3 \cdot Q$ D. $Q_1 = 6 \cdot Q$, $Q_3 = 2 \cdot Q$

Rješenje 341

$$m_1 = m_2 = m_3 = m, \quad c_1 = 2 \cdot c_2 = 3 \cdot c_3, \quad 11 \cdot Q, \quad Q_2 = 3 \cdot Q, \quad Q_1 = ?, \quad Q_3 = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t,$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Specifični toplinski kapacitet tijela je količina topline koju tijelo treba primiti da bi mu se temperatura podigla za jedan stupanj, odnosno:

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta t},$$

gdje je c oznaka za specifični toplinski kapacitet, Q je toplina koju je potrebno dovesti tijelu, m je masa tijela, a Δt razlika konačne i početne temperature tijela.

1. inačica

Tijelo specifičnoga toplinskog kapaciteta c_2 primi toplinu iznosa Q_2 pa vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} Q_2 = m \cdot c_2 \cdot \Delta t \\ Q_2 = 3 \cdot Q \end{array} \right\} \Rightarrow m \cdot c_2 \cdot \Delta t = 3 \cdot Q \Rightarrow m \cdot c_2 \cdot \Delta t = 3 \cdot Q \cdot \frac{1}{m \cdot \Delta t} \Rightarrow c_2 = \frac{3 \cdot Q}{m \cdot \Delta t}.$$

Tada je:

$$\bullet \left. \begin{array}{l} Q_1 = m \cdot c_1 \cdot \Delta t \\ c_1 = 2 \cdot c_2 \end{array} \right\} \Rightarrow Q_1 = m \cdot 2 \cdot c_2 \cdot \Delta t \Rightarrow \left[c_2 = \frac{3 \cdot Q}{m \cdot \Delta t} \right] \Rightarrow Q_1 = m \cdot 2 \cdot \frac{3 \cdot Q}{m \cdot \Delta t} \cdot \Delta t \Rightarrow \\ \Rightarrow Q_1 = m \cdot 2 \cdot \frac{3 \cdot Q}{m \cdot \Delta t} \cdot \Delta t \Rightarrow Q_1 = 2 \cdot 3 \cdot Q \Rightarrow Q_1 = 6 \cdot Q.$$

$$\bullet \left. \begin{array}{l} Q_3 = m \cdot c_3 \cdot \Delta t \\ 2 \cdot c_2 = 3 \cdot c_3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Q_3 = m \cdot c_3 \cdot \Delta t \\ 2 \cdot c_2 = 3 \cdot c_3 \cdot \frac{1}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Q_3 = m \cdot c_3 \cdot \Delta t \\ c_3 = \frac{2}{3} \cdot c_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow Q_3 = m \cdot \frac{2}{3} \cdot c_2 \cdot \Delta t \Rightarrow \left[c_2 = \frac{3 \cdot Q}{m \cdot \Delta t} \right] \Rightarrow Q_3 = m \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3 \cdot Q}{m \cdot \Delta t} \cdot \Delta t \Rightarrow \\ \Rightarrow Q_3 = m \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3 \cdot Q}{m \cdot \Delta t} \cdot \Delta t \Rightarrow Q_3 = 2 \cdot Q.$$

Vrijedi:

$$Q_1 = 6 \cdot Q, \quad Q_3 = 2 \cdot Q.$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

Uočimo da iznos topline koji svako tijelo primi ovisi samo o specifičnom toplinskom kapacitetu tijela jer su ostale veličine m i Δt jednake i stalne. Količina topline Q i specifični toplinski kapacitet c

razmjernje su veličine uz pretpostavku da su veličine m i Δt stalne. (Tijelo većeg specifičnog kapaciteta može primiti veći iznos topline.)

$$Q \sim c.$$

Tijelo specifičnoga toplinskog kapaciteta c_2 primilo je iznos topline

$$Q_2 = 3 \cdot Q.$$

Prvo tijelo ima specifični toplinski kapacitet c_1 dva puta veći od specifičnog toplinskog kapaciteta c_2 drugog tijela

$$c_1 = 2 \cdot c_2$$

pa je iznos topline Q_1 prvog tijela dva puta veći od iznosa topline Q_2 drugog tijela.

$$Q_1 = 2 \cdot Q_2 \Rightarrow Q_1 = 2 \cdot 3 \cdot Q \Rightarrow Q_1 = 6 \cdot Q.$$

Treće tijelo ima specifični toplinski kapacitet c_3 dvije trećine puta manji od specifičnog toplinskog kapaciteta c_2 drugog tijela

$$2 \cdot c_2 = 3 \cdot c_3 \Rightarrow 3 \cdot c_3 = 2 \cdot c_2 \Rightarrow 3 \cdot c_3 = 2 \cdot c_2 \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow c_3 = \frac{2}{3} \cdot c_2.$$

pa je iznos topline Q_3 trećeg tijela dvije trećine puta manji od iznosa topline Q_2 drugog tijela.

$$Q_3 = \frac{2}{3} \cdot Q_2 \Rightarrow Q_3 = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot Q \Rightarrow Q_3 = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot Q \Rightarrow Q_3 = 2 \cdot Q.$$

Vrijedi:

$$Q_1 = 6 \cdot Q \quad , \quad Q_3 = 2 \cdot Q.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 341

Tri tijela jednakih masa imaju specifične toplinske kapacitete za koje vrijedi $c_1 = 2 \cdot c_2 = 3 \cdot c_3$. Dok su u termičkome kontaktu, svim tijelima zajedno dovede se toplina iznosa $22 \cdot Q$. Tijelo specifičnoga toplinskog kapaciteta c_2 pritom primi topline iznosa $6 \cdot Q$. Koliko je topline Q_1 primilo tijelo specifičnog toplinskog kapaciteta c_1 , a koliko topline Q_3 , tijelo specifičnog toplinskog kapaciteta c_3 ?

$$A. Q_1 = 12 \cdot Q, Q_3 = 4 \cdot Q \quad B. Q_1 = 6 \cdot Q, Q_3 = 10 \cdot Q$$

$$C. Q_1 = 10 \cdot Q, Q_3 = 6 \cdot Q \quad D. Q_1 = 8 \cdot Q, Q_3 = 6 \cdot Q$$

Rezultat: A.

Zadatak 342 (Matija, gimnazija)

U cilindru s pomičnim klipom nalazi se plin pod tlakom $2 \cdot 10^5$ Pa pri temperaturi 300 K. Plin se izobarno stlači na volumen $0.9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ i pritom se na plinu obavi rad od 20 J. Kolika je temperatura plina nakon tlačenja?

Rješenje 342

$$p = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad T_1 = 300 \text{ K}, \quad V_2 = 0.9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad W = 20 \text{ J}, \quad T_2 = ?$$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

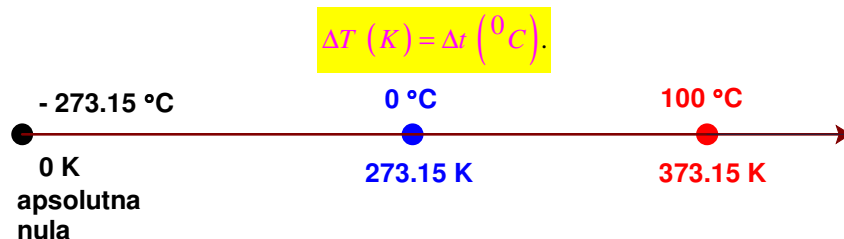
$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Kelvinova i Celzijusova ljestvica su dvije različite temperaturne ljestvice.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).
Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:



Kelvinova i Celzijusova ljestvica podijeljene su na jednake dijelove i vrijedi:

$$T (K) = 273 + t (^{\circ}C) \quad , \quad t (^{\circ}C) = T (K) - 273.$$

Promjena obujma plina koja je nastala njegovim stlačivanjem iznosi

$$\Delta V = V_1 - V_2$$

i pritom se na plinu obavi rad za koji vrijedi

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_1 - V_2) \Rightarrow W = p \cdot (V_1 - V_2) \cdot \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{W}{p} = V_1 - V_2 \Rightarrow V_1 = V_2 + \frac{W}{p}.$$

Budući da se u cilindru s pomičnim klipom nalazi plin pod stalnim tlakom dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{T_2}{V_2} = \frac{T_1}{V_1} \\ V_1 = V_2 + \frac{W}{p} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{T_2}{V_2} = \frac{T_1}{V_1} \cdot V_2 \\ V_1 = V_2 + \frac{W}{p} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} T_2 = \frac{T_1 \cdot V_2}{V_1} \\ V_1 = V_2 + \frac{W}{p} \end{array} \right\} \Rightarrow T_2 = \frac{T_1}{V_2 + \frac{W}{p}} \cdot V_2 =$$

$$= \frac{300\text{ K}}{0.9 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3 + \frac{20\text{ J}}{2 \cdot 10^5\text{ Pa}}} \cdot 0.9 \cdot 10^{-3}\text{ m}^3 = 270\text{ K}.$$

U °C to iznosi:

$$t = T - 273 = (270 - 273)\text{ }^{\circ}\text{C} = -3\text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Vježba 342

U cilindru s pomičnim klipom nalazi se plin pod tlakom 200 kPa pri temperaturi 300 K. Plin se izobarno stlači na volumen 0.9 dm³ i pritom se na plinu obavi rad od 20 J. Kolika je temperatura plina nakon tlačenja?

Rezultat: 270 K.

Zadatak 343 (Stipe, veleučilište)

Tijelo od bakra na temperaturi $T_1 = 273\text{ K}$ i tijelo od aluminija jednakog volumena na temperaturi $T_2 = 373\text{ K}$ spojeni su u jedno tijelo. Kolika će biti relativna promjena volumena novonastalog tijela? (gustoća bakra $\rho_1 = 8900\text{ kg/m}^3$, gustoća aluminija $\rho_2 = 2700\text{ kg/m}^3$, specifični toplinski kapacitet bakra $c_1 = 380\text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet aluminija $c_2 = 920\text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, linearni koeficijent rastezanja bakra $\beta_1 = 1.7 \cdot 10^{-5}\text{ 1/K}$, linearni koeficijent rastezanja aluminija $\beta_2 = 2.6 \cdot 10^{-5}\text{ 1/K}$)

Rješenje 343

$T_1 = 273\text{ K}, \quad V_1 = V_2 = V, \quad T_2 = 373\text{ K}, \quad \rho_1 = 8900\text{ kg/m}^3, \quad \rho_2 = 2700\text{ kg/m}^3,$
 $c_1 = 380\text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad c_2 = 920\text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad \beta_1 = 1.7 \cdot 10^{-5}\text{ 1/K}, \quad \beta_2 = 2.6 \cdot 10^{-5}\text{ 1/K}, \quad \Delta V_r = ?$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike

temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a ΔT promjena temperature. Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu, njegove se dimenzije povećaju. Ako su sve dimenzije čvrstog tijela podjednako izražene, riječ je o kubičnom rastezanju. Neka tijelo pri 0°C ima obujam V_0 . Povisimo li tijelu temperaturu za t (od 0°C do t), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = 3 \cdot \beta \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja. Pri temperaturi t tijelo će imati obujam

$$V_t = V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \beta \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za kubično rastezanje tekućina, kao i za šuplja čvrsta tijela.

Zbog zakona očuvanja energije količina topline tijela od bakra i aluminijske spajanja jednaka je količini topline novonastalog tijela nakon spajanja pa vrijedi:

$$\begin{aligned} m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2 &= (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) \cdot T \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2 &= (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) \cdot T \cdot \frac{1}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow T &= \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2} \Rightarrow T = \frac{\rho_1 \cdot V_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + \rho_2 \cdot V_2 \cdot c_2 \cdot T_2}{\rho_1 \cdot V_1 \cdot c_1 + \rho_2 \cdot V_2 \cdot c_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow T &= \frac{\rho_1 \cdot V \cdot c_1 \cdot T_1 + \rho_2 \cdot V \cdot c_2 \cdot T_2}{\rho_1 \cdot V \cdot c_1 + \rho_2 \cdot V \cdot c_2} \Rightarrow T = \frac{V \cdot (\rho_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + \rho_2 \cdot c_2 \cdot T_2)}{V \cdot (\rho_1 \cdot c_1 + \rho_2 \cdot c_2)} \Rightarrow \\ \Rightarrow T &= \frac{V \cdot (\rho_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + \rho_2 \cdot c_2 \cdot T_2)}{V \cdot (\rho_1 \cdot c_1 + \rho_2 \cdot c_2)} \Rightarrow T = \frac{\rho_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + \rho_2 \cdot c_2 \cdot T_2}{\rho_1 \cdot c_1 + \rho_2 \cdot c_2} = \\ &= \frac{8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 380 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 273 \text{ K} + 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 920 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 373 \text{ K}}{8900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 380 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} + 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 920 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 315.35 \text{ K}. \end{aligned}$$

Budući da su promjene volumena ΔV_1 tijela od bakra i ΔV_2 tijela od aluminijske dane izrazima

$$\Delta V_1 = V_0 \cdot 3 \cdot \beta_1 \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta V_1 = V_0 \cdot 3 \cdot \beta_1 \cdot (T - T_1),$$

$$\Delta V_2 = V_0 \cdot 3 \cdot \beta_2 \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta V_2 = V_0 \cdot 3 \cdot \beta_2 \cdot (T - T_2),$$

relativna promjena volumena ΔV_r novonastalog tijela iznosi:

$$\begin{aligned} \Delta V_r &= \frac{\Delta V_1 + \Delta V_2}{2 \cdot V_0} \Rightarrow \Delta V_r = \frac{V_0 \cdot 3 \cdot \beta_1 \cdot (T - T_1) + V_0 \cdot 3 \cdot \beta_2 \cdot (T - T_2)}{2 \cdot V_0} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta V_r &= \frac{3 \cdot V_0 \cdot (\beta_1 \cdot (T - T_1) + \beta_2 \cdot (T - T_2))}{2 \cdot V_0} \Rightarrow \Delta V_r = \frac{3 \cdot V_0 \cdot (\beta_1 \cdot (T - T_1) + \beta_2 \cdot (T - T_2))}{2 \cdot V_0} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta V_r &= \frac{3}{2} \cdot (\beta_1 \cdot (T - T_1) + \beta_2 \cdot (T - T_2)) \Rightarrow \Delta V_r = \frac{3}{2} \cdot (\beta_1 \cdot T - \beta_1 \cdot T_1 + \beta_2 \cdot T - \beta_2 \cdot T_2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta V_r = \frac{3}{2} \cdot ((\beta_1 + \beta_2) \cdot T - \beta_1 \cdot T_1 - \beta_2 \cdot T_2) = \\ &= \frac{3}{2} \cdot \left(\left(1.7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K} + 2.6 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K} \right) \cdot 315.35 \text{ K} - 1.7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K} \cdot 273 \text{ K} - 2.6 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K} \cdot 373 \text{ K} \right) = \\ &= -1.17 \cdot 10^{-3}. \end{aligned}$$

Vježba 343

Tijelo od bakra na temperaturi $T_1 = 273 \text{ K}$ i tijelo od aluminija jednakog volumena na temperaturi $T_2 = 373 \text{ K}$ spojeni su u jedno tijelo. Kolika će biti relativna promjena volumena novonastalog tijela? (gustoća bakra $\rho_1 = 8.9 \text{ g/cm}^3$, gustoća aluminija $\rho_2 = 2.7 \text{ g/cm}^3$, specifični toplinski kapacitet bakra $c_1 = 380 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet aluminija $c_2 = 920 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, linearni koeficijent rastezanja bakra $\beta_1 = 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$, linearni koeficijent rastezanja aluminija $\beta_2 = 2.6 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$)

Rezultat: $-1.17 \cdot 10^{-3}$.

Zadatak 344 (Tomislav, tehnička škola)

Tijekom promjene stanja plin gubi toplinu od 100 J , a u isto vrijeme obavlja rad od 20 J . Što je od navedenoga točno za unutarnju energiju toga plina?

- A. Smanjila se za 120 J B. Smanjila se za 80 J
C. Povećala se za 80 J D. Povećala se za 120 J

Rješenje 344

$$Q = -100 \text{ J (toplina se odvodi sustavu)}, \quad W = 20 \text{ J (sustav obavlja rad)}, \quad \Delta U = ?$$

Prvi zakon termodinamike

Toplina Q koju dovodimo nekom sustavu jednaka je zbroju promjene unutarnje energije ΔU sustava i rada W koji obavi sustav.

Prvi zakon termodinamike poseban je slučaj zakona očuvanja energije za situaciju gdje do promjene unutarnje energije dolazi zbog izmjene topline i (ili) zbog obavljanja rada.

$$Q = \Delta U + W.$$

Pravila:

Pozitivno	Simbolički zapis	Opis
Q	$Q > 0$	Toplina se dovodi sustavu.
ΔU	$\Delta U > 0$	Unutarnja energija sustava raste.
W	$W > 0$	Sustav obavlja rad.

Negativno	Simbolički zapis	Opis
Q	$Q < 0$	Toplina se odvodi sustavu.
ΔU	$\Delta U < 0$	Unutarnja energija sustava pada.
W	$W < 0$	Rad se obavlja na sustavu.

Za unutarnju energiju toga plina vrijedi:

$$Q = \Delta U + W \Rightarrow \Delta U + W = Q \Rightarrow \Delta U = Q - W = -100 \text{ J} - 20 \text{ J} = -120 \text{ J}.$$

Budući da je $\Delta U < 0$, unutarnja energija sustava pada, dakle, unutarnja energija toga plina smanjila se za 120 J.

Odgovor je pod A.

Vježba 344

Tijekom promjene stanja plin gubi toplinu od 80 J, a u isto vrijeme obavlja rad od 40 J. Što je od navedenoga točno za unutarnju energiju toga plina?

- A. Smanjila se za 120 J B. Smanjila se za 80 J
C. Povećala se za 80 J D. Povećala se za 120 J

Rezultat: A.

Zadatak 345 (Darija, gimnazija)

Plin je u posudi od 1 litre uz pomoć adijabatskog klipa podijeljen na dva jednaka dijela koji su zatim zagrijani do 373 K, odnosno do 473 K. Koliki su odgovarajući volumeni nakon pomicanja klipa?

Rješenje 345

$$V = 1 \text{ l}, \quad T_1 = 373 \text{ K}, \quad T_2 = 473 \text{ K}, \quad V_1 = ?, \quad V_2 = ?$$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana množina n idealnog plina, glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak, V obujam, R plinska konstanta, T temperatura.



Klip će se pomicati sve dok tlakovi u oba dijela posude ne budu jednaki

$$p_1 = p_2 = p.$$

Iz jednadžbe stanja idealnog plina dobiva se:

$$\left. \begin{array}{l} p_1 \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1 \\ p_2 \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1 \\ p \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{p \cdot V_1}{p \cdot V_2} = \frac{n \cdot R \cdot T_1}{n \cdot R \cdot T_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p \cdot V_1}{p \cdot V_2} = \frac{n \cdot R \cdot T_1}{n \cdot R \cdot T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Ukupni volumen plina u posudi je V pa slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \\ V = V_1 + V_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \\ V_2 = V - V_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{V_1}{V - V_1} = \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{V - V_1} = \frac{T_1}{T_2} \cdot T_2 \cdot (V - V_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_1 \cdot T_2 = T_1 \cdot (V - V_1) \Rightarrow V_1 \cdot T_2 = T_1 \cdot V - T_1 \cdot V_1 \Rightarrow V_1 \cdot T_2 + T_1 \cdot V_1 = T_1 \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_1 \cdot (T_2 + T_1) = T_1 \cdot V \Rightarrow V_1 \cdot (T_2 + T_1) = T_1 \cdot V \cdot \frac{1}{T_2 + T_1} \Rightarrow V_1 = \frac{T_1}{T_2 + T_1} \cdot V =$$

$$= \frac{373 \text{ K}}{473 \text{ K} + 373 \text{ K}} \cdot 1 \text{ l} = 0.441 \text{ l}.$$

Tada je

$$\left. \begin{array}{l} V_2 = V - V_1 \\ V = 1 \text{ l} \\ V_1 = 0.441 \text{ l} \end{array} \right\} \Rightarrow V_2 = 1 \text{ l} - 0.441 \text{ l} = 0.559 \text{ l}.$$

Vježba 345

Plin je u posudi od 1 litre uz pomoć adijabatskog klipa podijeljen na dva jednaka dijela koji se zatim zagrijani do 746 K, odnosno do 946 K. Koliki su odgovarajući volumeni nakon pomicanja klipa?

Rezultat: $V_1 = 0.441 \text{ l}$, $V_2 = 0.559 \text{ l}$.

Zadatak 346 (Tina, gimnazija)

U izobarnom se procesu obujam nekog plina poveća dvostruko. Kolika je početna temperatura plina ako konačna temperatura plina iznosi 500 K?

Rješenje 346

$$V_1 = V, \quad V_2 = 2 \cdot V, \quad T_2 = 500 \text{ K}, \quad T_1 = ?$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (**izobarna promjena**), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Budući da je tlak plina stalan (izobarno stanje), izračunat ćemo početnu temperaturu T_1 nakon što mu se obujam povećao dva puta:

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} &\Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \cdot T_1 \cdot T_2 \Rightarrow V_1 \cdot T_2 = V_2 \cdot T_1 \Rightarrow V_2 \cdot T_1 = V_1 \cdot T_2 \Rightarrow V_2 \cdot T_1 = V_1 \cdot T_2 \cdot \frac{1}{V_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow T_1 = \frac{V_1 \cdot T_2}{V_2} = \frac{V \cdot 500 \text{ K}}{2 \cdot V} = \frac{V \cdot 500 \text{ K}}{2 \cdot V} = \frac{500 \text{ K}}{2} = 250 \text{ K}. \end{aligned}$$

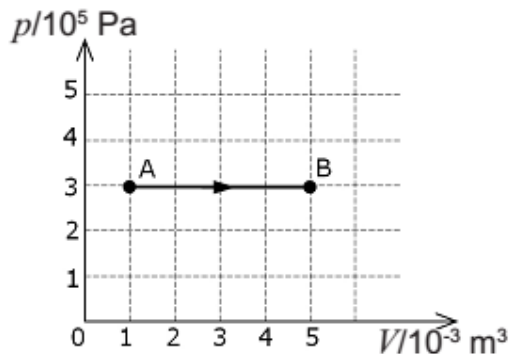
Vježba 346

U izobarnom se procesu obujam nekog plina poveća četverostruko. Kolika je početna temperatura plina ako konačna temperatura plina iznosi 500 K?

Rezultat: 125 K.

Zadatak 347 (Maturant, gimnazija)

Ako se idealnome plinu dovede 3000 J topline, plin prijeđe iz stanja A u stanje B, kao što je prikazano na crtežu. Kolika je promjena unutarnje energije plina?



Rješenje 347

$$Q = 3000 \text{ J}, \quad \Delta U = ?$$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Prvi zakon termodinamike

Toplina Q koju dovodimo nekom sustavu jednaka je zbroju promjene unutarnje energije ΔU sustava i rada W koji obavi sustav.

Prvi zakon termodinamike poseban je slučaj zakona očuvanja energije za situaciju gdje do promjene unutarnje energije dolazi zbog izmjene topline i (ili) zbog obavljanja rada.

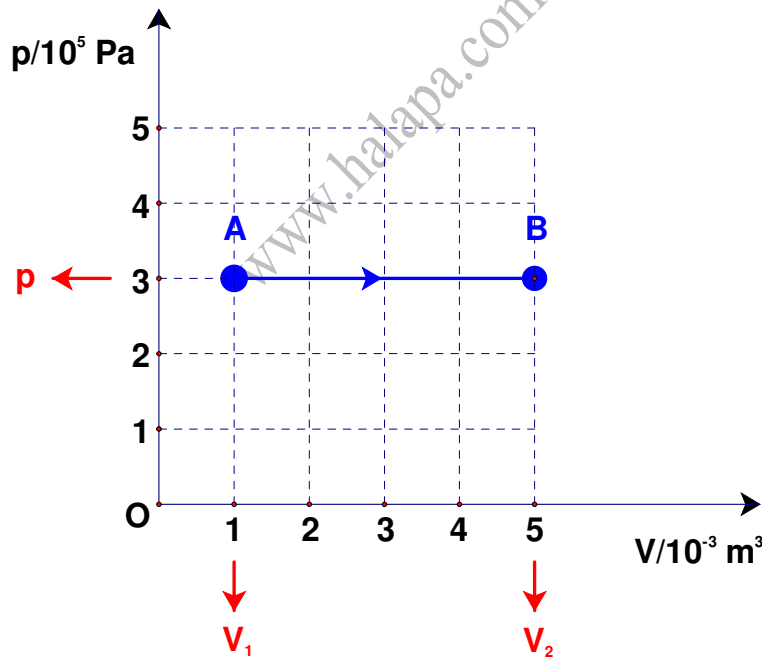
$$Q = \Delta U + W.$$

Pravila:

pozitivno	Simbolički zapis	Opis
Q	$Q > 0$	Toplina se dovodi sustavu.
ΔU	$\Delta U > 0$	Unutarnja energija sustava raste.
W	$W > 0$	Sustav obavlja rad.

Negativno	Simbolički zapis	Opis
Q	$Q < 0$	Toplina se odvodi sustavu.
ΔU	$\Delta U < 0$	Unutarnja energija sustava pada.
W	$W < 0$	Rad se obavlja na sustavu.

Sa slike vidi se



$$p = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad V_1 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad V_2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

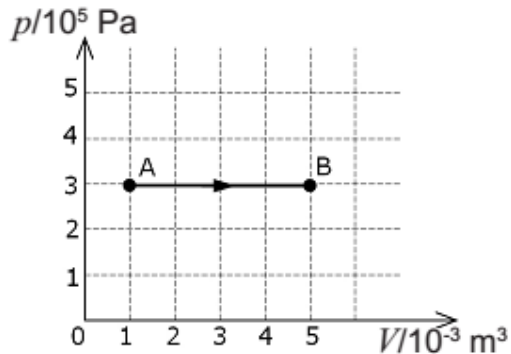
pa slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta V = V_2 - V_1 \\ W = p \cdot \Delta V \\ Q = W + \Delta U \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} W = p \cdot (V_2 - V_1) \\ Q = W + \Delta U \end{array} \right\} \Rightarrow Q = p \cdot (V_2 - V_1) + \Delta U \Rightarrow p \cdot (V_2 - V_1) + \Delta U = Q \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta U = Q - p \cdot (V_2 - V_1) = 3000 \text{ J} - 3 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot (5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 - 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3) = 1800 \text{ J}.$$

Vježba 347

Ako se idealnome plinu dovede 6000 J topline, plin prijeđe iz stanja A u stanje B, kao što je prikazano na crtežu. Kolika je promjena unutarnje energije plina?



Rezultat: 4800 J.

Zadatak 348 (Bug, gimnazija)

U cijevi sa pokretnim klipom nalazi se plin pod tlakom 0.1 MPa. Koliki će biti tlak, ako se obujam plina smanji na $\frac{1}{4}$ početnog obujma? Temperatura se ne mijenja.

Rješenje 348

$$p_1 = 0.1 \text{ MPa} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad V_1 = V, \quad V_2 = \frac{1}{4} \cdot V, \quad T = \text{konst.}, \quad p_2 = ?$$

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle – Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Iz formule vidi se da su tlak i volumen obrnuto razmjerne veličine (koliko se puta tlak poveća, toliko se puta volumen smanji; koliko se puta tlak smanji, toliko se puta volumen poveća).

Računamo tlak p_2 nakon smanjenja obujma plina.

$$\begin{aligned} p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 &\Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{1}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2} = \\ &= \frac{1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot V}{\frac{1}{4} \cdot V} = \frac{1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot V}{\frac{1}{4} \cdot V} = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 0.4 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 0.4 \text{ MPa}. \end{aligned}$$

Vježba 348

U cijevi sa pokretnim klipom nalazi se plin pod tlakom 0.1 MPa. Koliki će biti tlak, ako se obujam plina smanji na $\frac{1}{2}$ početnog obujma? Temperatura se ne mijenja.

Rezultat: 0.2 MPa.

Zadatak 349 (Bug, gimnazija)

Za koliko posto je potrebno povećati tlak plina da bi se njegov obujam, pri stalnoj temperaturi, smanjio za 10%?

Rješenje 349

$$V_1 = V, \quad V_2 = V - 10\% \cdot V = V - 0.10 \cdot V = 0.90 \cdot V, \quad T = \text{konst.}, \quad \Delta p = ?$$

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle – Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Iz formule vidi se da su tlak i volumen obrnuto razmjernje veličine (koliko se puta tlak poveća, toliko se puta volumen smanji; koliko se puta tlak smanji, toliko se puta volumen poveća).

Nakon smanjenja obujma tlak plina p_2 iznositi će:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \cdot \frac{1}{V_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2}.$$

Računamo povećanje tlaka plina u odnosu na početno stanje.

$$\begin{aligned} \Delta p &= p_2 - p_1 \Rightarrow \Delta p = \frac{p_1 \cdot V_1}{V_2} - p_1 \Rightarrow \Delta p = p_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2} - 1 \right) \Rightarrow \Delta p = p_1 \cdot \left(\frac{V}{0.90 \cdot V} - 1 \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta p = p_1 \cdot \left(\frac{V}{0.90 \cdot V} - 1 \right) \Rightarrow \Delta p = p_1 \cdot \left(\frac{1}{0.90} - 1 \right) \Rightarrow \Delta p = p_1 \cdot \left(\frac{1}{\frac{90}{100}} - 1 \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta p = p_1 \cdot \left(\frac{1}{\frac{90}{100}} - 1 \right) \Rightarrow \Delta p = p_1 \cdot \left(\frac{100}{90} - 1 \right) \Rightarrow \Delta p = p_1 \cdot \left(\frac{100}{90} - 1 \right) \Rightarrow \Delta p = p_1 \cdot \left(\frac{10}{9} - 1 \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta p = p_1 \cdot \frac{10-9}{9} \Rightarrow \Delta p = \frac{1}{9} \cdot p_1. \end{aligned}$$

U postotku to iznosi:

$$\Delta p = \frac{1}{9} \cdot p_1 = 0.1111 \cdot p_1 = \frac{11.11}{100} \cdot p_1 = 11.11\% \cdot p_1.$$

Vježba 349

Za koliko posto je potrebno povećati tlak plina da bi se njegov obujam, pri stalnoj temperaturi, smanjio za 20%?

Rezultat: $\Delta p = \frac{1}{4} \cdot p_1 = 25\% \cdot p_1.$

Zadatak 350 (Bug, gimnazija)

Zrak mase 50 g nalazi se u cijevi s pomičnim klipom. Početni obujam zraka je 3 l, a tlak 0.1 MPa. Kolika će biti gustoća zraka ako se pomoću klipa njegov tlak poveća na 0.5 MPa? Temperatura zraka je stalna.

Rješenje 350

$$m = 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg}, \quad V_1 = 3 \text{ l} = 3 \text{ dm}^3 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p_1 = 0.1 \text{ MPa} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \\ p_2 = 0.5 \text{ MPa} = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad T = \text{konst.}, \quad \rho = ?$$

Gustoća ρ neke tvari možemo naći iz omjera mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle – Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Iz formule vidi se da su tlak i volumen obrnuto razmjernje veličine (koliko se puta tlak poveća, toliko se puta volumen smanji; koliko se puta tlak smanji, toliko se puta volumen poveća).

Odredimo obujam V_2 koji zrak ima nakon povećanja tlaka, a zatim izračunamo njegovu gustoću.

Budući da je temperatura stalna, vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \\ \rho = \frac{m}{V_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \cdot \frac{1}{V_2} \\ \rho = \frac{m}{V_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2} \\ \rho = \frac{m}{V_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow \rho = \frac{m}{\frac{p_1 \cdot V_1}{p_2}} \Rightarrow \rho = \frac{m \cdot p_2}{p_1 \cdot V_1} = \\
 = \frac{0.05 \text{ kg} \cdot 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} = 83.33 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 350

Zrak mase 100 g nalazi se u cijevi s pomičnim klipom. Početni obujam zraka je 6 l, a tlak 0.1 MPa. Kolika će biti gustoća zraka ako se pomoću klipa njegov tlak poveća na 0.5 MPa? Temperatura zraka je stalna.

Rezultat: $83.33 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Zadatak 351 (Računalni tehničar, tehnička škola)

Da bismo izmjerili temperaturu u nekoj peći, stavimo u nju na neko vrijeme željeznu kuglu mase 700 g. Kuglu zatim bacimo u kalorimetar u kojemu je 4.5 litara vode temperature 8.3 °C. Kolika je temperatura u peći ako je konačna temperatura u kalorimetru 12.3 °C? Zanimajte gubitke topline prema okolini. (specifični toplinski kapacitet željeza $c_1 = 0.46 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$)

Rješenje 351

$m_1 = 700 \text{ g} = 0.7 \text{ kg}$, $V = 4.5 \text{ l} = 4.5 \text{ dm}^3 \Rightarrow m_2 = 4.5 \text{ kg}$ (za vodu vrijedi $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ kg}$), $t_2 = 8.3 \text{ }^\circ\text{C}$, $t = 12.3 \text{ }^\circ\text{C}$, $c_1 = 0.46 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, $c_2 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, $t_1 = ?$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Kada su u međusobnom dodiru dva tijela različitih temperatura, onda je, prema zakonu o očuvanju energije, povećanje unutarnje energije tijela koje se grije jednako smanjenju unutarnje energije tijela koje se hladi, tj.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t),$$

gdje je t konačna temperatura, tj. temperatura pri kojoj oba tijela postižu toplinsku ravnotežu. Računamo temperaturu peći, tj. temperaturu željezne kugle kada se nalazi u peći.

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) \\ Q_2 &= m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{zakon o očuvanju energije} \\ Q_1 = Q_2 \end{array} \right] \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t) \Rightarrow \\
 \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t) \cdot \frac{1}{m_1 \cdot c_1} \Rightarrow t - t_1 = \frac{m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t)}{m_1 \cdot c_1} \Rightarrow \\
 \Rightarrow -t_1 = \frac{m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t)}{m_1 \cdot c_1} - t \Rightarrow -t_1 = \frac{m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t)}{m_1 \cdot c_1} - t \cdot (-1) \Rightarrow t_1 = -\frac{m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t)}{m_1 \cdot c_1} + t \Rightarrow \\
 \Rightarrow t_1 = \frac{m_2 \cdot c_2 \cdot (t - t_2)}{m_1 \cdot c_1} + t = \frac{4.5 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (12.3 \text{ } ^\circ\text{C} - 8.3 \text{ } ^\circ\text{C})}{0.7 \text{ kg} \cdot 0.46 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} + 12.3 \text{ } ^\circ\text{C} = 246.52 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Vježba 351

Da bismo izmjerili temperaturu u nekoj peći, stavimo u nju na neko vrijeme željeznu kuglu mase 70 dag. Kuglu zatim bacimo u kalorimetar u kojemu je 45 dl vode temperature 8.3 °C. Kolika je temperatura u peći ako je konačna temperatura u kalorimetru 12.3 °C? Zanimarite gubitke topline prema okolini.

Rezultat: 246.52 °C.

Zadatak 352 (Marija, gimnazija)

Posuda volumena 2 m³, pri tlaku 10⁵ Pa i temperaturi 25 °C, sadrži idealni plin. Kolika je masa toga plina? Masa jednoga mola toga plina je 32 g. (plinska konstanta R = 8.314 J / (mol · K))

Rješenje 352

$$V = 2 \text{ m}^3, \quad p = 10^5 \text{ Pa}, \quad t = 25 \text{ } ^\circ\text{C} \Rightarrow T = 273 + t = (273 + 25) \text{ K} = 298 \text{ K}, \\
 M = 32 \text{ g} = 0.032 \text{ kg}, \quad R = 8.314 \text{ J / (mol} \cdot \text{K)}, \quad m = ?$$

Broj atoma i molekula u makroskopskim tijelima je velik i obično se ne izražava brojnošću, već veličinom množina, tj. količina tvari (znak: n). Jedinica za količinu tvari ili množinu je mol (znak: mol). Jednadžba stanja plina, ako je zadana množina n idealnog plina (ili masa plina m i molna masa M), glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad \text{ili} \quad p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$$

gdje je p tlak, V obujam plina, n množina tvari, m masa plina, M molna masa plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina.

Računamo masu m plina.

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow \frac{m}{M} \cdot R \cdot T = p \cdot V \Rightarrow \frac{m}{M} \cdot R \cdot T = p \cdot V \cdot \frac{M}{R \cdot T} \Rightarrow m = \frac{p \cdot V \cdot M}{R \cdot T} = \\
 = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 2 \text{ m}^3 \cdot 0.032 \text{ kg}}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 298 \text{ K}} = 2.583 \text{ kg} = 2583 \text{ g}.$$

Vježba 352

Posuda volumena 4 m³, pri tlaku 10⁵ Pa i temperaturi 25 °C, sadrži idealni plin. Kolika je masa toga plina? Masa jednoga mola toga plina je 16 g.

Rezultat: 2583 g.

Zadatak 353 (DVD, gimnazija)

Toplinski stroj koji radi po Carnotovu kružnom procesu ima djelotvornost 40%. Temperatura hladnijeg spremnika iznosi 17 °C. Za koliko stupnjeva treba povećati temperaturu toplijeg spremnika da bi djelotvornost bila 50%?

Rješenje 353

$$\eta_1 = 40\% = 0.4, \quad t_2 = 17 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = (273 + 17) \text{ K} = 290 \text{ K}, \quad \eta_2 = 50\% = 0.5, \\ \Delta t = ?$$

Kelvinova i Celzijusova ljestvica su dvije različite temperaturne ljestvice.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T \text{ (K)} = \Delta t \text{ (°C)}.$$

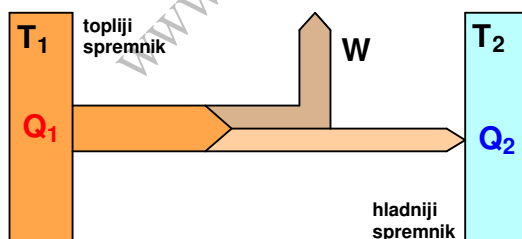
Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plinova i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu Q_1 i preda hladnijem spremniku toplinu Q_2 . Promjena topline $Q_1 - Q_2$ pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad W :

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Korisnost η nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad W , tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su T_1 i T_2 temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Korisnost ne ovisi o vrsti radnog tijela, već samo o razlici temperatura toplijeg i hladnijeg spremnika. Što je ta razlika veća, korisnost je veća.



Temperatura hladnijeg spremnika je T_2 . Računamo temperature T_1 i T_1' toplijeg spremnika kada je djelotvornost toplinskog stroja η_1 i η_2 .

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \frac{T_1 - T_2}{T_1} \\ \eta_2 &= \frac{T_1' - T_2}{T_1'} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \eta_1 &= \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot T_1 \\ \eta_2 &= \frac{T_1' - T_2}{T_1'} \cdot T_1' \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \eta_1 \cdot T_1 &= T_1 - T_2 \\ \eta_2 \cdot T_1' &= T_1' - T_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} T_1 - T_2 &= \eta_1 \cdot T_1 \\ T_1' - T_2 &= \eta_2 \cdot T_1' \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{aligned} T_1 - \eta_1 \cdot T_1 &= T_2 \\ T_1' - \eta_2 \cdot T_1' &= T_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} T_1 \cdot (1 - \eta_1) &= T_2 \\ T_1' \cdot (1 - \eta_2) &= T_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} T_1 \cdot (1 - \eta_1) &= T_2 \cdot \frac{1}{1 - \eta_1} \\ T_1' \cdot (1 - \eta_2) &= T_2 \cdot \frac{1}{1 - \eta_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} T_1 &= \frac{T_2}{1-\eta_1} \\ T_1' &= \frac{T_2}{1-\eta_2} \end{aligned} \right\}$$

Povećanje temperature toplijeg spremnika jednako je razlici temperatura T_1' i T_1 .

$$\begin{aligned} T_1' - T_2 &= \frac{T_2}{1-\eta_2} - \frac{T_2}{1-\eta_1} \Rightarrow T_1' - T_2 = T_2 \cdot \left(\frac{1}{1-\eta_2} - \frac{1}{1-\eta_1} \right) = \\ &= 290 \text{ K} \cdot \left(\frac{1}{1-0.5} - \frac{1}{1-0.4} \right) = 96.67 \text{ K} \approx 97 \text{ K}. \end{aligned}$$

Promjena temperature u K jednak je promjeni u °C pa je promjena 97 °C.

Vježba 353

Toplinski stroj koji radi po Carnotovu kružnom procesu ima djelotvornost 40%. Temperatura hladnijeg spremnika iznosi 17 °C. Za koliko stupnjeva treba povećati temperaturu toplijeg spremnika da bi djelotvornost bila 60%?

Rezultat: 241.67 °C.

Zadatak 354 (DVD, gimnazija)

Toplinski stroj radi po Carnotovu kružnom procesu. Tijekom jednog ciklusa dobije se mehanički rad od 73.5 kJ. Temperatura toplijeg spremnika je 100 °C, a hladnijeg 0 °C. Koliku količinu topline daje topliji spremnik?

Rješenje 354

$$W = 73.5 \text{ kJ} = 73\,500 \text{ J}, \quad t_1 = 100 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = (273 + 100) \text{ K} = 373 \text{ K}, \\ t_2 = 0 \text{ °C} \Rightarrow T_2 = 273 + t_2 = (273 + 0) \text{ K} = 273 \text{ K}, \quad Q_1 = ?$$

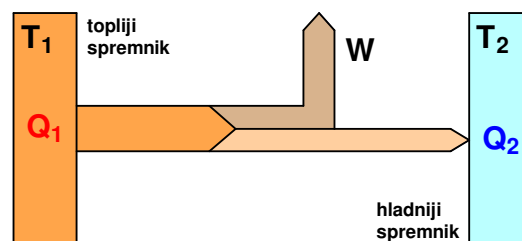
Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plinova i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu Q_1 i preda hladnijem spremniku toplinu Q_2 . Promjena topline $Q_1 - Q_2$ pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad W :

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Korisnost η nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad W , tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{W}{Q_1}, \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su T_1 i T_2 temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Korisnost ne ovisi o vrsti radnog tijela, već samo o razlici temperatura toplijeg i hladnijeg spremnika. Što je ta razlika veća, korisnost je veća.



Računamo Q_1 količinu topline koju daje topliji spremnik.

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{W}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{W}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot \frac{1}{Q_1 \cdot T_1} \Rightarrow W \cdot T_1 = Q_1 \cdot (T_1 - T_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_1 \cdot (T_1 - T_2) = W \cdot T_1 \Rightarrow Q_1 \cdot (T_1 - T_2) = W \cdot T_1 \cdot \frac{1}{T_1 - T_2} \Rightarrow Q_1 = \frac{W \cdot T_1}{T_1 - T_2} =$$

$$= \frac{73500 \text{ J} \cdot 372 \text{ K}}{373 \text{ K} - 273 \text{ K}} = 274155 \text{ J} = 274.155 \text{ kJ} \approx 274 \text{ kJ}.$$

Vježba 354

Toplinski stroj radi po Carnotovu kružnom procesu. Tijekom jednog ciklusa dobije se mehanički rad od 0.0735 MJ. Temperatura toplijeg spremnika je 100 °C, a hladnijeg 0 °C. Koliku količinu topline daje topliji spremnik?

Rezultat: 274 kJ.

Zadatak 355 (DVD, gimnazija)

Toplinski stroj koji radi po Carnotovu kružnom procesu ima djelotvornost 22%. On radi između spremnika čija je temperaturna razlika 75 °C. Kolike su temperature spremnika iskazane u °C?

Rješenje 355

$$\eta = 22\% = 0.22, \quad \Delta t = 75 \text{ °C} \Rightarrow \Delta T = 75 \text{ K}, \quad t_1 = ?, \quad t_2 = ?$$

Kelvinova i Celzijusova ljestvica su dvije različite temperaturne ljestvice.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T (\text{K}) = \Delta t (\text{°C}).$$

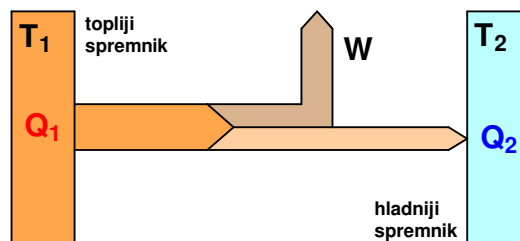
Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plinova i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu Q_1 i preda hladnijem spremniku toplinu Q_2 . Promjena topline $Q_1 - Q_2$ pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad W :

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Korisnost η nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad W , tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{W}{Q_1}, \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su T_1 i T_2 temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Korisnost ne ovisi o vrsti radnog tijela, već samo o razlici temperatura toplijeg i hladnijeg spremnika. Što je ta razlika veća, korisnost je veća.



Najprije izračunamo temperature T_1 i T_2 .

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = \frac{\Delta T}{T_1} \Rightarrow \eta = \frac{\Delta T}{T_1} \cdot \frac{T_1}{\eta} \Rightarrow T_1 = \frac{\Delta T}{\eta} = \frac{75 \text{ K}}{0.22} = 340.9 \text{ K}.$$

Računamo T_2 .

$$\Delta T = T_1 - T_2 \Rightarrow T_2 = T_1 - \Delta T = 340.9 \text{ K} - 75 \text{ K} = 265.9 \text{ K}.$$

Sada pretvaramo u $^{\circ}\text{C}$.

$$\left. \begin{aligned} t_1 = T_1 - 273 &\Rightarrow t_1 = (340.9 - 273) \text{ }^{\circ}\text{C} \Rightarrow t_1 = 67.9 \text{ }^{\circ}\text{C} \approx 68 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ t_2 = T_2 - 273 &\Rightarrow t_2 = (265.9 - 273) \text{ }^{\circ}\text{C} \Rightarrow t_2 = -7.1 \text{ }^{\circ}\text{C} \approx -7 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{aligned} \right\}$$

Vježba 355

Toplinski stroj koji radi po Carnotovu kružnom procesu ima djelotvornost 220%. On radi između spremnika čija je temperaturna razlika 75 $^{\circ}\text{C}$. Kolike su temperature spremnika iskazane u $^{\circ}\text{C}$?

Rezultat: $t_1 = 68 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $t_2 = -7 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

Zadatak 356 (Ivy, gimnazija)

U 200 g vode, zagrijane na 100 $^{\circ}\text{C}$, bacimo 40 g leda od 0 $^{\circ}\text{C}$. Do koje će se temperature ohladiti voda? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$)

Rješenje 356

$$m_1 = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}, \quad t_1 = 100 \text{ }^{\circ}\text{C}, \quad m_2 = 40 \text{ g} = 0.04 \text{ kg}, \quad t_2 = 0 \text{ }^{\circ}\text{C}, \\ c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad \lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}, \quad t = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q_t = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Količina topline Q_1 koju voda izgubi kada stavljamo led u nju jednaka je zbroju topline taljenja leda Q_2 i topline Q_3 potrebne za zagrijavanje vode nastale od leda do temperature smjese.

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_2 + Q_3 \Rightarrow m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t) = m_2 \cdot \lambda + m_2 \cdot c \cdot (t - t_2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_1 \cdot c \cdot t_1 - m_1 \cdot c \cdot t = m_2 \cdot \lambda + m_2 \cdot c \cdot t - m_2 \cdot c \cdot t_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -m_1 \cdot c \cdot t - m_2 \cdot c \cdot t = m_2 \cdot \lambda - m_2 \cdot c \cdot t_2 - m_1 \cdot c \cdot t_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -m_1 \cdot c \cdot t - m_2 \cdot c \cdot t = m_2 \cdot \lambda - m_2 \cdot c \cdot t_2 - m_1 \cdot c \cdot t_1 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_1 \cdot c \cdot t + m_2 \cdot c \cdot t = -m_2 \cdot \lambda + m_2 \cdot c \cdot t_2 + m_1 \cdot c \cdot t_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow t \cdot c \cdot (m_1 + m_2) = m_2 \cdot c \cdot t_2 + m_1 \cdot c \cdot t_1 - m_2 \cdot \lambda \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow t \cdot c \cdot (m_1 + m_2) &= m_2 \cdot c \cdot t_2 + m_1 \cdot c \cdot t_1 - m_2 \cdot \lambda \cdot \frac{1}{c \cdot (m_1 + m_2)} \Rightarrow \\ \Rightarrow t &= \frac{m_2 \cdot c \cdot t_2 + m_1 \cdot c \cdot t_1 - m_2 \cdot \lambda}{c \cdot (m_1 + m_2)} = \\ &= \frac{0.04 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0^\circ \text{C} + 0.2 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 100^\circ \text{C} - 0.04 \text{ kg} \cdot 3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}}{4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (0.2 \text{ kg} + 0.04 \text{ kg})} = \\ &= 70.2^\circ \text{C}. \end{aligned}$$

Vježba 356

U 20 dag vode, zagrijane na 100°C , bacimo 4 dag leda od 0°C . Do koje će se temperature ohladiti voda? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$)

Rezultat: 70.2°C .

Zadatak 357 (Ivy, gimnazija)

Koliko grama leda od 0°C treba staviti u 1 kg vode od 28°C da je ohladimo na 10°C ? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$)

Rješenje 357

$$t_1 = 0^\circ \text{C}, \quad m_1 = 1 \text{ kg}, \quad t_2 = 28^\circ \text{C}, \quad t = 10^\circ \text{C}, \quad c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \\ \lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}, \quad m_2 = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q_t = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Količina topline Q_1 koju voda izgubi kada stavljamo led u nju jednaka je zbroju topline taljenja leda Q_2 i topline Q_3 potrebne za zagrijavanje vode nastale od leda do temperature smjese.

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_2 + Q_3 \Rightarrow m_1 \cdot c \cdot (t_2 - t) = m_2 \cdot \lambda + m_2 \cdot c \cdot (t - t_1) \Rightarrow \\ \Rightarrow m_2 \cdot \lambda + m_2 \cdot c \cdot (t - t_1) &= m_1 \cdot c \cdot (t_2 - t) \Rightarrow m_2 \cdot (\lambda + c \cdot (t - t_1)) = m_1 \cdot c \cdot (t_2 - t) \Rightarrow \\ \Rightarrow m_2 \cdot (\lambda + c \cdot (t - t_1)) &= m_1 \cdot c \cdot (t_2 - t) \cdot \frac{1}{\lambda + c \cdot (t - t_1)} \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 \cdot c \cdot (t_2 - t)}{\lambda + c \cdot (t - t_1)} = \end{aligned}$$

$$= \frac{1 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (28^{\circ}\text{C} - 10^{\circ}\text{C})}{3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (10^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C})} = 0.203 \text{ kg} = 203 \text{ g}.$$

Vježba 357

Koliko grama leda od 0°C treba staviti u 100 dag vode od 28°C da je ohladimo na 10°C ? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$)

Rezultat: 203 g.

Zadatak 358 (Ivy, gimnazija)

Koliko je topline potrebno da iz 3 kg leda od -5°C dobijemo vodu od 10°C ? (specifični toplinski kapacitet vode $c_1 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet leda $c_2 = 2.1 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$)

Rješenje 358

$$m = 3 \text{ kg}, \quad t_1 = -5^{\circ}\text{C}, \quad t = 0^{\circ}\text{C}, \quad t_2 = 10^{\circ}\text{C}, \quad c_1 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \\ c_2 = 2.1 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad \lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}, \quad Q = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q_t = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Količina topline Q potrebna da se iz leda temperature t_1 dobije voda temperature t_2 sastoji se od:

- topline zagrijavanja leda

$$Q_1 = m \cdot c_2 \cdot (t - t_1)$$

- topline taljenja leda

$$Q_2 = m \cdot \lambda$$

- topline zagrijavanja vode

$$Q_3 = m \cdot c_1 \cdot (t_2 - t).$$

Zato je:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q = m \cdot c_2 \cdot (t - t_1) + m \cdot \lambda + m \cdot c_1 \cdot (t_2 - t) \Rightarrow \\ \Rightarrow Q = m \cdot [c_2 \cdot (t - t_1) + \lambda + c_1 \cdot (t_2 - t)] = \\ = 3 \text{ kg} \cdot \left[2.1 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (0^{\circ}\text{C} - (-5^{\circ}\text{C})) + 3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (10^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C}) \right] =$$

$$= 1.15 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

Vježba 358

Koliko je topline potrebno da iz 300 dag leda od -5°C dobijemo vodu od 10°C ? (specifični toplinski kapacitet vode $c_1 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet leda $c_2 = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$)

Rezultat: $1.15 \cdot 10^6 \text{ J.}$

Zadatak 359 (Ivy, gimnazija)

Bakrena kugla od 320 g ugrijava se na 100°C i zatim stavlja u šupljinu komada leda od 0°C . Koliko će leda ona rastaliti? (specifični toplinski kapacitet bakra $c = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$)

Rješenje 359

$$m_1 = 320 \text{ g} = 0.32 \text{ kg}, \quad t_1 = 100^\circ\text{C}, \quad t = 0^\circ\text{C}, \quad c = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)},$$

$$\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}, \quad m_2 = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q_t = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Zbog zakona očuvanja energije količina topline Q_1 koju bakrena kugla izgubi jednaka je količini topline Q_2 koju led dobije.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t) = m_2 \cdot \lambda \Rightarrow m_2 \cdot \lambda = m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot \lambda = m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t) \cdot \frac{1}{\lambda} \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t)}{\lambda} =$$

$$= \frac{0.32 \text{ kg} \cdot 0.38 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C})}{3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 0.037 \text{ kg} = 37 \text{ g.}$$

Vježba 359

Bakrena kugla od 0.32 kg ugrijava se na 100°C i zatim stavlja u šupljinu komada leda od 0°C . Koliko će leda ona rastaliti? (specifični toplinski kapacitet bakra $c = 0.38 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$)

Rezultat: 37 g.

Zadatak 360 (Ivy, gimnazija)

U 200 g vode, zagrijane na 100 °C, bacimo 40 g leda od 0 °C. Do koje će se temperature ohladiti voda? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$)

Rješenje 360

$$m_1 = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}, \quad t_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}, \quad m_2 = 40 \text{ g} = 0.04 \text{ kg}, \quad t_2 = 0 \text{ }^\circ\text{C}, \\ c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad \lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}, \quad t = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q_t = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Količina topline Q_1 koju voda izgubi kada stavljamo led u nju jednaka je zbroju topline taljenja leda Q_2 i topline Q_3 potrebne za zagrijavanje vode nastale od leda do temperature smjese.

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_2 + Q_3 \Rightarrow m_1 \cdot c \cdot (t_1 - t) = m_2 \cdot \lambda + m_2 \cdot c \cdot (t - t_2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_1 \cdot c \cdot t_1 - m_1 \cdot c \cdot t = m_2 \cdot \lambda + m_2 \cdot c \cdot t - m_2 \cdot c \cdot t_2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -m_1 \cdot c \cdot t - m_2 \cdot c \cdot t = m_2 \cdot \lambda - m_2 \cdot c \cdot t_2 - m_1 \cdot c \cdot t_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -m_1 \cdot c \cdot t - m_2 \cdot c \cdot t = m_2 \cdot \lambda - m_2 \cdot c \cdot t_2 - m_1 \cdot c \cdot t_1 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_1 \cdot c \cdot t + m_2 \cdot c \cdot t = -m_2 \cdot \lambda + m_2 \cdot c \cdot t_2 + m_1 \cdot c \cdot t_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow t \cdot c \cdot (m_1 + m_2) = m_2 \cdot c \cdot t_2 + m_1 \cdot c \cdot t_1 - m_2 \cdot \lambda \Rightarrow \\ &\Rightarrow t \cdot c \cdot (m_1 + m_2) = m_2 \cdot c \cdot t_2 + m_1 \cdot c \cdot t_1 - m_2 \cdot \lambda \quad / \cdot \frac{1}{c \cdot (m_1 + m_2)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow t = \frac{m_2 \cdot c \cdot t_2 + m_1 \cdot c \cdot t_1 - m_2 \cdot \lambda}{c \cdot (m_1 + m_2)} = \\ &= \frac{0.04 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 0 \text{ }^\circ\text{C} + 0.2 \text{ kg} \cdot 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 100 \text{ }^\circ\text{C} - 0.04 \text{ kg} \cdot 3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}}{4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (0.2 \text{ kg} + 0.04 \text{ kg})} = \\ &= 70.2 \text{ }^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Vježba 360

U 20 dag vode, zagrijane na 100 °C, bacimo 4 dag leda od 0 °C. Do koje će se temperature ohladiti voda? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4.19 \cdot 10^3 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$)

Rezultat: 70.2 °C.

www.halapa.com