

Zadatak 381 (Omega, tehnička škola)

Nađi broj molekula vodika u posudi obujma 1 cm^3 ako je tlak plina na stijenke posude $2.7 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, a srednja brzina molekula 2400 m/s . (masa molekule vodika (H_2) $m_1 = 3.35 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

Rješenje 381

$$V = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3, \quad p = 2.7 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad \bar{v} = 2400 \text{ m/s}, \quad m_1 = 3.35 \cdot 10^{-27} \text{ kg},$$

$N = ?$

Pomoću kinetičke teorije plinova možemo tlak plina izraziti pomoću impulsa molekula na stijenke posude.

$$p = \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m_1 \cdot \bar{v}^2,$$

gdje je N broj molekula plina, V obujam plina, m_1 masa molekule, \bar{v}^2 srednja vrijednost kvadrata molekulske brzine.

$$p = \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m_1 \cdot \bar{v}^2 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m_1 \cdot \bar{v}^2 = p \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m_1 \cdot \bar{v}^2 = p \cdot \frac{3 \cdot V}{m_1 \cdot \bar{v}^2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow N = \frac{3 \cdot p \cdot V}{m_1 \cdot \bar{v}^2} = \frac{3 \cdot 2.7 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}{3.35 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \left(2400 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 4.198 \cdot 10^{18} \approx 4.2 \cdot 10^{18} \text{ molekula.}$$

Vježba 381

Nađi broj molekula vodika u posudi obujma 0.001 dm^3 ako je tlak plina na stijenke posude 27 kPa , a srednja brzina molekula 2400 m/s . (masa molekule vodika (H_2) $m_1 = 3.35 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

Rezultat: $4.2 \cdot 10^{18}$ molekula.

Zadatak 382 (Omega, tehnička škola)

U 1 cm^3 plina ima $1.45 \cdot 10^{12}$ molekula. Srednja kinetička energija molekula pri njihovu nesređenom gibanju je $1.242 \cdot 10^{-20} \text{ J}$. Odredi tlak kojim plin pritišće na stijenke posude.

Rješenje 382

$$V = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3, \quad N = 1.45 \cdot 10^{12}, \quad \bar{E}_k = 1.242 \cdot 10^{-20} \text{ J}, \quad p = ?$$

Pomoću kinetičke teorije plinova možemo tlak plina izraziti pomoću impulsa molekula na stijenke posude.

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \bar{E}_k,$$

gdje je N broj molekula plina, V obujam plina, \bar{E}_k srednja kinetička energija jedne molekule.

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot \bar{E}_k = \frac{2}{3} \cdot \frac{1.45 \cdot 10^{12}}{10^{-6} \text{ m}^3} \cdot 1.242 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0.012 \text{ Pa.}$$

Vježba 382

U 1000 mm^3 plina ima $1.45 \cdot 10^{12}$ molekula. Srednja kinetička energija molekula pri njihovu nesređenom gibanju je $1.242 \cdot 10^{-20} \text{ J}$. Odredi tlak kojim plin pritišće na stijenke posude.

Rezultat: 0.012 Pa .

Zadatak 383 (Omega, tehnička škola)

Pri tlaku $1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ gustoća kisika iznosi 1.43 kg/m^3 . Izračunaj srednju kvadratnu brzinu gibanja molekula.

Rješenje 383

$$p = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad \rho = 1.43 \text{ kg} / \text{m}^3, \quad \bar{v} = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz kvocijenta mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Pomoću kinetičke teorije plinova možemo tlak plina izraziti pomoću impulsa molekula na stijenke posude.

$$p = \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m_1 \cdot \bar{v}^2,$$

gdje je N broj molekula plina, V obujam plina, m_1 masa molekule, \bar{v}^2 srednja vrijednost kvadrata molekulske brzine.

$$\left. \begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ p = \frac{1}{3} \cdot \frac{N}{V} \cdot m_1 \cdot \bar{v}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ p = \frac{1}{3} \cdot \frac{N \cdot m_1}{V} \cdot \bar{v}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{masa plina} \\ m = N \cdot m_1 \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ p = \frac{1}{3} \cdot \frac{m}{V} \cdot \bar{v}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot \bar{v}^2 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot \bar{v}^2 = p \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot \bar{v}^2 = p \cdot \frac{3}{\rho} \Rightarrow \bar{v}^2 = \frac{3 \cdot p}{\rho} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot p}{\rho}} \Rightarrow \bar{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1.43 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 460.996 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 461 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 383

Pri tlaku $2.026 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ gustoća kisika iznosi $2.86 \text{ kg} / \text{m}^3$. Izračunaj srednju kvadratnu brzinu gibanja molekula.

Rezultat: 461 m / s.

Zadatak 384 (Ivha, gimnazija)

Koliko leda temperature $-5 \text{ }^\circ\text{C}$ treba ubaciti u 200 g vode temperature $20 \text{ }^\circ\text{C}$ da se temperatura vode nakon otapanja leda i uspostave toplinske ravnoteže snizi na $15 \text{ }^\circ\text{C}$? Gubitke zanemarujemo. (toplina taljenja leda $\lambda = 335 \text{ kJ} / \text{kg}$, specifični toplinski kapacitet leda $c_1 = 2093 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$, specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4190 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$)

Rješenje 384

$$t_1 = -5 \text{ }^\circ\text{C}, \quad m_2 = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}, \quad t_2 = 20 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t = 0 \text{ }^\circ\text{C} \text{ talište leda}, \quad \tau = 15 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$\lambda = 335 \text{ kJ} / \text{kg} = 335000 \text{ J} / \text{kg}, \quad c_1 = 2093 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K}), \quad c_2 = 4190 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K}), \quad m_1 = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q_t = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.

- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kada su u međusobnom dodiru dva tijela različitih temperatura, onda je, prema zakonu o očuvanju energije, povećanje unutarnje energije tijela koje se grije jednako smanjenju unutarnje energije tijela koje se hladi, tj.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t),$$

gdje je t konačna temperatura, tj. temperatura pri kojoj oba tijela postižu toplinsku ravnotežu.

Proces pretvaranja leda u vodu zadane temperature sastoji se od tri koraka:

- zagrijavanje leda do tališta (temperature t)

$$Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1)$$

- taljenje leda

$$Q_2 = m_1 \cdot \lambda$$

- zagrijavanje nastale vode mase m_1 do temperature toplinske ravnoteže τ

$$Q_3 = m_1 \cdot c_2 \cdot (\tau - t).$$

Snizavanjem temperature vode mase m_2 od t_2 na temperaturu toplinske ravnoteže τ dobije se toplina

$$Q = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - \tau)$$

koja služi za grijanje leda do temperature tališta t , otapanje leda i grijanje nastale vode do temperature τ .

$$\begin{aligned} Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q &\Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) + m_1 \cdot \lambda + m_1 \cdot c_2 \cdot (\tau - t) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - \tau) \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_1 \cdot (c_1 \cdot (t - t_1) + \lambda + c_2 \cdot (\tau - t)) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - \tau) \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_1 \cdot (c_1 \cdot (t - t_1) + \lambda + c_2 \cdot (\tau - t)) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - \tau) \cdot \frac{1}{c_1 \cdot (t - t_1) + \lambda + c_2 \cdot (\tau - t)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_1 = \frac{m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - \tau)}{c_1 \cdot (t - t_1) + \lambda + c_2 \cdot (\tau - t)} = \\ &= \frac{0.2 \text{ kg} \cdot 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (20 - 15) \text{ K}}{2093 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (0 - (-5)) \text{ K} + 335000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (15 - 0) \text{ K}} = 0.01026 \text{ kg} = 10.26 \text{ g}. \end{aligned}$$

Vježba 384

Koliko leda temperature -5°C treba ubaciti u 20 dag vode temperature 20°C da se temperatura vode nakon otapanja leda i uspostave toplinske ravnoteže snizi na 15°C ? Gubitke zanemarujemo. (toplina taljenja leda $\lambda = 335 \text{ kJ / kg}$, specifični toplinski kapacitet leda $c_1 = 2093 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$)

Rezultat: 10.26 g.

Zadatak 385 (Ivha, gimnazija)

Kilogram leda temperature -15°C ubaci se u vodu temperature 30°C . Kolika je masa vode ako je nakon otapanja leda i uspostave toplinske ravnoteže temperatura smjese 15°C ? Gubitke zanemarujemo. (toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$, specifični toplinski kapacitet leda $c_1 = 2100 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$)

Rješenje 385

$$m_1 = 1 \text{ kg}, \quad t_1 = -15^\circ\text{C}, \quad t_2 = 30^\circ\text{C}, \quad t = 0^\circ\text{C} \text{ talište leda}, \quad \tau = 15^\circ\text{C},$$

$$\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J / kg}, \quad c_1 = 2100 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad c_2 = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad m_2 = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Toplinu koju moramo predati čvrstom tijelu mase m da bi se ono rastalilo možemo izračunati iz izraza

$$Q_f = m \cdot \lambda,$$

gdje je λ specifična toplina taljenja.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kada su u međusobnom dodiru dva tijela različitih temperatura, onda je, prema zakonu o očuvanju energije, povećanje unutarnje energije tijela koje se grije jednako smanjenju unutarnje energije tijela koje se hladi, tj.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t),$$

gdje je t konačna temperatura, tj. temperatura pri kojoj oba tijela postižu toplinsku ravnotežu.

Proces pretvaranja leda u vodu zadane temperature sastoji se od tri koraka:

- zagrijavanje leda do tališta (temperature t)

$$Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1)$$

- taljenje leda

$$Q_2 = m_1 \cdot \lambda$$

- zagrijavanje nastale vode mase m_1 do temperature toplinske ravnoteže τ

$$Q_3 = m_1 \cdot c_2 \cdot (\tau - t).$$

Snižavanjem temperature vode mase m_2 od t_2 na temperaturu toplinske ravnoteže τ dobije se toplina

$$Q = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - \tau)$$

koja služi za grijanje leda do temperature tališta t , otapanje leda i grijanje nastale vode do temperature τ .

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) + m_1 \cdot \lambda + m_1 \cdot c_2 \cdot (\tau - t) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - \tau) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot (c_1 \cdot (t - t_1) + \lambda + c_2 \cdot (\tau - t)) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - \tau) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - \tau) = m_1 \cdot (c_1 \cdot (t - t_1) + \lambda + c_2 \cdot (\tau - t)) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - \tau) = m_1 \cdot (c_1 \cdot (t - t_1) + \lambda + c_2 \cdot (\tau - t)) \cdot \frac{1}{c_2 \cdot (t_2 - \tau)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{m_1 \cdot (c_1 \cdot (t - t_1) + \lambda + c_2 \cdot (\tau - t))}{c_2 \cdot (t_2 - \tau)} =$$

$$= \frac{1 \text{ kg} \cdot \left(2100 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (0 - (-15)) \text{ K} + 3.3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (15 - 0) \text{ K} \right)}{4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (30 - 0) \text{ K}} = 3.4 \text{ kg}.$$

Vježba 385

Tisuću grama leda temperature -15°C ubaci se u vodu temperature 30°C . Kolika je masa vode ako je nakon otapanja leda i uspostave toplinske ravnoteže temperatura smjese 15°C ? Gubitke zanemarujemo. (toplina taljenja leda $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$, specifični toplinski kapacitet leda $c_1 = 2100 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4190 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$)

Rezultat: 3.4 kg.

Zadatak 386 (Ivha, gimnazija)

Da bi se određena masa neke tvari zagrijala od 20°C do 80°C potrebno je četiri puta manje energije nego za zagrijavanje jednake mase vode od 20°C do vrenja. Koliki je specifični toplinski kapacitet te tvari? (specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4190 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$)

Rješenje 386

$m_1 = m$, $t_1 = 20^\circ\text{C}$, $t_2 = 80^\circ\text{C}$, $m_2 = m$, $t_3 = 20^\circ\text{C}$, $t_4 = 100^\circ\text{C}$ **vrelište vode**,
 $c_2 = 4190 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$, $c_1 = ?$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Računamo toplinu:

- Q_1 potrebnu da se tvar mase m_1 zagrije od temperature t_1 do t_2 .

$$Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow Q_1 = m \cdot c_1 \cdot (t_2 - t_1)$$

- Q_2 potrebnu da se voda mase m_2 zagrije od temperature t_3 do vrelišta t_4 .

$$Q_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_4 - t_3) \Rightarrow Q_2 = m \cdot c_2 \cdot (t_4 - t_3).$$

Iz uvjeta zadatka slijedi da je toplina Q_1 četiri puta manja od Q_2 .

$$Q_1 = \frac{1}{4} \cdot Q_2 \Rightarrow m \cdot c_1 \cdot (t_2 - t_1) = \frac{1}{4} \cdot m \cdot c_2 \cdot (t_4 - t_3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot c_1 \cdot (t_2 - t_1) = \frac{1}{4} \cdot m \cdot c_2 \cdot (t_4 - t_3) / \frac{1}{m \cdot (t_2 - t_1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c_1 = \frac{c_2 \cdot (t_4 - t_3)}{4 \cdot (t_2 - t_1)} = \frac{4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 20) \text{ K}}{4 \cdot (80 - 20) \text{ K}} = 1396.67 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \approx 1397 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}.$$

Vježba 386

Da bi se određena masa neke tvari zagrijala od 30°C do 90°C potrebno je četiri puta manje energije nego za zagrijavanje jednake mase vode od 20°C do vrenja. Koliki je specifični toplinski kapacitet te tvari? (specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4190 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$)

Rezultat: $1397 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

Zadatak 387 (Oggy, gimnazija)

Početna temperatura idealnog plina je 20 °C, a početni volumen je 0.2 litre pri tlaku 1.2 bara. Ekspanzijom pri tome tlaku obavi se rad od 90 J. Odredi konačni volumen i temperaturu.

Rješenje 387

$$t_1 = 20 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = (273 + 20) \text{ K} = 293 \text{ K}, \quad V_1 = 0.2 \text{ l} = 0.2 \text{ dm}^3 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \\ p = 1.2 \text{ bar} = 1.2 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad W = 90 \text{ J}, \quad V_2 = ?, \quad t_2 = ?$$

Kad plinu dovodimo toplinu uz stalan tlak (izobarna promjena), plin se rasteže i obavlja rad koji je jednak

$$W = p \cdot \Delta V \Rightarrow W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Kad je tlak plina stalan, a mijenja se temperatura (izobarna promjena), obujam dane mase plina mijenjat će se prema Gay – Lussacovu [Gej – Lisak] zakonu. Jednadžba u termodinamičkoj ljestvici temperature glasi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Računamo volumen V_2 .

$$W = p \cdot (V_2 - V_1) \Rightarrow p \cdot (V_2 - V_1) = W \Rightarrow p \cdot (V_2 - V_1) = W \cdot \frac{1}{p} \Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{W}{p} \Rightarrow \\ \Rightarrow V_2 = \frac{W}{p} + V_1 = \frac{90 \text{ J}}{1.2 \cdot 10^5 \text{ Pa}} + 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 0.00095 \text{ m}^3 = 0.95 \text{ dm}^3 = 0.95 \text{ l}.$$

Budući da se plin izobarno širio, njegova konačna temperatura t_2 iznosi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \cdot \frac{T_2 \cdot T_1}{V_1} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2 \cdot T_1}{V_1} = \frac{0.95 \text{ l} \cdot 293 \text{ K}}{0.2 \text{ l}} = 1392 \text{ K}.$$

Preračunavamo u °C.

$$T_2 = 1392 \text{ K} \Rightarrow t_2 = T_2 - 273 = (1392 - 273) \text{ °C} = 1119 \text{ °C}.$$

Vježba 387

Početna temperatura idealnog plina je 20 °C, a početni volumen je 200 cm³ pri tlaku 1.2 bara. Ekspanzijom pri tome tlaku obavi se rad od 90 J. Odredi konačni volumen i temperaturu.

Rezultat: 0.95 L, 1110 °C.

Zadatak 388 (Lara, gimnazija)

Koliko molekula plina ima u posudi obujma 5 litara? Plin je pod tlakom 0.2 MPa na temperaturi 27 °C. (plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J / (mol} \cdot \text{K)}$, Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J / K}$, Avogadrova konstanta $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)

Rješenje 388

$$V = 5 \text{ l} = 5 \text{ dm}^3 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad p = 0.2 \text{ MPa} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \\ t = 27 \text{ °C} \Rightarrow T = 273 + t = (273 + 27) \text{ K} = 300 \text{ K}, \quad R = 8.314 \text{ J / (mol} \cdot \text{K)}, \\ k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J / K}, \quad N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \quad N = ?$$

Broj atoma i molekula u makroskopskim tijelima je velik i obično se ne izražava brojnošću, već veličinom množina, tj. količina tvari (znak: n). Jedinica za količinu tvari ili množinu je mol (znak: mol). Jedan mol bilo koje tvari sadrži jednak broj jedinki (molekula, atoma itd.) i to $6.022 \cdot 10^{23}$, što je brojčana vrijednost Avogadrove konstante $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Broj jedinki N u množini tvari n iznosi:

$$N = n \cdot N_A.$$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana množina n idealnog plina, glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak, V obujam plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina. Jednadžbu plinskog stanja možemo iskazati i brojem N molekula u obliku

$$p \cdot V = k_B \cdot N \cdot T,$$

gdje je k_B Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J / K}$.

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} N = n \cdot N_A \\ p \cdot V = n \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} n \cdot N_A = N \\ p \cdot V = n \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} n \cdot N_A = N \cdot \frac{1}{N_A} \\ p \cdot V = n \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} n = \frac{N}{N_A} \\ p \cdot V = n \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow p \cdot V = \frac{N}{N_A} \cdot R \cdot T \Rightarrow \frac{N}{N_A} \cdot R \cdot T = p \cdot V \Rightarrow \frac{N}{N_A} \cdot R \cdot T = p \cdot V \cdot \frac{N_A}{R \cdot T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{p \cdot V \cdot N_A}{R \cdot T} = \frac{2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 300 \text{ K}} = 2.4 \cdot 10^{23} \text{ molekula.}$$

2. inačica

$$p \cdot V = k_B \cdot N \cdot T \Rightarrow k_B \cdot N \cdot T = p \cdot V \Rightarrow k_B \cdot N \cdot T = p \cdot V \cdot \frac{1}{k_B \cdot T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N = \frac{p \cdot V}{k_B \cdot T} = \frac{2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 300 \text{ K}} = 2.4 \cdot 10^{23} \text{ molekula.}$$

Vježba 388

Koliko molekula plina ima u posudi obujma 5000 cm^3 ? Plin je pod tlakom 200 kPa na temperaturi $27 \text{ }^\circ\text{C}$. (plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J / (mol} \cdot \text{K)}$, Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J / K}$, Avogadrova konstanta $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$)

Rezultat: $2.4 \cdot 10^{23}$.

Zadatak 389 (Dora, gimnazija)

S koje je visine pala kugla od aluminija ako joj se temperatura povisila za 1.5 K ? Cjelokupan rad pri padu utrošen je na zagrijavanje kugle. (specifični toplinski kapacitet aluminija $c = 920 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m / s}^2$)

Rješenje 389

$$\Delta t = 1.5 \text{ K}, \quad c = 920 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad h = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature. Budući da je cjelokupan rad pri padu kugle utrošen na njezino zagrijavanje, slijedi:

$$\left. \begin{aligned} W &= \Delta E_{gp} \\ W &= Q \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta E_{gp} = Q \Rightarrow m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot 0 = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow m \cdot g \cdot h = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot g \cdot h = m \cdot c \cdot \Delta t / \cdot \frac{1}{m \cdot g} \Rightarrow h = \frac{c \cdot \Delta t}{g} = \frac{920 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 1.5 K}{9.81 \frac{m}{s^2}} = 140.67 m.$$

Vježba 389

S koje je visine pala kugla od aluminija ako joj se temperatura povisila za 3 K? Cjelokupan rad pri padu utrošen je na zagrijavanje kugle. (specifični toplinski kapacitet aluminija $c = 920 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rezultat: 281.35 m.

Zadatak 390 (Dora, gimnazija)

Temperatura vode na vrhu slapa visokog 50 m iznosi 10°C . Kada bi se sva potencijalna energija vode pretvorila na dnu slapa u toplinsku, izračunajte kolika bi bila temperatura vode na dnu slapa. (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4190 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rješenje 390

$$h = 50 \text{ m}, \quad t_1 = 10^\circ\text{C}, \quad c = 4190 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K}), \quad g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2, \quad t_2 = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase m ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je g akceleracija slobodnog pada, a h vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

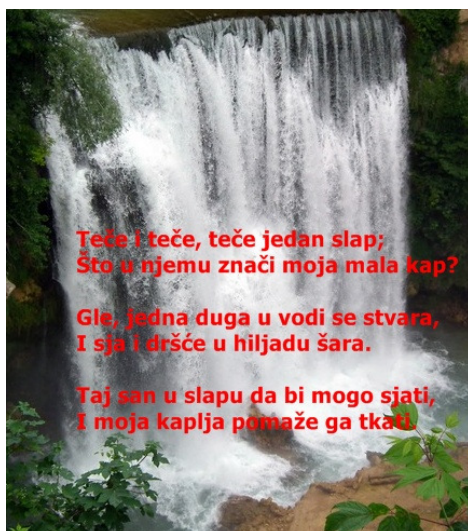
gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Ako se sva gravitacijska potencijalna energija vode pretvori u toplinsku, onda vrijedi:

$$E_{gp} = Q \Rightarrow m \cdot g \cdot h = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow m \cdot g \cdot h = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) / \cdot \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{g \cdot h}{c} = t_2 - t_1 \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{g \cdot h}{c} \Rightarrow t_2 = \frac{g \cdot h}{c} + t_1 =$$

$$= \frac{9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 50 m}{4190 \frac{J}{kg \cdot K}} + 10^\circ\text{C} = 10.12^\circ\text{C}.$$



Vježba 390

Temperatura vode na vrhu slapa visokog 50 m iznosi 20 °C. Kada bi se sva potencijalna energija vode pretvorila na dnu slapa u toplinsku, izračunajte kolika bi bila temperatura vode na dnu slapa. (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4190 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$)

Rezultat: 20.12 °C.

Zadatak 391 (Jaca, gimnazija)

Na temperaturi 600 °C duljina bakrene žice je 60 m. Kolika je duljina te žice na temperaturi 0 °C? Linearni koeficijent termičkoga rastezanja bakra je $1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

Rješenje 391

$t = 600 \text{ °C}$, $l_{600} = 60 \text{ m}$, $\beta = 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $l_0 = ?$
Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0 , povisimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produljiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Jedinica za koeficijent linearnog rastezanja je K^{-1} . Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za kubično rastezanje tekućine, kao i za šuplja čvrsta tijela. Duljinu bakrene žice pri 600 °C označimo sa l_{600} , a pri 0 °C sa l_0 . Tada je:

$$\begin{aligned} l_{600} &= l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) \Rightarrow l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) = l_{600} \Rightarrow l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) = l_{600} \cdot \frac{1}{1 + \beta \cdot t} \Rightarrow \\ \Rightarrow l_0 &= \frac{l_{600}}{1 + \beta \cdot t} = \frac{60 \text{ m}}{1 + 1.7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} \cdot 600 \text{ K}} = 59.39 \text{ m}. \end{aligned}$$

Vježba 391

Na temperaturi 600 °C duljina bakrene žice je 120 m. Kolika je duljina te žice na temperaturi 0 °C? Linearni koeficijent termičkoga rastezanja bakra je $1.7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

Rezultat: 118.79 m.

Zadatak 392 (Neira, srednja škola)

Ako pomiješamo 1 litru vode temperature 300 K sa 2 litre vode temperature 87 °C, kolika će biti temperatura smjese? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$)

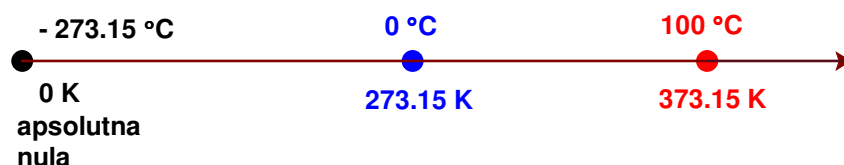
Rješenje 392

$$V_1 = 1 \text{ l} \Rightarrow m_1 = 1 \text{ kg}, \quad T_1 = 300 \text{ K} \Rightarrow t_1 = T_1 - 273 = (300 - 273) \text{ }^\circ\text{C} = 27 \text{ }^\circ\text{C}, \\ V_2 = 2 \text{ l} \Rightarrow m_2 = 2 \text{ kg}, \quad t_2 = 87 \text{ }^\circ\text{C}, \quad c = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad t = ?$$

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T \text{ (K)} = \Delta t \text{ (}^\circ\text{C)}.$$



Kelvinova i Celzijusova ljestvica podijeljene su na jednake dijelove i vrijedi:

$$T \text{ (K)} = 273 + t \text{ (}^\circ\text{C)} \quad , \quad t \text{ (}^\circ\text{C)} = T \text{ (K)} - 273.$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature tijela.

Kada su u međusobnom dodiru dva tijela različitih temperatura, onda je, prema zakonu o očuvanju energije, povećanje unutarnje energije tijela koje se grije jednako smanjenju unutarnje energije tijela koje se hladi, tj.

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t),$$

gdje je t konačna temperatura, tj. temperatura pri kojoj oba tijela postiču toplinsku ravnotežu.

Računamo temperaturu smjese.

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = m_1 \cdot c \cdot (t - t_1) \\ Q_2 = m_2 \cdot c \cdot (t_2 - t) \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zakon o očuvanju energije} \\ Q_1 = Q_2 \end{array} \right] \Rightarrow m_1 \cdot c \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c \cdot (t_2 - t) \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 \cdot c \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c \cdot (t_2 - t) \quad /: c \Rightarrow m_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot (t_2 - t) \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 \cdot t - m_1 \cdot t_1 = m_2 \cdot t_2 - m_2 \cdot t \Rightarrow m_1 \cdot t + m_2 \cdot t = m_2 \cdot t_2 + m_1 \cdot t_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow t \cdot (m_1 + m_2) = m_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot t_2 \Rightarrow t \cdot (m_1 + m_2) = m_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot t_2 \quad /: \frac{1}{m_1 + m_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow t = \frac{m_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot t_2}{m_1 + m_2} = \frac{1 \text{ kg} \cdot 27 \text{ }^\circ\text{C} + 2 \text{ kg} \cdot 87 \text{ }^\circ\text{C}}{1 \text{ kg} + 2 \text{ kg}} = 67 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Vježba 392

Ako pomiješamo 2 litre vode temperature 300 K sa 4 litre vode temperature 87 °C, kolika će biti temperatura smjese? (specifični toplinski kapacitet vode $c_2 = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$)

Rezultat: 67 °C.

Zadatak 393 (Jakov, maturant)

Ronilac udahne 4 litre zraka na površini. Koliki volumen zraka ima u plućima kada zaroni na 5 metara dubine. Proces je izoterman. (normirani tlak zraka $p_0 = 101325 \text{ Pa}$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća zraka $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rješenje 393

$$V_1 = 4 \text{ l} = 4 \text{ dm}^3 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad h = 5 \text{ m}, \quad p_1 = p_0 = 101325 \text{ Pa}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \\ \rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad V_2 = ?$$

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene objuma i tlaka plina možemo opisati Boyle – Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Iz formule vidi se da su tlak i volumen obrnuto razmjerne veličine (koliko se puta tlak poveća, toliko se puta volumen smanji; koliko se puta tlak smanji, toliko se puta volumen poveća).

Hidrostatski tlak u tekućini nastaje zbog njezine težine. On djeluje na sve strane jednako, a ovisi o visini stupca h tekućine iznad mjesta na kojemu mjerimo tlak i o gustoći tekućine ρ :

$$p = \rho \cdot g \cdot h.$$

Tlak p povećava se linearno s dubinom tekućine, a ovisi još o gustoći tekućine ρ .

Ukupan tlak p_2 koji djeluje na ronioca na dubini h jednak je zbroju normiranog tlaka p_0 i hidrostatskog tlaka $\rho \cdot g \cdot h$ na toj dubini.

$$p_2 = p_0 + \rho \cdot g \cdot h.$$

Budući da je proces izoterman, vrijedi:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1 \Rightarrow p_2 \cdot V_2 \in p_1 \cdot V_1 / \cdot \frac{1}{p_2} \Rightarrow V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow V_2 = \frac{p_0 \cdot V_1}{p_0 + \rho \cdot g \cdot h} = \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{101325 \text{ Pa} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5 \text{ m}} = 0.002695 \text{ m}^3 = 2.695 \text{ dm}^3 = 2.695 \text{ l}.$$

Vježba 393

Ronilac udahne 4 litre zraka na površini. Koliki volumen zraka ima u plućima kada zaroni na 5 metara dubine. Proces je izoterman. (normirani tlak zraka $p_0 = 101325 \text{ Pa}$, ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, gustoća zraka $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$)

Rezultat: 2.695 l.

Zadatak 394 (Josip, gimnazija)

Dva mola idealnoga jednoatomnog plina izohorno se zagrijava od 273 K do 400 K. Koliko se pritom promijeni unutarnja energija toga plina? (Avogadrova konstanta $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}$, Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$)

Rješenje 394

$$n = 2 \text{ mol}, \quad T_1 = 273 \text{ K}, \quad T_2 = 400 \text{ K}, \quad N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \\ R = 8.314 \text{ J/(K} \cdot \text{mol)}, \quad k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}, \quad \Delta U = ?$$

Za jednoatomne plinove možemo za unutarnju energiju zapisati jednadžbe:

$$\bullet \left. \begin{array}{l} U = \frac{3}{2} \cdot N \cdot k_B \cdot T \\ N = n \cdot N_A \end{array} \right\} \Rightarrow U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot N_A \cdot k_B \cdot T \\ \bullet U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T,$$

gdje je N broj atoma ili molekula, k_B Boltzmanova konstanta, T termodinamička temperatura, n

količina tvari, N_A Avogadrova konstanta, R plinska konstanta.

1. inačica

Promjena unutarnje energije iznosi:

$$\begin{aligned}\Delta U &= U_2 - U_1 \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot N_A \cdot k_B \cdot T_2 - \frac{3}{2} \cdot n \cdot N_A \cdot k_B \cdot T_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot N_A \cdot k_B \cdot (T_2 - T_1) = \\ \Rightarrow \Delta U &= \frac{3}{2} \cdot 2 \text{ mol} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot (400 - 273) \text{ K} = 3166.25 \text{ J}.\end{aligned}$$

2. inačica

Promjena unutarnje energije iznosi:

$$\begin{aligned}\Delta U &= U_2 - U_1 \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T_2 - \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T_1 \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) = \\ \Rightarrow \Delta U &= \frac{3}{2} \cdot 2 \text{ mol} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot (400 - 273) \text{ K} = 3167.63 \text{ J}.\end{aligned}$$



Samo bez panike! Razlika u rezultatima pojavila se zbog zaokruživanja.

Vježba 394

Dva mola idealnoga jednoatomnog plina izohorno se zagrijava od 278 K do 405 K. Koliko se pritom promijeni unutarnja energija toga plina? (Avogadrova konstanta $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J} / (\text{K} \cdot \text{mol})$, Boltzmanova konstanta $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J} / \text{K}$)

Rezultat: $\approx 3167 \text{ J}$.

Zadatak 395 (Jadranka, srednja škola)

Korisnost nekoga Carnotova stroja jest 25%. Temperatura toplijega spremnika jest 124 °C. Kolika je temperatura hladnijega spremnika?

Rješenje 395

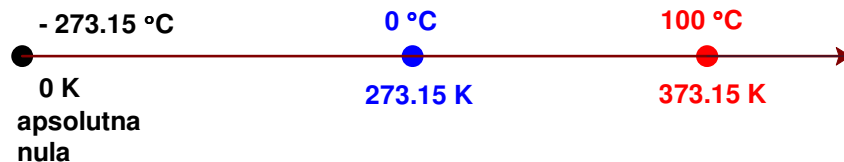
$$\eta = 25\% = 0.25, \quad t_1 = 124 \text{ °C} \Rightarrow T_1 = 273 + t_1 = (273 + 124) \text{ K} = 397 \text{ K}, \quad t_2 = ?$$

Kelvinova i Celzijusova ljestvica su dvije različite temperaturne ljestvice.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T (\text{K}) = \Delta t (\text{°C}).$$



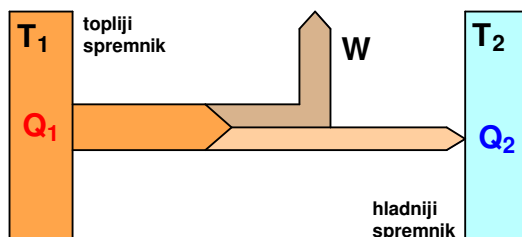
Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plinova i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu Q_1 i preda hladnijem spremniku toplinu Q_2 . Promjena topline $Q_1 - Q_2$ pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad W :

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Korisnost η nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad W , tj.

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

gdje su T_1 i T_2 temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Korisnost ne ovisi o vrsti radnog tijela, već samo o razlici temperatura toplijeg i hladnijeg spremnika. Što je ta razlika veća, korisnost je veća.



Temperatura hladnijega spremnika je T_2 . Računamo temperaturu T_1 .

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = \frac{T_1}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = \frac{T_1}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1 - \eta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1 - \eta \cdot T_1 \Rightarrow T_2 = (1 - \eta) \cdot T_1 = (1 - 0.25) \cdot 397 \text{ K} = 297.75 \text{ K} \approx 298 \text{ K}.$$

Temperatura hladnijega spremnika u $^{\circ}\text{C}$ iznosi:

$$T_2 = 298 \text{ K} \Rightarrow t_2 = T_2 - 273 = (298 - 273) ^{\circ}\text{C} = 25 ^{\circ}\text{C}.$$

Vježba 395

Korisnost nekoga Carnotova stroja jest 20%. Temperatura toplijega spremnika jest $124 ^{\circ}\text{C}$. Kolika je temperatura hladnijega spremnika?

Rezultat: $45 ^{\circ}\text{C}$.

Zadatak 396 (Marija, medicinska škola)

Da bismo grijačem snage 5 kW zagrijali 45 kg vode od 293 K do 373 K , trebamo grijati vodu 1 sat . Kolika se pritom snaga izgubi na okoliš? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4186 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$)

Rješenje 396

$$P_u = 5 \text{ kW} = 5000 \text{ W} \text{ ukupna snaga grijača}, \quad m = 45 \text{ kg}, \quad T_1 = 293 \text{ K}, \quad T_2 = 373 \text{ K},$$

$$t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}, \quad c = 4186 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K}), \quad \Delta P = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}$$

Za zagrijavanje vode mase m od temperature T_1 do T_2 treba topline

$$\left. \begin{array}{l} Q = m \cdot c \cdot \Delta T \\ W_k = Q \end{array} \right\} \Rightarrow W_k = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow W_k = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1)$$

Korisna je snaga

$$P_k = \frac{W_k}{t} \Rightarrow P_k = \frac{m \cdot c \cdot (T_2 - T_1)}{t}$$

pa izgubljena snaga iznosi:

$$\begin{aligned} \Delta P = P_u - P_k &\Rightarrow \Delta P = P_u - \frac{m \cdot c \cdot (T_2 - T_1)}{t} = \\ &= 5000 \text{ W} - \frac{45 \text{ kg} \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (373 - 293) \text{ K}}{3600 \text{ s}} = 814 \text{ W} \end{aligned}$$

Vježba 396

Da bismo grijačem snage 5 kW zagrijali 90 kg vode od 293 K do 373 K, trebamo grijati vodu 2 sata. Kolika se pritom snaga izgubi na okoliš? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4186 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$)

Rezultat: 814 W.

Zadatak 397 (Melita, srednja škola)

Zemljin satelit rotira brzinom 7 km / s. Za koliko će se povećati temperatura satelita prilikom sudara, ako se cjelokupna kinetička energija satelita pretvori u toplinu? (specifični toplinski kapacitet satelita $c = 520 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$)

Rješenje 397

$$v = 7 \text{ km} / \text{s} = 7000 \text{ m} / \text{s}, \quad c = 520 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K}), \quad \Delta t = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T (\text{K}) = \Delta t (^\circ\text{C})$$

Tijelo mase m i brzine v ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Kinetička energija satelita je

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2,$$

a nakon sudara ta energija prelazi u toplinsku energiju

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t.$$

$$E_k = Q \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \cdot \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{v^2}{2 \cdot c} = \frac{\left(7000 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 520 \frac{J}{kg \cdot K}} = 47115.38 K.$$

Vježba 397

Zemljini satelit rotira brzinom 420 km / min. Za koliko će se povećati temperatura satelita prilikom sudara, ako se cjelokupna kinetička energija satelita pretvori u toplinu? (specifični toplinski kapacitet satelita $c = 520 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$)

Rezultat: 47115.38 K.

Zadatak 398 (Sara, srednja škola)

Srebrna kugla uronjena u vodu od 0°C istisne 10 cm^3 vode, a uronjena u vodu od 100°C istisne 10.057 cm^3 . Koliki je koeficijent obujamnog rastezanja srebra?

Rješenje 398

$$V_0 = 10 \text{ cm}^3 = 10^{-5} \text{ m}^3, \quad t = 100^\circ\text{C}, \quad V_t = 10.057 \text{ cm}^3 = 1.0057 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3, \quad \alpha = ?$$

Tijelo uronjeno u tekućinu postaje lakše za iznos težine tekućine koju je istisnulo svojim obujmom.

Težina tijela uronjenog u fluid manja je za silu uzgona od težine tijela u vakuumu.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1°C , što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T (K) = \Delta t (^\circ\text{C}).$$

Kad čvrstom tijelu povisimo temperaturu, njegove se dimenzije povećaju. Ako su sve dimenzije čvrstog tijela podjednako izražene, riječ je o obujamnog rastezanju. Neka tijelo pri 0°C ima obujam V_0 . Povisimo li tijelu temperaturu za t (od 0°C do t), njegov će se obujam povećati za

$$\Delta V = \alpha \cdot t \cdot V_0,$$

gdje je α koeficijent obujamnog rastezanja. Pri temperaturi t tijelo će imati obujam

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za obujamno rastezanje tekućina, kao i za šuplja čvrsta tijela.

Obujam istisnute vode je ujedno obujam srebrne kugle. Budući da se radi o obujamnog rastezanju čvrstog tijela, vrijedi:

$$V_t = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \Rightarrow V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = V_t \Rightarrow V_0 + V_0 \cdot \alpha \cdot t = V_t \Rightarrow V_0 \cdot \alpha \cdot t = V_t - V_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_0 \cdot \alpha \cdot t = V_t - V_0 \cdot \frac{1}{V_0 \cdot t} \Rightarrow \alpha = \frac{V_t - V_0}{V_0 \cdot t} =$$

$$= \frac{1.0057 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 - 10^{-5} \text{ m}^3}{10^{-5} \text{ m}^3 \cdot 100^\circ\text{C}} = 0.000057 \frac{1}{K} = 5.7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}.$$

Vježba 398

Srebrna kugla uronjena u vodu od 0 °C istisne 10000 mm³ vode, a uronjena u vodu od 100 °C istisne 10057 mm³. Koliki je koeficijent kubičnog rastezanja srebra?

Rezultat: $5.7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}$.

Zadatak 399 (Sara, srednja škola)

Bakrena kugla ima kod 18 °C promjer 40 mm. Do koje je temperature smijemo zagrijati da još može proći kroz kolut promjera 40.2 mm? (koeficijent linearnog rastezanja bakra $\beta = 1.7 \cdot 10^{-7} K^{-1}$)

Rješenje 399

$$t_1 = 18 \text{ °C}, \quad d_1 = 40 \text{ mm} = 0.04 \text{ m}, \quad d_2 = 40.2 \text{ mm} = 0.0402 \text{ m}, \quad \beta = 1.7 \cdot 10^{-7} K^{-1},$$
$$t_2 = ?$$

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T (K) = \Delta t (^\circ C).$$

Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0 , povisimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produljiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}$$

Jedinica za koeficijent linearnog rastezanja je K^{-1} . Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Budući da prolazak kugle kroz kolut ovisi o promjeru kugle, riječ je o linearnom rastezanju. Iz sustava jednadžbi dobije se temperatura t_2 .

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= d_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1) \\ d_2 &= d_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{d_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_2)}{d_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1)} \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{d_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_2)}{d_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1)} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{1 + \beta \cdot t_2}{1 + \beta \cdot t_1} \Rightarrow \frac{1 + \beta \cdot t_2}{1 + \beta \cdot t_1} = \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow \frac{1 + \beta \cdot t_2}{1 + \beta \cdot t_1} = \frac{d_2}{d_1} \cdot (1 + \beta \cdot t_1) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 1 + \beta \cdot t_2 = \frac{d_2}{d_1} \cdot (1 + \beta \cdot t_1) \Rightarrow \beta \cdot t_2 = \frac{d_2}{d_1} \cdot (1 + \beta \cdot t_1) - 1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \beta \cdot t_2 = \frac{d_2}{d_1} \cdot (1 + \beta \cdot t_1) - 1 \cdot \frac{1}{\beta} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{\beta} \cdot \left[\frac{d_2}{d_1} \cdot (1 + \beta \cdot t_1) - 1 \right] =$$
$$= \frac{1}{1.7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}} \cdot \left[\frac{0.0402 \text{ m}}{0.04 \text{ m}} \cdot \left(1 + 1.7 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K} \cdot 18 \text{ K} \right) - 1 \right] = 312.2 \text{ } ^\circ C.$$

Vježba 399

Bakrena kugla ima kod 18 °C promjer 4 cm. Do koje je temperature smijemo zagrijati da još može proći kroz kolut promjera 4.02 cm? (koeficijent linearnog rastezanja bakra $\beta = 1.7 \cdot 10^{-7} K^{-1}$)

Rezultat: 312.2 °C.

Zadatak 400 (Mira, gimnazija)

Nogometnu loptu volumena 2.8 litara (u napuhanom stanju) pumpamo ručnom pumpom koja u jednom hodu ručice daje 200 cm³ zraka. Lopta je u početku pumpanja potpuno ispražnjena, a pumpamo je do tlaka od 180 kPa. Koliko puta treba pritisnuti ručicu pumpe? (normirani tlak p₀ = 1.013 · 10⁵ Pa)

A. 22 B. 20 C. 25 D. 30

Rješenje 400

$$V = 2.8 \text{ l} = 2.8 \text{ dm}^3 = 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad V_0 = 200 \text{ cm}^3 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3, \\ p = 180 \text{ kPa} = 1.8 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad p_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad N = ?$$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana masa plina m i molna masa M, glasi:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow m = \frac{p \cdot V \cdot M}{R \cdot T},$$

gdje je p tlak, V obujam plina, m masa plina, M molna masa plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina.

Ako pri promjeni stanja dane mase plina, temperatura ostaje stalna (izotermno stanje), promjene obujma i tlaka plina možemo opisati Boyle – Mariotteovim zakonom:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

Iz formule vidi se da su tlak i volumen obrnuto razmjerne veličine (koliko se puta tlak poveća, toliko se puta volumen smanji; koliko se puta tlak smanji, toliko se puta volumen poveća).

1. inačica

Neka je N broj volumena V₀ zraka koje u jednom hodu ručice pumpe upumpamo u loptu čiji je volumen u napuhanom stanju V. Budući da je temperatura stalna (izotermno stanje) vrijedi:

$$p \cdot V = p_0 \cdot (N \cdot V_0) \Rightarrow p \cdot V = N \cdot p_0 \cdot V_0 \Rightarrow N \cdot p_0 \cdot V_0 = p \cdot V \Rightarrow N \cdot p_0 \cdot V_0 = p \cdot V \cdot \frac{1}{p_0 \cdot V_0} \Rightarrow \\ \Rightarrow N = \frac{p \cdot V}{p_0 \cdot V_0} = \frac{1.8 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3} = 24.88 \approx 25.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Neka je:

- m masa zraka u lopti u napuhanom stanju

$$m = \frac{p \cdot V \cdot M}{R \cdot T}$$

- m₀ masa zraka koji se utiskuje jednim pritiskom ručice pumpe

$$m_0 = \frac{p_0 \cdot V_0 \cdot M}{R \cdot T}.$$

Uz pretpostavku da su temperature zraka u lopti i pumpi jednake broj potrebnih pritisaka pumpe će biti jednak kvocijentu mase zraka u lopti m i mase zraka m₀ koji se utiskuje jednim pritiskom ručice pumpe:

$$N = \frac{m}{m_0} \Rightarrow N = \frac{\frac{p \cdot V \cdot M}{R \cdot T}}{\frac{p_0 \cdot V_0 \cdot M}{R \cdot T}} \Rightarrow N = \frac{p \cdot V \cdot M}{p_0 \cdot V_0 \cdot M} \Rightarrow N = \frac{p \cdot V}{p_0 \cdot V_0} =$$

$$= \frac{1.8 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 2.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3} = 24.88 \approx 25.$$



Vježba 400

Nogometnu loptu volumena 5.6 litara (u napuhanom stanju) pumpamo ručnom pumpom koja u jednom hodu ručice daje 400 cm^3 zraka. Lopta je u početku pumpanja potpuno ispražnjena, a pumpamo je do tlaka od 180 kPa. Koliko puta treba pritisnuti ručicu pumpe? (normirani tlak $p_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$)

- A. 22 B. 20 C. 25 D. 30

Rezultat: C.

www.halapa.com