

Zadatak 501 (Tomislav, gimnazija)

Čelični most napravljen je od dijelova (između dva stupa) duljine 75 m. Dijelovi su postavljeni na temperaturi 10 °C. Koliki je razmak potrebno ostaviti između dijelova mosta da se oni dodiruju na ljetnoj temperaturi 40 °C? (koeficijent linearnog rastezanja čelika $\beta = 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)

Rješenje 501

$$l_1 = 75 \text{ m}, \quad t_1 = 10 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t_2 = 40 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \beta = 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}, \quad \Delta l = ?$$

Kad štapu nekog čvrstog tijela, koji prema dogovoru pri 0 °C ima duljinu l_0 , povišimo temperaturu za t (od 0 °C do t), on će se produljiti za:

$$\Delta l = \beta \cdot l_0 \cdot t,$$

gdje je β koeficijent linearnog rastezanja koji se definira izrazom:

$$\beta = \frac{l_t - l_0}{l_0 \cdot t}.$$

Iz izraza za β slijedi da će nakon zagrijavanja duljina štapa biti jednaka:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t).$$

Taj izraz vrijedi i za kubično rastezanje tekućine, kao i za šuplja čvrsta tijela.

Razmak koji je potrebno ostaviti između dijelova mosta da se oni dodiruju na najvećoj ljetnoj temperaturi mora biti jednak ili veći od produljenja jednog dijela mosta pri povećanju temperature od t_1 na t_2 .

$$\begin{aligned} \Delta l &= l_2 - l_1 \Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_2) - l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta l = l_0 + l_0 \cdot \beta \cdot t_2 - l_0 - l_0 \cdot \beta \cdot t_1 \Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot \beta \cdot t_2 - l_0 \cdot \beta \cdot t_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot \beta \cdot t_2 - l_0 \cdot \beta \cdot t_1 \Rightarrow \Delta l = l_0 \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1). \end{aligned}$$

Iz sustava dobije se Δl .

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \Delta l &= l_0 \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1) \\ l_1 &= l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{\Delta l}{l_1} = \frac{l_0 \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1)}{l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1)} \Rightarrow \frac{\Delta l}{l_1} = \frac{l_0 \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1)}{l_0 \cdot (1 + \beta \cdot t_1)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\Delta l}{l_1} = \frac{\beta \cdot (t_2 - t_1)}{1 + \beta \cdot t_1} \Rightarrow \frac{\Delta l}{l_1} = \frac{\beta \cdot (t_2 - t_1)}{1 + \beta \cdot t_1} \cdot l_1 \Rightarrow \Delta l = \frac{l_1 \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1)}{1 + \beta \cdot t_1} = \\ &= \frac{75 \text{ m} \cdot 1.1 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot (40 - 10) \text{ }^\circ\text{C}}{1 + 1.1 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}} \cdot 10 \text{ }^\circ\text{C}} = 0.0247 \text{ m} = 24.7 \text{ mm}. \end{aligned}$$



Vježba 501

Čelični most napravljen je od dijelova (između dva stupa) duljine 750 dm. Dijelovi su postavljeni na temperaturi 10 °C. Koliki je razmak potrebno ostaviti između dijelova mosta da se oni dodiruju na ljetnoj temperaturi 40 °C? (koeficijent linearnog rastezanja čelika $\beta = 1.1 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$)

Rezultat: 2.47 dm.

Zadatak 502 (Ana, medicinska škola)

Voda početne temperature $26\text{ }^{\circ}\text{C}$ i mase 1 kg zagrijana je dovođenjem 62850 J topline. Kolika je konačna temperatura vode nakon zagrijavanja? Specifični toplinski kapacitet vode iznosi $4190\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$. Zanimarite gubitke energije u okolinu.

Rješenje 502

$$t_1 = 26\text{ }^{\circ}\text{C}, \quad m = 1\text{ kg}, \quad Q = 62850\text{ J}, \quad c = 4190\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K}) = 4190\text{ J}/(\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}),$$
$$t_2 = ?$$

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od $1\text{ }^{\circ}\text{C}$, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T (\text{K}) = \Delta t (^{\circ}\text{C}).$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

$$Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = Q \Rightarrow m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = Q \cdot \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{Q}{m \cdot c} \Rightarrow t_2 = \frac{Q}{m \cdot c} + t_1 = \frac{62850\text{ J}}{1\text{ kg} \cdot 4190\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}} + 26\text{ }^{\circ}\text{C} = 41\text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Vježba 502

Voda početne temperature $26\text{ }^{\circ}\text{C}$ i mase 100 dag zagrijana je dovođenjem 62850 J topline. Kolika je konačna temperatura vode nakon zagrijavanja? Specifični toplinski kapacitet vode iznosi $4190\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$. Zanimarite gubitke energije u okolinu.

Rezultat: $41\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Zadatak 503 (Ivan, tehnička škola)

Određena je količina vodika zatvorena u čeličnoj boci. Na temperaturi $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ manometar priključen na bocu pokazuje tlak $1.33 \cdot 10^5\text{ Pa}$. Kolika je temperatura u boci kad manometar pokazuje tlak $1.33 \cdot 10^4\text{ Pa}$?

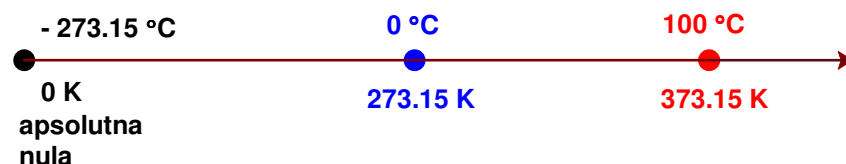
Rješenje 503

$$t_1 = 0\text{ }^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_1 = 273.15 + t_1 = (273.15 + 0)\text{ K} = 273.15\text{ K}, \quad p_1 = 1.33 \cdot 10^5\text{ Pa},$$
$$p_2 = 1.33 \cdot 10^4\text{ Pa}, \quad t_2 = ?$$

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od $1\text{ }^{\circ}\text{C}$, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T (\text{K}) = \Delta t (^{\circ}\text{C}).$$



Kelvinova i Celzijeva ljestvica podijeljene su na jednake dijelove i vrijedi:

$$T (\text{K}) = 273.15 + t (^{\circ}\text{C}), \quad t (^{\circ}\text{C}) = T (\text{K}) - 273.15.$$

Mijenja li se temperatura nekoj masi plina stalnog obujma (izohorna promjena), mijenjat će se tlak plina prema Charlesovu zakonu:

$$p_t = p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t), \text{ pri } V = \text{konst.},$$

gdje je p_0 tlak plina pri 0°C , a α termički koeficijent promjene tlaka plina koji ima za sve plinove istu vrijednost

$$\alpha = \frac{1}{273.15} \text{ K}^{-1}.$$

U apsolutnoj ljestvici temperature taj zakon za različita stanja možemo pisati

$$V = \text{konst.} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \quad \frac{p}{T} = \text{konst.}$$

1. inačica

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \cdot \frac{T_1 \cdot T_2}{p_1} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 \cdot T_1}{p_1} = \frac{1.33 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot 273.15 \text{ K}}{1.33 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 27.32 \text{ K}.$$

To iznosi:

$$t_2 = T_2 - 273.15 = (27.32 - 273.15)^\circ\text{C} = -245.8^\circ\text{C}.$$

2. inačica

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1 \cdot (1 + \alpha \cdot t) \Rightarrow p_1 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = p_2 \Rightarrow p_1 \cdot (1 + \alpha \cdot t) = p_2 \cdot \frac{1}{p_1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 1 + \alpha \cdot t = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow \alpha \cdot t = \frac{p_2}{p_1} - 1 \Rightarrow \alpha \cdot t = \frac{p_2}{p_1} - 1 \cdot \frac{1}{\alpha} \Rightarrow t = \frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) = \\ &= \frac{1}{\frac{1}{273.15} \text{ K}^{-1}} \cdot \left(\frac{1.33 \cdot 10^4 \text{ Pa}}{1.33 \cdot 10^5 \text{ Pa}} - 1 \right) = 273.15 \text{ K} \cdot \left(\frac{1.33 \cdot 10^4 \text{ Pa}}{1.33 \cdot 10^5 \text{ Pa}} - 1 \right) = -245.8^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Vježba 503

Određena je količina vodika zatvorena u čeličnoj boci. Na temperaturi 0°C manometar priključen na bocu pokazuje tlak 133 kPa. Kolika je temperatura u boci kad manometar pokazuje tlak 13.3 kPa?

Rezultat: -245.8°C .

Zadatak 504 (Roko, tehnička škola)

Odredi toplinski tok kroz zid ploštine 9 m^2 , debljine 25 cm , ako je razlika vanjske i unutarnje temperature 25°C , a koeficijent toplinske vodljivosti zida $0.8 \text{ W} / (\text{m} \cdot \text{K})$.

Rješenje 504

$$S = 9 \text{ m}^2, \quad \Delta x = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}, \quad \Delta T = 25^\circ\text{C}, \quad \lambda = 0.8 \text{ W} / (\text{m} \cdot \text{K}), \quad P = ?$$

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1°C , što izražavamo jednadžbom:

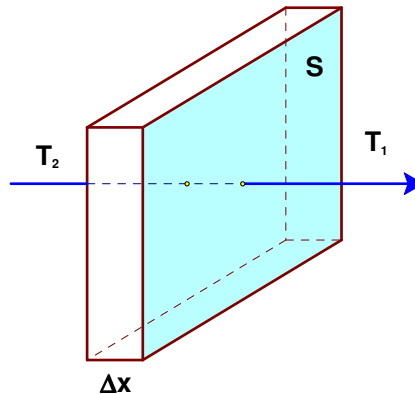
$$\Delta T (\text{K}) = \Delta t (^\circ\text{C}).$$

Toplinski tok P je toplinska energija koja u jedinici vremena (toplinska snaga) prijeđe kroz stijenku ploštine S , debljine Δx , uz razliku temperatura $\Delta T = T_2 - T_1$, a iznosi:

$$P = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x}{\lambda \cdot S}} \Rightarrow P = \lambda \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x},$$

gdje je λ koeficijent toplinske vodljivosti koji ovisi o vrsti tvari.

$$P = \lambda \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} = 0.8 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \cdot 9 m^2 \cdot \frac{25 ^\circ C}{0.25 m} = 720 W.$$



Vježba 504

Odredi toplinski tok kroz zid ploštine $9 m^2$, debljine $2.5 dm$, ako je razlika vanjske i unutarnje temperature $25 ^\circ C$, a koeficijent toplinske vodljivosti zida $0.8 W / (m \cdot K)$.

Rezultat: $720 W$.

Zadatak 505 (Roko, tehnička škola)

Odredi gustoću toplinskog toka (snagu po jedinici površine) koji pri razlici unutarnje i vanjske temperature $25 ^\circ C$ struji kroz **dvostruki** prozor, debljine stakla $2 mm$, sa slojem zraka $1 cm$ između stakala. Toplinska vodljivost stakla je $0.8 W / (m \cdot K)$, a zraka $0.025 W / (m \cdot K)$.

Rješenje 505

$$\Delta T = 25 ^\circ C, \quad \Delta x_1 = \Delta x_3 = 2 mm = 0.002 m, \quad \Delta x_2 = 1 cm = 0.01 m, \\ \lambda_1 = 0.8 W / (m \cdot K), \quad \lambda_2 = 0.025 W / (m \cdot K), \quad q = ?$$

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od $1 K$ jednaka je temperaturnoj razlici od $1 ^\circ C$, što izražavamo jednačbom:

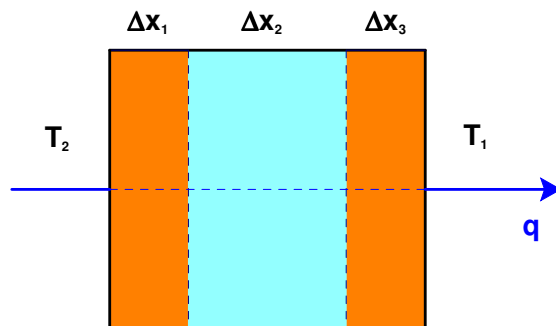
$$\Delta T (K) = \Delta t (^\circ C).$$

Ako toplina struji kroz više usporednih slojeva debljine $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots$, toplinskih vodljivosti $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ i jednake površine tada je gustoća toplinskog toka jednaka

$$q = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_1}{\lambda_1} + \frac{\Delta x_2}{\lambda_2} + \frac{\Delta x_3}{\lambda_3} + \dots},$$

gdje je ΔT razlika temperatura, $\Delta T = T_2 - T_1$.

$$q = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_1}{\lambda_1} + \frac{\Delta x_2}{\lambda_2} + \frac{\Delta x_3}{\lambda_3}} = \frac{25 ^\circ C}{\frac{0.002 m}{0.8 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}} + \frac{0.01 m}{0.025 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}} + \frac{0.002 m}{0.8 \frac{W}{m \cdot ^\circ C}}} = 61.73 \frac{W}{m^2}.$$



Vježba 505

Odredi gustoću toplinskog toka (snagu po jedinici površine) koji pri razlici unutarnje i vanjske temperature 25 °C struji kroz **dvostruki** prozor, debljine stakla 0.2 cm, sa slojem zraka 0.1 dm između stakala. Toplinska vodljivost stakla je 0.8 W / (m · K), a zraka 0.025 W / (m · K).

Rezultat: 61.73 W / m².

Zadatak 506 (Roko, tehnička škola)

Odredi gustoću toplinskog toka (snagu po jedinici površine) koji pri razlici unutarnje i vanjske temperature 25 °C struji kroz **dvostruki** prozor, debljine stakla 2 mm, sa slojem zraka 1 cm između stakala. Toplinska vodljivost stakla je 0.8 W / (m · K), a zraka 0.025 W / (m · K). U ovom slučaju postoji konvekcija; s unutarnje strane $h_1 = 8.1 \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K)}$, a s vanjske $h_2 = 20 \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K)}$.

Rješenje 506

$$\Delta T = 25 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \Delta x_1 = \Delta x_3 = 2 \text{ mm} = 0.002 \text{ m}, \quad \Delta x_2 = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m},$$

$$\lambda_1 = 0.8 \text{ W / (m} \cdot \text{K)}, \quad \lambda_2 = 0.025 \text{ W / (m} \cdot \text{K)}, \quad h_1 = 8.1 \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K)}, \quad h_2 = 20 \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K)},$$

$$q = ?$$

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T \text{ (K)} = \Delta t \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

Ako toplina struji kroz više usporednih slojeva debljine $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \dots$, toplinskih vodljivosti $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$ i jednake površine tada je gustoća toplinskog toka jednaka

$$q = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_1}{\lambda_1} + \frac{\Delta x_2}{\lambda_2} + \frac{\Delta x_3}{\lambda_3} + \dots},$$

gdje je ΔT razlika temperatura, $\Delta T = T_2 - T_1$.

Ako toplina, na primjer, struji kroz tri usporedna sloja debljine $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$, toplinskih vodljivosti $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ i jednake površine i ako postoji konvekcija (strujanje) s unutarnje strane h_1 i vanjske strane h_2 tada je gustoća toplinskog toka jednaka

$$q = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_1}{\lambda_1} + \frac{\Delta x_2}{\lambda_2} + \frac{\Delta x_3}{\lambda_3} + \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2}}.$$

$$q = \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_1}{\lambda_1} + \frac{\Delta x_2}{\lambda_2} + \frac{\Delta x_3}{\lambda_3} + \frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2}} =$$

$$= \frac{25 \text{ }^\circ\text{C}}{\frac{0.002 \text{ m}}{0.8 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{ }^\circ\text{C}}} + \frac{0.01 \text{ m}}{0.025 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{ }^\circ\text{C}}} + \frac{0.002 \text{ m}}{0.8 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{ }^\circ\text{C}}} + \frac{1}{8.1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{ }^\circ\text{C}} + 20 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{ }^\circ\text{C}}}} = 43.22 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

Vježba 506

Odredi gustoću toplinskog toka (snagu po jedinici površine) koji pri razlici unutarnje i vanjske temperature $25 \text{ }^\circ\text{C}$ struji kroz **dvostruki** prozor, debljine stakla 2 mm , sa slojem zraka 1 cm između stakala. Toplinska vodljivost stakla je $0.8 \text{ W / (m} \cdot \text{K)}$, a zraka $0.025 \text{ W / (m} \cdot \text{K)}$. U ovom slučaju postoji konvekcija; s unutarnje strane $h_1 = 8.1 \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K)}$, a s vanjske $h_2 = 20 \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K)}$.

Rezultat: 43.22 W / m^2 .

Zadatak 507 (Ana, medicinska škola)

Kocka, mase 2 kg , napravljena je od drveta gustoće 850 kg / m^3 . Kolika je duljina brida kocke?

Rješenje 507

$$m = 2 \text{ kg}, \quad \rho = 850 \text{ kg / m}^3, \quad a = ?$$

Kocka (heksaedar) spada u pravilne poliedre. Omeđena je sa šest sukladnih strana koje su kvadrati, ima 8 vrhova i 12 bridova. Ako kocka ima brid a , tada je obujam:

$$V = a^3.$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz kvocijenta mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

$$\left. \begin{array}{l} V = a^3 \\ V = \frac{m}{\rho} \end{array} \right\} \Rightarrow a^3 = \frac{m}{\rho} \Rightarrow a^3 = \frac{m}{\rho} \sqrt[3]{} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{m}{\rho}} = \sqrt[3]{\frac{2 \text{ kg}}{850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} = 0.1330 \text{ m} = 13.30 \text{ cm}.$$

Vježba 507

Kocka, mase 4 kg , napravljena je od metala gustoće 1700 kg / m^3 . Kolika je duljina brida kocke?

Rezultat: 13.30 cm .

Zadatak 508 (Ante, srednja škola)

Plin ima obujam 15 litara na $0 \text{ }^\circ\text{C}$ i tlaku 760 mmHg . Za koliko će se litara povećati njegov obujam ako ga ugrijemo uz jednaki tlak od $10 \text{ }^\circ\text{C}$ do $50 \text{ }^\circ\text{C}$?

Rješenje 508

$$V_1 = 15 \text{ L}, \quad t_1 = 0 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273.15 + t_1 = (273.15 + 0) \text{ K} = 273.15 \text{ K},$$

$$p = 760 \text{ mmHg}, \quad t_2 = 10 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_2 = 273.15 + t_2 = (273.15 + 10) \text{ K} = 283.15 \text{ K},$$

$$t_3 = 50 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_3 = 273.15 + t_3 = (273.15 + 50) \text{ K} = 323.15 \text{ K}, \quad \Delta V = ?$$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana množina n idealnog plina, glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak, V obujam plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina.

Stanja plina su:

- $p \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1 \Rightarrow p \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1 \cdot \frac{1}{V_1} \Rightarrow p = \frac{n \cdot R \cdot T_1}{V_1}$
- $p \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2$

- $p \cdot V_3 = n \cdot R \cdot T_3$.

Računamo povećanje obujma plina kada se temperatura poveća od T_2 na T_3 .

$$\left. \begin{array}{l} p \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2 \\ p \cdot V_3 = n \cdot R \cdot T_3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{oduzmemo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow p \cdot V_3 - p \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_3 - n \cdot R \cdot T_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p \cdot (V_3 - V_2) = n \cdot R \cdot (T_3 - T_2) \Rightarrow p \cdot \Delta V = n \cdot R \cdot (T_3 - T_2) \Rightarrow \left[p = \frac{n \cdot R \cdot T_1}{V_1} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{n \cdot R \cdot T_1}{V_1} \cdot \Delta V = n \cdot R \cdot (T_3 - T_2) \Rightarrow \frac{n \cdot R \cdot T_1}{V_1} \cdot \Delta V = n \cdot R \cdot (T_3 - T_2) \cdot \frac{V_1}{n \cdot R \cdot T_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{(T_3 - T_2) \cdot V_1}{T_1} = \frac{(323.15 - 283.15) \text{ K} \cdot 15 \text{ L}}{273.15 \text{ K}} = 2.2 \text{ L}.$$

Vježba 508

Plin ima obujam 30 litara na 0°C i tlaku 760 mmHg. Za koliko litara će se povećati njegov obujam ako ga ugrijemo uz jednaki tlak od 10°C do 50°C ?

Rezultat: 4.4 L.

Zadatak 509 (Tomislav, srednja škola)

Odredi obujam i gustoću koju ima helij mase 15 g pod tlakom 13.33 kPa i na temperaturi 20°C . Molna masa helija iznosi 4 g / mol. (univerzalna plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J / (mol} \cdot \text{K)}$)

Rješenje 509

$$m = 15 \text{ g} = 0.015 \text{ kg}, \quad p = 13.33 \text{ kPa} = 1.333 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad t = 20^\circ \text{C} \Rightarrow T = 273.15 + t =$$

$$= (273.15 + 20) \text{ K} = 293.15 \text{ K}, \quad M = 4 \text{ g / mol} = 0.004 \text{ kg / mol}, \quad R = 8.314 \text{ J / (mol} \cdot \text{K)},$$

$$V = ?, \quad \rho = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz kvocijenta mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana masa plina m i molna masa M , glasi:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak, V obujam plina, m masa plina, M molna masa plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina.

Računamo obujam V .

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \cdot \frac{1}{p} \Rightarrow V = \frac{m}{M \cdot p} \cdot R \cdot T =$$

$$= \frac{0.015 \text{ kg}}{0.004 \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \cdot 1.333 \cdot 10^4 \text{ Pa}} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 293.15 \text{ K} = 0.686 \text{ m}^3 = 686 \text{ dm}^3.$$

Računamo gustoću ρ .

$$\left. \begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \cdot \frac{M}{V} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} \\ p \cdot M = \frac{m}{V} \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow p \cdot M = \rho \cdot R \cdot T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot R \cdot T = p \cdot M \Rightarrow \rho \cdot R \cdot T = p \cdot M \cdot \frac{1}{R \cdot T} \Rightarrow \rho = \frac{p \cdot M}{R \cdot T} =$$

$$= \frac{1.333 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot 0.004 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 293.15 \text{ K}} = 0.022 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

Vježba 509

Odredi obujam i gustoću koju ima helij mase 1.5 dag pod tlakom 13.33 kPa i na temperaturi 20 °C. Molna masa helija iznosi 4 g / mol. (univerzalna plinska konstanta R = 8.314 J / (mol · K))

Rezultat: 686 dm³, 0.022 kg / m³.

Zadatak 510 (Ante, gimnazija)

Dva balona spojena su ventilom. U prvom balonu nalazi se plin pod tlakom 10⁵ Pa. U drugom balonu je isti plin pod tlakom 0.5 · 10⁵ Pa. Obujam prvog balona iznosi 2 litre, a drugog 8 litara. Koliki će biti tlak u balonima kada se otvori ventil? Temperatura plina je stalna.

Rješenje 510

$$p_1 = 10^5 \text{ Pa}, \quad p_2 = 0.5 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 5 \cdot 10^4 \text{ Pa}, \quad V_1 = 2 \text{ L} = 2 \text{ dm}^3 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3,$$

$$V_2 = 8 \text{ L} = 8 \text{ dm}^3 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad T_1 = T_2 = T, \quad p = ?$$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana masa plina m i molna masa M, glasi:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak, V obujam plina, m masa plina, M molna masa plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina.

Za prvi i drugi balon vrijedi jednadžba stanja plina.

$$\left. \begin{array}{l} p_1 \cdot V_1 = \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1 \\ p_2 \cdot V_2 = \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow [T_1 = T_2 = T] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_1 \cdot V_1 = \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T \\ p_2 \cdot V_2 = \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2 \cdot V_2} = \frac{\frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T}{\frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T} \Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2 \cdot V_2} = \frac{\frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T}{\frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T} \Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2 \cdot V_2} = \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{p_1 \cdot V_1}{p_2 \cdot V_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{5 \cdot 10^4 \text{ Pa} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_2 = 2 \cdot m_1.$$

Kada otvorimo ventil tlakovi u balonima izjednače se pa vrijedi:

$$p \cdot (V_1 + V_2) = \frac{m_1 + m_2}{M} \cdot R \cdot T,$$

gdje je p zajednički tlak u sustavu balona.

Iz sustava jednadžbi dobije se vrijednost tlaka p.

$$\left. \begin{array}{l} p \cdot (V_1 + V_2) = \frac{m_1 + m_2}{M} \cdot R \cdot T \\ p_1 \cdot V_1 = \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{p \cdot (V_1 + V_2)}{p_1 \cdot V_1} = \frac{\frac{m_1 + m_2}{M} \cdot R \cdot T}{\frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{p \cdot (V_1 + V_2)}{p_1 \cdot V_1} &= \frac{\frac{m_1 + m_2}{M} \cdot R \cdot T}{\frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T} \Rightarrow \frac{p \cdot (V_1 + V_2)}{p_1 \cdot V_1} = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \Rightarrow [m_2 = 2 \cdot m_1] \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{p \cdot (V_1 + V_2)}{p_1 \cdot V_1} &= \frac{m_1 + 2 \cdot m_1}{m_1} \Rightarrow \frac{p \cdot (V_1 + V_2)}{p_1 \cdot V_1} = \frac{3 \cdot m_1}{m_1} \Rightarrow \frac{p \cdot (V_1 + V_2)}{p_1 \cdot V_1} = \frac{3 \cdot m_1}{m_1} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{p \cdot (V_1 + V_2)}{p_1 \cdot V_1} &= 3 \Rightarrow \frac{p \cdot (V_1 + V_2)}{p_1 \cdot V_1} = 3 \cdot \frac{p_1 \cdot V_1}{V_1 + V_2} \Rightarrow p = 3 \cdot \frac{p_1 \cdot V_1}{V_1 + V_2} = \\ &= 3 \cdot \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 + 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} = 60000 \text{ Pa} = 60 \text{ kPa}. \end{aligned}$$

Vježba 510

Dva balona spojena su ventilom. U prvom balonu nalazi se plin pod tlakom 100 kPa. U drugom balonu je isti plin pod tlakom 50 kPa. Obujam prvog balona iznosi 2 litre, a drugog 8 litara. Koliki će biti tlak u balonima kada se otvori ventil? Temperatura plina je stalna.

Rezultat: 60 kPa.

Zadatak 511 (Lucija, gimnazija)

Kolika je masa zraka koji izađe iz sobe volumena 30 m^3 ako se zrak ugrije sa $10 \text{ }^\circ\text{C}$ na $22 \text{ }^\circ\text{C}$ pri tlaku 1010 mbar? (molna masa zraka $M = 28.8 \text{ g/mol}$, univerzalna plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$)

Rješenje 511

$$\begin{aligned} V &= 30 \text{ m}^3, \quad t_1 = 10 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 273.15 + t_1 = (273.15 + 10) \text{ K} = 283.15 \text{ K}, \\ t_2 &= 22 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_2 = 273.15 + t_2 = (273.15 + 22) \text{ K} = 295.15 \text{ K}, \quad p = 1010 \text{ mbar} = \\ &= 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}, \quad M = 28.8 \text{ g/mol} = 0.0288 \text{ kg/mol}, \quad R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}, \quad \Delta m = ? \end{aligned}$$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana masa plina m i molna masa M , glasi:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak, V obujam plina, m masa plina, M molna masa plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina.

Tlak i volumen stalni su

$$p_1 = p_2 = p, \quad V_1 = V_2 = V$$

pa vrijedi:

$$\left. \begin{aligned} p \cdot V &= \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1 \\ p \cdot V &= \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1 &= p \cdot V \\ \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2 &= p \cdot V \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1 &= p \cdot V \cdot \frac{M}{R \cdot T_1} \\ \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2 &= p \cdot V \cdot \frac{M}{R \cdot T_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} m_1 &= \frac{p \cdot V \cdot M}{R \cdot T_1} \\ m_2 &= \frac{p \cdot V \cdot M}{R \cdot T_2} \end{aligned} \right\}.$$

Masa zraka Δm koji izađe iz sobe iznosi:

$$\Delta m = m_1 - m_2 \Rightarrow \Delta m = \frac{p \cdot V \cdot M}{R \cdot T_1} - \frac{p \cdot V \cdot M}{R \cdot T_2} \Rightarrow \Delta m = \frac{p \cdot V \cdot M}{R} \cdot \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) =$$

$$= \frac{1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 30 \text{ m}^3 \cdot 0.0288 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} \cdot \left(\frac{1}{283.15 \text{ K}} - \frac{1}{295.15 \text{ K}} \right) = 1.507 \text{ kg}.$$

Vježba 511

Kolika je masa zraka koji izađe iz sobe volumena 30 m^3 ako se zrak ugrije sa $10 \text{ }^\circ\text{C}$ na $22 \text{ }^\circ\text{C}$ pri tlaku 101 kPa ? (molna masa zraka $M = 28.8 \text{ g/mol}$, univerzalna plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$)

Rezultat: 1.507 kg.

Zadatak 512 (Mira, srednja škola)

Jedan mol dušika nalazi se na temperaturi 300 K zatvoren u volumenu od 10 litara . Koliki je tlak dušika ako je idealni plin? (univerzalna plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$)

Rješenje 512

$n = 1 \text{ mol}$, $T = 300 \text{ K}$, $V = 10 \text{ L} = 10 \text{ dm}^3 = 10^{-2} \text{ m}^3$, $R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$,
 $p = ?$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana množina n idealnog plina, glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak, V obujam plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina.

Tlak dušika iznosi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow p \cdot V = n \cdot R \cdot T / \cdot \frac{1}{V} \Rightarrow p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V} =$$

$$= \frac{1 \text{ mol} \cdot 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 300 \text{ K}}{10^{-2} \text{ m}^3} = 249420 \text{ Pa}.$$

Vježba 512

Jedan mol dušika nalazi se na temperaturi 300 K zatvoren u volumenu od 100 decilitara . Koliki je tlak dušika ako je idealni plin? (univerzalna plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$)

Rezultat: 249420 Pa.

Zadatak 513 (Matija, gimnazija)

U zatvorenoj posudi volumena 10 litara , nalazi se smjesa od 16 g helija i 10 g vodika temperature 300 K . Koliki je tlak plina na stijenke posude? (univerzalna plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$, molna masa helija $M_1 = 4 \text{ g/mol}$, molna masa vodika $M_2 = 2 \text{ g/mol}$)

Rješenje 513

$V = 10 \text{ L} = 10 \text{ dm}^3 = 10^{-2} \text{ m}^3$, $m_1 = 16 \text{ g} = 0.016 \text{ kg}$, $m_2 = 10 \text{ g} = 0.01 \text{ kg}$,
 $T = 300 \text{ K}$, $R = 8.314 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$, $M_1 = 4 \text{ g/mol} = 0.004 \text{ kg/mol}$, $M_2 = 2 \text{ g/mol} = 0.002 \text{ kg/mol}$,
 $p = ?$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana masa plina m i molna masa M , glasi:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak, V obujam plina, m masa plina, M molna masa plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina.

Daltonov zakon

Imamo li smjesu nekoliko plinova, ukupni će tlak biti jednak zbroju parcijalnih tlakova pomiješanih

plinova. Tlak smjese je

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n,$$

gdje su $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ tlakovi pojedinih plinova. Parcijalni ili djelomični tlak plina je tlak što bi ga imala jedna od pomiješanih količina plina kad bi sama ispunila cijeli prostor u kojemu se nalazi smjesa.

Uporabimo jednadžbu idealnog plina kako bismo našli parcijalne tlakove p_1 i p_2 .

$$\left. \begin{array}{l} p_1 \cdot V = \frac{m_1}{M_1} \cdot R \cdot T \\ p_2 \cdot V = \frac{m_2}{M_2} \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_1 \cdot V = \frac{m_1}{M_1} \cdot R \cdot T \cdot \frac{1}{V} \\ p_2 \cdot V = \frac{m_2}{M_2} \cdot R \cdot T \cdot \frac{1}{V} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_1 = \frac{m_1}{M_1} \cdot \frac{R \cdot T}{V} \\ p_2 = \frac{m_2}{M_2} \cdot \frac{R \cdot T}{V} \end{array} \right\}.$$

Pomoću zakona o parcijalnim tlakovima izračunamo tlak plina na stijenke posude.

$$\begin{aligned} p = p_1 + p_2 &\Rightarrow p = \frac{m_1}{M_1} \cdot \frac{R \cdot T}{V} + \frac{m_2}{M_2} \cdot \frac{R \cdot T}{V} \Rightarrow p = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) \cdot \frac{R \cdot T}{V} = \\ &= \left(\frac{0.016 \text{ kg}}{0.004 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} + \frac{0.01 \text{ kg}}{0.002 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} \right) \cdot \frac{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 300 \text{ K}}{10^{-2} \text{ m}^3} = 2244780 \text{ Pa} \approx 22.45 \cdot 10^5 \text{ Pa}. \end{aligned}$$

Vježba 513

U zatvorenoj posudi volumena 100 decilitara, nalazi se smjesa od 16 g helija i 10 g vodika temperature 300 K. Koliki je tlak plina na stijenke posude? (univerzalna plinska konstanta $R = 8.314 \text{ J} / (\text{mol} \cdot \text{K})$, molna masa helija $M_1 = 4 \text{ g} / \text{mol}$, molna masa vodika $M_2 = 2 \text{ g} / \text{mol}$)

Rezultat: $22.45 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Zadatak 514 (Marija, gimnazija)

U posudi 1 obujma V nalazi se n molova plina. Posuda 2 ima obujam $2 \cdot V$ i u njoj se nalazi $n/2$ molova plina. Koliki je omjer tlakova ako su temperature u obje posude jednake? Zaokružite ispravan odgovor!

$$A. p_2 = p_1 \quad B. p_2 = \frac{p_1}{2} \quad C. p_2 = \frac{p_1}{4} \quad D. p_2 = 4 \cdot p_1$$

Rješenje 514

$$V_1 = V, \quad n_1 = n, \quad V_2 = 2 \cdot V, \quad n_2 = n/2, \quad T_1 = T_2 = T, \quad p_2 : p_1 = ?$$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana množina n idealnog plina, glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak, V obujam plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina.

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} p_1 \cdot V_1 = n_1 \cdot R \cdot T_1 \\ p_2 \cdot V_2 = n_2 \cdot R \cdot T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_1 \cdot V = n \cdot R \cdot T \\ p_2 \cdot 2 \cdot V = \frac{n}{2} \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{p_2 \cdot 2 \cdot V}{p_1 \cdot V} = \frac{\frac{n}{2} \cdot R \cdot T}{n \cdot R \cdot T} \Rightarrow \frac{p_2 \cdot 2 \cdot V}{p_1 \cdot V} = \frac{\frac{n}{2} \cdot R \cdot T}{n \cdot R \cdot T} \Rightarrow \frac{2 \cdot p_2}{p_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{2 \cdot p_2}{p_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_1}{2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1}{4}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 514

U posudi 1 obujma V nalazi se n molova plina. Posuda 2 ima obujam $2 \cdot V$ i u njoj se nalazi n molova plina. Koliki je omjer tlakova ako su temperature u obje posude jednake? Zaokružite ispravan odgovor!

$$A. p_2 = p_1 \quad B. p_2 = \frac{p_1}{2} \quad C. p_2 = \frac{p_1}{4} \quad D. p_2 = 4 \cdot p_1$$

Rezultat: B.

Zadatak 515 (Tin, gimnazija)

Tijelo mase 2 kg predalo je količinu topline od 15 kJ. Za koliko se stupnjeva promijenila temperatura tijela ako je specifični toplinski kapacitet tijela $c = 840 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$?

- A. Tijelo se ugrijalo za 28.2 K. B. Tijelo se ohladilo za 28.2 K.
C. Tijelo se ugrijalo za 8.93 K. D. Tijelo se ohladilo za 8.93 K.

Rješenje 515

$$m = 2 \text{ kg}, \quad Q = 15 \text{ kJ} = 15000 \text{ J}, \quad c = 840 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad \Delta T = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T,$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a ΔT promjena temperature.

Tijelo predaje toplinu, dakle, hladi se pa promjena temperature iznosi:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta T = Q \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta T = \frac{Q}{m \cdot c} \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{m \cdot c} = \frac{15000 \text{ J}}{2 \text{ kg} \cdot 840 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 8.93 \text{ K}.$$

Odgovor je pod D

Vježba 515

Tijelo mase 2 kg primilo je količinu topline od 15 kJ. Za koliko se stupnjeva promijenila temperatura tijela ako je specifični toplinski kapacitet tijela $c = 840 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$?

- A. Tijelo se ugrijalo za 28.2 K. B. Tijelo se ohladilo za 28.2 K.
C. Tijelo se ugrijalo za 8.93 K. D. Tijelo se ohladilo za 8.93 K.

Rezultat: C.

Zadatak 516 (Lorena, srednja škola)

U posudi se nalazi 3 L vode temperature 15°C . Koliko će vode ispariti uz korisni utrošak 1 kWh energije? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$, specifična toplina isparivanja $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J / kg}$)

Rješenje 516

$$V = 3 \text{ L} \Rightarrow m = 3 \text{ kg}, \quad t_1 = 15^\circ\text{C}, \quad t_2 = 100^\circ\text{C} \text{ vrelište vode}, \quad Q = 1 \text{ kWh} = [1 \cdot 1000 \cdot 3600] = 3600000 \text{ W} \cdot \text{s} = 3600000 \text{ J}, \quad c = 4190 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J / kg}, \quad m_1 = ?$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Tekućina prelazi u paru pri svakoj temperaturi. Temperatura iznad koje pri određenom tlaku tekućina

više ne može postojati u tekućem agregatnom stanju naziva se vrelištem. Temperatura vrelišta ostaje nepromijenjena sve dok sva tekućina vrenjem ne prijeđe u paru. Toplinu koja je potrebna da tekućina mase m prijeđe u paru jednake temperature možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot r,$$

gdje je r specifična toplina isparavanja.

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T \text{ (K)} = \Delta t \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Količina energije (toplina) Q utroši se na zagrijavanje vode mase m do vrelišta i isparivanje vode mase m_1 .

$$\begin{aligned} Q &= m \cdot c \cdot \Delta t + m_1 \cdot r \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) + m_1 \cdot r \Rightarrow m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) + m_1 \cdot r = Q \Rightarrow \\ &\Rightarrow m_1 \cdot r = Q - m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow m_1 \cdot r = Q - m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \cdot \frac{1}{r} \Rightarrow \\ \Rightarrow m_1 &= \frac{Q - m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)}{r} = \frac{3600000 \text{ J} - 3 \text{ kg} \cdot 4190 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 15) \text{ K}}{22.6 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 1.12 \text{ kg}. \end{aligned}$$

Vježba 516

U posudi se nalazi 30 dl vode temperature 15 °C. Koliko će vode ispariti uz korisni utrošak 1 kWh energije? (specifični toplinski kapacitet vode $c = 4190 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$, specifična toplina isparivanja $r = 22.6 \cdot 10^5 \text{ J} / \text{kg}$)

Rezultat: 1.12 kg.

Zadatak 517 (Andy, srednja škola)

Koliko plin koji u posudi volumena 10 L na temperaturi 20 °C tlači stijenke posude tlakom od 100000 Pa sadrži molekula ako je $R = 8.314 \text{ J} / (\text{mol} \cdot \text{K})$, a Avogadrova konstanta $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$?

Rješenje 517

$$\begin{aligned} V &= 10 \text{ L} = 10 \text{ dm}^3 = 0.01 \text{ m}^3, \quad t = 20 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T = 273.15 + t = (273.15 + 20) \text{ K} = \\ &= 293.15 \text{ K}, \quad p = 100000 \text{ Pa} = 10^5 \text{ Pa}, \quad R = 8.314 \text{ J} / (\text{mol} \cdot \text{K}), \quad N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}, \\ N &= ? \end{aligned}$$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana množina n idealnog plina, glasi:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T,$$

gdje je p tlak, V obujam plina, R plinska konstanta, T termodinamička temperatura plina.

Ako tijelo sadrži N molekula množina ili količina tvari n jednaka je

$$n = \frac{N}{N_A},$$

gdje je N_A Avogadrova konstanta.

$$\left. \begin{array}{l} n = \frac{N}{N_A} \\ p \cdot V = n \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow p \cdot V = \frac{N}{N_A} \cdot R \cdot T \Rightarrow \frac{N}{N_A} \cdot R \cdot T = p \cdot V \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{N}{N_A} \cdot R \cdot T = p \cdot V \cdot / \cdot \frac{N_A}{R \cdot T} \Rightarrow N = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} \cdot N_A = \\
 = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 0.01 \text{ m}^3}{8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 293.15 \text{ K}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}} = 2.47 \cdot 10^{23} \text{ molekula.}$$

Vježba 517

Koliko plin koji u posudi volumena 20 L na temperaturi 20 °C tlači stijenke posude tlakom od 50000 Pa sadrži molekula ako je $R = 8.314 \text{ J / (mol} \cdot \text{K)}$, a Avogadrova konstanta $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$?

Rezultat: $2.47 \cdot 10^{23}$ molekula.

Zadatak 518 (Ante, srednja škola)

Koliku snagu mora imati grijač kako bi 250 g vode temperature 100 °C isparilo za 1 h ako se sva energija grijača upotrebljava za zagrijavanje vode? Specifična toplina isparavanja vode je 2.26 MJ / kg.

Rješenje 518

$$m = 250 \text{ g} = 0.25 \text{ kg}, \quad T = 100 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}, \\
 r = 2.26 \text{ MJ / kg} = 2.26 \cdot 10^6 \text{ J / kg}, \quad P = ?$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu. Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t}.$$

Snaga je brzina vršenja rada ili prijenosa energije.

Tekućina prelazi u paru pri svakoj temperaturi. Temperatura iznad koje pri određenom tlaku tekućina više ne može postojati u tekućem agregatnom stanju naziva se vrelištem. Temperatura vrelišta ostaje nepromijenjena sve dok sva tekućina vrenjem ne prijeđe u paru. Toplino koja je potrebna da tekućina mase m prijeđe u paru jednake temperature možemo izračunati iz izraza

$$Q = m \cdot r,$$

gdje je r specifična toplina isparavanja.

$$\left. \begin{array}{l} W = Q \\ P = \frac{W}{t} \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{Q}{t} \Rightarrow [Q = m \cdot r] \Rightarrow P = \frac{m \cdot r}{t} = \frac{0.25 \text{ kg} \cdot 2.26 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}}{3600 \text{ s}} = 156.95 \text{ W.}$$

Vježba 518

Koliku snagu mora imati grijač kako bi 25 dag vode temperature 100 °C isparilo za 1 h ako se sva energija grijača upotrebljava za zagrijavanje vode? Specifična toplina isparavanja vode je 2.26 MJ / kg.

Rezultat: 156.95 W.

Zadatak 519 (Ante, srednja škola)

Korisnost toplinskoga stroja iznosi 20%. Radno tijelo predaje određenu količinu topline spremniku temperature 300 K. Kolika je temperatura spremnika od kojega radno tijelo prima toplinu?

Rješenje 519

$$\eta = 20\% = 0.20, \quad T_2 = 300 \text{ K}, \quad T_1 = ?$$

Pri toplinskim strojevima dio unutarnje energije plinova i para (radnog tijela) pretvaramo u rad. To je moguće samo kad se radno tijelo nalazi između spremnika više i spremnika niže temperature. Za vrijeme jednoga kružnog procesa radno tijelo primi od toplijeg spremnika toplinu Q_1 i preda hladnijem spremniku toplinu Q_2 . Promjena topline $Q_1 - Q_2$ pri idealnom stroju prelazi u mehanički rad W :

$$W = Q_1 - Q_2.$$

Djelotvornost η nekoga toplinskog stroja govori o tome koliki je dio topline dobivene od toplijeg spremnika prešao u mehanički rad W , tj.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

gdje su T_1 i T_2 temperature toplijeg odnosno hladnijeg spremnika. Djelotvornost ne ovisi o vrsti radnog tijela, već samo o razlici temperatura toplijeg i hladnijeg spremnika.

Stoti dio nekoga broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{P}{100}.$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 1 - \eta \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{1 - \eta}{1} \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1 - \eta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1 - \eta} \cdot T_2 \Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{1 - \eta} = \frac{300 \text{ K}}{1 - 0.20} = 375 \text{ K}.$$

Vježba 519

Korisnost toplinskoga stroja iznosi 20%. Radno tijelo predaje određenu količinu topline spremniku temperature 600 K. Kolika je temperatura spremnika od kojega radno tijelo prima toplinu?

Rezultat: 750 K.

Zadatak 520 (Vjekoslav, gimnazija)

Električni grijač snage 100 W nalazi se u cijevi kojom protječe voda protokom od $3.5 \text{ cm}^3 / \text{s}$. Kolika će biti temperatura vode na izlazu iz cijevi, ako je ulazna temperatura vode $18 \text{ }^\circ\text{C}$, a specifični toplinski kapacitet vode $c = 4186 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$? Zanimarite gubitke topline u okolinu. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$)

Rješenje 520

$$P = 100 \text{ W}, \quad q = 3.5 \text{ cm}^3 / \text{s} = 3.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 / \text{s}, \quad t_1 = 18 \text{ }^\circ\text{C}, \quad c = 4186 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K}),$$

$$\rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3, \quad t_2 = ?$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz kvocijenta mase m tijela i njegova obujma V :

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V.$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Brzinu rada izražavamo snagom. Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P \cdot t.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

$$W = \Delta E.$$

Jakost toka ili volumni protok fluida određuje se izrazom

$$q = \frac{V}{t} = S \cdot v,$$

gdje je V volumen koji je protekao površinom presjeka S u vremenu t srednjom brzinom v.

$$\left. \begin{array}{l} Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \\ Q = W \\ W = P \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Q = \rho \cdot V \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \\ Q = P \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \rho \cdot V \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = P \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot V \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = P \cdot t \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow \rho \cdot \frac{V}{t} \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = P \Rightarrow \left[q = \frac{V}{t} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot q \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = P \Rightarrow \rho \cdot q \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = P \cdot \frac{1}{\rho \cdot q \cdot c} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{P}{\rho \cdot q \cdot c} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{P}{\rho \cdot q \cdot c} + t_1 = \frac{100 \text{ W}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 3.5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} + 18 \text{ } ^\circ\text{C} = 24.8 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Vježba 520

Električni grijač snage 0.1 kW nalazi se u cijevi kojom protječe voda protokom od $3.5 \text{ cm}^3 / \text{s}$. Kolika će biti temperatura vode na izlazu iz cijevi, ako je ulazna temperatura vode $18 \text{ } ^\circ\text{C}$, a specifični toplinski kapacitet vode $c = 4186 \text{ J} / (\text{kg} \cdot \text{K})$? Zanemarite gubitke topline u okolinu. (gustoća vode $\rho = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$)

Rezultat: 24.8 °C.