

Zadatak 201 (Mario, srednja škola)

Razmak između elektroda svijećice u automobilu je 0.6 mm. Kako bi došlo do preskakanja iskre, odnosno do paljenja svijećice, potrebno je polje jakosti $3 \cdot 10^6$ V/m. Kolika je potrebna razlika potencijala za rad svijećice?

Rješenje 201

$$d = 0.6 \text{ mm} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}, \quad E = 3 \cdot 10^6 \text{ V/m}, \quad U = ?$$

Razlika potencijala naziva se napon i možemo ga izračunati kao

$$U = \varphi_1 - \varphi_2.$$

U homogenom električnom polju jakosti E vrijedi

$$E = \frac{U}{d},$$

gdje je U napon između ploča kondenzatora, a d udaljenost između ploča kondenzatora.



Razlika potencijala (napon) za rad svijećice iznosi:

$$E = \frac{U}{d} \Rightarrow E = \frac{U}{d} \cdot d \Rightarrow U = E \cdot d = 3 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 6 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 18 \cdot 10^2 \text{ V} = 1.8 \cdot 10^3 \text{ V} = 1.8 \text{ kV}.$$

Vježba 201

Razmak između elektroda svijećice u automobilu je 0.3 mm. Kako bi došlo do preskakanja iskre, odnosno do paljenja svijećice, potrebno je polje jakosti $6 \cdot 10^6$ V/m. Kolika je potrebna razlika potencijala za rad svijećice?

Rezultat: 1.8 kV.

Zadatak 202 (Ivan, srednja škola)

Metalna kugla polumjera 10 cm nalazi se u zraku na potencijalu 200 V. Kolika je pložna gustoća naboja na kugli? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2) / \text{C}^2$)

Rješenje 202

$$r = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}, \quad \varphi = 200 \text{ V}, \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2) / \text{C}^2, \quad \sigma = ?$$

Svaka točka električnog polja ima potencijal s obzirom na Zemlju. Potencijal φ neke točke definira se omjerom rada W i naboja Q koji treba sa Zemlje dovesti u tu točku. Potencijal točaka na površini nabijene kugle polumjera r jednak je

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r}.$$

Pložna gustoća naboja σ

Ako je naboj Q jednoliko raspoređen po ploči ploštine S zanemarive debljine pložnu raspodjelu naboja σ definiramo relacijom

$$\sigma = \frac{Q}{S}.$$

Oplošje kugle polumjera r je

$$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi.$$

Pložna gustoća σ naboja Q na kugli polumjera r iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi = k \cdot \frac{Q}{r} \\ S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \varphi = k \cdot \frac{Q}{r} \cdot \frac{r}{k} \\ S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} Q = \frac{r \cdot \varphi}{k} \\ S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{pložna gustoća} \\ \sigma = \frac{Q}{S} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{r \cdot \varphi}{4 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot k} \Rightarrow \sigma = \frac{r \cdot \varphi}{4 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot k} \Rightarrow \sigma = \frac{r \cdot \varphi}{4 \cdot r^2 \cdot \pi \cdot k} \Rightarrow \sigma = \frac{\varphi}{4 \cdot r \cdot \pi \cdot k} =$$

$$= \frac{200 \text{ V}}{4 \cdot 0.1 \text{ m} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}} = 1.77 \cdot 10^{-8} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}.$$

Vježba 202

Metalna kugla polumjera 20 cm nalazi se u zraku na potencijalu 400 V. Kolika je plošna gustoća naboja na kugli? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2) / \text{C}^2$)

Rezultat: $1.77 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}^2$.

Zadatak 203 (Željka, medicinska škola)

Između ploča kondenzatora međusobno udaljenih d je napon U . Unutar kondenzatora je sila električnog polja na naboj q određena izrazom:

$$A. F = q \cdot \frac{U}{d} \quad B. F = \frac{q}{U} \cdot d \quad C. F = \frac{U}{d \cdot q} \quad D. F = d \cdot \frac{U}{q}$$

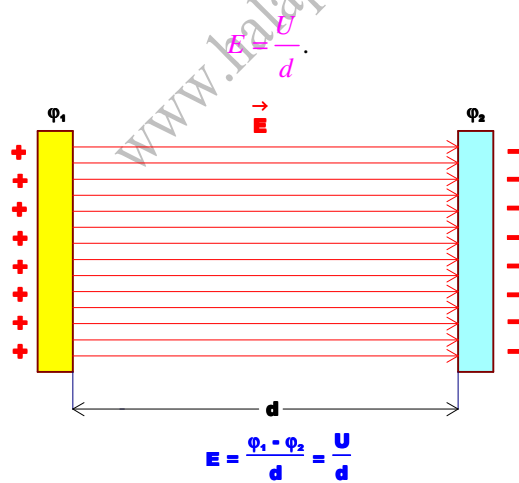
Rješenje 203

$d, U, q, F = ?$

Ako se u polju jakosti E nalazi naboj Q silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza

$$F = Q \cdot E.$$

Polje između dviju nabijenih usporednih ploča udaljenih d između kojih je napon U ima svuda jednaku jakost i usporedne silnice, a naziva se homogeno polje.



$$\left. \begin{array}{l} E = \frac{U}{d} \\ F = q \cdot E \end{array} \right\} \Rightarrow F = q \cdot \frac{U}{d}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 203

Između ploča kondenzatora međusobno udaljenih $2 \cdot d$ je napon U . Unutar kondenzatora je sila električnog polja na naboj $2 \cdot q$ određena izrazom:

$$A. F = q \cdot \frac{U}{d} \quad B. F = \frac{q}{U} \cdot d \quad C. F = \frac{U}{d \cdot q} \quad D. F = d \cdot \frac{U}{q}$$

Rezultat: A.

Zadatak 204 (Ivana, medicinska škola)

Električna energija kondenzatora kapaciteta $25 \mu\text{F}$ iznosi 2 J . Koliki je napon na krajevima kondenzatora?

Rješenje 204

$$C = 25 \mu\text{F} = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ F}, \quad W = 2 \text{ J}, \quad U = ?$$

Energija kondenzatora, kao sposobnost obavljanja rada, nastaje kao posljedica električnih sila, tj. polja među razdvojenim nabojima, pa kažemo da kondenzatoru energiju daje električno polje.

Energija nabijenog kondenzatora jednaka je

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2,$$

gdje je Q naboj na ploči kondenzatora, a U napon između ploča kondenzatora.

Napon na krajevima kondenzatora iznosi:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = W \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = W \cdot \frac{2}{C} \Rightarrow U^2 = \frac{2 \cdot W}{C} \Rightarrow \\ &\Rightarrow U^2 = \frac{2 \cdot W}{C} \cdot \sqrt{\quad} \Rightarrow U = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \text{ J}}{2.5 \cdot 10^{-5} \text{ F}}} = 400 \text{ V}. \end{aligned}$$

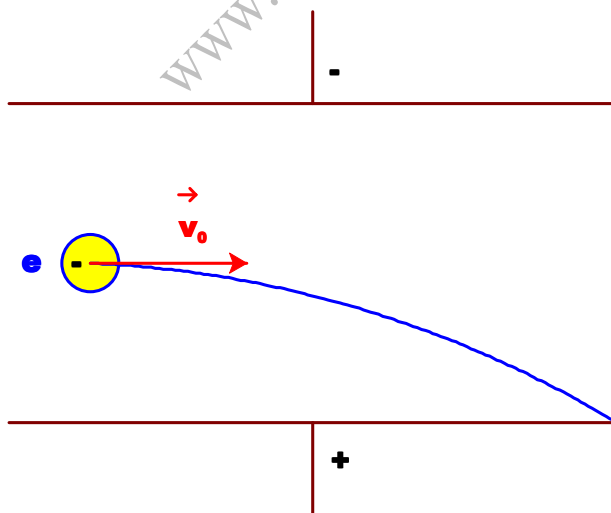
Vježba 204

Električna energija kondenzatora kapaciteta $50 \mu\text{F}$ iznosi 4 J . Koliki je napon na krajevima kondenzatora?

Rezultat: 400 V .

Zadatak 205 (Elly, gimnazija)

Elektron uleti početnom brzinom v_0 u sredinu između dvije metalne ploče razmaka d , a izleti uz rub ploče kako je prikazano na slici. Razlika potencijala na pločama je U . Kolika je promjena energije elektrona?



Rješenje 205

$$Q = e, \quad v_0, \quad d, \quad U, \quad \Delta E = ?$$

Tijelo obavlja rad W ako djeluje nekom silom F na putu s na drugo tijelo. Ako sila djeluje u smjeru gibanja tijela, vrijedi

$$W = F \cdot s.$$

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

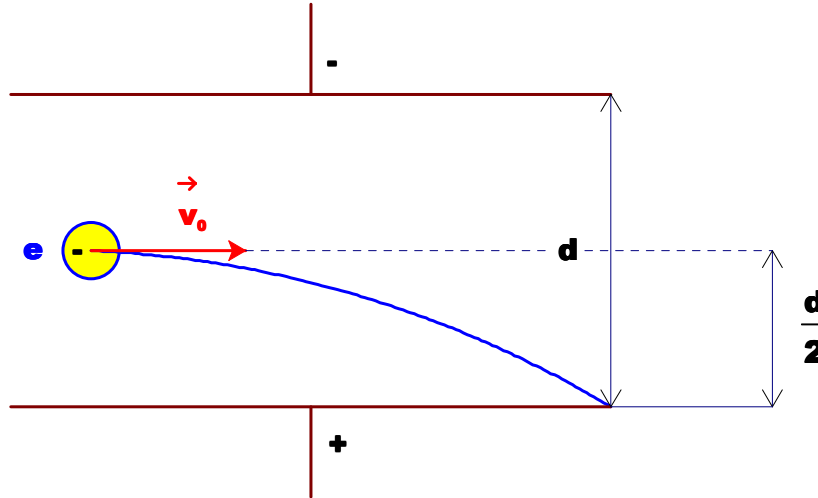
Ako se u polju jakosti E nalazi naboj Q , silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza

$$F = Q \cdot E.$$

U homogenom električnom polju jakosti E vrijedi

$$E = \frac{U}{d},$$

gdje je U napon između ploča kondenzatora, a d udaljenost između ploča kondenzatora.



Rad W što ga utroši sila F električnog polja na putu $\frac{1}{2} \cdot d$ jednak je

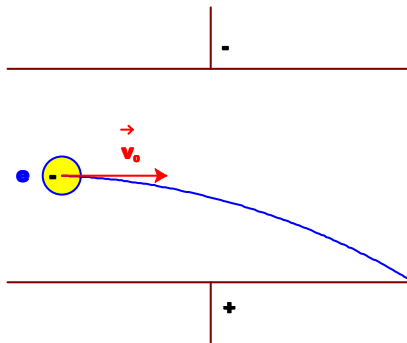
$$\left. \begin{array}{l} W = F \cdot \frac{1}{2} \cdot d \\ F = Q \cdot E \\ Q = e \\ E = \frac{U}{d} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} W = F \cdot \frac{1}{2} \cdot d \\ F = e \cdot \frac{U}{d} \end{array} \right\} \Rightarrow W = e \cdot \frac{U}{d} \cdot \frac{1}{2} \cdot d \Rightarrow W = e \cdot \frac{U}{d} \cdot \frac{1}{2} \cdot d \Rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot e \cdot U.$$

Budući da je promjena energije ΔE jednaka utrošenom radu W električne sile vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta E = W \\ W = \frac{1}{2} \cdot e \cdot U \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta E = \frac{1}{2} \cdot e \cdot U.$$

Vježba 205

Elektron uleti početnom brzinom v_0 u sredinu između dvije metalne ploče razmaka d, a izleti uz rub ploče kako je prikazano na slici. Razlika potencijala na pločama je $2 \cdot U$. Kolika je promjena energije elektrona?



Rezultat: $\Delta E = e \cdot U.$

Zadatak 206 (Doris, gimnazija)

Tri točkasta naboja smještena su u koordinatnom sustavu na sljedeći način: prvi, veličine $5 \mu\text{C}$ u ishodištu, drugi, veličine $-2 \mu\text{C}$ u točki $(0, a)$ i treći veličine kao prvi u točki (a, a) . Koliki je iznos rezultantne sile koja djeluje na treći naboj ako je $a = 0.1 \text{ m}$? ($k = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$)

Rješenje 206

$Q_1 = 5 \mu\text{C} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, $A(0, 0)$, $Q_2 = -2 \mu\text{C} = -2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, $B(0, a)$,
 $Q_3 = 5 \mu\text{C} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, $C(a, a)$, $a = 0.1 \text{ m}$, $k = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$, $F = ?$

Coulombov zakon

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) u vakuumu dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, konstanta k za vakuum

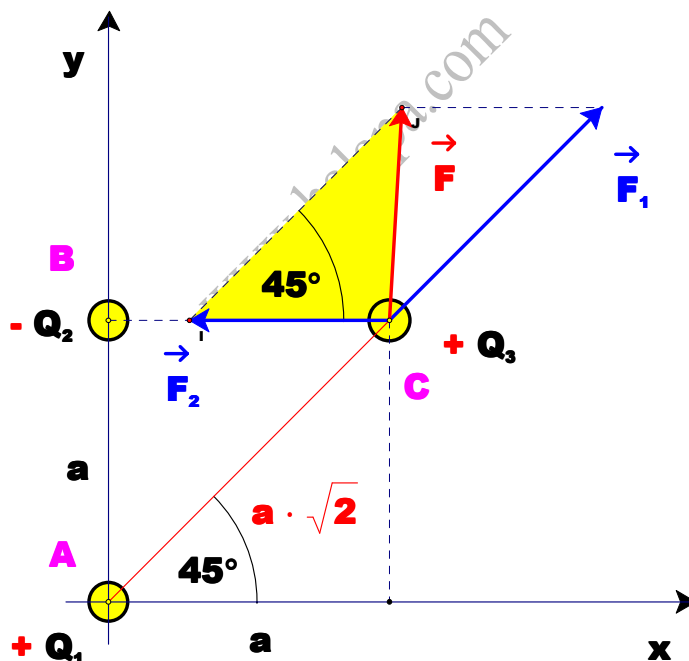
$$k = 8.99 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}.$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Poučak o kosinusu (kosinusoov poučak)

U trokutu ABC vrijede ove jednakosti

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha, \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta, \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma.$$



Iz slike vidi se da na naboj Q_3 djeluju sile F_1 i F_2 kojima je rezultanta F .

Rezultantu F sile F_1 i F_2 naći ćemo grafički, ako nacrtamo paralelogram sile sa stranicama F_1 i F_2 .

Jedinice možemo izabrati po volji. Da bismo izračunali ukupnu silu na naboj Q_3 , moramo izračunati silu kojom svaki naboj Q_1 i Q_2 djeluju na Q_3 i tada vektorski zbrojiti te sile.

Sila F_1 kojom naboj Q_1 djeluje na Q_3 je

$$F_1 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{(a \cdot \sqrt{2})^2} \Rightarrow F_1 = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{2 \cdot a^2} = 8.99 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{2 \cdot (0.1 \text{ m})^2} = 11.24 \text{ N}.$$

Između naboja Q_1 i Q_3 djeluje odbojna Coulombova sila.

Sila F_2 kojom naboj Q_2 djeluje na Q_3 je

$$F_2 = k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_3}{a^2} = 8.99 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{-2 \cdot 10^{-6} C \cdot 5 \cdot 10^{-6} C}{(0.1 m)^2} = 8.99 N.$$

Između naboja Q_2 i Q_3 djeluje privlačna Coulombova sila.

Računski odredit ćemo rezultantu F prema kosinusovu poučku.

$$\begin{aligned} F^2 &= F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 45^\circ \Rightarrow F^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 45^\circ \quad / \sqrt{} \Rightarrow \\ &\Rightarrow F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos 45^\circ} = \\ &= \sqrt{(11.24 N)^2 + (8.99 N)^2 - 2 \cdot 11.24 N \cdot 8.99 N \cdot \cos 45^\circ} = 8.02 N. \end{aligned}$$

Vježba 206

Tri točkasta naboja smještene su u koordinatnom sustavu na sljedeći način: prvi, veličine $5 \mu C$ u ishodištu, drugi, veličine $-2 \mu C$ u točki $(0, a)$ i treći veličine kao prvi u točki (a, a) . Koliki je iznos rezultantne sile koja djeluje na treći naboj ako je $a = 10 \text{ cm}$? ($k = 8.99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$)

Rezultat: 8.02 N.

Zadatak 207 (Nina, gimnazija)

Dva točkasta naboja, Q_1 i Q_2 , međusobno su udaljeni 0.1 m. Sila međudjelovanja između naboja iznosi F . Na kolikoj se međusobnoj udaljenosti trebaju nalaziti naboji Q_1 i $2 \cdot Q_2$ da bi sila međudjelovanja između njih također iznosila F ?

Rješenje 207

$$Q_1, \quad Q_2, \quad r_1 = 0.1 \text{ m}, \quad F, \quad 2 \cdot Q_2, \quad r_2 = ?$$

Coulombov zakon

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) u vakuumu dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, konstanta k za vakuum

$$k = 8.99 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}.$$

Budući da u oba slučaja sila mora biti jednaka, dobije se sustav jednažbi:

$$\left. \begin{aligned} F &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_1^2} \\ F &= k \cdot \frac{Q_1 \cdot 2 \cdot Q_2}{r_2^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_1^2} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot 2 \cdot Q_2}{r_2^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_1^2} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot 2 \cdot Q_2}{r_2^2} \quad / \cdot \frac{r_1^2 \cdot r_2^2}{k \cdot Q_1 \cdot Q_2} \Rightarrow r_2^2 = 2 \cdot r_1^2 \Rightarrow r_2^2 = 2 \cdot r_1^2 \quad / \sqrt{} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r_2 = \sqrt{2 \cdot r_1^2} \Rightarrow r_2 = r_1 \cdot \sqrt{2} = 0.1 \text{ m} \cdot \sqrt{2} = 0.1414 \text{ m} = 14.14 \text{ cm}.$$

Vježba 207

Dva točkasta naboja, Q_1 i Q_2 , međusobno su udaljeni 0.1 m. Sila međudjelovanja između naboja iznosi F . Na kolikoj se međusobnoj udaljenosti trebaju nalaziti naboji $2 \cdot Q_1$ i Q_2 da bi sila međudjelovanja između njih također iznosila F ?

Rezultat: 14.14 cm.

Zadatak 208 (Miroslav, srednja škola)

Kuglica mase 0.2 g uzdiže se ubrzanjem $a = 1.2 \text{ m/s}^2$ u homogenom električnom polju jakosti $E = 2 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ usmjerenom vertikalno prema gore. Odredi naboj kuglice. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rješenje 208

$$m = 0.2 \text{ g} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ kg}, \quad a = 1.2 \text{ m/s}^2, \quad E = 2 \cdot 10^6 \text{ V/m}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad Q = ?$$

Drugi Newtonov poučak: Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow F = m \cdot a.$$

Ako se u polju jakosti E nalazi naboj Q , silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza

$$F_e = Q \cdot E.$$

Težina tijela jest sila kojom tijelo zbog Zemljina privlačenja djeluje na horizontalnu podlogu ili ovjes. Za slučaj kad tijelo i podloga, odnosno ovjes, miruju ili se gibaju jednoliko po pravcu s obzirom na Zemlju, težina tijela je veličinom jednaka sili teže.

$$G = m \cdot g.$$

Sila F koja kuglicu mase m uzdiže ubrzanjem a prema gore jednaka je razlici električne sile F_e (usmjerene prema gore) i težine G kuglice (usmjerene prema dolje).

$$F = F_e - G \Rightarrow m \cdot a = Q \cdot E - m \cdot g \Rightarrow Q \cdot E - m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow Q \cdot E = m \cdot a + m \cdot g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q \cdot E = m \cdot a + m \cdot g \quad / \cdot \frac{1}{E} \Rightarrow Q = \frac{m \cdot a + m \cdot g}{E} \Rightarrow Q = \frac{m \cdot (a + g)}{E} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \left(1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)}{2 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}} = 1.1 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 1.1 \text{ nC}.$$

Vježba 208

Kuglica mase 0.4 g uzdiže se ubrzanjem $a = 1.2 \text{ m/s}^2$ u homogenom električnom polju jakosti $E = 4 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ usmjerenom vertikalno prema gore. Odredi naboj kuglice. (ubrzanje slobodnog pada $g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Rezultat: $1.1 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 1.1 \text{ nC}$.

Zadatak 209 (Vedrana, srednja škola)

Točka K ima električni potencijal 900 V, a točka L ima električni potencijal 1800 V. Koliki rad treba obaviti pri pomicanju naboja 2 mC iz K u L?

$$A. 1.8 \text{ mJ} \quad B. 54 \text{ mJ} \quad C. 1.8 \text{ J} \quad D. 54 \text{ J}$$

Rješenje 209

$$\varphi_K = 900 \text{ V}, \quad \varphi_L = 1800 \text{ V}, \quad Q = 2 \text{ mC} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ C}, \quad W = ?$$

Rad što se utroši pri prijenosu naboja Q iz točke potencijala φ_1 u točku potencijala φ_2 jednak je promjeni potencijalne energije naboja, tj.

$$W = Q \cdot \Delta\varphi \Rightarrow W = Q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Rad iznosi:

$$W = Q \cdot (\varphi_L - \varphi_K) = 2 \cdot 10^{-3} \text{ C} \cdot (1800 \text{ V} - 900 \text{ V}) = 1.8 \text{ J}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 209

Točka K ima električni potencijal 1100 V, a točka L ima električni potencijal 2000 V. Koliki rad treba obaviti pri pomicanju naboja 2 mC iz K u L?

- A. 1.8 mJ B. 54 mJ C. 1.8 J D. 54 J

Rezultat: C.

Zadatak 210 (Toby, tehnička škola)

Napon na pločama kondenzatora razmaknutim 1 mm iznosi 35 V. Između ploča nalazi se proton. Kolika je električna sila na proton? (naboj protona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C)

- A. $5.6 \cdot 10^{-18}$ N B. $2.19 \cdot 10^{20}$ N C. $5.6 \cdot 10^{-15}$ N D. $2.19 \cdot 10^{23}$ N

Rješenje 210

$$d = 1 \text{ mm} = 0.001 \text{ m}, \quad U = 35 \text{ V}, \quad Q = e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad F = ?$$

Ako se u polju jakosti E nalazi naboj Q silu kojom polje djeluje na naboj možemo izračunati iz izraza

$$F = Q \cdot E.$$

Polje između dviju nabijenih usporednih ploča udaljenih d između kojih je napon U ima svuda jednaku jakost i usporedne silnice, a naziva se homogeno polje.

U homogenom električnom polju jakosti E vrijedi

$$E = \frac{U}{d}.$$

Električna sila na proton, koji se nalazi između ploča kondenzatora, iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} E = \frac{U}{d} \\ F = Q \cdot E \end{array} \right\} \Rightarrow F = Q \cdot \frac{U}{d} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot \frac{35 \text{ V}}{0.001 \text{ m}} = 5.607 \cdot 10^{-15} \text{ N} \approx 5.6 \cdot 10^{-15} \text{ N}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 210

Napon na pločama kondenzatora razmaknutim 2 mm iznosi 70 V. Između ploča nalazi se proton. Kolika je električna sila na proton? (naboj protona $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C)

- A. $5.6 \cdot 10^{-18}$ N B. $2.19 \cdot 10^{20}$ N C. $5.6 \cdot 10^{-15}$ N D. $2.19 \cdot 10^{23}$ N

Rezultat: C.

Zadatak 211 (Ivan, tehnička škola)

Koliko kondenzatora kapaciteta 2 μF treba paralelno spojiti da uz napon 2500 V naboj baterije bude 0.1 C?

Rješenje 211

$$C = 2 \mu\text{F} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F}, \quad U = 2500 \text{ V}, \quad Q = 0.1 \text{ C}, \quad n = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora iskazujemo jednačbom

$$C = \frac{Q}{U},$$

gdje je Q naboj na jednoj ploči kondenzatora, U napon među pločama kondenzatora.

Ukupni kapacitet od n paralelno spojenih kondenzatora možemo naći iz izraza

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i.$$

Vrijednost kapaciteta ekvivalentnog kondenzatora jednaka je zbroju vrijednosti kapaciteta svakog pojedinog kondenzatora.

Ako n kondenzatora, svaki kapaciteta C, spojimo paralelno ekvivalentni kapacitet iznosi:

$$C_e = n \cdot C.$$

Za naboj baterije vrijedi:

$$C_e = \frac{Q}{U}.$$

Iz sustava jednačbi dobije se n.

$$\left. \begin{array}{l} C_e = n \cdot C \\ C_e = \frac{Q}{U} \end{array} \right\} \Rightarrow n \cdot C = \frac{Q}{U} \Rightarrow n \cdot C = \frac{Q}{U} \cdot \frac{1}{C} \Rightarrow n = \frac{Q}{U \cdot C} = \frac{0.1 \text{ C}}{2500 \text{ V} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 20.$$

Vježba 211

Koliko kondenzatora kapaciteta 4 μF treba paralelno spojiti da uz napon 2500 V naboj baterije bude 0.2 C?

Rezultat: 20.

Zadatak 212 (Mario, pomorska škola)

Izračunaj udaljenost na kojoj se nalazi naboj 20 nC i u toj točki stvara potencijal od 25 V.

(dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$)

Rješenje 212

$$Q = 20 \text{ nC} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C}, \quad \varphi = 25 \text{ V}, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}, \quad r = ?$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q ili nabijena kugla, onda je potencijal u točki na udaljenosti r od naboja, odnosno središta kugle, za vakuum jednak

$$\varphi = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}.$$

Računamo udaljenost r.

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} \Rightarrow \varphi = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} \cdot \frac{r}{\varphi} \Rightarrow r = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Q}{\varphi} = \\ &= \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-8} \text{ C}}{25 \text{ V}} = 7.19 \text{ m}. \end{aligned}$$

Vježba 212

Izračunaj udaljenost na kojoj se nalazi naboj 40 nC i u toj točki stvara potencijal od 50 V.

(dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$)

Rezultat: 7.19 m.

Zadatak 213 (Mario, pomorska škola)

Pločasti kondenzator kapaciteta 50 μF priključen je na napon 26 V. Svaka ploča kondenzatora ima površinu 80 cm^2 , a između je zrak. Koliki je naboj na pločama i razmak između ploča?

(dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$, relativna permitivnost za zrak $\epsilon_r = 1$)

Rješenje 213

$$C = 50 \mu\text{F} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ F}, \quad U = 26 \text{ V}, \quad S = 80 \text{ cm}^2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2,$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}, \quad \epsilon_r = 1, \quad Q = ?, \quad d = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora iskazujemo jednažbom

$$C = \frac{Q}{U},$$

gdje je Q naboj na jednoj ploči kondenzatora, U napon među pločama kondenzatora. Kapacitet pločastog kondenzatora upravno je razmjernan površini S jedne ploče, a obrnuto razmjernan udaljenosti d između ploča:

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je U napon između ploča.

Naboj na pločama je:

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow \frac{Q}{U} = C \Rightarrow \frac{Q}{U} = C \cdot U \Rightarrow Q = C \cdot U = 5 \cdot 10^{-5} \text{ F} \cdot 26 \text{ V} = 1.3 \cdot 10^{-3} \text{ C} = 1.3 \text{ mC}.$$

Razmak između ploča iznosi:

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d} \Rightarrow C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d} \cdot \frac{d}{C} \Rightarrow d = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{C} =$$

$$= 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 1 \cdot \frac{8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}{5 \cdot 10^{-5} \text{ F}} = 1.42 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 1.42 \text{ nm}.$$

Vježba 213

Pločasti kondenzator kapaciteta 100 μF priključen je na napon 13 V. Svaka ploča kondenzatora ima površinu 160 cm^2 , a između je zrak. Koliki je naboj na pločama i razmak između ploča? (dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$, relativna permitivnost za zrak $\epsilon_r = 1$)

Rezultat: 1.3 mC, 1.42 nm.

Zadatak 214 (Mario, pomorska škola)

Dva kondenzatora od 8 nF i 6 nF spojena su paralelno na napon 20 V. Izračunaj ukupni kapacitet i količinu naboja na svakom kondenzatoru.

Rješenje 214

$$C_1 = 8 \text{ nF} = 8 \cdot 10^{-9} \text{ F}, \quad C_2 = 6 \text{ nF} = 6 \cdot 10^{-9} \text{ F}, \quad U = 20 \text{ V}, \quad C = ?, \quad Q_1 = ?,$$

$$Q_2 = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora iskazujemo jednažbom

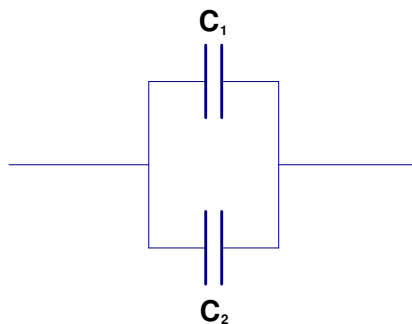
$$C = \frac{Q}{U},$$

gdje je Q naboj na jednoj ploči kondenzatora, U napon među pločama kondenzatora. Spojimo li n kondenzatora u paralelu ukupni će kapacitet biti

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n.$$

U slučaju paralelnog spoja kondenzatora naponi na kondenzatorima su jednaki

$$U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_n = U.$$



Ukupni kapacitet dvaju paralelno spojenih kondenzatora iznosi:

$$C = C_1 + C_2 = 8 \cdot 10^{-9} \text{ F} + 6 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 14 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 1.4 \cdot 10^{-8} \text{ F}.$$

Ili

$$C = C_1 + C_2 = 8 \text{ nF} + 6 \text{ nF} = 14 \text{ nF}.$$

Budući da su kondenzatori spojeni paralelno, naponi na oba kondenzatora jednaki su

$$U_1 = U_2 = U = 26 \text{ V}$$

pa naboji iznose:

- $Q_1 = C_1 \cdot U_1 \Rightarrow Q_1 = C_1 \cdot U = 8 \cdot 10^{-9} \text{ F} \cdot 20 \text{ V} = 1.6 \cdot 10^{-7} \text{ C}$
- $Q_2 = C_2 \cdot U_2 \Rightarrow Q_2 = C_2 \cdot U = 6 \cdot 10^{-9} \text{ F} \cdot 20 \text{ V} = 1.2 \cdot 10^{-7} \text{ C}.$

Vježba 214

Dva kondenzatora od 4 nF i 3 nF spojena su paralelno na napon 40 V. Izračunaj ukupni kapacitet i količinu naboja na svakom kondenzatoru.

Rezultat: 7 nF, $1.6 \cdot 10^{-7} \text{ C}$, $1.2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$.

Zadatak 215 (Filip, gimnazija)

Na udaljenosti r od točkastog naboja izmjerena je jakost električnog polja 5.625 kV/m; 30 cm dalje u radialnom smjeru jakost polja iznosi 0.9 kV/m. Koliki je naboj? (konstanta za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)$)

Rješenje 215

$$r, \quad E_1 = 5.625 \text{ kV/m} = 5625 \text{ V/m}, \quad \Delta r = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}, \quad E_2 = 0.9 \text{ kV/m} = 900 \text{ V/m}, \\ k = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2), \quad Q = ?$$

Ako je izvor električnog polja točkasta množina naboja Q smještena u praznini, onda je jakost električnog polja u nekoj točki polja na udaljenosti r od naboja dana (prema Coulombovu zakonu) izrazom

$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

Jakost polja iznosi:

- na udaljenosti r

$$E_1 = k \cdot \frac{Q}{r^2}$$

- na udaljenosti $r + \Delta r$

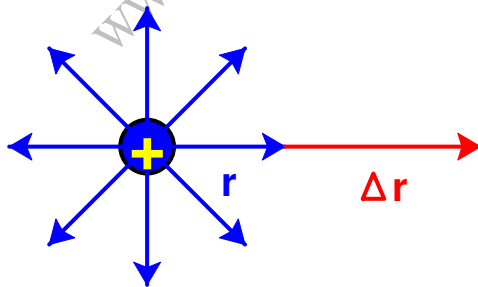
$$E_2 = k \cdot \frac{Q}{(r + \Delta r)^2}.$$

Iz kvocijenta E_1 i E_2 dobije se udaljenost r :

$$\begin{aligned}
\frac{E_1}{E_2} &= \frac{k \cdot \frac{Q}{r^2}}{k \cdot \frac{Q}{(r+\Delta r)^2}} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{k \cdot \frac{Q}{r^2}}{k \cdot \frac{Q}{(r+\Delta r)^2}} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{r^2}}{\frac{1}{(r+\Delta r)^2}} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{(r+\Delta r)^2}{r^2} \Rightarrow \\
\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} &= \left(\frac{r+\Delta r}{r}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{r+\Delta r}{r}\right)^2 = \frac{E_1}{E_2} \Rightarrow \left(\frac{r+\Delta r}{r}\right)^2 = \frac{E_1}{E_2} \quad / \sqrt{} \Rightarrow \frac{r+\Delta r}{r} = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \Rightarrow \\
\Rightarrow \frac{r+\Delta r}{r} &= \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \quad / \cdot r \Rightarrow r+\Delta r = r \cdot \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \Rightarrow r \cdot \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} = r+\Delta r \Rightarrow r \cdot \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} - r = \Delta r \Rightarrow \\
\Rightarrow r \cdot \left(\sqrt{\frac{E_1}{E_2}} - 1\right) &= \Delta r \Rightarrow r \cdot \left(\sqrt{\frac{E_1}{E_2}} - 1\right) = \Delta r \quad / \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{E_1}{E_2}} - 1} \Rightarrow r = \frac{\Delta r}{\sqrt{\frac{E_1}{E_2}} - 1} = \\
&= \frac{0.3 \text{ m}}{\sqrt{\frac{5625 \frac{\text{V}}{\text{m}}}{900 \frac{\text{V}}{\text{m}}} - 1}} = 0.2 \text{ m}.
\end{aligned}$$

Sada naboj iznosi:

$$E_1 = k \cdot \frac{Q}{r^2} \Rightarrow E_1 = k \cdot \frac{Q}{r^2} \quad / \cdot \frac{r^2}{k} \Rightarrow Q = \frac{r^2 \cdot E_1}{k} = \frac{(0.2 \text{ m})^2 \cdot 5625 \frac{\text{V}}{\text{m}}}{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}} = 2.5 \cdot 10^{-8} \text{ C}.$$



Vježba 215

Na udaljenosti r od točkastog naboja izmjerena je jakost električnog polja 5.625 kV/m ; 3 dm dalje u radijalnom smjeru jakost polja iznosi 0.9 kV/m . Koliki je naboj? (konstanta za vakuum $k = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)$)

Rezultat: $2.5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$.

Zadatak 216 (Filip, gimnazija)

Kondenzator se sastoji od dviju ploča površina 50 cm^2 , sa dvama dielektricima $\epsilon_1 = 2.5$ i $\epsilon_2 = 6$, debljine 0.1 mm i 0.2 mm . Odredi kapacitet toga kondenzatora. (dielektričnost praznine

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$$

Rješenje 216

$$S = 50 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2, \quad \epsilon_1 = 2.5, \quad \epsilon_2 = 6, \quad d_1 = 0.1 \text{ mm} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m},$$

$$d_2 = 0.2 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}, \quad \epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}, \quad C = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora upravno je razmjeran površini S jedne ploče, a obrnuto razmjeran udaljenosti d između ploča:

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je d razmak između ploča, ϵ_0 dielektričnost praznine, ϵ_r relativna permitivnost sredine. Kapacitet C za n serijski spojenih kondenzatora možemo izračunati prema formuli:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

Recipročna vrijednost kapaciteta ekvivalentnog kondenzatora jednaka je zbroju recipročnih vrijednosti kapaciteta svakog pojedinog kondenzatora.

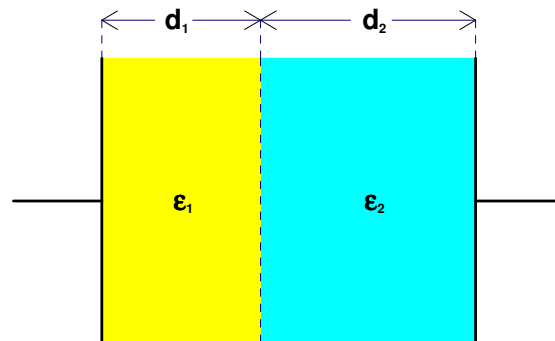
Pretpostavit ćemo da se kondenzator sastoji od dva serijski spojena kondenzatora i tako naći njegov kapacitet.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_1 \cdot \frac{S}{d_1}} + \frac{1}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_2 \cdot \frac{S}{d_2}} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{d_1}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_1 \cdot S} + \frac{d_2}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_2 \cdot S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{d_1 \cdot \epsilon_2 + d_2 \cdot \epsilon_1}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot S} \Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot S}{d_1 \cdot \epsilon_2 + d_2 \cdot \epsilon_1} \Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot S}{\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot \left(\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} \right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot S}{\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \cdot \left(\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2} \right)} \Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2}} = \frac{8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}{\frac{1 \cdot 10^{-4} \text{ m}}{2.5} + \frac{2 \cdot 10^{-4} \text{ m}}{6}} =$$

$$= 6.04 \cdot 10^{-10} \text{ F} = 0.604 \cdot 10^{-9} \text{ F} \approx 0.6 \text{ nF}.$$



Vježba 216

Kondenzator se sastoji od dviju ploča površina 0.5 dm^2 , sa dvama dielektricima $\epsilon_1 = 2.5$ i $\epsilon_2 = 6$, debljine 0.01 cm i 0.02 cm . Odredi kapacitet toga kondenzatora. (dielektričnost praznine

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2})$$

Rezultat: 0.6 nF.

Zadatak 217 (Den, tehnička škola)

S obje strane stakla, debljine 2 mm, postavljene su dvije metalne ploče jednakih dimenzija: širine 5 cm, duljine 10 cm. Kada su ploče jedna nasuprot druge čine kondenzator. Kako moraju biti postavljene da kondenzator ima najveći, odnosno najmanji kapacitet? Odredite te kapacitete.

(dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$, relativna permitivnost stakla $\epsilon_r = 7$)

Rješenje 217

$$d = 2 \text{ mm} = 0.002 \text{ m}, \quad a = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}, \quad b = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m},$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}, \quad \epsilon_r = 7, \quad C_1 = ?, \quad C_2 = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora upravo je razmjernan površini S jedne ploče, a obrnuto razmjernan udaljenosti d između ploča:

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d},$$

gdje je ϵ_0 dielektričnost praznine, ϵ_r relativna permitivnost sredine.

Ploština pravokutnika

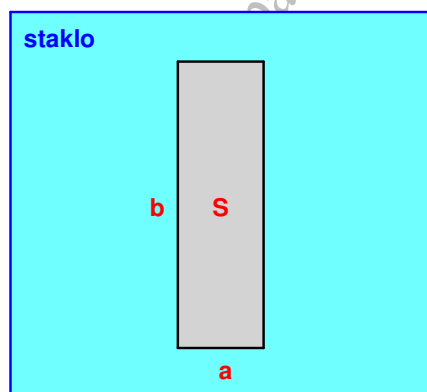
Ploština pravokutnika je jednaka produktu njegove duljine a i širine b.

$$S = a \cdot b.$$

Ploština kvadrata

Ploština kvadrata duljine stranice a izračunava se po formuli

$$S = a^2.$$



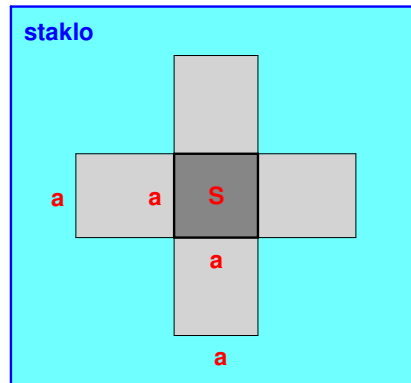
Kada se dvije metalne ploče nalaze jedna nasuprot druge čine kondenzator najvećeg kapaciteta. Budući da se između njih nalazi staklo, kapacitet kondenzatora iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} S = a \cdot b \\ C_1 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d} \end{array} \right\} \Rightarrow C_1 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{a \cdot b}{d} = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2} \cdot 7 \cdot \frac{0.05 \text{ m} \cdot 0.1 \text{ m}}{0.002 \text{ m}} =$$
$$= 1.54945 \cdot 10^{-10} \text{ F} = 154.945 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 154.945 \text{ pF}.$$

Kada se dvije metalne ploče nalaze okomito jedna nasuprot druge čine kondenzator najmanjeg kapaciteta. Budući da se između njih nalazi staklo, kapacitet kondenzatora iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} S = a^2 \\ C_2 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{d} \end{array} \right\} \Rightarrow C_2 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{a^2}{d} = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2} \cdot 7 \cdot \frac{(0.05 \text{ m})^2}{0.002 \text{ m}} =$$

$$= 7.747 \cdot 10^{-11} \text{ F} = 77.47 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 77.47 \text{ pF}.$$



Vježba 217

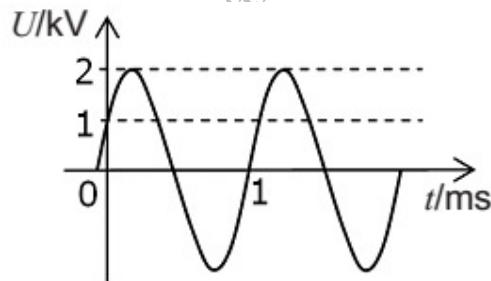
S obje strane stakla, debljine 0.2 cm, postavljene su dvije metalne ploče jednakih dimenzija: širine 0.5 dm, duljine 1 dm. Kada su ploče jedna nasuprot druge čine kondenzator. Kako moraju biti postavljene da kondenzator ima najveći, odnosno najmanji kapacitet? Odredite te kapacitete.

(dielektričnost praznine $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$, relativna permitivnost stakla $\epsilon_r = 7$)

Rezultat: 154.945 pF, 77.47 pF.

Zadatak 218 (Vesna, srednja škola)

Na crtežu je prikazan graf napona na kondenzatoru u ovisnosti o vremenu u strujnome krugu izmjenične struje. Kapacitet kondenzatora je 5 nF. Koliki je najveći iznos naboja na jednoj od ploča kondenzatora?



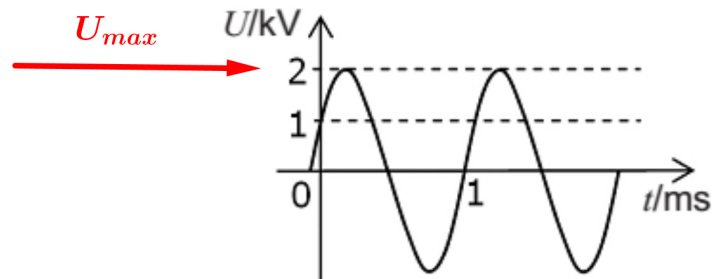
Rješenje 218

$$C = 5 \text{ nF} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ F}, \quad Q_{\max} = ?$$

Kapacitet pločastog kondenzatora iskazujemo jednađbom

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = C \cdot U,$$

gdje je Q naboj na jednoj ploči kondenzatora, U napon među pločama kondenzatora.



Sa slike (U, t – graf) očitamo maksimalnu vrijednost napona:

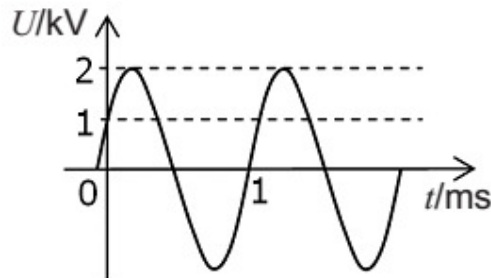
$$U_{\max} = 2 \text{ kV} = 2 \cdot 10^3 \text{ V.}$$

Tada najveći iznos naboja na jednoj od ploča kondenzatora iznosi:

$$Q_{\max} = C \cdot U_{\max} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ F} \cdot 2 \cdot 10^3 \text{ V} = 10^{-5} \text{ C.}$$

Vježba 218

Na crtežu je prikazan graf napona na kondenzatoru u ovisnosti o vremenu u strujnome krugu izmjenične struje. Kapacitet kondenzatora je 50 nF. Koliki je najveći iznos naboja na jednoj od ploča kondenzatora?



Rezultat: 10^{-4} C.

Zadatak 219 (Kocka, gimnazija)

Na jedinični probni naboj q djeluju električne sile dvaju nabijenih tijela: $Q_1 = 3 \text{ C}$ i $Q_2 = -5 \text{ C}$. Spojnice probnog naboja sa svakim od nabijenih tijela međusobno su okomite. Tijelo naboja Q_1 je udaljeno 20 cm, a tijelo naboja Q_2 35 cm od probnog naboja. Kolika je ukupna električna sila na q ? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2) / \text{C}^2$)

Rješenje 219

$$q = 1 \text{ C probni naboj, } Q_1 = 3 \text{ C, } Q_2 = -5 \text{ C, } r_1 = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m,}$$

$$r_2 = 35 \text{ cm} = 0.35 \text{ m, } k = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2) / \text{C}^2, \text{ } F = ?$$

Coulombov zakon

Električna sila između dvaju točkastih naboja (Coulombov zakon) u vakuumu dana je relacijom:

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

gdje su Q_1 i Q_2 naboji, r njihova međusobna udaljenost, konstanta k za vakuum

$$k = 8.99 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}.$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90°). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Pitagorin poučak

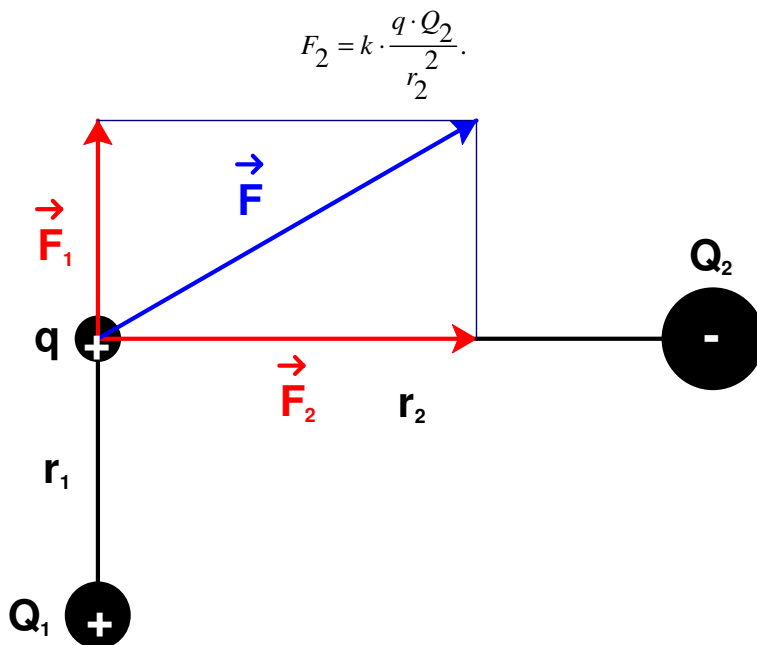
Trokut je pravokutan ako i samo ako je kvadrat nad hipotenuzom jednak zbroju kvadrata nad katetama.

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Da bismo izračunali ukupnu silu na probni naboj q moramo izračunati sile kojima svaki od naboja Q_1 i Q_2 djeluje na probni naboj q . Između naboja q i Q_1 djeluje odbojna sila F_1 (naboji su istog predznaka):

$$F_1 = k \cdot \frac{q \cdot Q_1}{r_1^2}.$$

Između naboja q i Q_2 djeluje privlačna sila F_2 (naboji su suprotnih predznaka):



Rezultantu F sila F_1 i F_2 naći ćemo pomoću Pitagorina poučka jer su vektori \vec{F}_1 i \vec{F}_2 međusobno okomiti.

$$\begin{aligned}
 F^2 &= F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow F^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \Rightarrow \\
 \Rightarrow F &= \sqrt{\left(k \cdot \frac{q \cdot Q_1}{r_1^2}\right)^2 + \left(k \cdot \frac{q \cdot Q_2}{r_2^2}\right)^2} \Rightarrow F = \sqrt{k^2 \cdot q^2 \cdot \left(\frac{Q_1}{r_1}\right)^2 + k^2 \cdot q^2 \cdot \left(\frac{Q_2}{r_2}\right)^2} \Rightarrow \\
 \Rightarrow F &= \sqrt{k^2 \cdot q^2 \cdot \left(\left(\frac{Q_1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{Q_2}{r_2}\right)^2\right)} \Rightarrow F = k \cdot q \cdot \sqrt{\left(\frac{Q_1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{Q_2}{r_2}\right)^2} = \\
 &= 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot 1 \text{ C} \cdot \sqrt{\left(\frac{3 \text{ C}}{(0.2 \text{ m})^2}\right)^2 + \left(\frac{-5 \text{ C}}{(0.35 \text{ m})^2}\right)^2} = 7.68 \cdot 10^{11} \text{ N}.
 \end{aligned}$$

Vježba 219

Na jedinični probni naboj q djeluju električne sile dvaju nabijenih tijela: $Q_1 = 3 \text{ C}$ i $Q_2 = -5 \text{ C}$. Spojnice probnog naboja sa svakim od nabijenih tijela međusobno su okomite. Tijelo naboja Q_1 je udaljeno 2 dm , a tijelo naboja Q_2 3.5 dm od probnog naboja. Kolika je ukupna električna sila na q ? ($k = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2) / \text{C}^2$)

Rezultat: $7.68 \cdot 10^{11} \text{ N}$.

Zadatak 220 (Kocka, gimnazija)

Metalnu kuglu A, polumjera 2 cm , nabijemo količinom naboja 1 nC i spojimo s drugom metalnom kuglom B, polumjera 1 cm , koja je električki neutralna. Kugle su na velikoj međusobnoj udaljenosti, a spojene su tankim vodičem. Koliki će biti naboj na kugli A nakon spajanja, ako naboj na vodiču zanemarimo?

Rješenje 220

$r_1 = 2 \text{ cm} = 0.02 \text{ m}$, $Q_1 = 1 \text{ nC} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, $r_2 = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}$, $Q_2 = 0 \text{ C}$,
 $Q_A = ?$

Potencijal točkaka na površini nabijene kugle polumjera r jednak je

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r}.$$



Ukupan naboj na kuglama je Q :

$$Q = Q_1 + Q_2 = 1 \cdot 10^{-9} \text{ C} + 0 \text{ C} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ C}.$$

Kada kugle spojimo vodičem one imaju jednaki potencijal

$$\varphi_A = \varphi_B.$$

Sada kugla A ima naboj Q_A , a kugla B naboj Q_B . Pritom vrijedi:

$$Q_A + Q_B = Q.$$

Iz sustava jednadžbi dobije se Q_A .

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_A = \varphi_B \\ Q_A + Q_B = Q \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} k \cdot \frac{Q_A}{r_1} = k \cdot \frac{Q_B}{r_2} \\ Q_A + Q_B = Q \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} k \cdot \frac{Q_B}{r_2} = k \cdot \frac{Q_A}{r_1} \\ Q_A + Q_B = Q \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} k \cdot \frac{Q_B}{r_2} = k \cdot \frac{Q_A}{r_1} \cdot \frac{r_2}{k} \\ Q_A + Q_B = Q \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} Q_B = Q_A \cdot \frac{r_2}{r_1} \\ Q_A + Q_B = Q \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow Q_A + Q_A \cdot \frac{r_2}{r_1} = Q \Rightarrow Q_A \cdot \left(1 + \frac{r_2}{r_1} \right) = Q \Rightarrow$$
$$\Rightarrow Q_A \cdot \frac{r_1 + r_2}{r_1} = Q \Rightarrow Q_A \cdot \frac{r_1 + r_2}{r_1} = Q \cdot \frac{r_1}{r_1 + r_2} \Rightarrow Q_A = Q \cdot \frac{r_1}{r_1 + r_2} =$$
$$= 1 \cdot 10^{-9} \text{ C} \cdot \frac{0.02 \text{ m}}{0.02 \text{ m} + 0.01 \text{ m}} = 0.67 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 0.67 \text{ nC}.$$

Vježba 220

Metalnu kuglu A, polumjera 4 cm, nabijemo količinom naboja 1 nC i spojimo s drugom metalnom kuglom B, polumjera 2 cm, koja je električki neutralna. Kugle su na velikoj međusobnoj udaljenosti, a spojene su tankim vodičem. Koliki će biti naboj na kugli A nakon spajanja, ako naboj na vodiču zanemarimo?

Rezultat: 0.67 nC.