Zadatak 021 (Nina, hotelijerska škola)

Napiši i izračunaj sve permutacije elemenata {a, b, c, d}.

Rješenje 021

Neka je zadan skup $S = \{a_1, a_2, a_3, ... , a_n\}$ n različitih elemenata. Permutacija skupa S je uređena n-torka svih njegovih članova (elemenata). Tako su permutacije skupa S = {a, b, c, d}:

abcd	bacd	cabd	dabc
abdc	badc	cadb	dacb
acbd	bcad	cbad	dbac
acdb	bcda	cbda	dbca
adbc	bdac	cdab	dcab
adcb	bdca	cdba	dcba

Pri redanju permutacija ispisujemo najprije prvi stupac (s prvim elementom a), zatim drugi stupac (s prvim elemntom b) itd. Ovakav se način ispisivanja naziva **leksikografski poredak.**

Broj različitih permutacija skupa od n elemenata je:

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot ... \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!.$$

Budući da su zadana četiri elementa {a, b, c, d}, slijedi:

$$n = 4, \; P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24.$$

Vježba 021

Napiši i izračunaj sve permutacije elemenata {a, b, c}.

Rezultat: abc, acb, bac, bca, cab, cba; $P_3 = 3! = 6$.

Zadatak 022 (Nina, hotelijerska škola)

Od znamenaka {0, 1, 2, 3} sastavljeni su svi četveroznamenkasti brojevi koji nemaju jednake znamenke. Koliko ih ima?

Rješenje 022

Budući da su zadane četiri znamenke, za očekivati je da će ukupno biti

$$P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

četveroznamenkastih brojeva. No, kada je znamenka nula na prvom mjestu to nije četveroznamenkasti broj, nego troznamenkasti:

0123 = 123.

Kada je znamenka nula na prvom mjestu, preostale tri znamenke mogu se permutirati na

$$P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$$

načina i one tvore troznamenkaste brojeve. Te brojeve moramo oduzeti iz skupa četveroznamenkastih brojeva:

$$P_4 - P_3 = 4! - 3! = 24 - 6 = 18.$$

0123	1023	2013	3012		123		1023	2013	3012
0132	1032	2031	3021		132		1032	2031	3021
0213	1203	2103	3102	–	213	=	1203	2103	3102
0231	1230	2130	3120		231		1230	2130	3120
0312	1302	2301	3201		312		1302	2301	3201
0321	1320	2310	3210		321		1320	2310	3210

Ukupno ima 18 brojeva.

Vježba 022

Od znamenaka {0, 1, 2, 3, 5} sastavljeni su svi peteroznamenkasti brojevi koji nemaju jednake znamenke. Koliko ih ima?

Rezultat: $P_5 - P_4 = 5! - 4! = 120 - 24 = 96$.

Zadatak 023 (Nina, hotelijerska škola)

Od znamenaka {1, 3, 5, 7, 9} načinjeni su svi peteroznamenkasti brojevi različitih znamenaka. Koliko postoji među njima brojeva koji počinju brojem 9?

Rješenje 023

Broj 9 je fiksan broj. On mora biti na prvom mjestu pa preostaju samo četiri znamenke {1, 3, 5, 7} koje moramo permutirati. Znači da ukupno ima

$$n = 4, P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

broja koji ispunjavaju uvjete zadatka.

Vježba 023

Od znamenaka {1, 3, 4, 6, 8, 9} načinjeni su svi šesteroznamenkasti brojevi različitih znamenaka. Koliko postoji među njima brojeva koji počinju brojem 9?

Rezultat: $P_5 = 5! = 120.$

Zadatak 024 (Ivana, hotelijerska škola)

Kolika je vjerojatnost da će prilikom bacanja kocke pasti prost broj?

Rješenje 024

U klasičnom vjerojatnosnom prostoru vjerojatnost događaja A računa se formulom:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{broj povoljnih ishoda (rezultata)}}{\text{broj mogućih ishoda (rezultata)}}.$$

Bacamo li jednu kocku čije su strane označene brojevima od 1 do 6, {1, 2, 3, 4, 5, 6}, tada je broj mogućih ishoda 6:

$$n = 6.$$

Traži se da padne prost broj. Prost broj je prirodni broj veći od 1 koji je djeljiv s 1 i samim sobom.
To su brojevi: 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... Na kocki su to brojevi: 2, 3 i 5.
Dakle, broj povoljnih ishoda je 3:

$$m = 3.$$

Vjerojatnost je:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\%.$$

Vježba 024

Kolika je vjerojatnost da će prilikom bacanja kocke pasti paran broj?

Rezultat: 0.5.

Zadatak 025 (Marina, hotelijerska škola)

Bacamo dvije kocke. Kolika je vjerojatnost da zbroj brojeva bude 5?

Rješenje 025

U klasičnom vjerojatnosnom prostoru vjerojatnost događaja A računa se formulom:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{broj povoljnih ishoda (rezultata)}}{\text{broj mogućih ishoda (rezultata)}}.$$

Kada bacamo dvije kocke ukupno je 6^2 mogućih ishoda:

Ako na prvoj kocki padne broj 1 na drugoj može pasti bilo koji broj od 1 do 6.

Ako na prvoj kocki padne broj 2 na drugoj opet može pasti bilo koji broj od 1 do 6, itd.

Znači ukupno će biti $6 \cdot 6 = 6^2$ ishoda.
Broj mogućih ishoda je: $n = 6^2 = 36$.
Povoljan događaj A je da padne zbroj 5. Za dvije kocke to su sljedeći ishodi:

$$1 + 4 = 5,\ 2 + 3 = 5,\ 3 + 2 = 5,\ 4 + 1 = 5.$$

Povoljnih događaja ima 4: m = 4.

Zato je:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}.$$

Vježba 025

Bacamo dvije kocke. Kolika je vjerojatnost da zbroj brojeva bude 4?

Rezultat: $\frac{1}{12}.$

Zadatak 026 (Marina, hotelijerska škola)

Bacamo dvije kocke. Kolika je vjerojatnost da se pojavi broj veći od 2?

Rješenje 026

U klasičnom vjerojatnosnom prostoru vjerojatnost događaja A računa se formulom:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{broj povoljnih ishoda (rezultata)}}{\text{broj mogućih ishoda (rezultata)}}.$$

Kada bacamo dvije kocke ukupno je 6^2 mogućih ishoda:

Ako na prvoj kocki padne broj 1 na drugoj može pasti bilo koji broj od 1 do 6.

Ako na prvoj kocki padne broj 2 na drugoj opet može pasti bilo koji broj od 1 do 6, itd.

Znači ukupno će biti $6 \cdot 6 = 6^2$ ishoda.

Broj mogućih ishoda je: $n = 6^2 = 36$.

Povoljan događaj A je da padne broj veći od 2. Budući da povoljnih ishoda ima jako puno, bolje je ovdje promatrati suprotan događaj $\bar{A}$:

"Oba su broja manja ili jednaka 2."

Četiri su povoljna ishoda za ovaj suprotan događaj $\bar{A}$:

$$(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2).$$

Povoljnih događaja ima 4:

$$m = 4.$$

Vjerojatnost suprotnog događaja $\bar{A}$ iznosi:

$$P(\bar{A}) = \frac{m}{n} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}.$$

Budući da suprotni događaj je događaj koji se ostvaruje samo onda kada se slučajan događaj A nije ostvario za njega vrijedi:

$$A \cup \bar{A} = \Omega, \quad P(A) + P(\bar{A}) = 1.$$

Konačno je:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}.$$

Vježba 026

Bacamo dvije kocke. Kolika je vjerojatnost da se pojavi broj veći ili jednak 2?

Rezultat: $\frac{35}{36}.$

Zadatak 027 (Teo, tehnička škola)

Kolika je vjerojatnost da je 2^k, k je prirodan broj, različito od nule?

Rješenje 027

U klasičnom vjerojatnosnom prostoru vjerojatnost događaja A računa se formulom:

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{\text{broj povoljnih ishoda (rezultata)}}{\text{broj mogućih ishoda (rezultata)}}.$$

Budući da je svaka potencija a^k, $a \neq 0$, za bilo koji k različita od nule, slijedi: m = n
pa je:

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{n}{n}=1.$$

To je siguran događaj.

Vježba 027

Kolika je vjerojatnost da je 2^k, k je prirodan broj, paran broj?

Rezultat: 1, siguran događaj.

Zadatak 028 (Fric, tehnička škola)

Kolika je vjerojatnost da je 3^k, k je prirodan broj, jednako nuli?

Rješenje 028

U klasičnom vjerojatnosnom prostoru vjerojatnost događaja A računa se formulom:

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{\text{broj povoljnih ishoda (rezultata)}}{\text{broj mogućih ishoda (rezultata)}}.$$

Potencija a^k, $a \neq 0$, nije jednaka nuli ni za jedan broj k. Zato je: m = 0
pa je:

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{0}{n}=0.$$

To je nemoguć događaj.

Vježba 028

Kolika je vjerojatnost da je 3^k, k je prirodan broj, negativan broj?

Rezultat: 0, nemoguć događaj.

Zadatak 029 (Ivana, hotelijerska škola)

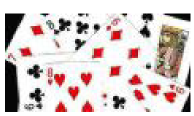
Snop od 52 karte sastoji se od 13 karata različite jakosti u svakoj od četiri boje. Na koliko načina možemo odabrati dvije karte iste boje?

Rješenje 029

1.inačica

Budući da u snopu karata postoje četiri boje, znači da boju možemo izabrati na četiri načina. U svakoj boji ima 13 karata različite jakosti pa dvije karte u istoj boji možemo izabrati na $C_{13}^{2}=\binom{13}{2}$ načina. Ukupno se karte mogu odabrati na:

$$N=4\cdot C_{13}^{2}=4\cdot\binom{13}{2}=4\cdot\frac{13\cdot 12}{1\cdot 2}=312 \text{ načina.}$$




2.inačica

Budući da imamo 52 karte, a prvu kartu možemo birati po volji, imamo 52 mogućnosti. Nakon toga drugu kartu biramo između 12 karata iste boje. Time smo dobili uređeni par karata kojih ima 52 · 12. Kako nas poredak ne zanima, ukupan je broj mogućnosti:

$$N = \frac{1}{2} \cdot 52 \cdot 12 = 312.$$

Vježba 029

Snop od 32 karte sastoji se od 8 karata različite jakosti u svakoj od četiri boje. Na koliko načina možemo odabrati dvije karte iste boje?

Rezultat: 112.

Zadatak 030 (Tik, hotelijerska škola)

Na koliko se načina pet različitih predmeta može podijeliti na tri osobe?

Rješenje 030

1.inačica

To su varijacije s ponavljanjem:

$$\overline{V_n^k} = n^k \Rightarrow n = 3,\ k = 5 \Rightarrow \overline{V_3^5} = 3^5 = 243.$$

2.inačica

Prvi predmet možemo dati bilo kojoj od tri osobe, drugi predmet isto tako. Znači da prva dva predmeta možemo podijeliti na $3 \cdot 3 = 3^2$ načina. Nakon toga treći ponovno na tri načina pa je to $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$ načina itd. Dakle, ukupno je $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$ načina.

Vježba 030

Na koliko se načina pet različitih predmeta može podijeliti na dvije osobe?

Rezultat: 32 načina.

Zadatak 031 (Boris, gimnazija)

Dokaži:

$$V_n^k \cdot P_{n-k} = n!.$$

Rješenje 031

Podsjetimo se formula za varijacije bez ponavljanja i permutacije bez ponavljanja:

$$V_n^k = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1),$$
$$P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3.$$

Sada je:

$$V_n^k \cdot P_{n-k} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-k-1) \cdot (n-k) = [\text{zakon komutacije i asocijacije}] =$$
$$= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots (n-k-1) \cdot (n-k) \cdot (n-k+1) \cdot \ldots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n = n!.$$

Vježba 031

Dokaži:

$$V_n^k = \frac{P_n}{P_{n-k}}.$$

Rezultat:

$$V_n^k = \frac{P_n}{P_{n-k}} \Rightarrow V_n^k = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-k-1) \cdot (n-k)} =$$

$$= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-k-1) \cdot (n-k) \cdot (n-k+1) \cdot (n-k+2) \cdot \ldots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-k-1) \cdot (n-k)} =$$

$$= (n-k+1)\cdot(n-k+2)\cdot\ldots\cdot(n-2)\cdot(n-1)\cdot n = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-k+2)\cdot(n-k+1) = V_n^k.$$

Zadatak 032 (Ines, hotelijerska škola)

Novčić je bačen tri puta. U svakom bacanju bilježimo je li se pojavilo pismo (P) ili glava (G). Kolika je vjerojatnost da se pismo pojavilo dvaputa za redom?

Rješenje 032

U klasičnom vjerojatnosnom prostoru vjerojatnost događaja A računa se formulom:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{broj povoljnih ishoda (rezultata)}}{\text{broj mogućih ishoda (rezultata)}}.$$

Kratkoće radi s PPG označimo da je najprije palo pismo, zatim ponovno pismo i na kraju glava. Najprije odredimo prostor elementarnih događaja, Ω. Elementarnih događaja ima osam:

Ω = {PPP, PPG, PGP, PGG, GPP, GPG, GGP, GGG}.

Dakle, broj mogućih događaja je 8: n = 8.

Povoljni događaji su kad pismo padne dvaput za redom. Evo tog događaja:

A = {**PP**G, G**PP**, **PP**P}.

Broj povoljnih događaja je 3: m = 3.

Vjerojatnost je:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{8}.$$

Vježba 032

Novčić je bačen tri puta. U svakom bacanju bilježimo je li se pojavilo pismo (P) ili glava (G). Kolika je vjerojatnost da se pismo pojavilo dvaputa?

Rezultat: $\frac{3}{8}$.

Zadatak 033 (Sonja, hotelijerska škola)

Zadana su tri elementa {a, b, c}. Nađite i ispišite:

1. permutacije
2. kombinacije drugog razreda bez ponavljanja
3. kombinacije drugog razreda s ponavljanjem
4. varijacije drugog razreda bez ponavljanja
5. varijacije drugog razreda s ponavljanjem

Rješenje 033

1. $P_3 = 3! = 1\cdot 2\cdot 3 = 6.$

a b c **a c b**	**b a c** **b c a**	**c a b** **c b a**

2. $C_3^2 = \binom{3}{2} = \frac{3\cdot 2}{1\cdot 2} = 3.$

a b , a c , b c

3. $\overline{C_3^2} = \binom{3+2-1}{2} = \binom{4}{2} = \frac{4\cdot 3}{1\cdot 2} = 6.$

a a a b a c	b b b c	c c

4. $V_3^2 = 3\cdot 2 = 6.$

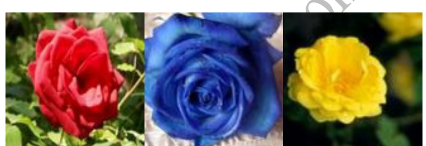
a b b a	a c c a	b c c b

5. $\overline{V_3^2} = 3^2 = 9.$

a a a b b a a c c a	b b b c c b c c

Vježba 033

Zadane su tri ruže:

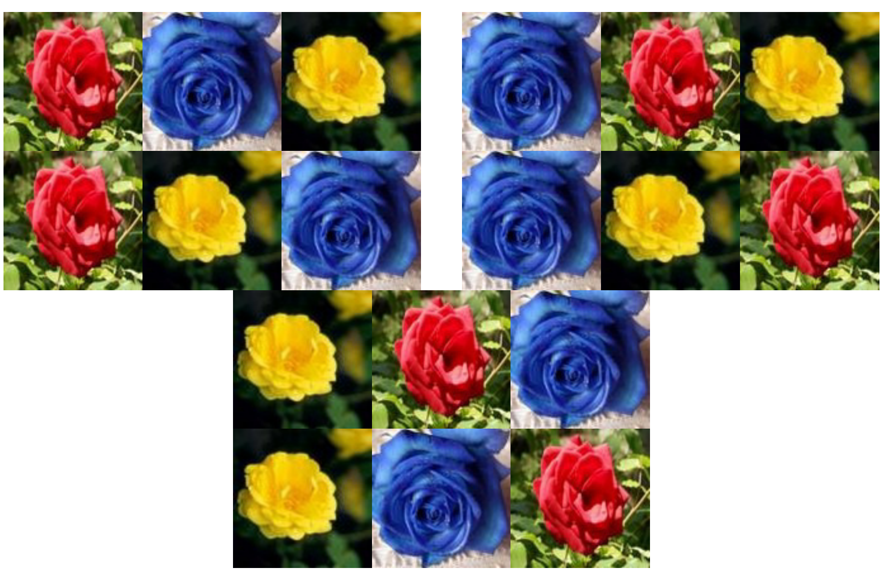


Prikažite:

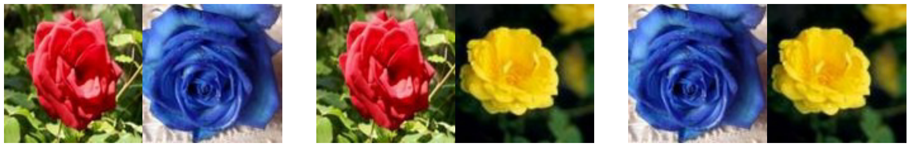
1. permutacije
2. kombinacije drugog razreda bez ponavljanja
3. kombinacije drugog razreda s ponavljanjem
4. varijacije drugog razreda bez ponavljanja
5. varijacije drugog razreda s ponavljanjem

Rezultat:

1. permutacije



2. kombinacije drugog razreda bez ponavljanja



3. kombinacije drugog razreda s ponavljanjem

4. varijacije drugog razreda bez ponavljanja

5. varijacije drugog razreda s ponavljanjem

Zadatak 034 (Sonja, hotelijerska škola)

Zadana su četiri elementa {a, a, b, c}. Nađite i ispišite permutacije s ponavljanjem.

Rješenje 034

Ako je zadano n elemenata, a jedan element se ponavlja r puta (r < n), tada se permutacije s ponavljanjem računaju po formuli:

$$P_n^r = \frac{n!}{r!}.$$

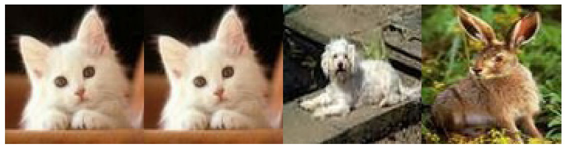
n = 4, r = 2

$$P_4^2 = \frac{4!}{2!} = \frac{2! \cdot 3 \cdot 4}{2!} = 12.$$

a a b c a a c b a b a c a b c a a c a b a c b a	b a a c b a c a b c a a c a a b c a b a c b a a

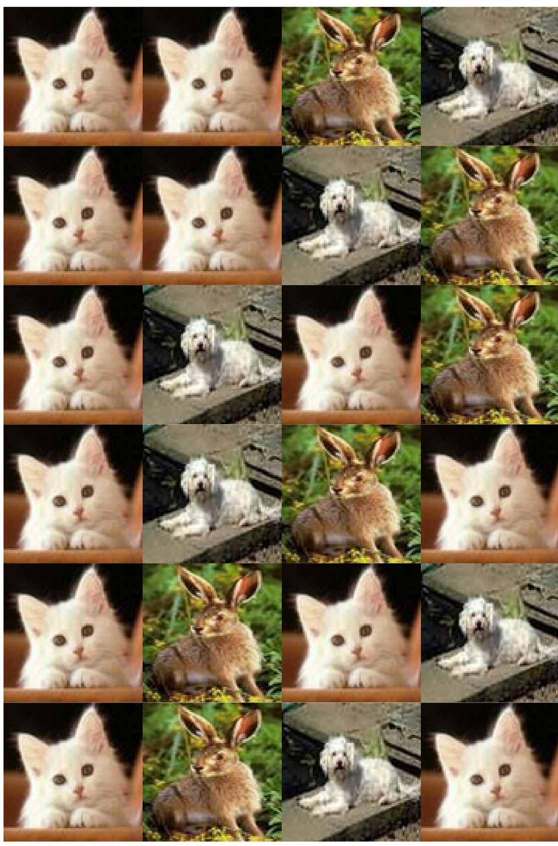
Vježba 033

Zadane su četiri slike. Prikažite permutacije s ponavljanjem.



Rezultat:

permutacije s ponavljanjem



Zadatak 035 (Mix, hotelijerska škola)

U razredu se nalazi 20 učenika. Na jednom satu nastavnik pita pet nasumce odabranih učenika. Kolika je vjerojatnost da će biti pitan učenik NN?

Rješenje 035

Odredimo broj mogućih ishoda! Pitamo se na koliko načina možemo izabrati od 20 učenika skupinu od 5 učenika. To su kombinacije od 20 elemenata petog razreda bez ponavljanja.

Znači da je

$$n = C_{20}^{5} = \binom{20}{5}.$$

Koliko ima povoljnih slučajeva? Zanimaju nas samo petorke u kojima se nalazi učenik NN. To znači da četiri preostala učenika možemo odabrati po volji između 19 preostalih učenika, (20 – 1). Opet su to kombinacije od 19 elemenata četvrtog razreda bez ponavljanja.
Zato je:

$$m = C_{19}^{4} = \binom{19}{4}.$$

Vjerojatnost je:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\binom{19}{4}}{\binom{20}{5}} = \frac{\frac{19\cdot18\cdot17\cdot16}{1\cdot2\cdot3\cdot4}}{\frac{20\cdot19\cdot18\cdot17\cdot16}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}} = \frac{\frac{1}{1\cdot2\cdot3\cdot4}}{\frac{20}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{20}{5}} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}.$$

Vježba 035

U razredu se nalazi 30 učenika. Na jednom satu nastavnik pita pet nasumce odabranih učenika. Kolika je vjerojatnost da će biti pitan učenik NN?

Rezultat: $\frac{1}{6}.$

Zadatak 036 (Ivan, gimnazija)

U skupini od 28 učenika (16 je punoljetno), tri četvrtine učenika uči engleski jezik. Izračunajte vjerojatnost da je nasumce prozvan učenik punoljetan ili da uči engleski jezik.

Rješenje 036

Prostor elementarnih događaja Ω je skup od 28 učenika pa je broj svih mogućih ishoda **n = 28**.

Neka su događaji:

A = {izabran je punoljetan učenik}. Tada je broj povoljnih ishoda **m = 16** pa je vjerojatnost

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{16}{28} = \frac{4}{7}.$$

B = {izabran učenik uči engleski jezik}. Tada je broj povoljnih ishoda $m = \frac{3}{4}\cdot 28 = 21$ pa je vjerojatnost

$$P(B) = \frac{m}{n} = \frac{21}{28} = \frac{3}{4}.$$

Događaj A ⋂ B = {izabran je učenik punoljetan **i** uči engleski jezik} je presjek događaja A i B (događaji su nezavisni) pa je vjerojatnost

$$P(A \cap B) = P(A)\cdot P(B) = \frac{4}{7}\cdot\frac{3}{4} = \frac{3}{7}.$$

Događaj A ⋃ B = {izabran učenik je punoljetan **ili** uči engleski jezik} je unija događaja A i B pa je vjerojatnost

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{7} + \frac{3}{4} - \frac{3}{7} = \frac{1}{7} + \frac{3}{4} = \frac{25}{28}.$$

Vježba 036

U skupini od 30 učenika (20 je punoljetno), pola njih uči engleski jezik. Izračunajte vjerojatnost da je nasumce prozvan učenik punoljetan ili da uči engleski jezik.

Rezultat: $\frac{5}{6}.$

Zadatak 037 (Ivana, hotelijerska škola)

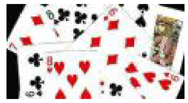
Snop od 32 karte sastoji se od 8 karata različite jakosti u svakoj od četiri boje. Na koliko načina možemo odabrati dvije karte iste boje?

Rješenje 037

1.inačica

Boju možemo izabrati na četiri načina, a dvije karte u toj boji na C_8^2 načina. Broj mogućnosti iznosi:

$$N = 4 \cdot C_8^2 = 4 \cdot \binom{8}{2} = \left[C_n^r = \binom{n}{r} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-r+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot r} \right] = 4 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2} = 112.$$



2.inačica

Prvu kartu biramo po volji pa imamo 32 mogućnosti. Nakon toga, drugu kartu biramo između 7 karata koje su iste boje. Time smo dobili uređeni par. Kako nas poredak karata ne zanima, ukupan je broj načina upola manji:

$$N = \frac{32 \cdot 7}{2} = 112.$$

Vježba 037

Snop od 52 karte sastoji se od 13 karata različite jakosti u svakoj od četiri boje. Na koliko načina možemo odabrati dvije karte iste boje?

Rezultat: 312.

Zadatak 038 (Ivana, hotelijerska škola)

Snop od 32 karte sastoji se od 8 karata različite jakosti u svakoj od četiri boje. Na koliko načina možemo odabrati dvije karte različitih boja?

Rješenje 038

1.inačica

Budući da imamo četiri boje, dvije boje možemo odabrati na C_4^2 načina, a po jednu kartu od svake boje na 8 načina. Broj načina iznosi:

$$N = C_4^2 \cdot 8 \cdot 8 = \binom{4}{2} \cdot 8 \cdot 8 = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} \cdot 8 \cdot 8 = 384.$$

2.inačica

Možemo razmišljati i ovako: za izbor prve karte imamo 32 mogućnosti. Nakon toga, drugu kartu biramo između 24 karata koje nisu iste boje. Ukupan broj mogućnosti za izbor dviju karata dvostruko je manji:

$$N = \frac{32 \cdot 24}{2} = 384.$$

Vježba 038

Snop od 52 karte sastoji se od 13 karata različite jakosti u svakoj od četiri boje. Na koliko načina možemo odabrati dvije karte različitih boja?

Rezultat: 1014.

Zadatak 039 (Ivana, hotelijerska škola)

Snop od 32 karte sastoji se od 8 karata različite jakosti u svakoj od četiri boje. Na koliko načina možemo odabrati dvije karte iste jakosti?

Rješenje 039

1.inačica

Jakost karte možemo izabrati na 8 načina, a dvije karte iste jakosti na C_4^2 načina. Broj svih mogućnosti je:

$$N = 8 \cdot C_4^2 = 8 \cdot \binom{4}{2} = 8 \cdot \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 48.$$

2.inačica

Razmišljajući na drugi način, računamo ovako: prvu kartu biramo po volji, pa imamo 32 mogućnosti. Nakon toga, drugu kartu biramo između 3 karte iste jakosti. Time smo dobili uređeni par. Kako nas poredak karata ne zanima, ukupan je broj mogućnosti upola manji

$$N=\frac{32\cdot 3}{2}=48.$$

Vježba 039

Snop od 52 karte sastoji se od 13 karata različite jakosti u svakoj od četiri boje. Na koliko načina možemo odabrati dvije karte iste jakosti?

Rezultat: 78.

Zadatak 040 (Ivana, hotelijerska škola)

Snop od 32 karte sastoji se od 8 karata različite jakosti u svakoj od četiri boje. Na koliko načina možemo odabrati dvije karte različitih jakosti?

Rješenje 040

1.inačica

Dvije jakosti možemo odabrati na C_8^2 načina, a po jednu kartu od svake jakosti na 4 načina. Broj mogućnosti je:

$$N=C_8^2\cdot 4\cdot 4=\binom{8}{2}\cdot 4\cdot 4=\frac{8\cdot 7}{1\cdot 2}\cdot 4\cdot 4=448.$$

2.inačica

Možemo zaključivati i ovako: prvu kartu biramo po volji, pa imamo 32 mogućnosti. Nakon toga, drugu kartu biramo između 28 karata koje nisu iste jakosti. Ukupan broj načina za izbor dviju karata dvostruko je manji:

$$N=\frac{32\cdot 28}{2}=448.$$

Vježba 040

Snop od 52 karte sastoji se od 13 karata različite jakosti u svakoj od četiri boje. Na koliko načina možemo odabrati dvije karte različitih jakosti?

Rezultat: 1248.