Zadatak 101 (Malecka, TUPŠ)

U prvoj se žari nalaze 2 žute i 3 plave kuglice, u drugoj 1 žuta i 4 plave. Iz prve žare prebacimo u drugu dvije na sreću odabrane kuglice. Izračunaj vjerojatnost da nakon toga na sreću odabrana kuglica iz druge žare bude žuta.

Rješenje 101

Ponovimo!

Neka je $\{H_1, H_2, H_3, ..., H_n\}$ potpun sustav događaja. Za svaki događaj $A \subset \Omega$ vrijedi

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A \mid H_1) + P(H_2) \cdot P(A \mid H_2) + P(H_3) \cdot P(A \mid H_3) + \; ... \; + P(H_n) \cdot P(A \mid H_n).$$

Označimo slovom A događaj čiju vjerojatnost tražimo: kuglica izvučena iz druge žare je žuta. Vjerojatnost izbora žute kuglice ovisi o tome koje su boje dvije kuglice koje su prebačene iz prve žare u drugu. Tri su moguće hipoteze, ovisno o broju prebačenih žutih kuglica. Postavimo sljedeće tri hipoteze:

$$H_1 = \{\text{obje kuglice su žute}\} \Rightarrow P(H_1) = \frac{\binom{2}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{1}{10}.$$

$$H_2 = \{\text{jedna kuglica je žuta, druga je plava}\} \Rightarrow P(H_2) = \frac{2 \cdot 3}{\binom{5}{2}} = \frac{6}{10}.$$

$$H_3 = \{\text{obje kuglice su plave}\} \Rightarrow P(H_3) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{3}{10}.$$

Ako se ostvari prva hipoteza, tad se u drugoj žari nalaze 3 žute i 4 plave kuglice. Zato je

$$P(A \mid H_1) = \frac{3}{7}.$$

Ako se ostvari druga hipoteza, tad se u drugoj žari nalaze 2 žute i 5 plavih kuglica. Zato je

$$P(A \mid H_2) = \frac{2}{7}.$$

Ako se ostvari treća hipoteza, tad se u drugoj žari nalaze 1 žuta i 6 plavih kuglica. Zato je

$$P(A \mid H_3) = \frac{1}{7}.$$

Po formuli potpune vjerojatnosti vrijedi:

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A \mid H_1) + P(H_2) \cdot P(A \mid H_2) + P(H_3) \cdot P(A \mid H_3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{7} + \frac{6}{10} \cdot \frac{2}{7} + \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{7} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{70} + \frac{12}{70} + \frac{3}{70} \Rightarrow P(A) = \frac{18}{70} \Rightarrow P(A) = \frac{9}{35}.$$

Vježba 101

U prvoj se žari nalaze 3žute i 3 plave kuglice, u drugoj 1 žuta i 4 plave. Iz prve žare prebacimo u drugu dvije na sreću odabrane kuglice. Izračunaj vjerojatnost da nakon toga na sreću odabrana kuglica iz druge žare bude žuta.

Rezultat: $P(A) = \frac{2}{7}.$

Zadatak 102 (Malecka, TUPŠ)

U dva snopa karata nalaze se po 52 karte sa 4 asa. Izvučemo na sreću jednu kartu iz svakog snopa, zatim izvučene karte pomiješamo i otkrijemo jednu. Kolika je vjerojatnost da je ta karta as?

Rješenje 102

Ponovimo!

Neka je $\left\{H_1, H_2, H_3, ..., H_n\right\}$ potpun sustav događaja. Za svaki događaj $A \subset \Omega$ vrijedi

$$P(A)=P\left(H_1\right)\cdot P\left(A\,|\,H_1\right)+P\left(H_2\right)\cdot P\left(A\,|\,H_2\right)+P\left(H_3\right)\cdot P\left(A\,|\,H_3\right)+\ ...\ +P\left(H_n\right)\cdot P\left(A\,|\,H_n\right).$$

Označimo slovom A događaj čiju vjerojatnost tražimo: otkrivena karta je as. Postavimo sljedeće dvije hipoteze:

$$H_1=\{\text{otkrivena karta potječe iz prvog snopa}\} \Rightarrow P\left(H_1\right)=\frac{1}{2}.$$

$$H_2=\{\text{otkrivena karta potječe iz drugog snopa}\} \Rightarrow P\left(H_2\right)=\frac{1}{2}.$$

Ako se ostvari prva hipoteza, tad je

$$P\left(A\,|\,H_1\right)=\frac{4}{52}.$$

Ako se ostvari druga hipoteza, tad je

$$P\left(A\,|\,H_2\right)=\frac{4}{52}.$$

Po formuli potpune vjerojatnosti vrijedi:

$$P(A)=P\left(H_1\right)\cdot P\left(A\,|\,H_1\right)+P\left(H_2\right)\cdot P\left(A\,|\,H_2\right) \Rightarrow P(A)=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{52}+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{52} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(A)=2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{52} \Rightarrow P(A)=\frac{4}{52} \Rightarrow P(A)=\frac{1}{13}.$$

Vježba 102

U dva snopa karata nalaze se po 52 karte sa 4 kralja. Izvučemo na sreću jednu kartu iz svakog snopa, zatim izvučene karte pomiješamo i otkrijemo jednu. Kolika je vjerojatnost da je ta karta kralj?

Rezultat: $P(A)=\frac{1}{13}.$

Zadatak 103 (Malecka, TUPŠ)

U dva snopa karata nalaze se po 52 karte sa 4 asa. Iz prvog snopa izvučemo jednu kartu, a iz drugog dvije. Zatim tri izvučene karte pomiješamo i otkrijemo jednu. Kolika je vjerojatnost da je ta karta as?

Rješenje 103

Ponovimo!

Neka je $\left\{H_1, H_2, H_3, ..., H_n\right\}$ potpun sustav događaja. Za svaki događaj $A \subset \Omega$ vrijedi

$$P(A)=P\left(H_1\right)\cdot P\left(A\,|\,H_1\right)+P\left(H_2\right)\cdot P\left(A\,|\,H_2\right)+P\left(H_3\right)\cdot P\left(A\,|\,H_3\right)+\ ...\ +P\left(H_n\right)\cdot P\left(A\,|\,H_n\right).$$

Označimo slovom A događaj čiju vjerojatnost tražimo: otkrivena karta je as. Postavimo sljedeće dvije hipoteze:

$$H_1=\{\text{otkrivena karta potječe iz prvog snopa}\} \Rightarrow P\left(H_1\right)=\frac{1}{3}.$$

$$H_2=\{\text{otkrivena karta potječe iz drugog snopa}\} \Rightarrow P\left(H_2\right)=\frac{2}{3}.$$

Ako se ostvari prva hipoteza, tad je

$$P\left(A\,|\,H_1\right)=\frac{4}{52}.$$

Ako se ostvari druga hipoteza, tad je

$$P(A \mid H_2) = \frac{4}{52}.$$

Ako se ostvari treća hipoteza, tad se u drugoj žari nalaze 1 žuta i 6 plavih kuglica. Zato je

$$P(A \mid H_3) = \frac{1}{7}.$$

Po formuli potpune vjerojatnosti vrijedi:

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A \mid H_1) + P(H_2) \cdot P(A \mid H_2) \Rightarrow P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{52} + \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{52} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{156} + \frac{8}{156} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{12}{156} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{13}.$$

Vježba 103

U dva snopa karata nalaze se po 52 karte sa 4 desetke. Iz prvog snopa izvučemo jednu kartu, a iz drugog dvije. Zatim tri izvučene karte pomiješamo i otkrijemo jednu. Kolika je vjerojatnost da je ta karta desetka?

Rezultat: $P(A) = \frac{1}{13}.$

Zadatak 104 (Malecka, TUPŠ)

U skupini od 10 strijelaca nalaze se 4 izvrsna i 6 dobrih. Vjerojatnost pogotka za izvrsne strijelce je 0.9, za dobre 0.7. Iz skupine na sreću biramo dva strijelca koji gađaju u metu jedanput. Kolika je vjerojatnost da će oba strijelca pogoditi metu?

Rješenje 104

Ponovimo!

Neka je $\{H_1, H_2, H_3, ..., H_n\}$ potpun sustav događaja. Za svaki događaj $A \subset \Omega$ vrijedi

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A \mid H_1) + P(H_2) \cdot P(A \mid H_2) + P(H_3) \cdot P(A \mid H_3) + \ ... \ + P(H_n) \cdot P(A \mid H_n).$$

Označimo slovom A događaj čiju vjerojatnost tražimo: oba strijelca pogađaju metu. Postavimo sljedeće hipoteze ovisno o broju odabranih izvrsnih strijelaca:

$$H_0 = \{\text{nijedan odabran izvrstan strijelac}\} \Rightarrow P(H_0) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{30}{90}.$$

$$H_1 = \{\text{jedan odabran izvrstan strijelac}\} \Rightarrow P(H_1) = 2 \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{48}{90}.$$

$$H_2 = \{\text{oba odabrana izvrsna strijelca}\} \Rightarrow P(H_2) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90}.$$

Ako se ostvari prva hipoteza, vjerojatnost pogotka za izvrsne strijelce je

$$P(A \mid H_0) = 0.9 \cdot 0.9 = 0.81.$$

Ako se ostvari druga hipoteza, vjerojatnost pogotka za izvrsne strijelce je

$$P(A \mid H_1) = 0.9 \cdot 0.7 = 0.63.$$

Ako se ostvari treća hipoteza, vjerojatnost pogotka za izvrsne strijelce je

$$P(A \mid H_2) = 0.7 \cdot 0.7 = 0.49.$$

Po formuli potpune vjerojatnosti vrijedi:

$$P(A) = P(H_0) \cdot P(A \mid H_0) + P(H_1) \cdot P(A \mid H_1) + P(H_2) \cdot P(A \mid H_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{30}{90} \cdot 0.81 + \frac{48}{90} \cdot 0.63 + \frac{12}{90} \cdot 0.49 \Rightarrow P(A) = 0.671.$$

Vježba 104

U skupini od 10 strijelaca nalaze se 4 izvrsna i 6 dobrih. Vjerojatnost pogotka za izvrsne strijelce je 0.8, za dobre 0.7. Iz skupine na sreću biramo dva strijelca koji gađaju u metu jedanput.. Kolika je vjerojatnost da će oba strijelca pogoditi metu?

Rezultat: 0.577.

Zadatak 105 (Malecka, TUPŠ)

Iz kutije u kojoj ima n bijelih i m crnih kuglica, na slučajan način izvlače se jedna za drugom, dvije kuglice. Kuglice se izvlače bez vraćanja. Kolika je vjerojatnost da su izvučene kuglice različitih boja?

Rješenje 105

Ponovimo!

Neka je $\{H_1, H_2, H_3, ..., H_n\}$ potpun sustav događaja. Za svaki događaj $A \subset \Omega$ vrijedi

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A \mid H_1) + P(H_2) \cdot P(A \mid H_2) + P(H_3) \cdot P(A \mid H_3) + \ ... \ + P(H_n) \cdot P(A \mid H_n).$$

Označimo slovom A događaj čiju vjerojatnost tražimo: izvučene kuglice su raznih boja. Postavimo sljedeće hipoteze ovisno o boji prve izvučene kuglice:

$$H_1 = \{\text{u prvom izvlačenju izvučena je bijela kuglica}\} \Rightarrow P(H_1) = \frac{n}{n+m}.$$

$$H_2 = \{\text{u prvom izvlačenju izvučena je crna kuglica}\} \Rightarrow P(H_2) = \frac{m}{n+m}.$$

Ako se ostvari prva hipoteza, vjerojatnost događaja A uz ovu hipotezu jednaka je

$$P(A \mid H_1) = \frac{m}{n+m-1}.$$

Ako se ostvari druga hipoteza, vjerojatnost događaja A uz ovu hipotezu jednaka je

$$P(A \mid H_2) = \frac{n}{n+m-1}.$$

Po formuli potpune vjerojatnosti vrijedi:

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A \mid H_1) + P(H_2) \cdot P(A \mid H_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n}{n+m} \cdot \frac{m}{n+m-1} + \frac{m}{n+m} \cdot \frac{n}{n+m-1} = \frac{2 \cdot n \cdot m}{(n+m) \cdot (n+m-1)}.$$

Vježba 105

Iz kutije u kojoj ima 5 bijelih i 7 crnih kuglica, na slučajan način izvlače se jedna za drugom, dvije kuglice. Kuglice se izvlače bez vraćanja. Kolika je vjerojatnost da su izvučene kuglice različitih boja?

Rezultat: $P(A) = \frac{2 \cdot 5 \cdot 7}{(5+7) \cdot (5+7-1)} = \frac{35}{66}.$

Zadatak 106 (Malecka, TUPŠ)

Iz kutije u kojoj ima n bijelih i m crnih kuglica, na slučajan način izvlače se jedna za drugom, dvije kuglice. Kuglice se izvlače s vraćanjem. Kolika je vjerojatnost da su izvučene kuglice različitih boja?

Rješenje 106

Ponovimo!

Neka je $\{H_1, H_2, H_3, ..., H_n\}$ potpun sustav događaja. Za svaki događaj $A \subset \Omega$ vrijedi

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A \mid H_1) + P(H_2) \cdot P(A \mid H_2) + P(H_3) \cdot P(A \mid H_3) + \ ... \ + P(H_n) \cdot P(A \mid H_n).$$

Označimo slovom A događaj čiju vjerojatnost tražimo: izvučene kuglice su raznih boja. Postavimo sljedeće hipoteze ovisno o boji prve izvučene kuglice:

$$H_1 = \{\text{u prvom izvlačenju izvučena je bijela kuglica}\} \Rightarrow P(H_1) = \frac{n}{n+m}.$$

$$H_2 = \{\text{u prvom izvlačenju izvučena je crna kuglica}\} \Rightarrow P(H_2) = \frac{m}{n+m}.$$

Ako se ostvari prva hipoteza, vjerojatnost događaja A uz ovu hipotezu (kuglica se vraća) jednaka je

$$P(A \mid H_1) = \frac{m}{n+m}.$$

Ako se ostvari druga hipoteza, vjerojatnost događaja A uz ovu hipotezu (kuglica se vraća) jednaka je

$$P(A \mid H_2) = \frac{n}{n+m}.$$

Po formuli potpune vjerojatnosti vrijedi:

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A \mid H_1) + P(H_2) \cdot P(A \mid H_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n}{n+m} \cdot \frac{m}{n+m} + \frac{m}{n+m} \cdot \frac{n}{n+m} = \frac{2 \cdot n \cdot m}{(n+m)^2}.$$

Vježba 106

Iz kutije u kojoj ima 5 bijelih i 7 crnih kuglica, na slučajan način izvlače se jedna za drugom, dvije kuglice. Kuglice se izvlače s vraćanjem. Kolika je vjerojatnost da su izvučene kuglice različitih boja?

Rezultat: $P(A) = \dfrac{2 \cdot 5 \cdot 7}{(5+7)^2} = \dfrac{35}{72}.$

Zadatak 107 (Malecka, TUPŠ)

U kutiji se nalazi 9 kuglica od kojih su 4 bijele. Pokus se sastoji u uzastopnom izvlačenju na slučajan način (bez vraćanja) dviju kuglica. Kolika je vjerojatnost da druga izvučena kuglica bude bijela?

Rješenje 107

Ponovimo!

Neka je $\{H_1, H_2, H_3, ..., H_n\}$ potpun sustav događaja. Za svaki događaj $A \subset \Omega$ vrijedi

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A \mid H_1) + P(H_2) \cdot P(A \mid H_2) + P(H_3) \cdot P(A \mid H_3) + \ ... \ + P(H_n) \cdot P(A \mid H_n).$$

Označimo slovom A događaj čiju vjerojatnost tražimo: druga izvučena kuglica je bijela. Postavimo sljedeće hipoteze ovisno o boji prve izvučene kuglice:

$$H_1 = \{\text{prva izvučena kuglica je bijela}\} \Rightarrow P(H_1) = \frac{4}{9}.$$

$$H_2 = \{\text{prva izvučena kuglica nije bijela}\} \Rightarrow P(H_2) = \frac{9-4}{9} = \frac{5}{9}.$$

Ako se ostvari prva hipoteza, uvjetna vjerojatnost događaja A uz ovu hipotezu jednaka je

$$P(A \mid H_1) = \frac{4-1}{9-1} = \frac{3}{8}.$$

Ako se ostvari druga hipoteza, uvjetna vjerojatnost događaja A uz ovu hipotezu jednaka je

$$P(A \mid H_2) = \frac{4}{9-1} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

Po formuli potpune vjerojatnosti vrijedi:

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A \mid H_1) + P(H_2) \cdot P(A \mid H_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{9}.$$

Vježba 107

U kutiji se nalazi n kuglica od kojih su m bijele. Pokus se sastoji u uzastopnom izvlačenju na slučajan način (bez vraćanja) dviju kuglica. Kolika je vjerojatnost da druga izvučena kuglica bude bijela?

Rezultat: $P(A)=\frac{m}{n}\cdot\frac{m-1}{n-1}+\frac{n-m}{n}\cdot\frac{m}{n-1}=\frac{m}{n}.$

Zadatak 108 (Malecka, TUPŠ)

U prvoj posudi nalaze se tri crne i jedna bijela kuglica, u drugoj posudi jedna crna i tri bijele kuglice, a u trećoj posudi tri crne kuglice. Slučajno izabiremo posudu, a zatim slučajno izabiremo kuglicu. Kolika je vjerojatnost da je to crna kuglica?

Rješenje 108

Ponovimo!

Neka je $\{H_1, H_2, H_3, ..., H_n\}$ potpun sustav događaja. Za svaki događaj $A \subset \Omega$ vrijedi

$$P(A)=P(H_1)\cdot P(A\,|\,H_1)+P(H_2)\cdot P(A\,|\,H_2)+P(H_3)\cdot P(A\,|\,H_3)+\ ...\ +P(H_n)\cdot P(A\,|\,H_n).$$

Označimo slovom A događaj čiju vjerojatnost tražimo: izvučena kuglica je crna. Postavimo sljedeće hipoteze ovisno o izabranoj posudi:

$$H_1=\{\text{izabrana je prva posuda}\}\Rightarrow P(H_1)=\frac{1}{3}.$$

$$H_2=\{\text{izabrana je druga posuda}\}\Rightarrow P(H_2)=\frac{1}{3}.$$

$$H_3=\{\text{izabrana je treća posuda}\}\Rightarrow P(H_3)=\frac{1}{3}.$$

Ako se ostvari prva hipoteza, uvjetna vjerojatnost događaja A uz ovu hipotezu jednaka je

$$P(A\,|\,H_1)=\frac{3}{4}.$$

Ako se ostvari druga hipoteza, uvjetna vjerojatnost događaja A uz ovu hipotezu jednaka je

$$P(A\,|\,H_2)=\frac{1}{4}.$$

Ako se ostvari treća hipoteza, uvjetna vjerojatnost događaja A uz ovu hipotezu jednaka je

$$P(A\,|\,H_3)=\frac{3}{3}.$$

Po formuli potpune vjerojatnosti vrijedi:

$$P(A)=P(H_1)\cdot P(A\,|\,H_1)+P(H_2)\cdot P(A\,|\,H_2)+P(H_3)\cdot P(A\,|\,H_3)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{3}=\frac{2}{3}.$$

Vježba 108

U prvoj posudi nalaze se tri crne i jedna bijela kuglica, u drugoj posudi jedna crna i tri bijele kuglice, a u trećoj posudi dvije crne kuglice. Slučajno izabiremo posudu, a zatim slučajno izabiremo kuglicu. Kolika je vjerojatnost da je to crna kuglica?

Rezultat: $P(A)=\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{2}=\frac{2}{3}.$

Zadatak 109 (Malecka, TUPŠ)

Na montažu dolaze proizvodi izrađeni na dva stroja, pri čemu 60% svih proizvoda dolazi s prvog stroja, a 40% s drugog. Prvi stroj proizvodi 90% proizvoda prve vrste, a drugi stroj 60% proizvoda prve vrste. Na montažu je došao jedan proizvod i pokazalo se da je on prve vrste. Kolika je vjerojatnost da je izrađen na prvom stroju?

Rješenje 109

Ponovimo!

Neka je $\{H_1, H_2, H_3, ..., H_n\}$ potpun sustav događaja. Za svaki događaj $A \subset \Omega$ vrijedi

$$P(A)=P\left(H_1\right)\cdot P\left(A\mid H_1\right)+P\left(H_2\right)\cdot P\left(A\mid H_2\right)+P\left(H_3\right)\cdot P\left(A\mid H_3\right)+\ \dots\ +P\left(H_n\right)\cdot P\left(A\mid H_n\right).$$

Bayesova formula

Neka je $\left\{H_1, H_2, H_3, \dots, H_n\right\}$ potpun sustav događaja i neka je $A \subseteq \Omega$ događaj takav da je P(A) > 0. Tada za svako i = 1, 2, 3, …, n vrijedi

$$P\left(H_i\mid A\right)=\frac{P\left(H_i\right)\cdot P\left(A\mid H_i\right)}{P\left(H_1\right)\cdot P\left(A\mid H_1\right)+P\left(H_2\right)\cdot P\left(A\mid H_2\right)+\ \dots\ +P\left(H_n\right)\cdot P\left(A\mid H_n\right)}=\frac{P\left(H_i\right)\cdot P\left(A\mid H_i\right)}{\sum\limits_{j=1}^{n}P\left(H_j\right)\cdot P\left(A\mid H_j\right)}.$$

Označimo slovom A događaj čiju vjerojatnost tražimo: na montažu je došao proizvod prve vrste. Postavimo sljedeće hipoteze ovisno o izabranom stroju:

$$H_1=\{\text{proizvod je izrađen na prvom stroju}\}\ \Rightarrow\ P\left(H_1\right)=60\%=0.60.$$

$$H_2=\{\text{proizvod je izrađen na drugom stroju}\}\ \Rightarrow\ P\left(H_2\right)=40\%=0.40.$$

Ako se ostvari prva hipoteza, uvjetna vjerojatnost događaja A uz ovu hipotezu jednaka je

$$P\left(A\mid H_1\right)=90\%=0.90.$$

Ako se ostvari druga hipoteza, uvjetna vjerojatnost događaja A uz ovu hipotezu jednaka je

$$P\left(A\mid H_2\right)=60\%=0.60.$$

Po formuli potpune vjerojatnosti vrijedi:

$$P(A)=P\left(H_1\right)\cdot P\left(A\mid H_1\right)+P\left(H_2\right)\cdot P\left(A\mid H_2\right)+P\left(H_3\right)\cdot P\left(A\mid H_3\right)\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ P(A)=\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{3}=\frac{2}{3}.$$

Vjerojatnost da je proizvod prve vrste izrađen na prvom stroju pomoću Bayesove formule iznosi:

$$P\left(H_1\mid A\right)=\frac{P\left(H_1\right)\cdot P\left(A\mid H_1\right)}{P\left(H_1\right)\cdot P\left(A\mid H_1\right)+P\left(H_2\right)\cdot P\left(A\mid H_2\right)}=\frac{0.60\cdot 0.90}{0.60\cdot 0.90+0.40\cdot 0.60}=0.692.$$

Komentar:
Bayesovu formulu rabimo pri računanju aposteriornih vjerojatnosti pojedinih hipoteza. Pomoću nje vršimo preprocjenu vjerojatnosti hipoteza.

Vježba 109

Na montažu dolaze proizvodi izrađeni na dva stroja, pri čemu 60% svih proizvoda dolazi s prvog stroja, a 40% s drugog. Prvi stroj proizvodi 90% proizvoda prve vrste, a drugi stroj 50% proizvoda prve vrste. Na montažu je došao jedan proizvod i pokazalo se da je on prve vrste. Kolika je vjerojatnost da je izrađen na prvom stroju?

Rezultat: $$P\left(H_1\mid A\right)=\frac{0.60\cdot 0.90}{0.60\cdot 0.90+0.40\cdot 0.50}=0.730.$$

Zadatak 110 (Malecka, TUPŠ)

U dizalu su četiri osobe. Dizalo se zaustavlja na šest katova. Kolika je vjerojatnost da će sve osobe iz dizala izići istodobno na istom katu?

Rješenje 110

Ponovimo!

Klasična definicija vjerojatnosti slučajnog događaja A:

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{\text{broj povoljnih ishoda (rezultata)}}{\text{broj mogućih ishoda (rezultata)}}.$$

Odredimo broj n svih mogućih elementarnih događaja:

- Prva osoba može izići na bilo kojem od 6 katova, dakle, na 6 načina. Druga, treća i četvrta osoba, također, može izići na bilo kojem od 6 katova (6 načina). Ukupan broj na koliko načina mogu osobe izići iz dizala je

$$n = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^4.$$

Broj m povoljnih elementarnih događaja za događaj A iznosi:

- Sve osobe mogu istodobno izići na bilo kojem od 6 katova

$$m = 6.$$

Vjerojatnost je:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{6}{6^4} = \frac{1}{6^3} = \frac{1}{216}.$$

Vježba 110

U dizalu su četiri osobe. Dizalo se zaustavlja na sedam katova. Kolika je vjerojatnost da će sve osobe iz dizala izići istodobno na istom katu?

Rezultat: $P(A) = \frac{7}{7^4}.$

Zadatak 111 (Malecka, TUPŠ)

U dizalu su četiri osobe. Dizalo se zaustavlja na šest katova. Kolika je vjerojatnost da će sve osobe iz dizala izići istodobno na različitim katovima?

Rješenje 111

Ponovimo!

Klasična definicija vjerojatnosti slučajnog događaja A:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{broj povoljnih ishoda (rezultata)}}{\text{broj mogućih ishoda (rezultata)}}.$$

Odredimo broj n svih mogućih elementarnih događaja:

- Prva osoba može izići na bilo kojem od 6 katova, dakle, na 6 načina. Druga, treća i četvrta osoba, također, može izići na bilo kojem od 6 katova (6 načina). Ukupan broj na koliko načina mogu osobe izići iz dizala je

$$n = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^4.$$

Broj m povoljnih elementarnih događaja za događaj A iznosi:

- Budući da se dizalo zaustavlja na šest katova, a četiri osobe moraju izići na različitim katovima, broj načina iznosi (kombinacije od 6 elemenata 4–tog razreda bez ponavljanja)

$$m = \binom{6}{4}.$$

Vjerojatnost je:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\binom{6}{4}}{6^4} = \left[\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}\right] = \frac{\binom{6}{2}}{6^4} = \frac{\frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2}}{6^4} = \frac{5}{2 \cdot 6^3} = \frac{5}{432}.$$

Vježba 111

U dizalu su četiri osobe. Dizalo se zaustavlja na sedam katova. Kolika je vjerojatnost da će sve osobe iz dizala izići istodobno na različitim katovima?

Rezultat: $P(A) = \frac{\binom{7}{4}}{7^4}.$

Zadatak 112 (Malecka, TUPŠ)

U dizalu su četiri osobe. Dizalo se zaustavlja na šest katova. Kolika je vjerojatnost da će sve osobe iz dizala izići istodobno na trećem katu?

Rješenje 112

Ponovimo!

Klasična definicija vjerojatnosti slučajnog događaja A:

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{\text{broj povoljnih ishoda (rezultata)}}{\text{broj mogućih ishoda (rezultata)}}.$$

Odredimo broj n svih mogućih elementarnih događaja:

- Prva osoba može izići na bilo kojem od 6 katova, dakle, na 6 načina. Druga, treća i četvrta osoba, također, može izići na bilo kojem od 6 katova (6 načina). Ukupan broj na koliko načina mogu osobe izići iz dizala je

$$n=6\cdot 6\cdot 6\cdot 6=6^4.$$

Broj m povoljnih elementarnih događaja za događaj A iznosi:

- Sve osobe moraju istodobno izići na trećem katu (dakle, na jednom katu)

$$m = 1.$$

Vjerojatnost je:

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{1}{6^4}=\frac{1}{1296}.$$

Vježba 112

U dizalu su četiri osobe. Dizalo se zaustavlja na sedam katova. Kolika je vjerojatnost da će sve osobe iz dizala izići istodobno na drugom katu?

Rezultat: $P(A)=\frac{1}{7^4}.$

Zadatak 113 (Carmen, ekonomska škola)

Koliko ima parnih peteroznamenkastih brojeva čija je bar jedna znamenka 7?

Rješenje 113

Ponovimo!

Ako element s_1 možemo izabrati is skupa S_1 na n_1 različitih načina, nakon toga (bez obzira na to koji smo element već izabrali) element s_2 iz skupa S_2 na n_2 načina, nakon toga element s_3 iz skupa S_3 na n_3 načina itd., onda je ukupan broj načina izbora niza $s_1, s_2, s_3, \ldots, s_k$ jednak

$$N = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k.$$

Računamo koliko postoji različitih parnih peteroznamenkastih brojeva. Ovdje se radi o umnošku pet skupova:

- skupa $S_1=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ iz kojeg biramo prvu znamenku, dakle, prvu znamenku biramo iz skupa S_1 (devet mogućnosti), $n_1 = 9$
- skupa $S_2=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ iz kojeg biramo drugu znamenku, dakle, drugu znamenku biramo iz skupa S_2 (deset mogućnosti), $n_2 = 10$
- skupa $S_3=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ iz kojeg biramo treću znamenku, dakle, treću znamenku biramo iz skupa S_3 (deset mogućnosti), $n_3 = 10$
- skupa $S_4=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ iz kojeg biramo četvrtu znamenku, dakle, četvrtu znamenku biramo iz skupa S_4 (deset mogućnosti), $n_4 = 10$
- skupa $S_5=\{0, 2, 4, 6, 8\}$ iz kojeg biramo petu znamenku, dakle, petu znamenku biramo iz skupa S_5 (pet mogućnosti), $n_5 = 5$.

Prema tome, vrijedi:

$$N=n_1\cdot n_2\cdot n_3\cdot n_4\cdot n_5 \Rightarrow N=9\cdot 10\cdot 10\cdot 10\cdot 5 \Rightarrow N=45\,000.$$

Računamo koliko postoji različitih parnih peteroznamenkastih brojeva koji ne sadrže znamenku 7. Ovdje se radi o umnošku pet skupova:

- skupa $S_1=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$ iz kojeg biramo prvu znamenku, dakle, prvu znamenku biramo iz skupa S_1 (osam mogućnosti), $n_1 = 8$

- skupa $S_2 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$ iz kojeg biramo drugu znamenku, dakle, drugu znamenku biramo iz skupa S_2 (devet mogućnosti), $n_2 = 9$
- skupa $S_3 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$ iz kojeg biramo treću znamenku, dakle, treću znamenku biramo iz skupa S_3 (devet mogućnosti), $n_3 = 9$
- skupa $S_4 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$ iz kojeg biramo četvrtu znamenku, dakle, četvrtu znamenku biramo iz skupa S_4 (devet mogućnosti), $n_4 = 9$
- skupa $S_5 = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ iz kojeg biramo petu znamenku, dakle, petu znamenku biramo iz skupa S_5 (pet mogućnosti), $n_5 = 5$.

Prema tome, vrijedi:

$$N = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot n_4 \cdot n_5 \Rightarrow N = 8 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 5 \Rightarrow N = 29\,160.$$

Parnih peteroznamenkastih brojeva čija je bar jedna znamenka 7 ima:

$$N = 45\,000 - 29\,160 \Rightarrow N = 15\,840.$$

Vježba 113

Koliko ima parnih peteroznamenkastih brojeva čija je bar jedna znamenka 2?

Rezultat: 15 840.

Zadatak 114 (Carmen, ekonomska škola)

Koliki je broj točaka u ravnini kojima može biti određeno najviše 2556 pravaca?

Rješenje 114

Neka je n traženi broj točaka u ravnini. Budući da je svaki pravac određen s dvije točke (kombinacije bez ponavljanja od n elemenata drugog razreda), vrijedi:

$$\binom{n}{2} = 2556 \Rightarrow \frac{n \cdot (n-1)}{1 \cdot 2} = 2556 \Rightarrow \frac{n^2 - n}{2} = 2556 \;/\cdot 2 \Rightarrow n^2 - n - 5112 = 0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = 1\;,\; b = -1\;,\; c = -5112 \\ n_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-5112)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow n_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 20448}}{2} \Rightarrow n_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{20449}}{2} \Rightarrow n_{1,2} = \frac{1 \pm 143}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} n_1 = \dfrac{1+143}{2} \\ n_2 = \dfrac{1-143}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} n_1 = \dfrac{144}{2} \\ n_2 = -\dfrac{142}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} n_1 = 72 \\ n_2 = -71 \text{ nema smisla} \end{array}\right\} \Rightarrow n = 72 \text{ broj točaka.}$$

Vježba 114

Koliki je broj točaka u ravnini kojima može biti određeno najviše 105 pravaca?

Rezultat: 15.

Zadatak 115 (Tanja, ekonomska škola)

Neka osoba zaboravila je zadnje dvije znamenke telefonskog broja svoga prijatelja i jedino se sjeća da su one različite. Kolika je vjerojatnost da osoba pogodi znamenke?

Rješenje 115

Ponovimo!

Ako element s_1 možemo izabrati is skupa S_1 na n_1 različitih načina, nakon toga (bez obzira na to koji smo element već izabrali) element s_2 iz skupa S_2 na n_2 načina, nakon toga element s_3 iz skupa S_3 na n_3 načina itd., onda je ukupan broj načina izbora niza $s_1, s_2, s_3, \ldots, s_k$ jednak

$$N = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k.$$

U klasičnom vjerojatnosnom prostoru vjerojatnost događaja A računa se formulom:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{broj povoljnih ishoda (rezultata)}}{\text{broj mogućih ishoda (rezultata)}}.$$

Budući da su dvije znamenke međusobno različite, prva se može izabrati iz skupa $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, dakle, na 10 načina. Drugu biramo između devet preostalih znamenaka, dakle, na 9 načina. Broj svih mogućih događaja (ishoda, rezultata) je:

$$n = 10 \cdot 9 = 90.$$

Pamtimo samo jedan dvoznamenkasti broj pa je broj povoljnih događaja (ishoda, rezultata):

$$m = 1.$$

Vjerojatnost događaja iznosi:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{90}$$

Vježba 115

Neka osoba zaboravila je zadnje tri znamenke telefonskog broja svoga prijatelja i jedino se sjeća da su one različite. Kolika je vjerojatnost da osoba pogodi znamenke?

Rezultat: $P(A) = \frac{1}{10 \cdot 9 \cdot 8} = \frac{1}{720}.$

Zadatak 116 (Tanja, ekonomska škola)

Slučajno izabrani telefonski broj sastoji se od 6 znamenaka. Kolika je vjerojatnost da su sve znamenke različite?

Rješenje 116

Ponovimo!

Ako element s_1 možemo izabrati is skupa S_1 na n_1 različitih načina, nakon toga (bez obzira na to koji smo element već izabrali) element s_2 iz skupa S_2 na n_2 načina, nakon toga element s_3 iz skupa S_3 na n_3 načina itd., onda je ukupan broj načina izbora niza $s_1, s_2, s_3, \ldots, s_k$ jednak

$$N = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k.$$

U klasičnom vjerojatnosnom prostoru vjerojatnost događaja A računa se formulom:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{broj povoljnih ishoda (rezultata)}}{\text{broj mogućih ishoda (rezultata)}}.$$

Prva znamenka može se izabrati iz skupa $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, dakle, na 10 načina jer kod telefonskog broja i nula može biti na prvom mjestu. Drugu, treću, četvrtu, petu i šestu znamenku također možemo birati na deset načina. Prema tome ukupan broj svih mogućih događaja (ishoda, rezultata) je:

$$n = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^6.$$

(Riječ je o varijacijama s ponavljanjem, razreda 6 u skupu od 10 elemenata, $\overline{V_n^r} = n^r \Rightarrow \overline{V_{10}^6} = 10^6$.)

Budući da sve znamenke šesteroznamenkastog telefonskog broja moraju biti različite, zaključujemo ovako:
prvu znamenku biramo iz skupa $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ (deset mogućnosti),
drugu iz skupa svih znamenki različitih od prve (devet mogućnosti),
treću iz skupa svih znamenki različitih od prve dvije (osam mogućnosti),
četvrtu iz skupa svih znamenki različitih od prve tri (sedam mogućnosti) itd.
Broj svih povoljnih događaja (ishoda, rezultata) je:

$$m = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5.$$

Vjerojatnost događaja iznosi:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{10^6} = 0.1512.$$

Vježba 116

Slučajno izabrani telefonski broj sastoji se od 5 znamenaka. Kolika je vjerojatnost da su sve znamenke različite?

Rezultat: 0.3024.

Zadatak 117 (Tanja, ekonomska škola)

Slučajno izabrani telefonski broj sastoji se od 6 znamenaka. Kolika je vjerojatnost da su 2 znamenke jednake?

Rješenje 117

Ponovimo!

Ako element s_1 možemo izabrati is skupa S_1 na n_1 različitih načina, nakon toga (bez obzira na to koji smo element već izabrali) element s_2 iz skupa S_2 na n_2 načina, nakon toga element s_3 iz skupa S_3 na n_3 načina itd., onda je ukupan broj načina izbora niza $s_1, s_2, s_3, \ldots, s_k$ jednak

$$N = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k.$$

U klasičnom vjerojatnosnom prostoru vjerojatnost događaja A računa se formulom:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{broj povoljnih ishoda (rezultata)}}{\text{broj mogućih ishoda (rezultata)}}.$$

Prva znamenka može se izabrati iz skupa $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, dakle, na 10 načina jer kod telefonskog broja i nula može biti na prvom mjestu. Drugu, treću, četvrtu, petu i šestu znamenku također možemo birati na deset načina. Prema tome ukupan broj svih mogućih događaja (ishoda, rezultata) je:

$$n = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^6.$$

(Riječ je o varijacijama s ponavljanjem, razreda 6 u skupu od 10 elemenata, $\overline{V_n^r} = n^r \Rightarrow \overline{V_{10}^6} = 10^6$.)

Budući da dvije znamenke šesteroznamenkastog broja moraju biti jednake zaključujemo ovako:
prvu znamenku biramo iz skupa $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ (deset mogućnosti),
drugu iz skupa svih znamenki različitih od prve (devet mogućnosti),
treću iz skupa svih znamenki različitih od prve dvije (osam mogućnosti),
četvrtu iz skupa svih znamenki različitih od prve tri (sedam mogućnosti),
petu iz skupa svih znamenki različitih od prve četiri (šest mogućnosti), a zadnja,
šesta znamenka jednaka je jednoj od izabranih pet znamenaka pa je to $\binom{6}{2}$ mogućnosti (riječ je o kombinacijama bez ponavljanja).

Broj svih povoljnih događaja (ishoda, rezultata) je:

$$m = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \binom{6}{2}.$$

Vjerojatnost događaja iznosi:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \binom{6}{2}}{10^6} = 0.4536.$$

Vježba 117

Slučajno izabrani telefonski broj sastoji se od 6 znamenaka. Kolika je vjerojatnost da su sve znamenke jednake?

Rezultat: $\frac{1}{10^5}$.

Zadatak 118 (Tanja, ekonomska škola)

Kolika je vjerojatnost da dvije slučajno izabrane osobe imaju rođendan u istom danu?

Rješenje 118

Ponovimo!

Ako element s_1 možemo izabrati is skupa S_1 na n_1 različitih načina, nakon toga (bez obzira na to koji smo element već izabrali) element s_2 iz skupa S_2 na n_2 načina, nakon toga element s_3 iz skupa S_3 na n_3 načina itd., onda je ukupan broj načina izbora niza $s_1, s_2, s_3, \ldots, s_k$ jednak

$$N = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k.$$

U klasičnom vjerojatnosnom prostoru vjerojatnost događaja A računa se formulom:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{broj povoljnih ishoda (rezultata)}}{\text{broj mogućih ishoda (rezultata)}}.$$

Godina ima 365 dana. Svaka od dvije osobe mogla je biti rođena bilo koji dan u godini pa je broj svih mogućih događaja

$$n = 365 \cdot 365 = 365^2.$$

Broj povoljnih događaja (osobe rođene u istom danu) iznosi:

$$m = 365.$$

Vjerojatnost događaja je:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{365}{365^2} = \frac{1}{365} = 0.0027.$$

Vježba 118

Kolika je vjerojatnost da tri slučajno izabrane osobe imaju rođendan u istom danu?

Rezultat: $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{365}{365^3} = \frac{1}{365^2}.$

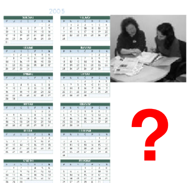
Zadatak 119 (Tanja, ekonomska škola)

Kolika je vjerojatnost da dvije slučajno izabrane osobe imaju rođendan u različitim mjesecima?

Rješenje 119

Ponovimo!

Ako element s_1 možemo izabrati is skupa S_1 na n_1 različitih načina, nakon toga (bez obzira na to koji smo element već izabrali) element s_2 iz skupa S_2 na n_2 načina, nakon toga element s_3 iz skupa S_3 na n_3 načina itd., onda je ukupan broj načina izbora niza $s_1, s_2, s_3, \ldots, s_k$ jednak



$$N = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k.$$

U klasičnom vjerojatnosnom prostoru vjerojatnost događaja A računa se formulom:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{broj povoljnih ishoda (rezultata)}}{\text{broj mogućih ishoda (rezultata)}}.$$

Godina ima 12 mjeseci. Svaka od dvije osobe mogla je biti rođena u bilo kojem mjesecu pa je broj svih mogućih događaja

$$n = 12 \cdot 12 = 12^2.$$

Budući da osobe imaju rođendane u različitim mjesecima, zaključujemo ovako:
prva osoba može biti rođena u bilo kojem mjesecu u godini (12 mogućnosti), a druga u bilo kojem od 11 preostalih mjeseci (11 mogućnosti). Zato je broj svih povoljnih događaja jednak

$$m = 12 \cdot 11.$$

Vjerojatnost događaja iznosi:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{12 \cdot 11}{12^2} = \frac{11}{12} = 0.9167.$$

Vježba 119

Kolika je vjerojatnost da tri slučajno izabrane osobe imaju rođendan u različitim mjesecima?

Rezultat: $P(A) = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{12^3} = 0.7639.$

Zadatak 120 (Tanja, ekonomska škola)

U svakoj od šest obitelji koje su se našle zajedno je otac, majka i troje djece. Slučajno se bira jedan otac, jedna majka i jedno dijete. Kolika je vjerojatnost da su oni iz iste obitelji?

Rješenje 120

Ponovimo!

Ako element s_1 možemo izabrati is skupa S_1 na n_1 različitih načina, nakon toga (bez obzira na to koji smo element već izabrali) element s_2 iz skupa S_2 na n_2 načina, nakon toga element s_3 iz skupa S_3 na n_3 načina itd., onda je ukupan broj načina izbora niza $s_1, s_2, s_3, \ldots, s_k$ jednak

$$N = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k.$$

U klasičnom vjerojatnosnom prostoru vjerojatnost događaja A računa se formulom:

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{\text{broj povoljnih ishoda (rezultata)}}{\text{broj mogućih ishoda (rezultata)}}.$$

Sve obitelji imaju ukupno 6 očeva, 6 majki i 18 djece.
Jedan otac može se izabrati na 6 načina, jedna majka može se izabrati na 6 načina, a jedno dijete može se izabrati na 18 načina. Broj svih mogućih događaja (izabran jedan otac, jedna majka i jedno dijete) je:

$$n = 6 \cdot 6 \cdot 18.$$

Za izbor oca i majke iz iste obitelji postoji 6 mogućnosti, a za jedno dijete 3 mogućnosti. Broj povoljnih događaja (izabran otac, majka i dijete iz iste obitelji) iznosi:

$$m = 6 \cdot 3.$$

Vjerojatnost događaja je:

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{6\cdot 3}{6\cdot 6\cdot 18}=\frac{1}{36}=0.0278.$$

Vježba 120

U svakoj od šest obitelji koje su se našle zajedno je otac, majka i dvoje djece. Slučajno se bira jedan otac, jedna majka i jedno dijete. Kolika je vjerojatnost da su oni iz iste obitelji?

Rezultat: $P(A)=\frac{m}{n}=\frac{6\cdot 2}{6\cdot 6\cdot 12}=\frac{1}{36}=0.0278.$