Zadatak 001 (Tomislav, osnovna škola)

Izračunaj: $\sqrt{8a} \cdot \sqrt{2a}$.

Rješenje 001

Pravilo za množenje korijena glasi:

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{x \cdot y}.$$

Zato je

$$\sqrt{8a} \cdot \sqrt{2a} = \sqrt{8a \cdot 2a} = \sqrt{16a^2} = 4a.$$

Vježba 001

Izračunaj: $\sqrt{12b} \cdot \sqrt{3b}$.

Rezultat: 6b.

Zadatak 002 (Matea, osnovna škola)

Izračunaj: $(3x + 5)^2$.

Rješenje 002

Uporabit ćemo formulu za kvadrat zbroja (kvadrat binoma):

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Zato je:

$$(3x + 5)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2 = 9x^2 + 30x + 25.$$

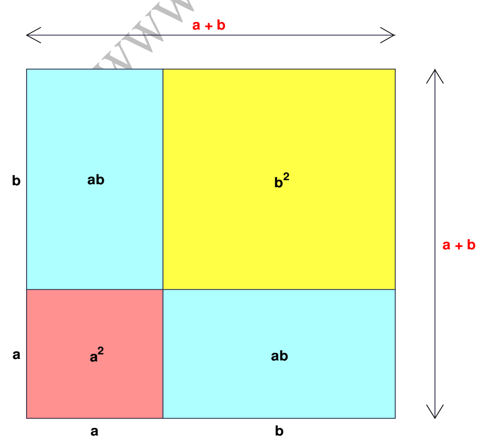
Zapamtimo formulu za kvadrat zbroja jer se često koristi! Evo, kako se izvodi (dokazuje):

$$(a + b)^2 = [\text{bazu množimo samu sa sobom}] = (a + b) \cdot (a + b) =$$

$$= [\text{zagrade množimo tako da svaki član prve zagrade pomnožimo sa svakim članom druge zagrade}] =$$

$$= a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Možemo to ilustrirati geometrijski!



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Vježba 002

Izračunaj: $(5x + 3)^2$.

Rezultat: $25x^2 + 30x + 9$.

Zadatak 003 (Anamaria, osnovna škola)

Opseg pravokutnika je 66 cm, a ploština 270 cm^2. Kolike su duljine stranica pravokutnika?

Rješenje 003

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Paralelogrami su četverokuti kojima su po dvije nasuprotne stranice usporedne (paralelne).
Pravokutnik je paralelogram koji ima barem jedan pravi kut (pravi kut ima 90º).
Opseg i površina pravokutnika
Opseg pravokutnika, duljine stranice a i širine b, je zbroj duljina svih stranica

$$O = 2 \cdot a + 2 \cdot b.$$

Ploština pravokutnika je jednaka produktu njegove duljine a i širine b.

$$P = a \cdot b.$$

Rješenja kvadratne jednadžbe $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0, a \neq 0$ su brojevi

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}.$$

Kraće:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}.$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a \cdot b = 0 \;\Leftrightarrow\; a = 0 \text{ ili } b = 0 \text{ ili } a = b = 0.$$

Iz uvjeta u zadatku napišemo odgovarajuće jednadžbe.
Opseg pravokutnika je 66.

$$\left.\begin{array}{l} O = 2 \cdot a + 2 \cdot b \\ O = 66 \end{array}\right\} \Rightarrow 2 \cdot a + 2 \cdot b = 66.$$

Ploština pravokutnika je 270.

$$\left.\begin{array}{l} P = a \cdot b \\ P = 270 \end{array}\right\} \Rightarrow a \cdot b = 270.$$

Pomoću sustava jednadžbi dobije se traženo rješenje.

$$\left.\begin{array}{l} 2 \cdot a + 2 \cdot b = 66 \\ a \cdot b = 270 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2 \cdot a + 2 \cdot b = 66 \;/:2 \\ a \cdot b = 270 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a + b = 33 \\ a \cdot b = 270 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b = 33 - a \\ a \cdot b = 270 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \cdot (33 - a) = 270 \Rightarrow 33 \cdot a - a^2 = 270 \Rightarrow 33 \cdot a - a^2 - 270 = 0 \Rightarrow -a^2 + 33 \cdot a - 270 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -a^2 + 33 \cdot a - 270 = 0 \;/ \cdot (-1) \Rightarrow a^2 - 33 \cdot a + 270 = 0.$$

Kvadratna jednadžba može biti riješena na dva načina.

1.inačica

$$a^2 - 33 \cdot a + 270 = 0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a^2 - 33 \cdot a + 270 = 0 \\ a = 1 \;,\; b = -33 \;,\; c = 270 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = 1 \;,\; b = -33 \;,\; c = 270 \\ a_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = \frac{-(-33) \pm \sqrt{(-33)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 270}}{2 \cdot 1} \Rightarrow a_{1,2} = \frac{33 \pm \sqrt{1089 - 1080}}{2} \Rightarrow a_{1,2} = \frac{33 \pm \sqrt{9}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_{1,2} = \frac{33 \pm 3}{2} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a_1 = \dfrac{33+3}{2} \\ a_2 = \dfrac{33-3}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a_1 = \dfrac{36}{2} \\ a_2 = \dfrac{30}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a_1 = 18 \\ a_2 = 15 \end{array}\right\}.$$

Računamo duljinu stranice b.

- $$\left.\begin{array}{l} a + b = 33 \\ a = 18 \end{array}\right\} \Rightarrow 18 + b = 33 \Rightarrow b = 33 - 18 \Rightarrow b = 15.$$

- $\left.\begin{array}{l} a+b=33 \\ a=15 \end{array}\right\} \Rightarrow 15+b=33 \Rightarrow b=33-15 \Rightarrow b=18.$

Postoje dva pravokutnika. Prvom pravokutniku je duljina stranice a = 18 cm i b = 15 cm, a drugom je duljina stranice a = 15 cm i b = 18 cm.

2.inačica

Kvadratnu jednadžbu rastavimo na faktore čiji je umnožak faktora jednak nuli pa je svaki faktor jednak nuli.

$$a^2-33\cdot a+270=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{koeficijent } -33 \text{ rastavimo na dva koeficijenta} \\ \text{tako da je njihov umnožak jednak } 270 \\ -33=-15-18 \quad , \quad -15\cdot(-18)=270 \end{array}\right] \Rightarrow a^2-15\cdot a-18\cdot a+270=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{grupiranja} \end{array}\right] \Rightarrow \left(a^2-15\cdot a\right)+(-18\cdot a+270)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{iz prve zagrade izlučimo potenciju } a, \\ \text{iz druge zagrade izlučimo } -18 \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a\cdot(a-15)-18\cdot(a-15)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{izlučimo} \\ a-15 \end{array}\right] \Rightarrow (a-15)\cdot(a-18)=0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a-15=0 \\ a-18=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a_1=15 \\ a_2=18 \end{array}\right\}.$$

Računamo duljinu stranice b.

- $\left.\begin{array}{l} a+b=33 \\ a=15 \end{array}\right\} \Rightarrow 15+b=33 \Rightarrow b=33-15 \Rightarrow b=18.$
- $\left.\begin{array}{l} a+b=33 \\ a=18 \end{array}\right\} \Rightarrow 18+b=33 \Rightarrow b=33-18 \Rightarrow b=15.$

Postoje dva pravokutnika. Prvom pravokutniku je duljina stranice a = 15 cm i b = 18 cm, a drugom je duljina stranice a = 18 cm i b = 15 cm.

Vježba 003

Opseg pravokutnika je 24 cm, a ploština 32 cm^2. Kolike su duljine stranica pravokutnika?

Rezultat: a = 8 cm, b = 4 cm , a = 4 cm, b = 8 cm.

Zadatak 004 (Lunae, osnovna škola)

Izračunaj: $(-2\cdot x+4)^2$.

Rješenje 004

Ponovimo!

$$(a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad (a\cdot b)^2=a^2\cdot b^2 \quad , \quad (a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2.$$

$$a+b=b+a \quad , \quad a^2=a\cdot a \quad , \quad (-a)^2=a^2 \quad , \quad (a-b)^2=(b-a)^2.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$(-2\cdot x+4)^2=(-2\cdot x)^2+2\cdot(-2\cdot x)\cdot 4+4^2=4\cdot x^2-16\cdot x+16.$$

2.inačica

$$(-2\cdot x+4)^2=(4-2\cdot x)^2=4^2-2\cdot 4\cdot 2\cdot x+(2\cdot x)^2=16-16\cdot x+4\cdot x^2=4\cdot x^2-16\cdot x+16.$$

3.inačica

$$(-2\cdot x+4)^2=(-(2\cdot x-4))^2=(2\cdot x-4)^2=(2\cdot x)^2-2\cdot 2\cdot x\cdot 4+4^2=4\cdot x^2-16\cdot x+16.$$

Vježba 004

Izračunaj: $(-3\cdot x+2)^2$.

Rezultat: $9 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 4.$