

Zadatak 041 (Marko, gimnazija)

Koliko dijagonala ima konveksni mnogokut kojem je zbroj unutarnjih kutova jednak 720° ?

Rješenje 041

Ponovimo!

Za svaki prirodni broj n veći od 2 postoji mnogokut koji ima sve stranice jednake duljine i sve unutarnje kutove jednake. Taj mnogokut nazivamo pravilnim mnogokutom, pravilnim n – terokutom, pravilnim poligonom.

Broj dijagonala u konveksnom n – terokutu iznosi

$$D(n) = \frac{n \cdot (n-3)}{2}.$$

Zbroj kutova u konveksnom n – terokutu iznosi

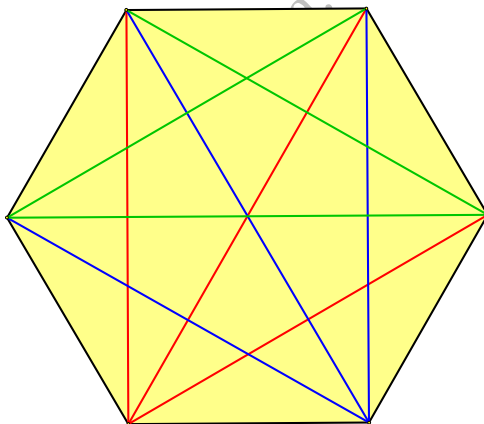
$$K(n) = (n-2) \cdot 180^\circ.$$

Budući da je zadan zbroj unutarnjih kutova n – terokuta, slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} K(n) = (n-2) \cdot 180^\circ \\ K(n) = 720^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow (n-2) \cdot 180^\circ = 720^\circ \Rightarrow (n-2) \cdot 180^\circ = 720^\circ \quad /: 180^\circ \Rightarrow \\ \Rightarrow n-2 = 4 \Rightarrow n = 4+2 \Rightarrow n = 6.$$

Riječ je o konveksnom šesterokutu. Njegov broj dijagonala iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} n = 6 \\ D(n) = \frac{n \cdot (n-3)}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow D(6) = \frac{6 \cdot (6-3)}{2} \Rightarrow D(6) = \frac{6 \cdot 3}{2} \Rightarrow D(6) = \frac{18}{2} \Rightarrow D(6) = 9.$$

**Vježba 041**

Koliko dijagonala ima konveksni mnogokut kojem je zbroj unutarnjih kutova jednak 1440° ?

Rezultat: $D(10) = 35$.

Zadatak 042 (Lejla, gimnazija)

Ako se broj stranica mnogokuta poveća za 5, onda se broj dijagonala poveća za 45. Koji je to mnogokut?

Rješenje 042

Ponovimo!

Mnogokut, poligon ili n – terokut je dio ravnine omeđen dužinama. Ukupan broj dijagonala n – terokuta je

$$D(n) = \frac{n \cdot (n-3)}{2}.$$

Dijagonala je dužina koja spaja dva nesusjedna vrha nekog mnogokuta ili poliedra.

Kako zapisati da je broj b za n veći od broja a ?

$$b - n = a \quad , \quad b = a + n \quad , \quad b - a = n.$$

$$a^1 = a \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Množenje zagrada

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d.$$

Budući da se broj dijagonala poveća za 45, vrijedi jednačina:

$$\begin{aligned} D(n+5) - D(n) = 45 &\Rightarrow \frac{(n+5) \cdot ((n+5)-3)}{2} - \frac{n \cdot (n-3)}{2} = 45 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{(n+5) \cdot (n+5-3)}{2} - \frac{n \cdot (n-3)}{2} = 45 \Rightarrow \frac{(n+5) \cdot (n+2)}{2} - \frac{n \cdot (n-3)}{2} = 45 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{(n+5) \cdot (n+2)}{2} - \frac{n \cdot (n-3)}{2} = 45 \quad / \cdot 2 \Rightarrow (n+5) \cdot (n+2) - n \cdot (n-3) = 90 \Rightarrow \\ &\Rightarrow n^2 + 2 \cdot n + 5 \cdot n + 10 - n^2 + 3 \cdot n = 90 \Rightarrow n^2 + 2 \cdot n + 5 \cdot n + 10 - n^2 + 3 \cdot n = 90 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot n + 5 \cdot n + 10 + 3 \cdot n = 90 \Rightarrow 10 \cdot n + 10 = 90 \Rightarrow 10 \cdot n = 90 - 10 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 10 \cdot n = 80 \Rightarrow 10 \cdot n = 80 \quad / : 10 \Rightarrow n = 8. \end{aligned}$$

To je osmerokut.

Vježba 042

Ako se broj stranica mnogokuta poveća za 1, onda se broj dijagonala poveća za 3. Koji je to mnogokut?

Rezultat: $n = 4$, četverokut.

Zadatak 043 (Silvija, maturantica)

U pravilnom n – terokutu unutarnji kut između dviju susjednih stranica je pet puta veći od središnjeg kuta stranice. Koliki je n ?

- A. 11 B. 12 C. 13 D. 14

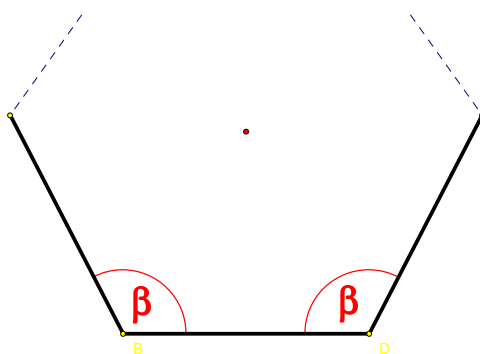
Rješenje 043

Ponovimo!

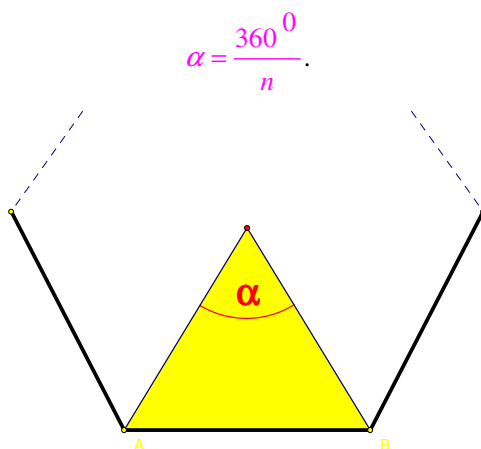
Pravilni mnogokut (poligon) je mnogokut kojemu su sve stranice sukladne i svi unutarnji kutovi sukladni.

Unutarnji kut pravilnog mnogokuta sa n stranica iznosi:

$$\beta = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}.$$



Središnji kut pravilnog mnogokuta sa n stranica iznosi:



Kako zapisati da je broj b n puta veći od broja a ?

$$b = n \cdot a \quad , \quad \frac{b}{n} = a \quad , \quad \frac{b}{a} = n.$$

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c} \quad , \quad \frac{a-b}{n} = \frac{a}{n} - \frac{b}{n} \quad , \quad \frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n} \quad , \quad \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1.$$

Računamo n .

$$\beta = 5 \cdot \alpha \Rightarrow \frac{(n-2) \cdot 180^0}{n} = 5 \cdot \frac{360^0}{n} \Rightarrow \frac{(n-2) \cdot 180^0}{n} = 5 \cdot \frac{360^0}{n} \quad / : 180^0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{n-2}{n} = 5 \cdot \frac{2}{n} \Rightarrow \frac{n-2}{n} = \frac{10}{n} \Rightarrow \frac{n-2}{n} - \frac{10}{n} = \frac{10}{n} - \frac{10}{n} \Rightarrow \frac{n-2}{n} - \frac{10}{n} = \frac{10}{n} - \frac{10}{n} \Rightarrow 1 - \frac{2}{n} = \frac{10}{n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{10}{n} + \frac{2}{n} \Rightarrow 1 = \frac{12}{n} \Rightarrow n = 12.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 043

U pravilnom n – terokutu unutarnji kut između dviju susjednih stranica je tri puta veći od središnjeg kuta stranice. Koliki je n ?

- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

Rezultat: B.

Zadatak 044 (Silvija, maturantica)

Treba naći najmanji n za koji je unutarnji kut pravilnog n – terokuta veći od 163° .

- A. $n = 20$ B. $n = 21$ C. $n = 22$ D. $n = 24$

Rješenje 044

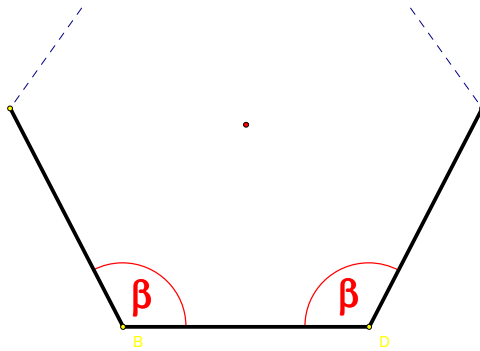
Ponovimo!

$$a > b \quad , \quad c > 0 \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}.$$

Pravilni mnogokut (poligon) je mnogokut kojemu su sve stranice sukladne i svi unutarnji kutovi sukladni.

Unutarnji kut pravilnog mnogokuta sa n stranica iznosi:

$$\beta = \frac{(n-2) \cdot 180^0}{n}.$$



Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$\begin{aligned} \beta > 163^\circ &\Rightarrow \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} > 163^\circ \Rightarrow \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} > 163^\circ \quad / \cdot n \Rightarrow \\ &\Rightarrow (n-2) \cdot 180^\circ > 163^\circ \cdot n \Rightarrow 180^\circ \cdot n - 360^\circ > 163^\circ \cdot n \Rightarrow 180^\circ \cdot n - 163^\circ \cdot n > 360^\circ \Rightarrow \\ &\Rightarrow 17^\circ \cdot n > 360^\circ \Rightarrow 17^\circ \cdot n > 360^\circ \quad / : 17^\circ \Rightarrow n > 21.18 \Rightarrow n = 22. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 044

Treba naći najmanji n za koji je unutarnji kut pravilnog n -terokuta veći od 150° .

$$A. n = 12 \quad B. n = 13 \quad C. n = 15 \quad D. n = 20$$

Rezultat: B.

Zadatak 045 (Silvija, maturantica)

Broj stranica mnogokuta koji ima pet puta više dijagonala nego stranica iznosi:

$$A. 13 \quad B. 10 \quad C. 15 \quad D. 17$$

Rješenje 045

Ponovimo!

Mnogokut (poligon) je skup svih točaka ravnine omeđen dužinama.

Dijagonala poligona je dužina koja spaja dva nesusjedna vrha poligona.

Broj dijagonala poligona sa n stranica dan je formulom

$$D(n) = \frac{n \cdot (n-3)}{2}.$$

Kako zapisati da je broj b n puta veći od broja a ?

$$b = n \cdot a \quad , \quad \frac{b}{n} = a \quad , \quad \frac{b}{a} = n.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ili } b = 0 \text{ ili } a = b = 0.$$

$$\begin{aligned} D(n) = 5 \cdot n &\Rightarrow \frac{n \cdot (n-3)}{2} = 5 \cdot n \Rightarrow \frac{n \cdot (n-3)}{2} = 5 \cdot n \quad / \cdot 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow n \cdot (n-3) = 10 \cdot n \Rightarrow n \cdot (n-3) - 10 \cdot n = 0 \Rightarrow n \cdot (n-3) - 10 \cdot n = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow n \cdot (n-3-10) = 0 \Rightarrow n \cdot (n-13) = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} n=0 \\ n-13=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} n=0 \text{ nema smisla} \\ n=13 \end{array} \right\} \Rightarrow n = 13. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 045

Broj stranica mnogokuta koji ima šest puta više dijagonala nego stranica iznosi:

- A. 13 B. 10 C. 15 D. 17

Rezultat: C.

Zadatak 046 (Silvija, maturantica)

Kut pravilnog poligona iznosi 165° . Koliki je broj njegovih stranica?

- A. 10 B. 20 C. 21 D. 24

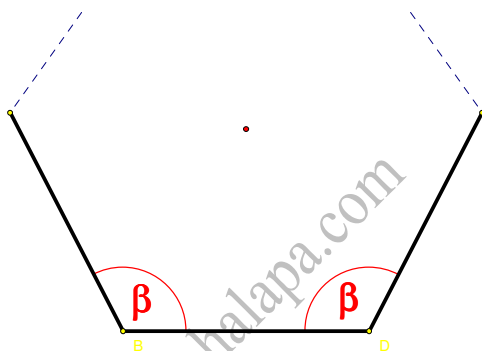
Rješenje 046

Ponovimo!

Pravilni mnogokut (poligon) je mnogokut kojemu su sve stranice sukladne i svi unutarnji kutovi sukladni.

Unutarnji kut pravilnog mnogokuta sa n stranica iznosi:

$$\beta = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$$



Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c)$$

$$\beta = 165^\circ \Rightarrow \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} = 165^\circ \Rightarrow \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} = 165^\circ \quad /: n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (n-2) \cdot 180^\circ = 165^\circ \cdot n \Rightarrow 180^\circ \cdot n - 360^\circ = 165^\circ \cdot n \Rightarrow 180^\circ \cdot n - 165^\circ \cdot n = 360^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15^\circ \cdot n = 360^\circ \Rightarrow 15^\circ \cdot n = 360^\circ \quad /: 15^\circ \Rightarrow n = 24$$

Odgovor je pod D.

Vježba 046

Kut pravilnog poligona iznosi 162° . Koliki je broj njegovih stranica?

- A. 10 B. 20 C. 21 D. 24

Rezultat: B.